

論文

DOI:10.5139/JKSAS.2010.38.8.774

가속도 제한을 고려한 Time-to-go 다항식 유도 법칙 연구

이창훈*, 김태훈*, 탁민제**

Study of Time-to-go Polynomial Guidance Law
with Considering Acceleration Limit

Chang-Hun Lee*, Tae-Hun Kim* and Min-Jea Tahk*

ABSTRACT

This paper deals with the choice of guidance gain for the time-to-go polynomial (POLY) guidance law when the acceleration limit is existed. POLY is derived based on the assumption that guidance commands are formed by a time-to-go polynomial function. The main characteristic of POLY is that any positive values can be used for its guidance gain. For this reason, it is ambiguous to choose a proper guidance gain. To relieve this difficulty, we firstly derive the closed-form solution of acceleration command and figure out the relationship between the maximum acceleration and guidance gain. From this analysis, we provide a guideline for choosing a guidance gain which satisfies the desired acceleration limit. Finally, the proposed method is demonstrated by simulation study.

초 록

본 논문은 t_{go} -다항식 유도 법칙에서 가속도 제한을 고려한 유도이득(guidance gain)을 선정하는 방법을 다룬다. 다항식 유도 법칙은 유도명령의 형태를 t_{go} 의 다항식 형태로 가정하여 유도 되며 유도이득으로 임의의 양의 실수 값 (Real value)을 선정할 수 있다는 특징을 가지고 있다. 따라서 유도이득의 결정에 따라 큰 가속도 명령이 산출 될 수 있는 가능성이 있어서, 적절한 유도이득을 결정하는데 모호성이 존재하게 된다. 이러한 어려움을 해결하기 위해 본 논문에서 다항식 유도 법칙의 가속도 명령의 닫힌 해를 유도하고, 이로부터 최대 가속도와 유도이득 간의 관계식을 구하여 가속도 제한을 넘지 않는 유도이득을 선정하는 방법을 제안한다. 최종적으로 시뮬레이션을 통해 제안한 방법을 검증한다.

Key Words : Acceleration Limit(가속도 제한), Time-to-go Polynomial Guidance Law (T-go 다항식 유도 법칙)

1. 서 론

1970년대 이후로 정밀유도무기 (Precision Guided Munition)는 현대전의 패러다임을 완전히 바꾸어

† 2010년 4월 9일 접수 ~ 2010년 6월 17일 심사완료

* 정회원, KAIST 항공우주공학전공 대학원

** 정회원, KAIST 항공우주공학전공

교신저자, E-mail : mjtahk@fdcl.kaist.ac.kr

대전광역시 유성구 과학로 335

버린 중요한 무기체계로 부상하였으며, 유도무기가 원하는 표적을 타격하기 위해서는 표적의 정보에 관련된 측정치로부터 유도무기의 기동명령을 산출하는 유도법칙이 요구된다. 유도무기의 종말호밍단계에 사용되는 가장 일반적인 유도법칙은 시선각속도 (LOS rate)와 접근속도 (closing velocity)를 이용하는 비례항법유도(PNG)인데, 구조가 간단하고 구현이 용이한 장점이 있어서 아직까지도 널리 사용되고 있는 방식이다.

최근에는 전술 유도무기의 사용 환경에 따라 다양한 종말구속조건을 만족시키는 유도법칙들이 연구되어 왔다. 참고문헌 [1]에서는 종말시간에서의 충돌각을 제어함으로 탄두의 파괴효과를 극대화 하는 유도법칙을 제안하였고, 참고문헌 [2]에서는 종말시간에서 충돌시간을 제어함으로 방어 체계를 갖추고 있는 표적을 동시공격 할 수 있는 유도법칙에 대해 연구하였다. 이러한 유도법칙들은 기존의 비례항법의 단점을 보완하여 보다 정교한 타격이 가능하도록 하였다.

최근에는 지상에 있는 표적을 보다 정확히 타격하기 위해 종말시간에서의 측방향 가속도와 측방향 가속도의 시간변화율의 구속조건을 고려한 t_{go} -다항식 유도법칙 [3]이 개발되었다. 여기에서 t_{go} 는 표적까지 도달하기 위해 필요한 시간을 말한다. 이 유도법칙은 가속도 명령을 t_{go} -다항식 형태로 가정하고, 종말구속조건을 만족시키도록 다항식 계수를 결정하는 방식으로 유도되며, 충돌각과 가속도 변화율을 고려할 수 있는 충돌각 제어법칙의 일반적인 형태로 볼 수 있다. 또한 측방향 가속도와 가속도 시간변화율의 구속조건도 고려 할 수 있기 때문에 t_{go} 추정오차에도 강한 특성을 가지는 유도법칙이다. 이 유도법칙의 다른 특징은 유도이득을 임의의 양의 실수 값으로 선정할 수 있기 때문에, 유도이득의 변화에 따라 다양한 유도법칙의 설계가 가능하며, 유도 명령의 형태나 크기 또한 선정된 유도이득에 따라 변하게 된다.

