

측정 ANOVA의 분산성분에 의한 게이지 R&R 추정

최성운*

*경원대학교 산업공학과

Estimation of Gauge R&R by Variance Components of Measurement ANOVA

Sung-woon Choi*

*Department of Industrial Engineering, Kyungwon University

Abstract

The research proposes the three-factor random measurement models for estimating the precision about operator, part, tool, and various measurement environments. The combined model with crossed and nested factors is developed to analyze the approximate F test by degrees of freedom given by Satterthwaite and point estimation of precisions from expected mean square.

The model developed in this paper can be extended to the three useful models according to the type of nested designs. The study also provides the three-step procedures to evaluate the measurement precisions using three indexes such as SNR(Signal-To-Noise Ratio), R&R TR(Reproducibility&Repeatability-To-Total Precision Ratio), and PTR(Precision-To-Tolerance Ratio). The procedures include the identification of resolution, the improvement of R&R reduction, and the evaluation of precision effect.

Keywords : Random Measurement Models Combined Model, Crossed and Nested Factors, Approximate F Test, Point Estimation of Precisions, SNR, R&RTR, PTR

1. 서론

품질 및 경영혁신 운동인 식스 시그마 프로젝트를 수행할 경우 DMAIC(Define, Measure, Analyze, Improve, Control)의 5단계 개선 프로세스를 활용한다.

5단계 중 측정 M 단계의 현상파악 전에 통상 계측기에 대한 Gauge R&R을 실시하여 측정 정밀도를 평가한다. 또한 자동차 품질경영 시스템인 ISO/TS 16949와 전신인 QS 9000에서도 MSA(Measurement System Analysis)를 이용하여 측정 정확도(Accuracy)와 측정 정밀도(Precision)인 측정 오차(Error)를 개선한다. 측정 정확도의 평가 기준으로는 편의(치우침, Bias), 선형성(Linearity), 안정성(Stability, Drift)등이 있다. 편의는

측정 데이터의 평균과 참값(True Value, 기준값 Reference Value, 목표값 Target Value)인 스펙(Specification, 규격, 사양, 제원, 시방, 명세)의 기준치수(공칭치수, 호칭치수, 명목치수, Nominal Size)와의 차이이며 선형성은 참값과 측정평균의 1차 회귀가 유의적인가 또는 참값과 편의가 수평관계인가를 판단한다. 안정성은 측정 평균의 시간(Time)에 따른 변화를 체크하는 것으로 \bar{x} 관리도를 활용하여 평가한다.

측정 정밀도는 발생요인에 따라 계측자(Operator, Appraiser, Technician, Inspector, Shift), 계측기(Tool, Equipment, Replicates), 부품(Part, Product, Process, Quality Characteristics), 다양한 측정조건(Day, Time, Batch, Circuit Board, Board Location, Instrument, Site,

† 본 논문은 2010년도 경원대학교 지원에 의한 연구임

교신저자: 최성운, 경기도 성남시 수정구 복정동 산 65 경원대학교 산업공학과

M · P: 011-256-0697, E-mail: swchoi@kyungwon.ac.kr

2009년 9월 30일 접수; 2009년 11월 29일 수정본 접수; 2009년 12월 4일 게재확정

Laboratory, Setup, Wafer, Lot, Block, Tapes, Heads)등으로 유형화하며 모든 발생요인을 Gauge 또는 Gage로 통칭한다. 정밀도를 산포(Scatterness 흠어짐, 변동 Variation)로 편차 제곱합(Sum of Squares of Deviation), 불편 분산(Unbiased Variance), 표준편차(Standard Deviation), 변동계수(Coefficient of Variation), 범위(Range) 등으로 평가할 수 있는데 MSA에서는 표준편차를 사용한다. 계측자 정밀도는 재현성(Reproducibility, σ_{Rd}), 계측기 정밀도는 반복성(Repeatability, σ_{Rr})이라고 하며 두 정밀도를 합성(Propagation, $\sigma_{R\&R}$)한 값을 R&R로 부른다. 그러나 Gauge R&R 연구에서는 부품 정밀도(σ_p)와 다양한 측정조건 정밀도($\sigma_{측정조건}$), 총(Total, 측정 Measurement) 정밀도(σ_T)를 포함한다.

