

論文

DOI:10.5139/JKSAS.2010.38.8.790

축대칭 초음속 제트에서 스크리치 모드 전이현상의 수치적 연구

빈중훈*

Numerical Investigation on the Mechanism of Mode Transition in Axi-symmetric Supersonic Jet Screech

Jonghoon Bin*

ABSTRACT

Mode transition of the axi-symmetric screech tone in the low supersonic Mach number range from 1.0 to 1.20 is numerically analyzed. The axi-symmetric Navier-Stokes equations and the k-e turbulence model are solved in the cylindrical coordinate system. The dispersion-relation-preserving(DRP) scheme is applied for space discretization and the optimized four levels marching method are used for time integration. At low supersonic Mach numbers with an axi-symmetric A1 mode in the simulation, it is shown that acoustic propagation due to the nonlinear effects is seen in the lateral direction and the screech tone frequency is the same as the vortex passing frequency due to the generation of intense large-scale vortical motions.

초 록

마하수 1.0~1.2 범위의 초음속 제트에서 발생하는 축대칭 스크리치 톤 소음의 모드 전이 현상이 수치적으로 분석되었다. 이를 위해 k-e 난류모델을 가진 축대칭 Navier-Stokes 방정식이 사용되었으며 수치기법으로서 공간에 대해 소산관계보존기법과 시간에 대해 최적화된 4단계 시간 적분법이 사용되었다. 특히 낮은 마하수에서 발생하는 축대칭 A1 모드의 경우, 비선형성에 기인한 부가적인 음향파 발생을 확인하였으며, 강한 와류의 발생으로 인해 스크리치 소음 주파수는 와류 통과 주파수와 일치함을 알게 되었다.

Key Words : Screech tone(스크리치 톤), Acoustic feedback(음향파 피드백), Mode transition(모드전이), Vortex passing frequency(와류통과주파수), Directivity(방향성), Dispersion-Relation-Preserving Scheme(소산관계보존기법)

1. 서 론

불완전하게 팽창된 초음속 제트는 특정한 조건에서 특정 주파수의 스크리치 톤 (screech tone)을 발생하게 된다. 큰 규모의 난류구조 또는

노즐 입구에서 형성되기 시작하는 불안정파 (instability wave)와 제트에서 준 주기적인 충격파 구조(quasi-periodic shock cell structure) 사이의 간섭에 의한 교란파는 유동의 전/후 방향으로 전파해 가게 되고 노즐 출구에서 불안정파를 더욱 가진하게 되며 마침내 음향파 피드백 구조(acoustic feedback loop)를 만들게 되며, 노즐 출구로부터 세 번째 혹은 네 번째 충격파 셀 위치에서 강한 특정주파수의 스크리치 소음을 발생하게 된다. 이러한 현상은 Powell [1]에 의해 처

† 2010년 5월 12일 접수 ~ 2010년 7월 18일 심사완료

* 정회원, 미국 플로리다 주립대학교, 수학과

교신저자, E-mail: mrbin@snu.ac.kr

Florida State University, Tallahassee, Florida, 32306-4510, USA

음으로 발견된 이후로, 초음속 제트 스크리치에 대한 많은 수치적, 실험적 연구가 진행되어 왔다 [2-7]. 현재까지, 스크리치 소음의 주파수를 예측하기 위한 경험식들이 도출되어 왔지만 [4-5], 복잡한 피드백 구조로 인해 스크리치 소음을 정확히 예측하는 것은 여전히 중요한 과제이다. 특히, 지금까지의 연구들은 와류의 움직임과 비정상 충격파와 거동과의 관계 및 그로 인한 스크리치 모드의 전이(mode transition)에 대한 메카니즘에 대해서는 고찰하지 않았다.

그러므로, 본 연구의 목적은 축대칭 스크리치 모드를 생성하는 낮은 초음속 마하수(M=1.0~1.2)에 대해서 모드 전이현상이 발생함을 살펴보고, 전단류내의 와류의 움직임과 비정상 충격파의 움직임 사이의 관계를 살펴봄으로써 스크리치 모드의 전이현상을 수치적으로 분석하는 것이다.

제 2장에서는 본 연구에서 사용된 지배 방정식이 언급된다. 제 3장에서는 수치기법, 사용된 격자 구조, 경계 조건 및 기타 수치적 방법들이 설명된다. 제 4장에서는 스크리치 소음의 수치결과를 실험결과와 비교하였고, 비정상 충격파의 움직임과 큰 규모의 와류의 움직임과의 간섭으로 인한 스크리치 모드의 전이현상이 분석되었으며, 비선형 효과로 인한 스크리치 음의 전파특성을 살펴보았다. 마지막으로 제 5장에서는 결론을 언급한다.

