

## 스크류운동을 하는 자유형상 물체의 스융볼륨 계산을 위한 추적법의 응용

김형규\*, 김재정\*\*

### Applying a Tracing Method to Compute Swept Volumes Generated by Free-form Objects in Screw Motions

Hyoungq Kim\* and Jay Jung Kim\*\*

#### ABSTRACT

The swept volume, the region of a moving object, is applied in many fields such as valid paths for motions of tools, visualization in robot paths and interference tests for parts assembling or disjoining. The shape of a swept volume depends on an generators computed with normal vectors of an object and velocity vectors of a motion. Although free-form surfaces are widely used to represent geometric models in CAD, computing the generators for a free-form object is a formidable task. Previous approaches exploit the closed form expressions of generators but limited to planer or quadric faces. In this paper, we propose the algorithm to compute swept volumes generated by free-form objects in screw motions. For the algorithm a tracing method is applied to the computation of generators. It considers curvatures of surfaces of an object to increase the computational accuracy. We implemented our algorithm in the CATIA V.5 environment to test the validity of our algorithm and to generate examples.

**Key words** : Swept volume, Screw motion, Envelope, Tracing method

#### 1. 서 론

3차원 물체가 주어진 시간 간격 동안 임의의 궤적을 따라 운동을 할 때 스융핑(sweeping)이 되는 기하학적인 영역을 스융볼륨(swept volume)이라 한다. 스융볼륨은 불리언 작업(boolean operation)을 통해 다른 솔리드 모델과의 간섭 등을 확인 할 수 있다. 이는 NC 기계가공(machining)에서 공구의 운동을 스융볼륨으로 생성하여 유효 경로 설정을 하거나 가공 영역 시뮬레이션 등으로 활용된다. 또한 조립체 설계(assembly design) 시 부품의 조립·해체 및 간섭 검사, 로봇 공학(robotics)에서 로봇의 운동 영역 시각화 및 충돌 검사 등에서도 활용된다<sup>[1]</sup>.

스융볼륨의 경계는 면(surface)에서 생성되는 특징

곡선(characteristic curve)과 모서리(edge)에서 생성되는 실루엣 모서리(silhouette edge)를 운동 방향에 따라 스융핑 하여 생성 할 수 있는 엔벨롭(envelope)이라는 곡면에 의해 결정된다<sup>[2]</sup>(Fig. 1 참고).

물체의 형상이 복잡해지면 엔벨롭의 계산이 어려워지고, 임의의 경로를 따라 3차원적인 운동을 하는 물체는 시간에 따라 동적으로 특징곡선과 실루엣 모서리가 변화한다<sup>[3]</sup>. 때문에 기존의 스융볼륨 생성 연구는 다면체<sup>[4]</sup>와 2차 곡면체<sup>[5]</sup>등 간단한 형상의 물체로 제한하여 진행되어 왔다. 하지만 정밀한 시뮬레이션이나 간섭(interference) 검사 등을 하기 위해서는 실제 형상과 같은 복잡한 물체에서의 정확한 엔벨롭 생성 계산이 요구된다.

이에 본 연구에서는 형태의 제한이 없이 자유롭게 설계된 물체를 자유형상 물체(free-form object)라 정의 하고, 스크류운동(screw motion)을 하는 자유형상 물체를 대상으로 하는 스융볼륨을 생성하기 위해, 효율적이고 정확한 엔벨롭의 계산을 목적으로 한다. Kim과 Rossignac<sup>[3,7]</sup>의 스크류운동을 하는 물체의 스

\*학생회원, 한양대학교 기계공학과

\*\*교신저자, 종신회원, 한양대학교 기계공학과

- 논문투고일: 2009. 03. 03

- 논문수정일: 2010. 02. 02

- 심사완료일: 2010. 02. 04

웹볼륨 생성 방법을 기반으로 하고, Barnhill<sup>[6]</sup>의 교차곡선 생성(surface/surface intersection) 방법을 응용하는 특징곡선 생성 알고리즘을 개발한다. 그리고 CATIA를 이용하여 스융 볼륨을 생성하는 프로그램을 구현하였다.