위와 같은 유도법칙의 특징으로 인해 다양한 형태의 유도명령의 생성과 보다 정확히 종말구속조건을 만족 시킬 수 있는 장점이 있지만 유도이득의 선정에 따라 큰 가속도 명령이 생성될 수 있는 문제가 존재한다. 유도법칙의 설계에 있어서 종말구속조건은 중요한 고려사항 중 하나이지만, 실제 유도법칙의 적용에 있어서 유도법칙이 유도무기의 기동성능을 넘어서는 유도명령을 생성한다면, 표적을 탄착하는데 실패하게 된다. 따라서 유도법칙 설계에서 기동가속도 제한을 고려할 필요가 있다. 만약 유도법칙이 생성할 수 있는 최대가속도 크기를 미리 파악할 수 있다면, 유도법칙 설계 단계에서 유도무기의 기동가속도 제한을 고려하는 것이 가능하다.

따라서 본 논문에서는 t_{go} -다항식 유도법칙을 적용했을 때 선형화 된 호밍기하에서 가속도 명령의 닫힌 해를 유도하였다. 이 결과를 통해 최대 가속도 명령이 산출되는 시점과 크기를 미리 파악할 수 있게 된다. 또한 가속도 명령의 닫힌

해를 통해 최대 가속도 명령의 크기와 유도이득 간의 관계식을 도출 할 수 있다. 이러한 결과를 바탕으로 t_{go} -다항식 유도법칙으로부터 생성되는 최대 가속도 명령이 가속도 제한을 넘지 않도록 유도이득을 결정하는 방법을 제시한다.

본 논문의 2.1 장에서는 t_{go} -다항식 유도법칙에 대해 다루고, 2.2장에서는 t_{go} -다항식 유도법칙의 닫힌 해를 유도 한다. 2.3장에서는 2.2장에서 구해진 가속도 명령의 닫힌 해를 통해, 유도이득과 최대 가속도 명령의 관계를 분석하고, 2.4장에서는 2.3장의 분석결과를 바탕으로 가속도 제한이 존재 할 때, t_{go} -다항식 유도법칙의 명령이 가속도 제한을 넘지 않도록 하는 유도이득 선정 기법을 제안한다. 2.5장에서는 시뮬레이션을 통해 제안한 기법의 성능을 검증하기로 한다.

II. 본 론

2.1 t_{go} -다항식 유도 법칙

본 절에서는 t_{go} -다항식 유도법칙에 대해 설명하고자 한다. t_{go} -다항식 유도법칙의 자세한 유도 과정은 참고문헌 [4]에 제시되어 있으며, 본 절에서는 독자의 편의를 위해 t_{go} -다항식 유도법칙의 유도과정을 간략히 소개하고자 한다. t_{go} -다항식 유도법칙은 비례항법유도의 유도명령 형태가 선형화된 호밍기하에서 t_{go} 의 함수로 나타내어진다 는 점에 착안하였다. 먼저 유도명령의 형태를 t_{go} 의 다항식 형태로 가정하고, 운동방정식을 적분하여 종말구속조건을 만족하도록 다항식의 계수를 결정한다. 그림 1은 본 논문에서 고려하고 있는 종말 호밍 기하를 나타낸다. 여기에서 (X_I, Y_I) 는 관성좌표계를 나타내며, (X_f, Y_f) 는 관성좌표계에서 충돌각 γ_f 만큼 회전한 충돌각 좌표계를