II. 지배 방정식

스크리치 소음의 계산을 위해 $k-\epsilon$ 난류모델을 사용한 축대칭 비정상 URANS (Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes) 방정식이 사용되었다. 제트 유동에서 혼합층(mixing layer)의 확산을 정확하게 예측하기 위해 $k-\epsilon$ 난류모델이 사용되었다[8]. 무차원화된 URANS 및 난류모델 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{p} \tilde{u}_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \bar{p} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{p} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{p} \tau_{ij}) \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p} E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{p} E \tilde{u}_j) = & - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{p} \tilde{u}_j) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{p} \tilde{u}_i \tau_{ij}) \\ & + \frac{1}{\text{Pr}(\gamma-1)} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{p} v_i \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{p} v_i \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p} k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{p} k \tilde{u}_j) = \\ - \bar{p} \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \bar{p} \epsilon + \frac{1}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{p} v_i \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p} \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{p} \epsilon \tilde{u}_j) = \\ - C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k+k_0} \bar{p} \tau_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \frac{\bar{p} \epsilon^2}{k+k_0} + \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{p} v_i \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \tag{5}$$

$$E = \frac{\tilde{T}}{\gamma(\gamma-1)} + \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i + k \quad \bar{p} = \bar{p} \tilde{T} \tag{6}$$

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_i \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \tag{7}$$

$$\nu_i = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon + \epsilon_0} + \frac{\nu}{a_\infty D} \tag{8}$$

여기서, $\bar{}$ 는 레이놀즈 평균(Reynolds average)을 $\tilde{}$ 는 파브레 평균(Favre average)을 나타낸다. 본 연구에서, 무차원 변수로서 길이에 대해 노즐 출구 직경 D , 속도는 음속 a_∞ , 밀도는 ρ_∞ , 압력은 $\rho_\infty a_\infty^2$, 온도는 T_∞ 가 사용되었으며 k , ϵ 와 ν_i 에 대해서는 각각 a_∞^2 , a_∞^2/D , $a_\infty D$ 이 사용되었다. 여기서 하첨자는 일반대기조건(ambient air condition)을 의미한다. \mathcal{V} 는 비열비를 나타내며 \mathcal{V} 는 Sutherland formula에 의해 계산되는 molecular kinematic viscosity를 나타낸다. $k_0=10^{-6}$ 과 $\epsilon_0=10^{-4}$ 는 영으로 나누어지는 것을 막기 위해 사용된다. $k-\epsilon$ 난류모델에서 사용되는 상수값들은 다음과 같다[8].

$$\begin{aligned} C_\mu = 0.0874, \quad C_{\epsilon 1} = 1.4, \quad C_{\epsilon 2} = 2.02, \quad \sigma_k = 0.324, \\ \sigma_\epsilon = 0.377, \quad \text{Pr} = 0.422, \quad \nu/a_\infty D = 1.7 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

혼합층은 노즐출구에서는 매우 얇은 것으로 가정되기 때문에 k 와 ϵ 은 초기조건으로 노즐출구에서는 $k_0=10^{-6}$ 과 $\epsilon_0=10^{-4}$ 으로 주어지며 제트 유동 외부에서는 영으로 주어진다.

III. 수치적 방법

3.1 수치기법

본 연구에서는 유한차분기법으로서 4차의 공간 정확도를 가진 소산관계보존기법 (dispersion-

relation-preserving, DRP) 이 사용되었다[9]. DRP 수치기법은 유한차분식을 주파수 공간에서 본래의 편미분 방정식에 대해 최적화한 유한중앙차분 기법으로써, 일차 편미분식을 일곱점(7-point stencil)으로 중간 차분하여 4차 정확도까지 얻을 수 있으며, 다음과 같이 차분된다.

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_i \simeq \frac{1}{\Delta x} \sum_{j=-3}^3 a_j f_{i+j} \quad (9)$$

여기서, f 는 임의의 함수를, 하첨자 i 는 격자 위치를 나타내며, 계수 a_j 는 주파수 공간에서 유효주파수까지 소산관계(dispersion relation)를 잘 만족하도록 결정된 상수값이다. 시간 적분법으로서 4단계 외재적 Adams-Bashforth 방법이 사용되었으며, 다음과 같이 표현된다.

$$f^{(n+1)} \simeq f^{(n)} + \Delta t \sum_{k=0}^3 b_k (df/dt)^{(n-k)} \quad (10)$$

여기서, 상첨자는 시간간격을 나타내며, 계수 b_k 는 Taylor 급수 전개와 주파수영역에서의 최적화 방법을 통해 결정된 상수이며, 각각의 계수들은 참고문헌에서 찾아볼 수 있다[9].

수치적 안정을 위해 2 종류의 감쇄항이 첨가되었다. 그 중 하나는 고주파의 원치 않는 주파수를 제거하기 위한 인공 선별 감쇄항(artificial selective damping)이며 다른 하나는 충격파 해석능력을 향상시키기 위한 격자조절 감쇄항(variable stencil selective damping)이다[10]. 이러한 감쇄항들은 이산화된 유한 차분 방정식에 더해진다. 자세한 설명은 본 저자의 논문을 참고 하길 바란다[11]. 본 연구에서 사용된 시간 간격은 2.5×10^{-4} 이다.