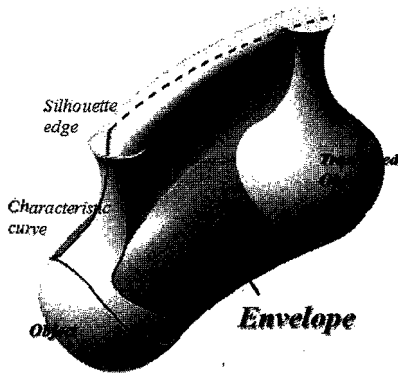


Fig. 1. An example of the swept volume.

## 2. 관련 연구

### 2.1 스크류운동

스크류운동은 특정 축을 중심으로 하는 회전운동과 직진운동의 조합으로 이루어진 운동으로, 직진거리와 회전각이 일정한 비를 유지한다. 따라서 시간에 따른 동적인 특성을 보이지 않기 때문에 초기에 생성한 특징곡선과 실루엣 모서리가 유지 된다는 장점이 있다<sup>[7]</sup>.

스크류 운동은 Fig. 2에서 볼 수 있는 것과 같이 스크류 축의 방향 벡터  $k$ , 스크류 축 위의 임의의 점의 위치벡터  $O$ , 운동한 물체의 축 방향 직진거리  $d$ , 회전각도  $\theta$ 의 4개의 파라미터로서 하나의 운동경로가 결정 된다. 이중 운동한 물체의 축 방향 직진거리와 회전각도의 일정한 비를 피치(pitch,  $p=d/\theta$ )라 하는데, 이 피치 값에 따라 직진 운동( $\theta=0$ )과 회전 운동( $d=0$ )도 표현 할 수 있다.

스크류운동 궤적을 따르는 임의의 점  $P$ 의 속도벡터(velocity vector at point  $P$ ,  $v_p$ )는 축 방향의 직진거리 속도 성분  $dk$ 와 축을 중심으로 회전하는 성분인  $\theta k \times (P-O)$ 의 합벡터로 표현 할 수 있다.

$$v_p = dk + \theta k \times (P-O) \quad (1)$$

이는 스크류운동의 파라미터들로 표현된 속도벡터로써 스크류좌표계의 단위벡터인  $i, j, k$ 로 변환하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} v_p &= dk + \theta k \times (xi+yj+zk) \\ &= dk + \theta(-yi+xj) \\ &= \theta(-yi+xj) + (d/\theta)k \end{aligned} \quad (2)$$

이 속도벡터는 정확한 스크류운동의 속도벡터가 아닌 스크류 파라미터를 이용하여 나타낸 속도방향과 평행한 벡터이다. 본 연구에서는 특징곡선의 계산을 위해서 속도벡터의 방향만이 사용되므로 방향을 변화시키지 않는 범위에서  $v_p$ 를 간단하게 하기 위하여 식 (2)의  $\theta$ 를 1로 가정한다. 그리고  $d/\theta$ 는 피치값( $p$ )이므로 이들을 바탕으로 식 (2)을 간단하게 정리하면 다음과 같다<sup>[7]</sup>.

$$v_p = -yi+xj+pk \quad (3)$$

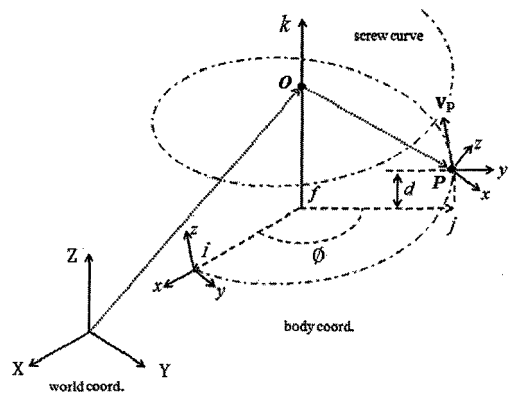


Fig. 2. A screw motion.

### 2.2 실루엣 모서리와 특징곡선

실루엣 모서리는 운동하는 물체의 모서리가 엔벨롭 구성에 기여하는 부분으로 정의 된다. 모서리와 특징곡선의 교점을 절점(Break point)이라 부르는데, 절점을 중심으로 모서리가 두 부분으로 나뉘어 진다. 모서리 위의 임의의 점이 실루엣 모서리가 되려면 모서리를 공유하는 두 개의 수직벡터(surface unit normal vector at point  $P$ ,  $n_1, n_2$ )를 속도벡터에 투영하였을 때 서로 반대 방향이 되어야 한다. 이 실루엣 모서리의 조건식을 식 (4)와 같이 정의한다<sup>[12]</sup>.