Gauge R&R 연구는 초기에 $\bar{x}-R$ 의 데이터 시트에 의한 실무적 방법을 사용했으나 측정요인간 교호작용(Interraction)을 구할 수 없는 단점이 있다. 이를 보완하기 위해 ANOVA(Analysis of Variance) 분석도구를 이용하는 측정 DOE(Design of Experiment)에 대한 연구가 최근 활발히 진행되고 있다. 측정 DOE는 실험 목표인 상한규격(USL), 하한규격(LSL), 양쪽규격(공칭치 \pm 허용차, Tolerance 공차 = USL-LSL)을 충족하기 위해 특성치(Characteristic Value, Response, Dependent Variable, Experimental Data, Observation, Effect)의 실험 데이터인 망대특성(Larger-Is-Better), 망소특성(Smaller-Is-Better), 망목특성(Nominal-Is-Best)을 구한다. 특성치에 영향을 주는 원인변수를 인자(Factor, Independent Variable, Control Variable, Cause)라 하는데 인자의 수에 따라 1인자, 2인자, 3인자, 4인자 실험으로 불리운다. 인자는 기술적으로 컨트롤이 가능하고 고정된 값이 나오는 경우 고정모수 인자(Fixed Factor)라 하며 샘플링의 경우와 같이 값이 불규칙적으로 변하는 경우 랜덤변량 인자(Random Factor)라 한다. 측정 DOE에서는 계측자, 부품 집단을 모두 선택한 경우 고정모수 인자로, 일부를 샘플링한 경우 랜덤변량 인자로 하여 각각 고정모수 모형과 랜덤변량 모형으로 가정한다. 두 인자가 섞인 혼합 모형(Mixed Model)의 경우 두 인자의 교호작용의 독립성 유무에 따라 제약 모형(Constrained and Restricted Model)과 비제약 모형(Unconstrained and Unrestricted Model)으로 구분된다. 교차인자(Crossed and Factorial Factor)는 동일한(Identical) 부품을 사용할 수 있는 경우 사용되며 지분인자(Crossed Factor)는 파괴검사와 같이 유사한(Similar) 부품을 사용하거나 특정 측정조건 내에서 지분하여 교호작용이 무의미한 경우 이용된다. 두 인자가 섞인 결합 모형(Combined Model)의 경우 Satterthwaite

자유도에 의한 근사 F검정(Approximate F Test)이 요구된다. 인자의 구체적이고 실현가능한 값을 수준(Level, Treatment)이라 하며 실험오차의 실수를 분산시키기 위해 반복(Replication)을 취한다. 반복은 CRD (Completely Randomized Design)의 원리로 모든 교차 인자에 적용하여 지분인자의 경우 되풀이(Repetition)의 형태로 실험 횟수를 늘린다. 반복수의 동일성 유무에 따라 균형(Balanced), 불균형(Unbalanced)계획으로 명명한다.

MINITAB에서 사용되고 측정 정밀도의 평가기준 지표로는 %연구변동(% Study Variation), %공정변동(% Process Variation), %공차(% Tolerance), NDC(Number of Distinct Category) 등이 있다. 측정 DOE의 연구는 2인자 실험에 집중되어 있으며 랜덤 변량 교차 인자인 이방분할법[6-10, 13-14]과 파괴시험을 위한 랜덤 변량 지분인자의 분할법[8,11] 등이 있다. 최근 3인자[3-5,8,11], 4인자[1,11] 랜덤변량 교차와 지분인자의 결합 모형에 대한 연구가 진행되고 있다. 그러나 측정 DOE에 관한 대부분의 연구[3-13]가 학계를 중심으로 분산성분의 신뢰구간 추정(Confidence Interval Estimation)방법에 치우쳐 있다. 모수추정(Parameter Estimation)은 가설검정(Hypothesis Test)에서 유의적으로 판정되는 경우에 한해 적용되는 통계적 기법이며 구간추정방법은 신뢰수준(Confidence Level, Coverage Factor)에 따라 모수를 포함하는 불확실성을 조정하는 방법이다. 그러나 실무에서는 점추정(Point Estimation)값에 측정기술적, 업무적 요인을 고려한 허용차(Allowance)또는 공차(Tolerance)를 병행 사용하는 것이 실무자에게 이해도 쉽고 더욱 바람직한 방법이다.

따라서 본 연구에서는 첫째, 구간추정 방법에 치우쳐 있는 기존의 연구 중 대표적인 3인자 랜덤변량 교차, 지분인자 결합모형[2-4, 7]을 대상으로 측정 정밀도 요인에 대한 Satterthwaite 자유도에 의한 근사 F 검정과 EMS(Expected Mean Square)에 의한 측정 정밀도의 점추정 방법[2]을 응용, 제시한다. 둘째로 계측자, 부품, 다양한 측정조건을 고려한 새로운 3인자 측정모형을 개발하여 측정 데이터 구조모형, 근사 F 검정과 점추정에 의한 측정 정밀도 산정 방법을 제안한다. 끝으로 1단계 SNR(Signal-to-Noise Ratio)에 의한 분해능(Resolution)파악, 2단계 R&RTR(R&R-To-Total Precision Ratio)에 의한 측정 정밀도 개선, 3단계 PTR(Precision-To-Tolerance Ratio)에 의한 측정 정밀도 효과 평가등의 단계별 평가기준 지표의 적용방안과 상호관계를 제시하여 측정 실무자의 이해와 사용의 편의성을 도모한다.