3.2 경계조건

노즐 벽면에서는 Tam and Dong [12]의 가상점 방법(ghost point method)이 사용되었다. 축소노즐에서의 노즐 출구 조건은 등엔트로피 유동 조건에 근거하여 다음과 같이 주어진다.

$$\rho_e = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_j^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_d^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_d^2}{T_r}\right) p_e = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_j^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_d^2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (11)$$

$$T_e = \frac{T_r}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_d^2} \quad u_e = M_d \left(\frac{T_r}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_d^2}\right)^{1/2} \quad (12)$$

여기서 M_j 는 완전 팽창된(fully expanded) 제

Table 1. Grid sizes and dimensions

	Block 1	Block 2	Block 3	Block 4	Block 5
grid size	D/80	D/40	D/20	D/10	D/5
$x \times r$	$6D \times 1.2D$	$11D \times 2.5D$	$15D \times 5D$	$20D \times 7D$	$38D \times 18D$

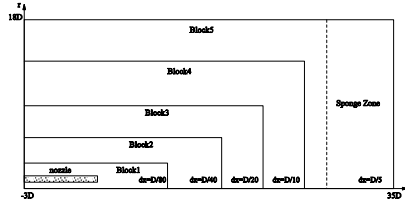


Fig. 1. Computation domain in the x-r plane

트 마하수를, T_r 은 탱크 내의 온도 또는 제트의 전 온도(total temperature)를, M_d 는 노즐 설계 마하수(nozzle design Mach number)를 나타낸다. 축소노즐에서 가열되지 않은 제트(cold jet)의 경우로서 $T_r=1$ 과 $M_d=1$ 이 사용되었다. 하첨자 'e'는 노즐 출구에서의 상태를 의미한다. 대기와 유동간의 불연속을 피하기 위해 유동 변수들은 6개의 격자 길이를 가지는 가우스 분포를 가지도록 하였다[11,14].

x축을 따라서 축대칭 경계조건이 사용되었으며 외부 경계조건으로서 방사경계조건이, 유동이 흘러나가는 하류방향에서는 비선형 유출류 경계조건이 사용되었다[9]. 하류방향에서 흘러 나가는 유동의 반사를 최소화하기 위해 50개의 격자간격을 가진 sponge zone을 고려하였다[13]. 특히 x축 상에서의 특이점(singularity) 문제를 해결하기 위해 x축 상의 값들은 반경방향에 대한 유동값들로부터 내삽된다.

3.3 계산영역

Fig. 1은 본 연구에서 사용된 계산영역을 나타낸다. 계산 효율을 높이기 위해 격자 크기가 각각 다른 5개의 블록을 사용하였다. 관의 길이는 $L/D=3$ 이며 노즐의 두께는 $t/D=0.6$ 로 가정하였다. Table 1은 각 블록에서 사용된 격자수와 격자의 크기를 나타낸다. 격자 크기가 다른 블록 사이의 공간 미분값을 계산하기 위해 다중격자 기법 (multi-mesh method)이 사용되었다[11,14].

IV. 수치결과 및 검토

4.1 유동장 및 충격파 셀 구조

Fig. 2는 마하수 $M_j=1.2$ 인 제트의 경우, 중심축을 따라 시간 평균된 압력분포를 실험값과 비교

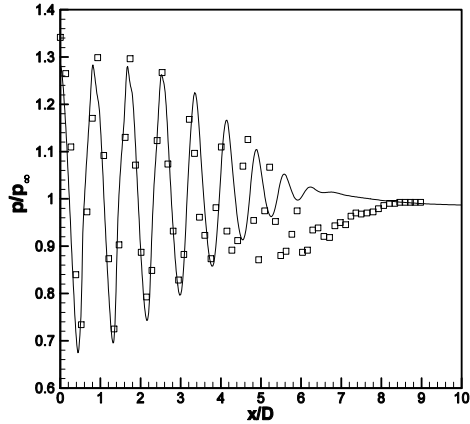


Fig. 2. Comparison between computed time-averaged pressure distribution and experimental data by Norum and Brown[15] of a $M_j=1.20$ cold jet along the centerline: —, numerical simulation, and \square , experiment

한 것이며[15], 충격파 구조가 실험치와 잘 일치함을 알 수 있다. 충격파 셀 구조는 스크리치 피드백 구조에서 가장 중요한 성분중의 하나로써, 충격파를 정확히 계산하는 것은 매우 중요하다. 스크리치 소음은 주로 노즐 출구로부터 3내지 4번째 충격파 주위에서 발생하는 것으로 알려져 있다. 그림에서 살펴보면 두 결과에 약간의 차이는 발생하지만, 노즐출구로부터 4번째까지의 충격파 셀 구조의 간격은 거의 일치함을 알 수 있다.