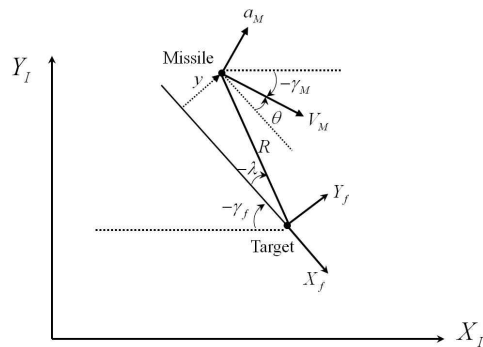


그림 1. 유도법칙의 종말 호밍 기하

나타낸다. γ_M 는 관성좌표계에서 정의된 비행경로각을 나타내며, θ 는 충돌각 좌표계에서 정의된 비행경로각을 나타낸다. 또한 R 은 표적과 유도무기의 상대거리를 나타내고, λ 는 충돌각 좌표계에서 정의된 시선각 (LOS angle)을 나타낸다. 만약 종말 호밍 과정에서 유도무기의 속도 V_M 이 일정하고, 중기유도에서 어느 정도 정확도를 가지고 종말 호밍 과정으로 넘어간다고 가정하면, 충돌각 좌표계에서 정의된 비행경로각 θ 가 작아지므로, 다음과 같이 선형화 된 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{y} &= v \\ \dot{v} &= a_M \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서 y, v 는 각각 충돌각 좌표계에서 정의되는 측방향 거리 및 속도를 나타내며, a_M 는 유도무기의 측방향 가속도 명령을 나타낸다. 유도법칙이 충돌각을 제어하기 위해서는 충돌각 좌표계에서 정의된 측방향 거리 및 속도를 종말 시간에 0으로 만들어야 하는 2개의 종말구속조건을 만족시켜야 하므로, 유도법칙이 유일한 해를 갖기 위한 최소한의 항의 개수를 t_{go} 의 다항식 형태로 다음과 같이 가정한다.

$$a_M(t) = C_m t_{go}^m + C_n t_{go}^n \quad (2)$$

여기에서 $t_{go} = t_f - t$ 로 정의되며, 유도이득의 값은 $n > m \geq 0$ 의 조건을 만족해야 한다. 다음으로 t_{go} 의 다항식으로 가정된 가속도 명령을 위의 선형 운동방정식에 대입한 후 적분하면 종말 시간에서 충돌각 좌표계에서 정의되는 측방향 거리 및 속도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v(t_f) = v(t_0) + \frac{C_m}{(m+1)} \hat{t}_{go}^{m+1} + \frac{C_n}{(n+1)} \hat{t}_{go}^{n+1} \quad (3)$$

$$y(t_f) = y(t_0) + v(t_0) \hat{t}_{go} + \frac{C_m}{(m+2)} \hat{t}_{go}^{m+2} + \frac{C_n}{(n+2)} \hat{t}_{go}^{n+2} \quad (4)$$

여기에서 $\hat{t}_{go} = t_f - t_0$ 이며, 충돌각 제어를 위한 종말구속조건을 만족시키도록 식(3), (4)의 좌변을 0으로 놓고 C_m, C_n 을 결정하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$C_m = \frac{(m+1)(m+2)}{n-m} \left[\frac{n+2}{\hat{t}_{go}^2} y(t_0) + \frac{1}{\hat{t}_{go}} v(t_0) \right] \hat{t}_{go}^{-m} \quad (5)$$

$$C_n = \frac{(n+1)(n+2)}{m-n} \left[\frac{m+2}{\hat{t}_{go}^2} y(t_0) + \frac{1}{\hat{t}_{go}} v(t_0) \right] \hat{t}_{go}^{-n}$$

최종적으로 식 (5)를 식 (2)에 대입하고, $t_0 = t$ 로 매순간 초기화 하면, t_{go} -다항식 유도법칙은 다음과 같은 피이드백(Feedback) 형태로 유도된다.

$$a_M(t) = -\frac{(m+2)(n+2)}{t_{go}^2} y(t) - \frac{(n+m+3)}{t_{go}} v(t) \quad (6)$$

여기에서 n, m 은 t_{go} -다항식 유도법칙의 유도이득을 나타내며, 이 값은 $n > m \geq 0$ 의 구속조건을 만족시키는 임의의 서로 다른 두 실수 값 (Real value)이어야 한다. 따라서 t_{go} -다항식 유도법칙의 특징은 유도이득의 선정 폭이 넓으며, 유도이득에 따라 다양한 형태의 유도법칙이 만들어질 수 있다는 것이다.

추가적으로 t_{go} -다항식 유도법칙에서 관찰할 수 있는 사실은, $m=0, n=1$ 일 때, 충돌각 제어 유도법칙과 동일하며, $n=m+1$ 인 경우는 참고문헌 [4]에서 고려했던 식 (6)과 같은 성능 지수를 최소화 하는 최적 유도법칙과 같아진다.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{u^2}{t_{go}^{N-3}} dt \quad (7)$$

단 여기에서 N 은 항법상수를 나타낸다. 또한 t_{go} -다항식 유도법칙은 $n, m > 0$ 이면, 종말 시간에서 측방향 가속도 명령이 0이 되고, $n, m > 1$ 이면, 종말 시간에서 측방향 가속도의 시간변화율도 0되기 때문에 t_{go} 추정 오차에 강인한 특성을 가진다. t_{go} -다항식 유도법칙은 m, n 의 선정에 있어서 $n > m \geq 0$ 의 관계를 만족하는 어떠한 실수 값에도 성립하므로, 충돌각 제어 유도법칙의 더 일반적인 형태라고 볼 수 있다.