2. 3인자 측정모형의 확장

2.1 부품내 위치 지분 : 측정모형

2.1.1 구조모형과 SS, DF, MS

A(i=1, 2, ..., l)는 회로판(Circuit Board), B(j=1, 2, ..., m)는 계측조건, C(k=1, 2, ..., n) 계측자, Repetition(p=1, 2, ..., r)이며 측정 데이터 구조모형 $y_{ijkp} = \mu + a_i + b_{j(i)} + c_k + (ac)_{ik} + (bc)_{jk(i)} + e_{p(ijk)}$ 이다.[3] A, B, C는 모두 랜덤변량 인자이며 A는 지분인자, B, C는 교차인자인 변량 결합 측정모형이다. 측정 정밀도 요인 $SS_A = mnr \sum_i (\bar{y}_{i...} - \bar{y})^2$, $SS_{B(A)} = nr \sum_i \sum_j (\bar{y}_{ij...} - \bar{y}_{i...})^2$, $SS_C = lmr \sum_k (\bar{y}_{...k} - \bar{y})^2$, $SS_{A \times C} = mr \sum_i \sum_k (\bar{y}_{i...k} - \bar{y}_{i...} - \bar{y}_{...k} + \bar{y})^2$, $SS_{BC(A)} = r \sum_i \sum_j \sum_k (\bar{y}_{ijk...} - \bar{y}_{ij...} - \bar{y}_{i...k} + \bar{y}_{i...})^2$, $SS_{E(ABC)} = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (y_{ijkp} - \bar{y}_{ijk...})^2$, $SS_T = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (y_{ijkp} - \bar{y})^2$ 이다. 자유도(DF : Degree of Freedom) $DF_A = l - 1$, $DF_{B(A)} = lm - l$, $DF_C = n - 1$, $DF_{A \times C} = ln - l - n + 1$, $DF_{BC(A)} = lmn - lm - ln + l$, $DF_{E(ABC)} = lmnr - lmn$, $DF_T = lmnr - 1$ 이다. 자유도는 불편분산인 평균제곱(MS : Mean Square) $MS = SS/DF$ 의 관계로 구하는 방법은 SS식의 전체갯수에서 데이터에 의해 계산된 평균의 개수 만큼 증감을 하면서 구해준다.

2.1.2 EMS와 근사 F_0 검정

모수에 해당하는 기대 제곱평균 EMS, 근사 F_0 검정은 <표1>과 같다. <표1>에서 측정 정밀도 요인 A의

Satterthwaite자유도 $DF_A^* = (MS_{B(A)} + MS_{A \times C} + MS_{BC(A)})^2 / (MS_{B(A)}^2 / (lm - l) + MS_{A \times C}^2 / (ln - l - n + 1) + MS_{BC(A)}^2 / (lmn - lm - ln + l))$ 로 근사 F검정을 실시한다.

2.1.3 측정정밀도 요인별 점추정치

<표1>의 EMS로부터
 $\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{B(A)} - MS_{A \times C} + MS_{BC(A)}) / mnr$,
 $\sigma_{B(A)}^2 = (MS_{B(A)} - MS_{BC(A)}) / nr$,
 $\sigma_C^2 = (MS_C - MS_{A \times C}) / lmr$,
 $\sigma_{A \times C}^2 = (MS_{A \times C} - MS_{BC(A)}) / mr$,
 $\sigma_{BC(A)}^2 = (MS_{BC(A)} - MS_{E(ABC)}) / r$,
 $\sigma_{E(ABC)}^2 = MS_{E(ABC)}$ 이다.
 점 추정치에서 계측자 정밀도 $\sigma_{Rd}^2 = \sigma_C^2 + \sigma_{A \times C}^2 + \sigma_{BC(A)}^2$, 계측기 정밀도 $\sigma_{Rt}^2 = \sigma_{E(ABC)}^2$ 으로 R&R 합성 정밀도 $\sigma_{R\&R}^2 = \sigma_{Rd}^2 + \sigma_{Rt}^2$ 이다. 부품 정밀도 $\sigma_p^2 = \sigma_A^2 + \sigma_{B(A)}^2$ 이고 총 정밀도 $\sigma_T^2 = \sigma_{R\&R}^2 + \sigma_p^2$ 이다.
 측정 정밀도의 평가기준 지표는 3.4절에서 다루기로 한다.