4.2 스크래치 톤의 파장 및 전파특성

낮은 초음속 제트의 마하수에서는 주로 두 개의 축대칭 제트 스크리치 모드-A1 및 A2가 발생하는 것으로 알려져 있다[2-5]. 본 연구에서는 두 종류의 축대칭 스크리치 모두가 발생함을 확인할 수 있었다. Fig. 3은 초음속 제트의 여러 가지 마하수에 대한 압력장 분포를 임의의 시간에 대해 살펴보았다. 스크리치 톤은 어떠한 외부의 가진 없이도 유동내에서 피드백 작용에 의해 저절로 형성됨을 확인할 수 있다. 이 그림에서, 모든 마하수에 대해서, 제트의 상류 및 하류 방향으로 전파해 가는 음향파를 확인할 수 있었다. 특히 Fig. 3(a)-(c)의 상대적으로 낮은 초음속 제트에 대해서, 축 방향으로 전파하는 음향파 외에도 연직방향으로 전파하는 음향파가 확인되었으며 이는 다음에 자세히 언급할 예정이다. 본 계산에서는 편의상 노즐의 두께 $t/D=0.3$ 이 사용되었다.

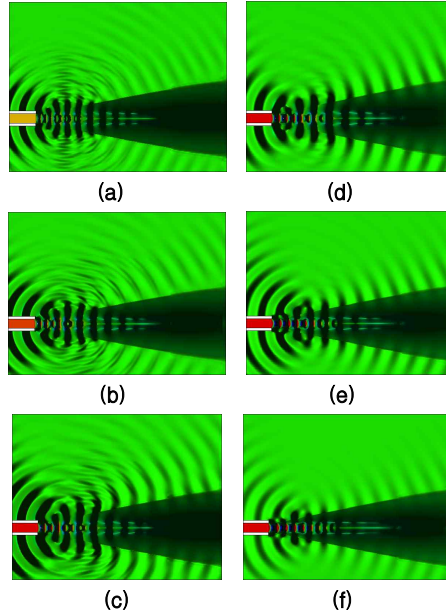


Fig. 3. Instantaneous pressure field from the numerical simulation showing the generation and propagation of the screech tone at a cold supersonic jet: (a) $M_j=1.07$ (b) $M_j=1.10$, (c) $M_j=1.13$, (d) $M_j=1.15$, (e) $M_j=1.19$, (f) $M_j=1.20$

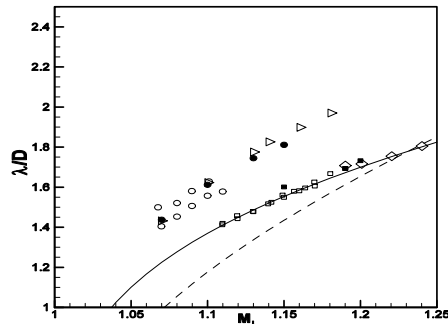


Fig. 4. Comparison between the acoustic wavelengths of the screech-tones measured by Ponton and Seiner [16] and the formula for predicting the screech tone frequency with respect to the jet Mach number of M_j by Tam[4] and Massey et al.[5]: solid line(Massey et al.), dotted line(Tam), \bullet (A1) and \blacksquare (A2), numerical simulation, \circ (A1) and \square (A2), experiment, \blacktriangleright (A1) and \blacklozenge (A2), Shen and Tam [10]

Fig. 4는 여러 초음속 마하수에 대한 스크리치 톤의 주기를 나타낸 것이며, 실험값과 비교하였다. 실선 및 점선은 제트 마하수에 대한 스크리치 톤 주파수를 예측하기 위한 공식을 나타낸 것이다[4-5]. 계산을 통해 구해진 두 개의 최대칭 모드(A1, A2)의 주기가 실험치와 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 특히 주기가 어떤 특정 임계점에 도달했을 때, 주기에서 갑작스런 전이가 발생함을 확인할 수 있다.

4.3 충격파의 비정상 거동

충격파의 비정상 거동은 스크리치의 생성과 상당히 밀접한 관련이 있다. 불안정파의 성장은 스크리치 피드백 루프의 시작에 필요한 첫 번째 단계이다.

제트 혼합층이 아주 얇은 노즐 출구근처에서 생성된 음향 교란과 수용과정 (receptivity process)에 의해 발생한 외부교란은 불안정파를 가진하기 시작한다. 가진된 불안정파는 하류로 전파해감에 따라 급격히 성장하기 시작한다. 지수적으로 성장하는 불안정파는 충격파 셀 구조를 만나게 되고 상호간의 간섭으로 인해 충격파의 움직임을 유도한다. 그래서, 충격파는 스크리치 사이클 동안 더 이상 정지해 있지 않게 된다.