$$(v_p \cdot n_1)(v_p \cdot n_2) < 0 \quad (4)$$

실루엣 모서리가 모서리에서 생성되는 것과 달리, 면에서 생성되어 엔벨롭을 구성하는 곡선을 특징곡선이라 한다. 운동하는 물체의 면 위의 임의의 한 점  $P$ 에 접하는 미소 접평면과 엔벨롭은 서로 일치하게 된다. 이러한 기하학적인 특성을 바탕으로 특징곡선은, 곡면 위의 임의의 점이 속도벡터와 수직벡터( $n_p$ )가 수

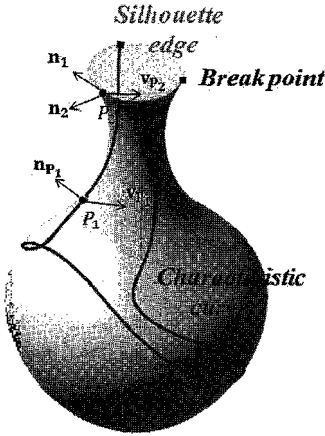


Fig. 3. Silhouette edges and characteristic curves.

직하는 것으로 정의한다.

$$v_p \cdot n_p = 0 \tag{5}$$

식 (5)를 특징조건식이라 하고, 이 식을 만족하는 표면 위의 점들을 특징점(characteristic point)이라 하며, 이 특징 점들로 구성된 곡선이 특징곡선이 된다<sup>[1]</sup>(Fig. 1과 3 참고).

실루엣 모서리 조건식 (4)와 특징조건식 (5)의 해를 구하기 위해서는 속도벡터와 수직벡터를 정리할 필요가 있다. 곡면의 방정식을  $S(u, v)$ 라 할 때 수직벡터는 다음과 같다.

$$n_p = \frac{\partial S}{\partial u} \times \frac{\partial S}{\partial v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix} \tag{6}$$

속도벡터와 수직벡터가 수직 관계에 있어야 하는 조건식 (5)와 같은 경우는 속도벡터의 방향만 고려하면 되므로 식 (3)의 속도벡터를 적용 가능하다. 이 속도벡터를 곡면의 매개좌표로 변환하여 식 (7)과 같이 정리 할 수 있다.

$$v_p \cdot n_p = (-y(u, v)i + x(u, v)j + p \cdot k) \cdot \left( \left( \frac{\partial y \partial z}{\partial u \partial v} - \frac{\partial z \partial y}{\partial u \partial v} \right) i + \left( \frac{\partial z \partial x}{\partial u \partial v} - \frac{\partial x \partial z}{\partial u \partial v} \right) j + \left( \frac{\partial x \partial y}{\partial u \partial v} - \frac{\partial y \partial x}{\partial u \partial v} \right) k \right) = 0 \tag{7}$$

위에서 정의한 조건식들에 의해 검출된 점들로부터 Fig. 3과 같이 특징곡선과 실루엣 모서리 곡선을 생성 할 수 있다.

### 2.3 기존의 특징점 검출 방법

특징곡선조건식 (5)는 속도벡터와 수직벡터가 두 개의 변수  $u, v$ 로 표현되는 이변수방정식이다. 특징점의 검출을 위해서는 이 식을 풀어 해를 구해야 하지만, 값을 동시에 변화 시켜가며 식 (5)를 만족하는지를 검사하는 방법은 비효율적이다<sup>[1]</sup>. 왜냐하면 곡면의 임의의 한 점에서 속도벡터와 수직벡터를 구하고 두 벡터의 내적을 확인하는 과정은 정확한 특징점을 검출하는데 시간 소요가 매우 많기 때문이다.

때문에 Song<sup>[1]</sup>은 하나의 변수를 상수 처리하고 일변수방정식(one variable equation)으로 정리하여 해를 찾는 방법을 사용하여 특징곡선을 생성하였다. 이 방법은 식 (5)를 곡면의 방정식에 대입, 정리하여  $u, v$  다항식으로 전개 한 후 일변수방정식의 해를 찾는다. 이렇게 구한  $u, v$ 해를 곡면의 방정식에 대입하면 직교좌표계(Cartesian coordinate)에서  $x, y, z$  좌표의 특징곡선을 검출 할 수 있다.