2.2 유도법칙의 가속도명령 유도

본 절에서는 t_{go} -다항식 유도법칙을 종말 호밍에 적용했을 때, 식 (1)로 주어지는 선형 운동방정식에서 유도명령의 닫힌 해를 유도하기로 한다. 식 (1)에 t_{go} -다항식 유도법칙인 식 (6)을 대입하면 다음과 같은 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{y} + \frac{(m+n+3)}{t_{go}} \dot{y} + \frac{(m+2)(n+2)}{t_{go}^2} y = 0 \quad (8)$$

위의 미분방정식은 시변항을 가지고 있지만 형태가 코시-오일러 방정식 (Cauchy-Euler equation) 형태를 지니고 있다. 따라서 식 (8)에서 $t_{go} = t_f - t = e^x$ 로 치환하여 정리하면 다음과 같이 계수가 상수인 미분방정식으로 변환된다.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - (m+n+4)\frac{dy}{dx} + (m+2)(n+2)y = 0 \quad (9)$$

식 (9)와 같은 미분방정식의 일반해는 초월함수 (Exponential Function) 형태로 주어지므로, 해를 $y(x) = e^{\alpha x}$ 로 가정하고, 위의 식에 대입하면 아래와 같은 특성방정식 (Characteristic Equation)을 얻게 된다.

$$\alpha^2 - (m+n+4)\alpha + (m+2)(n+2) = 0 \quad (10)$$

위의 특성방정식의 해를 구해보면 다음과 같은 두 개의 서로 다른 실근을 얻는다.

$$\alpha_1 = n+2, \quad \alpha_2 = m+2 \quad (11)$$

위에서 구한 특성방정식을 이용하여 식 (9)의 일반해를 도출하면 다음과 같다.

$$y(x) = C_1 e^{(n+2)x} + C_2 e^{(m+2)x} \quad (12)$$

$x = \ln t_{go}$ 를 이용해 원래 식으로 다시 치환하면 충돌각 좌표계에서 정의된 측방향 거리의 단원 해는 다음과 같이 구해진다.

$$y(t) = C_1 t_{go}^{n+2} + C_2 t_{go}^{m+2} \quad (13)$$

식 (13)에서 C_1, C_2 는 초기 호밍 조건과 관련이 있는 계수로, 충돌각 좌표계에서 정의된 초기 측방향 거리와 속도, $y(t_0), v(t_0)$,로부터 다음과 같이 주어진다.

$$C_1 = \frac{y(t_0)(m+2) + v(t_0)\hat{t}_{go}}{(m-n)\hat{t}_{go}^{n+2}} \quad (14)$$

$$C_2 = \frac{y(t_0)(n+2) + v(t_0)\hat{t}_{go}}{(n-m)\hat{t}_{go}^{m+2}}$$

여기에서 충돌각 좌표계에서 정의된 측방향 속도는 식 (13)의 미분을 통해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v(t) = -C_1(n+2)t_{go}^{n+1} - C_2(m+2)t_{go}^{m+1} \quad (15)$$

최종적으로 식 (13)과 식 (15)를 식 (6)에 대입하면 t_{go} -다항식 유도명령의 단원 해가 다음과 같이 구해진다.

$$a_M(t) = C_1(n+1)(n+2)t_{go}^n + C_2(m+1)(m+2)t_{go}^m \quad (16)$$

t_{go} -다항식 유도명령의 단원 해는 차수가 다른 t_{go} 의 다항식 형태로 주어지며, $m > 0$ 이면, t_{go} 가 0으로 접근함에 따라 가속도 명령도 0으로 수렴

한다. 또한 초기 호밍 조건에 따라 가속도 명령의 형태가 영향을 받게 된다.