Fig. 5와 6은 마하수 $Mj=1.07$ 및 $Mj=1.19$ 의 경우에 대해, $r/D=0.375$ 와 $r/D=0.50$ 에서 스크리치 주기 동안 축 방향에 따른 마하수 변화를 나타낸 것이다. 이 두 경우에서 크게 두 가지 중요한 차이점이 확인된다. 그 중 하나는 낮은 마하수 ($Mj=1.07$)에서 상당한 규모의 충격파의 변동이 관찰된다는 것이다. Fig. 5에서, $r/D=0.375$ 및 $r/D=0.50$ 의 위치에서 세 번째와 네 번째 충격파의 크기 변화는 각각 0.19 과 0.195로 관찰된다. 이와는 대조적으로, $Mj=1.19$ 에서는(Fig. 6) 각각의 변화가 0.08 과 0.05로 관찰된다. 이것은 낮은

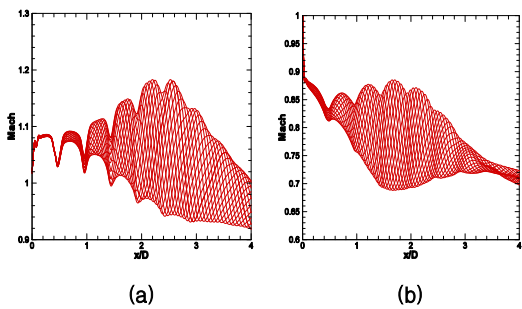


Fig. 5. Mach number variation in the jet of a $Mj=1.07$ during a screech cycle at (a) $r/D=0.375$, (b) $r/D=0.50$

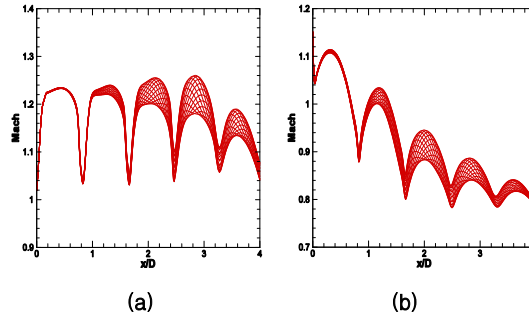


Fig. 6. Mach number variation in the jet of a $Mj=1.19$ during a screech cycle at (a) $r/D=0.375$, (b) $r/D=0.50$

초음속의 경우에서 충격파 셀 구조와 전단류 또는 불안정파 사이에 강한 상호작용이 일어나고 있음을 의미한다.

낮은 초음속 마하수는 제트와 외부와의 작은 압력차이로 인해, 약한 충격파 구조를 만들게 된다. 더구나, 상대적으로 느린 유체의 거동으로 인해 얇은 전단층 내에서 불안정파가 쉽게 성장할 수 있다. 이것은 결국 전단층 내에서 큰 규모의 와류 구조를 가능하게 한다. 그래서 큰 규모의 강한 와류 구조가 $Mj=1.07$ 의 경우에서 생성된다.

이처럼 $Mj=1.07$ 에서는 약한 충격파 셀 구조와 강한 와류 구조의 상호작용으로 인해 충격파 크기의 큰 변화량이 발생하게 된다.

두 경우에 있어서 또 다른 차이점은, $Mj=1.19$ 에서는 충격파 위치와 셀 사이의 거리가 거의 일정하게 유지되는 반면, $Mj=1.07$ 에서는 시간 적

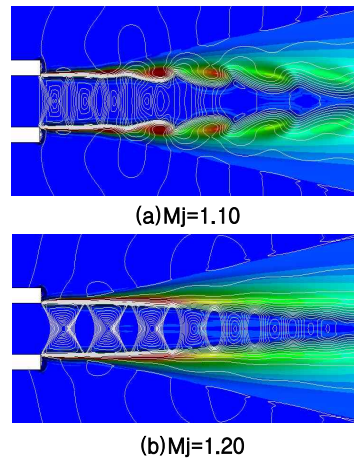


Fig. 7. Instantaneous density field(iso-lines). Vorticity contours are superposed on the density field: (a) $Mj=1.10$, (b) $Mj=1.20$