하지만 이 방법 역시 다음과 같은 몇 가지의 단점을 가진다. 면이 평면이나 원통과 같은 경우 특징곡선이 직선형으로 나타날 수 있는데, 이때 해가 무수히 검출되거나 아예 검출되지 않을 가능성이 있다. 또한 일변수방정식으로 정리해  $u, v$ 다항식으로 전개를 하였을 시 곡면의 차수에 따른 고차 다항식을 풀어서 해를 구해야 할 필요가 있다. 또한 다항식을 풀어 해를 구함으로써 정확한 특징점의 검출은 가능 하나, 곡면의 곡률과 같은 기하학적인 요소가 곡선에 반영되지 않기 때문에 정확한 특징곡선의 생성을 위해 많은 특징점의 검출이 필요하며, 특징점을 적게 검출 하였을 시에는 일변수방정식으로 생성한 특징곡선과 실제 특징곡선과의 오차가 발생 할 가능성이 있다. 그리고 일반적으로 면의 형상과 운동경로에 따라 하나의 면에 두 개 이상의 특징곡선이 존재 할 수 있기 때문에 무작위로 검출된 특징점들을 각각의 특징곡선에 속하게 분류해야 하고 각각의 특징곡선의 진행 방향에 따라 점을 순서대로 배열하는 파라메트릭 영역분할(parametric subdivision) 작업을 수행해야 한다<sup>[1]</sup>. 이러한 영역분할 과정 또한 계산 시간을 증가시키는 요인 중에 하나이다.

이러한 일변수방정식의 단점을 효과적으로 보완하기 위해 일변수방정식 해법에 추적법(tracing method)을 응용하여 특징곡선을 생성하는 알고리즘을 개발하고자 한다.

### 2.4 추적법의 응용

스크류운동을 하는 물체에서 특징곡선을 생성하는

문제는 어떠한 면에서 이에 속한 특정 조건을 만족하는 곡선을 생성한다는 점에서 두 곡면 사이의 교차곡선 생성 문제(surface/surface intersection problem)와 동일한 관점으로 생각 할 수 있다. 교차곡선 생성 법은 전산기하학 분야에서 빈번하게 사용되는데, 정확성(accuracy), 효율성(efficiency) 등의 요구 조건을 높이는 연구가 많이 진행되어 있다. 교차곡선 생성 법은 현재 영역 분할법(subdivision method)과 추적법이 많이 사용되고 있다.

Barnhill<sup>[9],[10]</sup>은 편평도(flatness)와 경계 상자(bounding box)를 이용하여 곡면을 분할하고 초기점(starting point)을 찾아낸 뒤, Fig. 4에서 볼 수 있듯이 곡선 상의 점을 추적하여 곡면의 교차곡선을 구성하는 추적법을 제시하였다. 교차점을 검출하기 위해 추적벡터를 사용하였는데, 추적벡터의 크기 결정은 곡률과 각도공차(angle tolerance)를 이용하여 점의 간격을 곡면의 기하학적인 정보를 반영하여 결정하였다. 본 연구에서는 Barnhill의 추적법 중 추적벡터의 크기를 결정하고 이로부터 교점을 검출 하는 방법을 사용하여, 일변수 방정식을 사용하기 위한 전처리 과정으로 응용하였다.

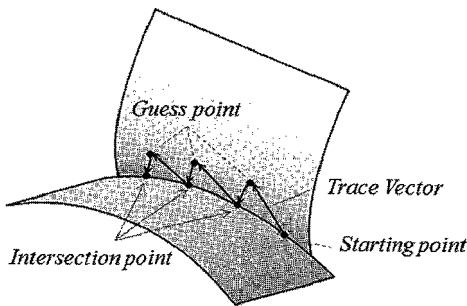


Fig. 4. The procedure of curve tracing.

이 Barnhill의 추적법은 효율성이 높고 곡면의 수학적 형태에 크게 영향을 받지 않는다는 장점이 있다. 또한 곡면의 곡률과 같은 기하학적인 요소를 반영하여 생성되는 교차곡선의 정확성을 높였고 교차곡선을 추적하는 과정에서 점의 분류가 자동으로 이루어지기 때문에 따로 점을 정렬할 필요가 없다. 다만 초기점이 제시 되지 않을 시 그것을 찾기 위한 과정이 복잡하며 시간이 많이 소요 된다. 또한 교선이 경계면에서 생성되지 않는 단점이 있다. 하지만 특징곡선은 일반적으로 곡면을 가로 지르는 형태로 나타나기 때문에 초기점은 절점으로서 대체 가능하고, 경계면에서는 특징곡선이 아닌 실루엣 모서리로 생성되므로 추적법을 사용 시 곡선이 경계 면에서 생성되지 않는 문제도 고

려할 필요가 없게 된다.