2.2.1 구조모형과 SS, DF, MS

A(i=1, 2, ..., l)는 측정날짜(Days), B(j=1, 2, ..., m)는 계측자 교대(Shift), C(k=1, 2, ..., n)는 측정위치(Sites), Repetition(p=1, 2, ..., r)이며, 측정데이터 구조모형 $y_{ijkp} = \mu + a_i + b_{j(i)} + c_k + (bc)_{jk(i)} + e_{p(ijk)}$ 로 2.1.1 절의 데이터 구조모형에서 A가 날짜의 블로킹(Blocking) 인자이므로 A×C 교호작용을 BC(A)에 풀링(Pooling)시킨 것이다.[3,8] 측정 정밀도 요인 BC(A)의 풀링 후 $SS'_{BC(A)} = SS_{A \times C} + SS_{BC(A)}$, $DF'_{B(A)} = DF_{A \times C} + DF_{BC(A)}$ 가 되며 나머지는 2.1.1절과 같다.

<표1> 부품내 위치 지분 모형

측정 정밀도요인	EMS	F_0
A	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + nr\sigma_{B(A)}^2 + mnr\sigma_{A \times C}^2 + mnr\sigma_A^2$	$MS_A / (MS_{B(A)} + MS_{A \times C} - MS_{BC(A)})$
B(A)	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + nr\sigma_{B(A)}^2$	$MS_{B(A)} / MS_{BC(A)}$
C	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + mnr\sigma_{A \times C}^2 + lmr\sigma_C^2$	$MS_C / MS_{A \times C}$
A×C	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + mnr\sigma_{A \times C}^2$	$MS_{A \times C} / MS_{BC(A)}$
BC(A)	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2$	$MS_{BC(A)} / MS_{E(ABC)}$
E(ABC)	$\sigma_{E(ABC)}^2$	$MS_{E(ABC)}$

2.2.2 EMS와 근사 F_0 검정

기대 제곱평균 EMS, F_0 검정은 <표2>와 같다. 2.1.2 절의 <표1>과 다르게 측정 정밀도 요인 A는 BC(A)가 풀링되어 근사 F검정이 불필요하게 되어 완전한 F검정 (Exact F Test)을 실시한다.

2.2 부품내 위치 지분풀링 측정모형

2.2.3 측정 정밀도 요인별 점 추정치

<표2>의 EMS로부터 $\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{B(A)})/mnr$,
 $\sigma_{B(A)}^2 = (MS_{B(A)} - MS_{BC(A)})/nr$,
 $\sigma_C^2 = (MS_C - MS_{BC(A)})/lmr$,
 $\sigma_{BC(A)}^2 = (MS_{BC(A)} - MS_{E(ABC)})/r$,
 $\sigma_{E(ABC)}^2 = MS_{E(ABC)}$ 이다.

계측자 정밀도 $\sigma_{Rd}^2 = \sigma_C^2 + \sigma_{BC(A)}^2$, 계측기 정밀도 σ_{Rt}^2 , 합성 R&R 정밀도, 부품 정밀도 σ_p , 총 정밀도 σ_T 는 2.1.3 절과 같으며 평가기준 지표는 3.4절에서 다루기로 한다.

2.3 블록(Block)내 계측자 지분 측정모형

2.3.1 구조모형과 SS, DF, MS

$A(i=1, 2, \dots, l)$ 는 측정공정 변경 전후의 블록 (Block)인자, $B(j=1, 2, \dots, m)$ 는 부품, $C(k=1, 2, \dots, n)$ 는 계측자, Repetition($p=1, 2, \dots, r$)이며 측정 데이터 구조모형 $y_{ijkp} = \mu + a_i + b_j + c_k(i) + (ab)_{ij} + (bc)_{jk(i)} + e_{p(ijk)}$ 이다.[4] A, B, C는 모두 랜덤변량인 자이며 A는 지분인자, B, C는 교차인자로 결합 변량 측정모형이다.

요인별 제곱합 $SS_A = mnr \sum_i (\bar{y}_{i\dots} - \bar{y})^2$,
 $SS_B = lnr \sum_j (\bar{y}_{\cdot j \cdot \cdot} - \bar{y})^2$,

$SS_{C(A)} = mr \sum_i \sum_k (\bar{y}_{i \cdot k \cdot} - \bar{y}_{i \cdot \cdot})^2$,

$SS_{A \times B} = nr \sum_i \sum_j (\bar{y}_{ij \cdot \cdot} - \bar{y}_{i \cdot \cdot} - \bar{y}_{\cdot j \cdot \cdot} + \bar{y})^2$,

$SS_{BC(A)} = r \sum_i \sum_k \sum_k (\bar{y}_{ijk \cdot} - \bar{y}_{ij \cdot \cdot} - \bar{y}_{i \cdot k \cdot} + \bar{y}_{i \cdot \cdot})^2$,

$SS_{E(ABC)} = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (y_{ijkp} - \bar{y}_{ijk \cdot})^2$,

$SS_T = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (y_{ijkp} - \bar{y})^2$ 이 된다. 자유도 $DF_A = l - 1$, $DF_B = m - 1$, $DF_{C(A)} = ln - l$, $DF_{A \times B} = lm - l - m + 1$, $DF_{BC(A)} = lmn - lm - ln + l$, $DF_{E(ABC)} = lmnr - lmn$, $DF_T = lmnr - 1$ 이다.