분된 유동 구조와 비교해 볼 때, 큰 변화량이 발생한다는 것이다. Fig. 6에서, 스크리치 톤이 발생하는 동안 충격파의 위치와 셀 간의 간격이 주기적으로 진동하고 있으며 그 진동폭은 크지 않음을 알 수 있다. 그러나, $M_j=1.07$ 에서는(Fig. 5) 더 이상 진동폭은 일정하지 않으며 큰 충격파 크기 변화와 충격파 셀 간격의 변화량을 유도한다. Fig. 7은 두 가지 마하수에 대한 밀도 및 와도를 나타낸 것이다. Fig. 7(a)를 살펴보면, 전단층 아래 또는 충격파 구조 내부에서는 변화량이 작은 데 비해, 전단층이 충격파를 지나 하류로 흘러감에 따라 그 다음에 위치한 충격파와 상호작용을 연이어 일으키게 된다. 특히, 세 번째 충격파의 경우, 하류로 흐르게 되고 네 번째 충격파와 연속적으로 합쳐지게 된다. 이러한 일련의 과정으로부터, 충격파 셀 구조는 더 이상 일정하게 유지되지 않게 되며 비선형성을 띠게 된다. 이러한 비선형성은 충격파와 전단류 사이의 강한 상호작용을 유도하며, 스크리치 톤의 예측을 더욱 어렵게 한다. 이것은 스크리치 톤의 주기 또는 주파수 예측에 영향을 미치게 된다.

4.4 축대칭 스크래치 톤의 모드 전이

Fig. 4에서 알 수 있듯이, 마하수가 어떤 특정점에 도달했을 때, 음향파의 주기에서 갑작스런 전이(mode transition)가 발생한다. 이러한 전이가 발생하는 스크리치 주파수 또는 주기와 마하수의 값은 실험마다 조금씩 차이가 있으며 스크리치 톤의 경우, 제트의 작동 조건이나 제트 근방의 반사체의 존재에 민감하기 때문에 전이가 발생하는 조건을 정확히 측정 또는 예측하는 것은 어려운 일이다. 본 수치적 연구에서는 대략 $M_j=1.15$ 근방에서 A1모드로부터 A2모드로의 모드 전이가 발생하였다.

Fig. 4에서는 스크리치 모드의 수치해와 실험값의 비교 외에도 스크리치 톤의 주기와 예측식과의 비교결과를 나타내었다. 여기서 사용된 예측식은 Appendix에 언급되었다. 이 그림을 살펴건대, A2모드는 공식에 의해 잘 예측됨에 비해 A1모드는 그렇지 않음을 알 수 있다. 이는 본 예측식들이 제트에서 와류층(vortex sheet)에서의 교란과 충격파 사이의 약한 상호작용에 의해 발생하는 음향파를 고려했기 때문이다. 그러나, 본 연구에서도 알 수 있듯이, 스크리치 피드백 과정은 때때로 강한 비선형성을 유도하며, 초음속 제트의 작동환경에 매우 민감하다. Fig. 8은 $M_j=1.10$ 의 경우, 스크리치의 한 주기 동안 와도(vorticity)의 변화를 나타낸 것이다. 전단층 내

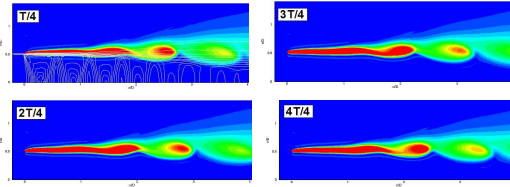


Fig. 8. Vorticity distribution during a period of the jet screech tone for $M_j=1.10$. Density contours are superposed on vorticity field

에서 크고 강한 와류 구조가 관찰되며, 혼합층에서 큰 규모의 와류 굽힘 현상(vortex roll-up)이 발생함을 알 수 있다. 특히, 전단류가 세 번째 충격파 셀을 통과함에 따라 상당한 크기의 와류의 굽힘 현상이 관찰되며 하류로 흘러감에 따라 세 번째 및 네 번째 충격파 셀과 상호작용을 확인할 수 있다. 와류는 평균적인 흐름속도(convection velocity, U_c)로 하류로 흘러간다. 이 경우에 와류 간 거리(L_s)는 스크리치 톤 주파수를 계산하는 간단한 공식으로부터 계산될 수 있다.

$$f = \frac{U_c}{L_s(1 + M_c)} \quad (13)$$

여기서 U_c 는 불안정파의 흐름 속도, L_s 는 충격파 간격, M_c 는 흐름 마하수(convective Mach number), f 는 기본적인 스크리치 톤 주파수이다.

특히, 관계식 $f \times L_v = U_c$ 이 축대칭 A1모드를 가지는 낮은 마하수의 제트에서 간단히 성립되며, 마지막으로 $L_v = L_s(1 + M_c)$ 의 관계가 있음을 확인할 수 있다. 본 수치적 결과로부터, 축대칭 A1모드를 가지는 낮은 초음속 제트 마하수에서, 스크리치 톤의 주파수는 와류 통과 주파수(vortex passing frequency)와 정확히 일치함을 살펴볼 수 있었다.