### 3. 자유형상 물체의 특징곡선 생성 방법

자유형상 물체는 곡면의 기하학적 형태가 매우 다양하기 때문에 곡면의 형태와는 무관하게 일관되게 적용할 수 있는 알고리즘이 필요하다. 또한 물체가 제한 없이 설계됨으로 물체의 형상이 복잡하고 곡면의 굴곡이 많을 수 있다. 모서리와 곡면이 많이 생성됨에 따라 생성해야 할 특징곡선과 실루엣 모서리의 양이 많아지고 곡면의 굴곡이 커짐에 따라 생성된 특징곡선과 실제 특징곡선과의 오차가 많이 나게 된다. 이와 같은 이유들로 자유형상 물체의 특징 점 검출과 곡선 생성의 정확성을 높이고 계산을 효율적으로 수행하는 알고리즘이 필요하다.

#### 3.1 추적법을 응용한 알고리즘의 개요

추적법을 응용한 특징곡선 생성 알고리즘의 개략적인 과정은 다음과 같다.

- ① 곡면의 경계(모서리)에서 절점을 검출한다.
- ② 절점을 임의로 선택하여 초기점으로 설정한다.
- ③ 설정된 점으로부터의 추적벡터를 계산한다.
- ④ 추적벡터의 끝 점을 곡면에 투영(projection) 시키고 매개좌표로 변환한다.
- ⑤ 일변수방정식으로 변환하여 정확한 특징점을 검출한다.
- ⑥ 추적종결조건을 만족하지 않으면 ③~⑤의 과정을 반복한다.
- ⑦ 추적종결조건을 만족하면 조건을 만족하는 절점을 포함하는 특징곡선을 생성한다.
- ⑧ 곡면에 절점이 남아 있으면 ②~⑦의 과정을 반복한다.

특징곡선 생성의 기본 알고리즘은 추적법의 과정으로 진행하고 정확한 특징점을 검출하는 과정은 일변수 방정식을 사용한다.

#### 3.2 절점의 검출

교차곡선은 항상 곡면의 양 끝에서부터 생성되지 않고 곡면의 다양한 곳에서 생성되기 때문에, 추적법을 사용하기 위해서는 무엇보다도 정확한 초기점의 검출이 필요하다. 반면에 특징 곡선은 일반적으로 곡면을 가로 지르는 형태로 나타나기 때문에 모서리에서 검출되는 절점(break point)을 초기점이나 끝점(ending

point)으로 설정할 수 있다. 다만 물체의 형상이 구 등과 같이 모서리가 형성되지 않거나, 특징 곡선이 한 곡면 안에서 형성되어 모서리를 지나지 않는 닫힌 특징곡선(closed characteristic curve)의 형태를 가지고 있을 경우가 있을 수 있다. 하지만 본 연구에서 개발한 알고리즘은 CAD시스템인 CATIA에 적용시켜 구현하였고, 시스템의 구조상 구와 같은 형태의 물체라도 곡면을 분할하여 형성된다. 때문에 곡면의 경계(surface boundary)를 모서리로 설정하고, 경계를 지나 는 특징곡선과의 교차점을 절점으로 가정할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 닫힌 특징곡선은 없는 것으로 가정하고 따로 고려하지 않으며, 절점은 곡면의 경계에서 특징곡선과 교차하는 한 점으로 경계에서 검출되는 특징점으로 정의한다.

절점을 검출하기 위해서는 먼저 곡면의  $u, v$  경계 값을 추출하고 식 (5)로부터 특징점을 검출한다. 이 문제는  $u, v$  변수 중 하나가 상수화 된 일변수방정식이므로 여러 수치해법을 통해 간단히 특징점을 검출할 수 있다.