2.3.2 EMS와 F_0 검정

기대 제곱평균 EMS와 근사 F_0 검정은 <표3>과 같다.

여기서 $DF_A^* = (MS_{C(A)} + MS_{A \times B} + MS_{E(ABC)})^2 / (MS_{C(A)} / (ln - l) + MS_{A \times B} / (lm - l - m + 1) + MS_{E(ABC)} / (lmnr - lmn))$ 이다.

2.3.3 측정 정밀도 요인별 점추정치

<표3>의 EMS에서의 측정 정밀도 점추정치 $\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{C(A)} - MS_{A \times B} + MS_{E(ABC)})/mnr$,
 $\sigma_B^2 = (MS_B - MS_{A \times B})/lnr$,
 $\sigma_{C(A)}^2 = (MS_{C(A)} - MS_{BC(A)})/mr$,
 $\sigma_{A \times B}^2 = (MS_{A \times B} - MS_{BC(A)})/nr$,
 $\sigma_{BC(A)}^2 = (MS_{BC(A)} - MS_{E(ABC)})/r$,
 $\sigma_{E(ABC)}^2 = MS_{E(ABC)}$ 이다.

계측자 정밀도 $\sigma_{Rd}^2 = \sigma_{C(A)}^2 + \sigma_{BC(A)}^2$, 계측기 정밀도 $\sigma_{Rt}^2 = \sigma_{E(ABC)}^2$, 부품 정밀도 $\sigma_p^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_{A \times B}^2$ 이고 $\sigma_{R\&R}^2$, σ_T^2 은 2.2.3절과 같다.

<표2> 부품내 위치 지분 풀링 모형

측정 정밀도요인	EMS	F_0
A	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + nr\sigma_{B(A)}^2 + mnr\sigma_A^2$	$MS_A / MS_{B(A)}$
B(A)	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + nr\sigma_{B(A)}^2$	$MS_{B(A)} / MS_{BC(A)}$
C	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + lmr\sigma_C^2$	$MS_C / MS_{BC(A)}$
BC(A)*	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2$	$MS_{BC(A)} / MS_{E(ABC)}$
E(ABC)	$\sigma_{E(ABC)}^2$	$MS_{E(ABC)}$

* 표1>에서 A×C 와 BC(A)가 풀링된 요인

<표3> 블록내 계측자 지분 모형

측정 정밀도 요인	EMS	F ₀
A	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + mnr\sigma_{C(A)}^2 + mnr\sigma_A^2$	$MS_A / (MS_{C(A)} + MS_{A \times B} - MS_{E(ABC)})$
B	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + lnr\sigma_B^2$	$MS_B / MS_{A \times B}$
C(A)	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + mnr\sigma_{C(A)}^2$	$MS_{C(A)} / MS_{BC(A)}$
A×B	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_{BC(A)}$
BC(A)	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{BC(A)}^2$	$MS_{BC(A)} / MS_{E(ABC)}$
E(ABC)	$\sigma_{E(ABC)}^2$	$MS_{E(ABC)}$

<표4> 부품내 계측자 지분 모형

측정 정밀도 요인	EMS	F ₀
A	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{AC(B)}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + mnr\sigma_A^2$	$MS_A / MS_{A \times B}$
B	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{AC(B)}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2 + lr\sigma_{C(B)}^2 + lnr\sigma_B^2$	$MS_B / (MS_{A \times B} + MS_{C(B)} - MS_{AC(B)})$
A×B	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{AC(B)}^2 + nr\sigma_{A \times B}^2$	$MS_{A \times B} / MS_{AC(B)}$
C(B)	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{AC(B)}^2 + lr\sigma_{C(B)}^2$	$MS_{C(B)} / MS_{AC(B)}$
AC(B)	$\sigma_{E(ABC)}^2 + r\sigma_{AC(B)}^2$	$MS_{AC(B)} / MS_{E(ABC)}$
E(ABC)	$\sigma_{E(ABC)}^2$	$MS_{E(ABC)}$

3. 3인자 측정모형 개발

3.1 부품내 계측자 지분 측정모형 개발

A(i=1, 2, ..., l)는 측정조건, B(j=1, 2, ..., m)는 부품, C(k=1, 2, ..., n)는 계측자, Repetition(p=1, 2, ..., r)이며 측정 데이터 구조 모형은 $y_{ijkp} = \mu + a_i + b_j + (ab)_{ij} + c_k(j) + (ac)_{ik(j)} + e_{p(ijk)}$ 이다. A, B, C는 랜덤변량 인자이며 C는 지분인자, A, B는 교차 인자로 부품내 계측자가 지분된 측정모형이다.