축대칭 A2모드의 경우에는 와류 통과 주파수와 큰 관련이 없었으며, 전통적인 스크리치 톤 주파수분석을 통해 설명될 수 있다. 하류방향으로 흐르는 hydrodynamic 교란에 의해 걸리는 시간과 상류방향으로 전파해가는 음향교란파의 전파시간의 합은 스크리치 주기와 다음과 같은 관계가 성립한다[1].

$$\frac{nL_s}{u_c} + \frac{nL_s}{c} = mT \quad (14)$$

여기서, T 는 스크리치 사이클의 주기, m 은

정수, u_c 는 불안정파의 전파속도, c 는 음속, L_s 은 평균 충격파 셀 구조의 간격, nL_s 은 유효음원영역(effective source region)의 길이를 나타내며, 일반적으로 실험을 통해 $n=5$ 가 사용된다. 이 식은 다음과 같이 간략히 표현될 수 있다.

$$\frac{nL_s}{\lambda_{ins}} + \frac{nL_s}{\lambda_s} = m \quad (15)$$

여기서, λ_{ins} 는 불안정파의 파장, λ_s 는 스크리치 톤의 파장을 나타내며, 유효음원영역에서 불안정파와 스크리치 톤의 전체수는 정수값이라는 것을 보여준다.

두 파장 사이에는 $\lambda_{ins} = \lambda_s M_c$ 의 관계가 있으므로, 스크리치 톤 주파수는 다음과 같이 간략히 표현된다.

$$f = \frac{m}{nL_s} \frac{U_c}{(1 + M_c)} \quad (16)$$

$$(n, m) = \begin{cases} (5, 5) : A1 \text{ mode} \\ (5, 6) : A2 \text{ mode} \end{cases} \quad (17)$$

이처럼, 스크리치 톤의 주파수는 평균흐름 속도 또는 마하수와 유효 충격파셀 구조의 간격을 통해 간단히 결정될 수 있으며, A1모드의 경우, $(n, m) = (5, 5)$, A2모드의 경우, $(n, m) = (5, 6)$ 의 관계가 있음을 알 수 있었다.

4.5 음압 방향성에 대한 비선형성효과

Fig. 9 및 10은 $r/D=65$ 에서 각각의 마하수에 따른 음압의 방향성을 나타낸 것이다. 본 그림들에서, 음향파는 주로 상/하류방향으로의 전파 방향성을 보이고 있으며 특히 상류 방향으로 강한 지향성을 나타내고 있음을 알 수 있다. 앞서서도 언급하였듯이, Fig. 9에서는 낮은 초음속 제트 마

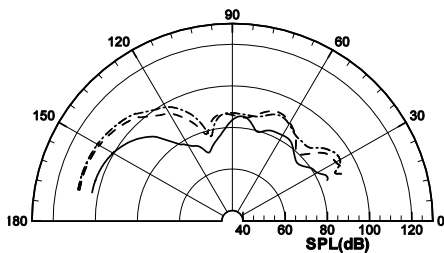


Fig. 9. Directivity of sound pressure for each Mach number at $r/D=65$: Mj=1.07(solid line), Mj=1.10(dashed line), Mj=1.13(dash-dot line)

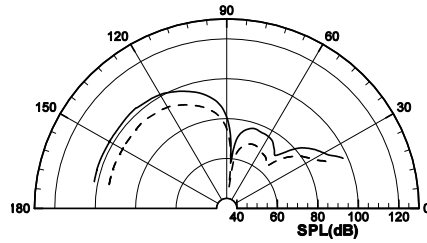


Fig. 10. Directivity of sound pressure for each Mach number at $r/D=65$: Mj=1.19(solid line), Mj=1.20(dashed line)

하수에서의 비선형적인 강한 상호작용으로 인해, 축 방향으로부터 90도 연직 방향으로 전파되는 음향파가 추가적으로 관찰 되었다.

V. 결 론

본 연구에서는, 1.0~1.20 범위의 낮은 초음속 마하수에서 발생되는 축대칭 초음속 제트 스크리치 소음의 생성과정을 이해하기 위해, 고차의 수치적 기법이 사용되었다. 마하수 1.20의 경우에, 계산된 압력분포를 실험결과와 비교함으로써, 본 수치적 기법은 충격파 구조를 잘 묘사함을 확인할 수 있었다. 특히, 축대칭 모드인 A1 및 A2 모드가 수치적으로 생성됨을 확인하였으며, 각 모드의 파장을 실험치와 비교하였을 때 잘 일치함을 확인하였다. 특히, 수치적 결과로부터 생성된 모드간에 급격한 전이가 발생함을 알 수 있었다. 낮은 초음속 제트 마하수에서 충격파의 크기 및 셀 간의 간격에 큰 변동이 발생함을 알 수 있었으며, 비선형성의 효과로서 축 방향에 수직방향으로 추가적인 음향파가 발생, 전파됨을 알 수 있었다. A2 모드는 예측식과 잘 일치하는 편이나, A1 모드는 그렇지 않음을 알 수 있었다. 이는 낮은 초음속 제트 마하수에서 강한 큰 규모의 와류 구조의 생성과 관계가 있음을 알 수 있었으며, 이 때 A1 모드의 스크리치 톤 주파수는 정확히 와류 통과 주파수와 일치함을 알 수 있었다.