2.3 유도 법칙의 가속도 명령 분석

본 절에서는 2.2절에 유도한 t_{go} -다항식 유도법칙의 가속도 명령의 단원 해를 바탕으로 가속도 명령의 특성을 분석하기로 한다. 식 (16)과 같이 주어지는 가속도 명령은 유도이득에 명백하게 의존한다. t_{go} -다항식 유도법칙에서 $n > m \geq 0$ 을 만족시키는 임의의 실수는 모두 유도이득으로 사용할 수 있으므로, 유도이득의 선정에 따라 가속도 명령의 형태는 다양하게 존재하게 된다. t_{go} -다항식 유도법칙의 경우, 두 개의 유도이득이 필요하다. 만약 가속도 제한을 고려하여 유도이득을 선정한다고 하면, 부등식이 하나이고, 미지수가 두 개인 문제가 되므로, 해가 무수히 많이 존재하게 된다. 따라서 본 연구에서 부등식에서 유일한 해를 구하기 위해서 $n = m + 1$ 인 유도이득의 관계식을 추가로 도입하여, 선정해야 하는 유도이득의 수를 줄이기로 한다. 두 유도이득의 관계식이 $n = m + 1$ 인 경우 t_{go} -다항식 유도법칙은 식 (7)을 최소화 하는 최적 유도법칙이 된다.

우선 유도법칙의 가속도명령을 분석하기 위해 식 (14)와 같이 주어지는 계수를 살펴보기로 한다. 이 계수들은 초기 호밍 조건과 관련이 있으며, $n = m + 1$ 의 관계식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$C_1 = -\frac{y(t_0)(m+2) + v(t_0)\hat{t}_{go}}{\hat{t}_{go}^{m+3}} \quad (17)$$

$$C_2 = \frac{y(t_0)(m+3) + v(t_0)\hat{t}_{go}}{\hat{t}_{go}^{m+2}}$$

위의 식에서 $m > 0$ 이고, C_1 의 분모가 C_2 의 분모보다 크기 때문에, 다음과 같은 경향성을 살펴볼 수 있다.

$$C_1 \square C_2 < 0, \quad |C_1| < |C_2| \quad (18)$$

여기에서 C_1 과 C_2 가 서로 다른 부호를 갖기 때문에, 식 (16)과 같이 주어지는 가속도명령은 t_{go} 가 변함에 따라 값이 0이 되는 지점이 반드시 존재한다. 즉 이것은 가속도명령의 부호변화가 한번 나타난다는 것을 의미한다.

다음으로 가속도 명령이 최대가 되는 지점과 그 값을 분석해 보기로 한다. 위에서 논의 했듯이 식 (16)과 같이 주어지는 가속도명령은 t_{go} 가 0으로 변화해감에 따라 증가 혹은 감소 하다가 0을 한번 통과하게 되기 때문에, 0을 통과하는 시

점을 기준으로 해서 통과하기 전 혹은 통과 후 가속도명령이 최대가 되는 지점이 나타날 수 있다. 일반적으로 함수에서 극값 (Extremum)은 함수의 경계치 (Boundary)나 혹은 함수의 미분 값이 0이 되는 지점에서 나타나므로, 최대 가속도 명령이 나타날 수 있는 지점은 초기 호밍 시작 시간, $t=t_0$ 과 가속도명령의 미분이 0 일때, $t=t_1$ 이다. 우선 $t=t_0$ 인 경우에서 가속도 명령을 구하기 위해 식 (16)과 식 (17)을 이용해 정리하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$a_M(t_0) = -\frac{(m+2)}{\hat{t}_{go}^2} (y(t_0)(m+3) + 2v(t_0)\hat{t}_{go}) \quad (19)$$

다음으로 식 (16)의 시간 미분을 통해 가속도의 명령의 변화율을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{a}_M(t) = -(m+1)(m+2)t_{go}^{m-1} [C_1(m+3)t_{go} + C_2m] \quad (20)$$

식 (20)으로부터 가속도 명령의 변화율이 0인 지점일 때의 시간 t_1 을 구해보면 다음과 같다.

$$t_1 \square t_f + \frac{C_2m}{C_1(m+3)} \quad (21)$$

이때의 가속도 명령은 다음과 같다.

$$a_M(t_1) = C_1(m+2)(m+3)\tilde{t}_{go}^{m+1} + C_2(m+1)(m+2)\tilde{t}_{go}^m \quad (22)$$

여기에서 $\tilde{t}_{go} = t_f - t_1$ 로 정의 되며 식 (22)에 $(m+1)/\tilde{t}_{go}$ 을 곱하고 식 (20) $\dot{a}_c(t_1)=0$ 을 더하여 정리하면, 가속도명령은 다음과 같은 형태로 간략히 표현된다.

$$a_M(t_1) = C_2(m+2)\tilde{t}_{go}^m \quad (23)$$

최종적으로 최대 가속도명령은 식 (19)와 식 (23)의 크기 비교를 통해 구할 수 있다.

$$a_{\max} = \max(|a_M(t_0)|, |a_M(t_1)|) \quad (24)$$

식 (19)와 식 (23)에서 유도이득 m 이 증가 할수록 가속도의 크기가 증가하므로 최대 가속도 명령의 크기 역시 유도이득에 비례해서 증가하게 된다.