개발된 모형의 측정 정밀도 요인의 제곱합 $SS_A = mnr \sum_i (\bar{y}_{i...} - \bar{\bar{y}})^2$, $SS_B = lnr \sum_j (\bar{y}_{.j..} - \bar{\bar{y}})^2$,

$$SS_{A \times B} = nr \sum_i \sum_j (\bar{y}_{ij..} - \bar{y}_{i...} - \bar{y}_{.j..} + \bar{\bar{y}})^2,$$

$$SS_{C(B)} = lr \sum_j \sum_k (\bar{y}_{.jk.} - \bar{y}_{.j..})^2,$$

$$SS_{AC(B)} = r \sum_i \sum_j \sum_k (\bar{y}_{ijk.} - \bar{y}_{ij..} - \bar{y}_{.jk.} + \bar{y}_{.j..})^2,$$

$$SS_{E(ABC)} = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (y_{ijkp} - \bar{y}_{ijk.})^2,$$

$$SS_T = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_p (y_{ijkp} - \bar{\bar{y}})^2 \text{이다.}$$

자유도 $DF_A = l - 1$, $DF_B = m - 1$,

$$DF_{A \times B} = lm - l - m + 1, \quad DF_{C(B)} = mn - m,$$

$$DF_{AC(B)} = lmn - lm - mn + m,$$

$$DF_{E(ABC)} = lmnr - lmn, \quad DF_T = lmnr - 1 \text{이다.}$$

3.2 EMS와 근사 F검정

측정 데이터 구조 모형의 모수인 기대 제곱평균 EMS 와 근사 F검정은 <표4>와 같다. <표4>에서 근사검정 요인인 B인 Satterthwaite 자유도 $DF_B^* = (MS_{A \times B} + MS_{C(B)} + MS_{AC(B)})^2 / (MS_{A \times B}^2 / (lm - l - m + 1) + MS_{C(B)}^2 / (mn - m) + MS_{AC(B)}^2 / (lmn - lm - mn + m))$ 이다.

3.3 요인별 측정 정밀도 점 추정치

<표4>에서 EMS로부터 구한 요인별 측정 정밀도

$$\sigma_A^2 = (MS_A - MS_{A \times B}) / mnr,$$

$$\sigma_B^2 = (MS_B - MS_{A \times B} - MS_{C(B)} + MS_{AC(B)}) / lnr,$$

$$\sigma_{A \times B}^2 = (MS_{A \times B} - MS_{AC(B)}) / nr,$$

$$\sigma_{C(B)}^2 = (MS_{C(B)} - MS_{AC(B)}) / lr,$$

$$\sigma_{AC(B)}^2 = (MS_{AC(B)} - MS_{E(ABC)}) / r,$$

$\sigma_{E(ABC)}^2 = MS_{E(ABC)}$ 이다.

계측자 정밀도 $\sigma_{Rd}^2 = \sigma_{C(B)}^2 + \sigma_{AC(B)}^2$, 계측기 정밀도 $\sigma_{Rt}^2 = \sigma_{E(ABC)}^2$, $\sigma_{R\&R}^2 = \sigma_{Rd}^2 + \sigma_{Rt}^2$ 이다. 부품 정밀도 $\sigma_p^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \sigma_{A \times B}^2$ 으로 $\sigma_T^2 = \sigma_{R\&R}^2 + \sigma_p^2$ 이다.

3.4 3단계 측정 평가기준 개발

계측자와 계측기 정밀도 $\sigma_{R\&R}$ 과 부품 정밀도 σ_p , 총 정밀도 σ_T 의 관계식으로 측정 정밀도를 지표로 파악(Identification), 개선(Improvement), 평가(Evaluation)하는 3단계는 다음과 같다.

1단계 : SNR(Signal-To-Noise Ratio)로 분해능의 파악 분해능(Resolution)은 해상력으로 MINITAB에서는 구별범주의 수 NDC(Number of Distinct Categories)를 나타낸다. SNR은 정확하게 구하는 구별력비율(DR : Discrimination Ratio)의 근사식으로 사용된다. $DR = ((1 + \rho)/(1 - \rho))^{1/2}$ 에 부품 상관계수 $\rho = \sigma_p^2/\sigma_T^2 = 1 - \sigma_{R\&R}^2/\sigma_T^2$ 를 대입하면 $DR = (2\sigma_p^2/\sigma_{R\&R}^2 + 1)^{1/2}$ 이 된다. SNR은 DR에서 1을 생략할 경우 $SNR = (2\sigma_p^2/\sigma_{R\&R}^2)^{1/2} = 1.414\sigma_p/\sigma_{R\&R}$ 이 된다.

SNR은 5보다 커야 분해능이 좋다고 판단되며 고전적인 방법으로 스펙보다 한자리 아래까지 측정할 수 있는 계측기를 구비하는 10-To-1 규칙이 있다. SPC(Statistical Process Control) 활동에 의해 σ_p 가 작아질수록 $\sigma_{R\&R}$ 도 감소하고 측정개선 노력을 기울여야 한다.