### 3.3 특징 곡선의 추적과정

추적과정(Tracing process)에서는 설정된 초기점으로부터 특징 곡선을 구성하는 특징점들을 차례대로 검출한다. 초기점으로부터 추적벡터의 방향과 크기를 계산한 후 일변수방정식 해법을 통해 정확한 특징점을 검출하고, 다시 추적벡터를 계산한다. 이 과정은 곡면에서 추적과정을 통해 더 이상 특징점이 검출되지 않을 때까지 반복하며, 이렇게 하나의 특징곡선을 마무리할 수 있는 조건을 추적종결조건(tracing ending condition)으로 정의하고, 검출된 특징점들의 집합으로 특징곡선을 생성한다.

#### 3.3.1 추적벡터의 계산

특징곡선을 생성하기 위해 초기점으로부터 추적벡터(tracing vector at point P,  $t_p$ )의 방향과 크기를 결정한다. 추적 벡터의 끝에서 나온 점을 추정점(guess point)이라 정의하고 이 점으로부터 특징 점의 위치를 추정할 수 있다.

추적벡터의 방향은 추적벡터를 구하는 점 P와 그 전에 검출한 특징 점  $P_{i-1}$ 의 방향벡터(direction vector)로서 결정한다. 이 방향은 특징곡선 위의 정확한 특징점을 검출할 수 있는 방향이 아니라, 곡선의 진행 방향을 추정하고 특징점이 있는 곳을 예측하기 위한 방향이다. 다만 추적벡터가 처음 계산되는 초기점에서는 방향벡터를 계산할 수 없다. 이 점을 보완하기 위

해 추적과정을 통해 검출되는 두 번째 특징점은 초기점인 절점으로부터 근소하게  $\epsilon$ 만큼 떨어진 곡면의 등매개변수곡선(iso-parametric curve) 위의 특징점을 일변수방정식으로 계산하여 검출한다.

추적벡터의 방향을 결정한 후, Barnhill<sup>[9],[10]</sup>의 방법을 사용하여 크기를 계산한다. Barnhill은 근사적으로 계산된 곡률반경(radius of curvature,  $\rho$ )과 각도공차(angle tolerance,  $\Delta\theta$ )를 바탕으로 추적벡터의 크기를 결정 하였다. 방향과 크기를 적용하여 식 (8)과 같이 추적벡터를 결정하였다.

$$t_{p_i} = \rho \cdot \Delta\theta \cdot \frac{P_i - P_{i-1}}{|P_i - P_{i-1}|} \quad (8)$$

이 방법으로 추적벡터의 크기를 계산하면 곡률이 큰 부분에서는 추적벡터의 크기가 작아져서 더 많은 추정 점과 특징 점이 검출 되게 되고, 곡률이 작은 부분에서는 점이 보다 적게 추출된다<sup>[11]</sup>. 하지만 평면이나 원통형과 같이 굴곡이 없거나, 평면에 아주 가까운 구간에서는 추적벡터의 크기가 아주 커지게 되기 때문에, CRT(Curve Refinement Tolerance)라는 사용자 입력 값으로 추적벡터의 크기를 제한한다. 본 알고리즘에서는 이 곡률 반경을 사용하는 Barnhill<sup>[10]</sup>의 방법을 사용하여 추적벡터의 크기를 결정한다. 각도공차는 사용자 입력 값이지만 오류 방지 등의 이유로 프로그램으로 구현 시 3°를 적용하고, CRT 값은 10 mm를 적용하였다(Fig. 5 참고).

곡률반경의 계산 또한 Barnhill<sup>[10]</sup>의 방법을 이용하였는데, 이는 특징곡선이 완전히 생성되지 않은 상태에서 곡선 위의 한 점에서의 곡률반경을 근사적으로 계산해야 하기 때문이다. Barnhill의 곡률반경 계산법은 다음과 같다. 우선 특징점 P에서의 접선벡터(tangent vector)를 계산하고 그로부터 점 P의 양 방향으로  $\epsilon$ 만큼 근소하게 떨어진 두 점을 구하고 이 두 점을 곡면에 투영하여 곡면 위의 점 Q, R을 계산한다. 이렇게 구한 곡면 상의 세 점 P, Q, R로 결정되는 원을 구하면, 이 원은 근사적으로 특징 점 P에서의 접촉원(osculating circle)으로 생각할 수 있고, 원의 반지름은에서의 근사화된 곡률반경이 된다<sup>[11]</sup> (Fig. 6 참고).