2.4 가속도 제한을 고려한 이득 선정

본 절에서는 2.3장에서 분석 된 최대 가속도 명령을 통해 가속도 제한을 넘지 않도록 하는 유도이득의 선정기법에 대해 다룬다. t_{go} -다항식 유도 법칙에서 최대가속도는 식 (24)와 같이 초기 가속도와, 가속도의 시간변화율이 0일 때 가속도

명령의 크기의 비교를 통해 구할 수 있다. 따라서 유도이득 선정에 있어서 식 (19)와 식 (23)이 최대 가속도를 넘지 않는지에 대한 확인이 필요하다. 식 (19)의 경우 최대가속도를 넘지 않는 유도이득 m 의 범위는 2차 부등식 형태로 쉽게 나타내어 질 수 있다. 따라서 식 (19)를 만족시키는 유도이득의 범위를 쉽게 구할 수 있지만, 식 (23)의 경우는 유도이득과 가속도 크기의 관계를 쉽게 분석하기가 어렵다. 그러므로 식 (19)를 만족시키는 유도이득의 범위를 먼저 선정하고, 그 범위 안에서 식 (23)을 만족시키는 유도이득을 결정해야 한다. 자세한 방법은 다음과 같다.

Step 1. $a_{\max} \geq |a_M(t_0)|$ 를 만족시키는 유도이득 m 의 범위를 구한다.

최대가속도 제한을 a_{\max} 라 한다면, 식 (19)에서 최대가속도 제한을 넘지 않는 부등식을 다음과 같이 주어진다.

$$a_{\max} \geq \left| -\frac{(m+2)}{\hat{t}_{go}^2} (y(t_0)(m+3) + 2v(t_0)\hat{t}_{go}) \right| \quad (25)$$

이 식을 유도이득 m 에 관한 2차 부등식 형태로 다시 나타내면 아래와 같다.

$$Am^2 + Bm + C \leq 0 \quad (26)$$

$$A \square y(t_0)$$

$$B \square 5y(t_0) + 2v(t_0)\hat{t}_{go}$$

$$C \square 6y(t_0) + 4v(t_0)\hat{t}_{go} - a_{\max}\hat{t}_{go}^2$$

식 (26)의 해를 구하면 다음과 같은 유도이득 m 의 범위가 구해진다.

$$0 < m \leq \beta \square \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (27)$$

Step 2. 식 (27)의 범위 내에서 $a_{\max} \geq |a_M(t_1)|$ 의 조건을 만족 시키는지 확인한다.

$a_{\max} \geq |a_M(t_0)|$ 을 만족시키는 m 의 최대값인 β 를 식 (23)에 대입하면 다음과 같다.

$$a_M(t_1)_\beta = C_2(\beta + 2)\tilde{t}_{go}^\beta \quad (28)$$

만약 식 (28)의 크기가, $a_{\max} > |a_M(t_1)_\beta|$ 인 경우, $|a_M(t_0)| \geq |a_M(t_1)|$ 이므로, $a_{\max} \geq |a_M(t_0)|$ 만을 고려해서 유도이득 범위를 선정하면 된다. 따라서 유도이득 m 의 최대값은 β 가 된다. $a_{\max} < |a_M(t_1)_\beta|$ 인 경우, $|a_M(t_1)| \geq |a_M(t_0)|$ 이므로 $a_{\max} \geq |a_M(t_1)|$ 만을 고려하면 된다. 이때의 유도이득 m 의 범위를 다음과 같이 가정하자.

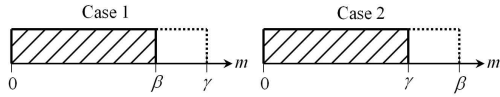


그림 2. 가속도제한을 고려한 유도이득 범위

$$0 < m \leq \gamma \quad (29)$$

따라서 이 두 경우의 유도이득 m 의 범위는 그림 2와 같이 도시할 수 있다. Case 1인 경우는 $a_M(t_0)$ 가 최대가속도가 되므로, 유도이득을 β 를 넘지 않도록 선정한다. Case 2인 경우는 $a_M(t_1)$ 가 최대가속도가 되므로, 가속도 제한을 만족시키는 유도이득 m 의 최대값은 γ 가 된다. 즉 이 경우 γ 는 식 (23)의 관계식으로부터 직접적으로 산출하기가 어렵기 때문에, $m = \beta$ 에서부터, m 의 값을 조금씩 줄이면서, $a_{max} \geq |a_M(t_1)|$ 을 만족하는 γ 를 찾으면 된다.