2단계 : R&RTR(R&R-To-Total Precision Ratio)로 측정 정밀도 개선

1단계에서 분해능이 확보된 후 계측기의 사용에 따른 계측자 정밀도와 계측기 정밀도를 개선해야 한다.

$\sigma_{R\&R}$ 감소의 개선과정 지표로 $R\&RTR = \sigma_{R\&R}/\sigma_T$ 의 기여율(Contribution Ratio)이 적용된다. 통상 이 비율은 10%이하인 경우가 합리적이다. σ_T 대신에 오랫동안 총 정밀도를 누적인 품질관리가 잘 된 기업에서는 $\sigma_{누적치}$ 를 사용할 경우 샘플에서 얻은 σ_T 보다 산포가 작은 값을 구할 수 있다. MINITAB에서는 R&RTR을 % 연구변동, % R&R로 $\sigma_{누적치}$ 로 나눈 값을 % 공정 변동이라 한다.

3단계 : PTR(Precision-To-Tolerance)로 측정 정밀도 개선효과 평가

2단계에서 $\sigma_{R\&R}$ 의 감소에 대한 최종 효과 평가는 참값

인 스펙의 공차(Tolerance : USL-LSL)와의 비율의 지표를 사용한다. 양쪽 스펙인 경우 $PTR = 6\sigma_{R\&R}/\text{Tolerance}$ 이며 상한 스펙인 경우 $PTR = 3\sigma_{R\&R}/(USL - \mu)$, 하한스펙인 경우 $PTR = 3\sigma_{R\&R}/(\mu - LSL)$ 이다. 양쪽스펙에서 분자 6은 포함인자인 신뢰수준 $1 - \alpha = 99.73\%$ 일 경우이며 99%일 경우 5.15, 95%일 경우 4를, 한쪽스펙일 경우 각각 3, 2.575, 1.960(≈2)를 사용한다. 이는 제품 스펙의 기술과 가격을 고려하여 정하나 값이 클수록 엄격한 기준으로 판정을 하는 것이다. PTR은 측정 공정능력지수의 역수이며 값이 작을수록 개선효과가 크다고 판정한다.

3가지 측정 평가 기준은 제품 특성과 업종을 고려하여 생산자와 소비자의 협의하에 별도의 평가척도를 사용하는 것이 바람직하다.

4. 수치예제

공차가 7인 양쪽스펙의 조립치수를 버니어 캘리퍼스의 계측기로 3개(l)의 계측조건, 10개(m)의 부품, 3명(n)의, 계측자가 Repetition을 2번씩(r) 본 연구에서 개발한 3.1절의 부품내 계측자 지분 측정 모형과 같이 실시하였다. 3.2절의 F검정 결과 모든 측정 정밀도의 요인은 유의적으로 판정되었고, $MS_A = 30$, $MS_B = 10$, $MS_{A \times B} = 8$, $MS_{C(B)} = 7$, $MS_{AC(B)} = 4$, $MS_{E(ABC)} = 1$ 이다. 따라서 3.3절과 같이 EMS에 의한 측정 정밀도의 점추정치는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma_A^2 = (30 - 8)/10 \cdot 3 \cdot 2 = 0.37,$$

$$\sigma_B^2 = (10 - 8 - 4 + 7)/3 \cdot 3 \cdot 2 = 0.28,$$

$$\sigma_{A \times B}^2 = (8 - 4)/3 \cdot 2 = 0.67,$$

$$\sigma_{C(B)}^2 = (7 - 4)/3 \cdot 2 = 0.5,$$

$$\sigma_{AC(B)}^2 = (4 - 1)/2 = 1.5,$$

$$\sigma_{E(ABC)}^2 = 1 \text{이다.}$$

계측자 정밀도 $\sigma_{Rd}^2 = 0.5 + 1.5 = 2.0$ 계측기 정밀도 $\sigma_{Rt}^2 = 1$, $\sigma_{R\&R}^2 = 2.0 + 1 = 3$ $\sigma_p^2 = 0.37 + 0.28 + 0.67 = 1.32$ 이며 총정밀도 $\sigma_T^2 = 3 + 1.32 = 4.32$ 이다.