추 록

스크리치 톤 주파수에 근거한 strouhal number는 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{f_s D_j}{u_j} = 0.67(M_j^2 - 1)^{-1/2} \left[1 + 0.7M_j \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2 \right)^{-1/2} \left(\frac{T_s}{T_\infty} \right)^{-1/2} \right] \text{ by Tam [4]}$$

$$\frac{f_j D_j}{u_j} = \begin{cases} \frac{1.25 \times 0.63}{1.1 \times (M_j^2 - 1)^{\gamma}} \left[1 + 0.63 M_j \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2 \right)^{-\frac{\gamma}{2}} \left(\frac{T_e}{T_\infty} \right)^{\frac{\gamma}{2}} \right]^{-1}, & 1.0 < M_j \leq 1.35 \\ \frac{0.615}{1.1 \times (M_j^2 - 1)^{\gamma}} \left[1 + 0.615 M_j \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2 \right)^{-\frac{\gamma}{2}} \left(\frac{T_e}{T_\infty} \right)^{\frac{\gamma}{2}} \right]^{-1}, & 1.2 < M_j \leq 1.8 \end{cases}$$

by Massey *et al.* [5]

$$\frac{D_j}{D_d} = \left[\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_d^2} \right]^{\frac{\gamma + 1}{4(\gamma - 1)}} \left(\frac{M_d}{M_j} \right)^{\frac{1}{2}}$$

여기서 f_j 는 스크리치 톤 주파수, M_j 는 완전 팽창된 마하수, M_d 는 노즐의 디자인 마하수(축소노즐에서는 정확히 1), D_j 는 완전 팽창된 제트 지름, D_d 는 노즐 출구 직경, T_e 는 제트의 전온도 (total temperature), T_∞ 는 대기 온도를 나타낸다.

참고문헌

- 1) A. Powell, "On the Mechanism of Choked Jet Noise", *Proceedings of the Physical Society*, London, Vol. 66, 1953, pp. 1039~1056.
- 2) R. Westley, and J. H. Woolley, "An Investigation of the Near Noise Fields of a Choked Axisymmetric Jet", *Proceedings of AFOSR-V*, Ribner, pp. 147-167.
- 3) M. Harper-Bourne, and M. J. Fisher, "The Noise from Shock Waves in Supersonic Jets", *AGARD CPI31*, Noise Mechanism, 1974.
- 4) C. K. W. Tam, "Proposed Relationship Between Broadband Shock Associated Noise and Screech Tones", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 110, 1986, pp. 309~321.
- 5) K. C. Massey, and K. K. Ahuja, "Screech Frequency Prediction in Light of Mode Detection and Convection Speed Measurements for Heated Jets", *AIAA paper 97-1625*, 1997.
- 6) J. Panda, "Shock Oscillation in Underexpanded Screeching Jets", *Journal of Fluid and Mechanics*, Vol. 363, 1998, pp. 173~198.
- 7) G. Raman, "Supersonic Jet Screech: Half-Century from Powell to the Present",

Journal of Sound and Vibration, Vol. 225, No. 3, 1999, pp. 543~571.

8) A. T. Thies, and C. K. W. Tam, "Computation of Turbulent Axisymmetric and Nonaxisymmetric Jet Flows Using the k-ε Model", *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 2, 1996, pp. 309~316.

9) C. K. W. Tam, "Computational Aeroacoustics: Issues and Methods", *AIAA Journal*, Vol. 33, No. 10, 1995, pp. 1788~1796.

10) H. Shen, and C. K. W. Tam, "Numerical Simulation of the Generation of Axisymmetric Mode Jet Screech Tones", *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 10, 1998, pp. 1801-1807.

11) J. Bin, M. Kim, S. Lee, "A numerical study on the generation of impulsive noise by complex flows discharging from a muzzle", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 75, 2008, pp. 964~991.

12) C. K. W. Tam and Z. Dong, "Wall Boundary Conditions for High-Order Finite Difference Schemes in Computational Aeroacoustics", *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, Vol. 8, 1994, pp. 303~322.

13) T. Colonius, "Modeling Artificial Boundary Conditions for Compressible Flow", *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, Vol. 36, 2004, pp. 315~345.

14) C. K. W. Tam, and K. A. Kurbatskii, "Multi-Size-Mesh Multi-Time-Step Dispersion-Relation-Preserving Scheme for Multiple-Scale Aeroacoustics Problems", *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 17, 2003, pp. 119~132.

15) T. D. Norum, and M. C. Brown, "Simulated High-speed Flight Effects on Supersonic Jet Noise", *AIAA Paper No. 1993-4388*, 1993.

16) M. K. Ponton, and J. M. Seiner, "The Effects of Nozzle Exit Lip Thickness on Plume Resonance", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 154, No. 3, 1992, pp. 531~549.