2.5 시뮬레이션

본 절에서는 2.4절에서 제안한 유도이득 선정 기법을 실제 유도법칙 설계 과정에 적용해 보기로 한다. 그림 1과 같은 종말 호밍 기하에서 다음과 같은 종말 호밍 조건을 고려한다. 표적과 유도무기의 상대거리는 $R = 3000m$, 유도무기의 속도는 $V_M = 200m/s$, 충돌각 좌표계에서 정의되는 측방향 거리 $y = 500m$ 이며, 충돌각 좌표계에서 정의되는 비행경로각은 $\theta = -20, -10, 10, 20^\circ$ 인 경우를 고려하기로 한다. 또한 본 시뮬레이션에서 위의 호밍 조건에 대해서 가속도 제한은 $100m/s^2$ 이다.

Step 1. $a_{max} \geq |a_M(t_0)|$ 를 만족시키는 유도이득 m 의 범위를 구한다.

2.4 절의 식 (27)을 통해 각각의 호밍 조건에서 초기가속도가 가속도제한을 넘지 않도록 하는 β 의 값을 구하면 표 1과 같다.

Step 2. 식 (27)의 범위 내에서 $a_{max} \geq a_M(t_1)$ 의 조건을 만족 시키는지 확인한다.

Step 1에서 구한 β 를 이용해 2.4절의 식 (28)을 계산해서 그 크기가 가속도 제한을 넘는지 확인 한다. 가속도의 크기는 다음과 같다.

표 1. 유도이득의 최대 범위 (β)

θ	-20°	-10°	10°	20°
β	6.4375	5.2719	3.3412	2.6252

표 2. β 에 따른 $|a_M(t_1)_\beta|$

θ	-20°	-10°	10°	20°
$ a_M(t_1)_\beta $	$30.1m/s^2$	$23.8m/s^2$	$16.8m/s^2$	$15.4m/s^2$

표 2를 살펴보면, $t = t_1$ 에서의 가속도 명령의 크기가 가속도 제한을 넘지 않으므로, $t = t_0$ 일때가 최대가속도가 된다. 따라서 위의 경우 표 2의 β 값이 가속도제한을 만족시키는 유도이득의 최대값이 된다. 이를 확인하기 위해서 표 2의 β 값을 유도이득으로 선정하고, 각각의 호밍 조건에 대해서 시뮬레이션을 수행해 보면 다음과 같다.

그림 3과 4는 충돌각 좌표계에서 정의 된 측 방향 거리 및 속도의 시간응답을 나타내고, 그림 5는 이때의 가속도 명령을 나타낸다. 그림 5에서 확인 할 수 있듯이 위의 호밍 조건에서는 초기가속도가 최대가속도가 되고 이때의 가속도 명령이 고려하는 가속도 제한 $100m/s^2$ 을 넘지 않음을 확인할 수 있다.

위 시뮬레이션을 통해서 t_{go} -다항식 유도법칙의 최대크기는 $t = t_0$ 에서 발생하는 경향성을 살펴볼 수 있다. 하지만 항상 $t = t_0$ 에서 최대가속도가 발생한다는 것은 보장할 수 없다. 한 가지 경우의 예를 살펴보자. 위의 종말 호밍 조건에서 $\theta = -15^\circ$ 인 경우의 가속도 명령 을 그려보면, 그림 6과 같다. 이 결과에서 보면, $t = t_1$ 일 때 가속도명령의 크기가, $t = t_0$ 일 때 보다 더 크다는 것을 확인 할 수 있다. 따라서 2.4절에서 제시한 유도이득 결정 방법에서 Step2의 과정이 필요하게 된다. 그러나 $t = t_1$ 에서 최대가속도가 나타나는 경우의 경향성을 분석해보면, 그림 6에서도 볼 수 있듯이 그 크기가 작다는 것을 확인할 수 있다. 그림 6의 경우 최대가속도 크기는 $7m/s^2$ 이다. 따라서 고려하는 가속도 제한이 이 값보다 큰 경우, $t = t_1$ 에서 최대 크기가 발생하는 경우는 고려하지 않아도 된다. 따라서 $t = t_0$ 에서 최대 크기가 발생되는 경우를 통해 유도이득을 선정하면 되므로, 2.4절의 방법에서 Step1만을 수행하면 된다.