3.4절의 3단계 측정평가 기준에 의한 지표는 다음과 같다. 1단계에서 분해능의 능력을 파악하기 위한 근사식 $SNR = (2 \times 1.32/3)^{1/2} = 0.94$, 정확한 식 $DR = (2 \times 1.32/3 + 1)^{1/2} = 1.37$ 으로 5보다 작으므로 해상도가 나쁜 것으로 구별력이 좋은 계측기로 변경해야 한다. 2단계에서 $\sigma_{R\&R}$ 감소를 위한 측정개선 과정 동안 총 정밀도에 대한 기여율의 변화를 R&RTR 지표로 분석한다. $R\&RTR = 1.73/2.08 = 0.83$ 으로 10%를 초

과하므로 측정 정밀도 $\sigma_{R\&R}$ 을 감소시키는 개선노력이 더욱 요구된다. 3단계에서 2단계 측정 정밀도의 개선효과를 공차대비 비교 평가하기 위해 PTR을 구하면 $6 \times 1.73/7 = 1.48$ 로 1보다 크게 나오므로 측정 정밀도가 공차에 비해 과도하게 크다는 평가를 내린다.

5. 결 론

본 연구에서는 계측자, 부품, 측정조건의 랜덤변량 3인자의 교차 지분되는 결합측정 모형을 대상으로 하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

첫째, 부품내 계측자가 지분되는 측정모형을 개발하고 측정 정밀도 요인별 평균 제곱에 따른 근사 F검정과 EMS로부터의 정밀도 측정방법을 제시하였다.

둘째, 본 연구에서 제시한 측정 정밀도 방법을 부품내 위치 지분 측정모형, 부품내 위치 지분의 풀링 측정모형, 블록내 계측자 지분 측정모형에 확장하였다.

끝으로 SNR로 분해능의 파악, R&RTR로 측정 정밀도 개선, PTR로 측정 정밀도 개선효과를 평가하는 3단계 측정평가 기준을 적용하는 절차를 제시하였다.

6. 참 고 문 헌

- [1] 이승훈외, “군간-군내-부품내 변동을 고려한 Gage R&R 분석에 관한 연구”, 한국경영과학회/대한산업공학회, 춘계공동학술대회, (2005) : 975-982.
- [2] 최성운, “게이지 R&R 연구에서 근사 F 검정과 EMS를 이용한 측정 정밀도의 평가”, 대한안전경영과학회지, 11 (3) (2009) : 209-216.
- [3] Borror C.M, Montgomery D.C, Runger G.C., “Confidence Intervals for Variance Components from Gauge Capability Studies”, *Quality and Reliability Engineering International*, B (1997) : 361-369.
- [4] Burdick R.K., Larsen G.A., “Confidence Intervals on Measures of Variability in R&R Studies”, *Journal of Quality Technology*, 29 (3) (1997) : 261-273.
- [5] Burdick R.K., Allen A.E., Larsen G.A., “Comparing Variability of Two Measurement Processes Using R&R Studies”, *Journal of Quality Technology*, 34 (1) (2002) : 97-105.
- [6] Burdick R.K., Borror C.M., Montgomery D.C., “A Review of Methods for Measurement Systems Capability Analysis”, *Journal of Quality Technology*, 35 (4) (2003) : 342-354.
- [7] Burdick R.K., Park Y.J., Montgomery D.C., “Confidence Intervals for Misclassification Rates in a Gauge R&R Study”, *Journal of Quality Technology*, 37 (4) (2005) : 294-303.
- [8] Burdick R.K., Borror C.M., Montgomery D.C., “Design and Analysis of Gauge R&R Studies”, SIAM, 2005.
- [9] Chiang A.K.L., “A Simple General Method for Constructing Confidence Intervals for Functions of Variance Components”, *Technometrics*, 43 (3) (2001) : 356-367.
- [10] De Mast J., Trip A., “Gauge R&R Studies for Destructive Measurements”, *Journal of Quality Technology*, 37 (1) (2005) : 40-49.
- [11] Montgomery D.C., Runger G.C., “Gauge Capability Analysis and Designed Experiments Part II : Experimental Design Models and Variance Component Estimation”, *Quality Engineering* 6 (2) (1993) : 289-305
- [12] Pan J.N., “Determination of the Optimal Allocation of Parameters for Gauge Repeatability and Reproducibility Study”, *International Journal of Quality & Reliability Management*, 21 (6) (2004) : 672-682.
- [13] Vardeman S.B., Van Valkenburg E.S., “Two-Way Random-Effects Analysis and Gauge R&R Studies”, *Technometrics*, 41 (3) (1999) : 202-211.

저 자 소 개

최 성 운



현 경원대학교 산업공학과 교수. 한양 대학교 산업공학과에서 공학사, 공학석사, 공학박사 학위를 취득하고, 1994년 한국과학재단 지원으로 University of Minnesota에서 1년간 Post-Doc을 수행했으며, 2002년부터 1년 반동안 University of Washington에서 Visiting Professor를 역임하였음. 주요 관심분야는 자동화 생산 및 장치 산업에서의 품질관리이며, 통신, 정보시스템의 보안, 신뢰성 설계 및 분석, 서비스 사이언스, RFID시스템, Wavelet에도 관심을 가지고 있음.
주소: 경기도 성남시 수정구 복정동 산65번지 경원대학교 산업공학과