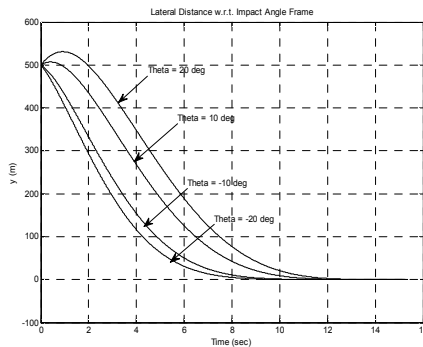


그림 3. 측방향 거리 (y)

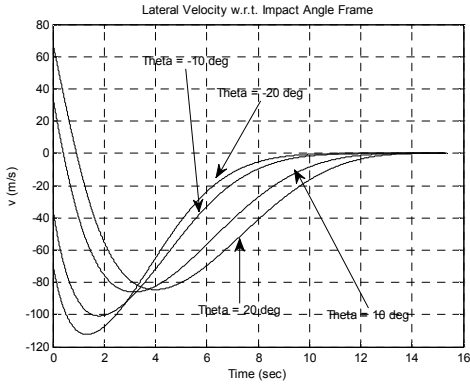


그림 4. 측방향 속도 (v)

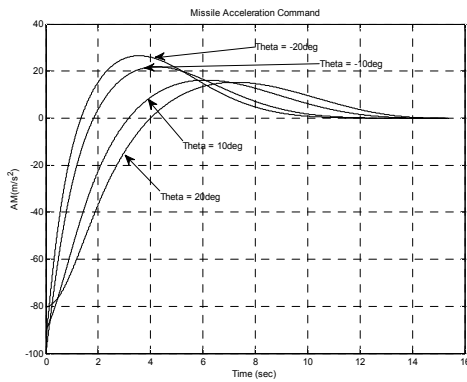


그림 5. 측방향 가속도 명령

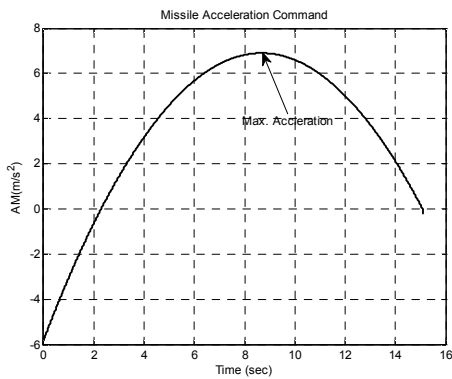


그림 6. t_1 에서 최대가속도 명령

III. 결 론

본 연구에서는 t_{go} 의 다항식 유도법칙에서 가속도 제한을 고려하여 유도이득을 선정하는 방법을 다루었다. t_{go} -다항식 유도법칙을 종말 호밍 유도에 적용했을 때 가속도명령의 단힌 해를 유도 하고, 이를 통해 최대가속도 명령과 유도이득의 관계식을 유도 하였다. 본 연구에서 이를 바탕으로 가속도 제한이 존재할 때 가속도 명령이 제한 범위를 넘지 않도록 하는 유도이득 선정 기법을 제안하였으며, 시뮬레이션을 통해 제안한 기법을 검증 하였다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소의 연구비 지원으로 수행되었습니다(계약번호 UD099001CD).

참고문헌

- 1) Ryoo, C.K., Cho, H., and Tahk, M.J., "Optimal guidance laws with terminal impact angle constraint", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 28, No.4, 2005, pp. 724-732.
- 2) Jeon, I.S., Lee, J.I., and Tahk, M.J., "Impact-Time-Control Guidance Law for Anti-ship Missiles", IEEE Transaction on Control Systems Technology, Vol. 14, No. 2, 2006, pp. 260-266.
- 3) Min, B.M., Tahk, M.J., Shim,D.H., and Bang, H.C., "Guidance Law for Vision-Based Automatic Landing of UAV", KSAS International Journal, Vol. 8, No.1, 2007.
- 4) 조항주, 'PNG의 항법상수와 이와 관련된 최적제어 문제', 한국자동제어학술회의논문집, 1992 10, pp. 578-583.
- 5) 이진익, 전인수, "시변 이득을 이용한 비행 시간 및 충돌각 제어 유도법칙", 항공우주학회지, 제35권, 7호, 2007, pp. 565~665.