세 점으로부터 구할 수 있는 원의 반지름은 다음의 식 (9)로 계산할 수 있다<sup>[11]</sup>.

$$\rho = \frac{|a||b||a-b|}{2|a \times b|} \quad (9)$$

where,  $a = Q - P$ ,  $b = R - P$

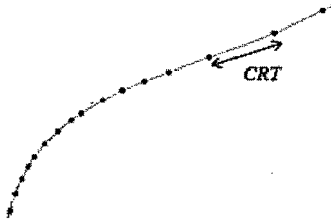


Fig. 5. Lengths of tracing vectors.

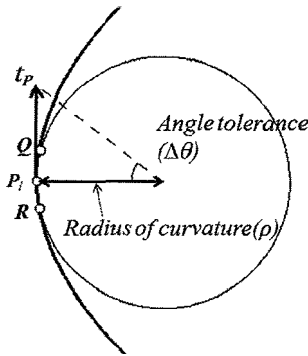


Fig. 6. An osculating circle and radius of curvature.

3.3.2 일변수방정식을 이용한 특징점 검출

추적벡터를 계산 하였으면 이를 바탕으로 일변수방정식의 풀이를 통하여 정확한 특징 점을 검출하여야 한다. 추적 벡터로부터 얻은 추정점은 벡터의 방향에 의해 표면 위에 있지 않고 공간상에 존재하므로 곡면에 투영하여 곡면 위의 점으로 변환하는 작업을 필요로 한다.

추정점을 곡면에 투영시킨 점  $P_g$ 는 정확한 특징점이 아닌 특징점 근처에 존재하는 곡면 위의 점이다. 이 점을 바탕으로 특징조건식 (5)에 부합하는  $u, v$  해를 찾고 특징점을 검출해야 한다. 2장에서 언급한 적이 있듯이 이변수방정식 해법은 계산소요가 많다는 단점이 있기 때문에, 변수 중 하나를 상수화하여 푸는 일변수방정식을 적용한다.

먼저 추정점을 투영시킨 점  $P_g(u_g, v_g)$ 을 바탕으로, 상수  $u_g, v_g$ 를 식 (5)에 대입시켜 정리하고  $u$ 나  $v$ 의 일변수 함수인 두 개의 일변수방정식을 풀어 해를 구한다. 이렇게 구한 해를 곡면의 방정식에 대입하여 특징점을 검출한다. 이렇게 검출된 특징점은 경우에 따라 하나 이상의 점이 검출될 수 있다. Fig. 7의 A, B, C와 같이 두 번의 일변수방정식을 풀어 특징점이 여러 개 검출되었을 경우에는, 검출된 특징점이 점  $P_g$ 에 가장 가까운 것을 선택하여 다음 특징 점( $P_{i+1}$ )으로 설정하고 추적과정을 계속한다. 이는 굴곡을 반영한 추적벡터의 크기로부터 얻고자 의도했던 점의 간격을

최대한 유지 시킬 수 있게 하기 위함이다. 만약 점  $P_g$ 와의 거리가 같은 것이 두 개 이상 검출 되었다면 점  $P$ 에 좀 더 가까운 점을 특징 점으로 선택한다.

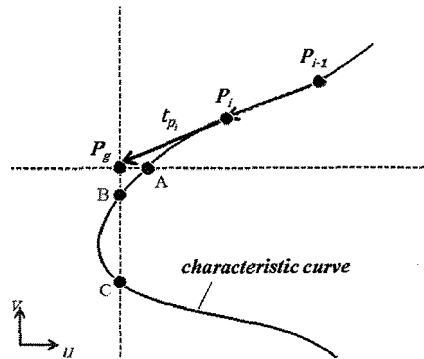


Fig. 7. One variable equation at parametric space curvature.

이렇게 계산된 특징점으로부터 다시 추적벡터를 계산하고 특징점을 검출한다. 이는 곡면 상의 다른 절점과 추적과정을 통해 생성되는 특징곡선이 만날 때까지 반복 된다. 따라서 반복이 끝나는 조건인 추적종결 조건은 검출된 특징점이 임의의 절점의 영역 내에 존재 할 경우로 결정하고, 지금까지 검출된 여러 특징점을 집합으로 하는 하나의 완성된 특징곡선을 생성한다. 절점의 영역은 마지막에 검출된 특징곡선과 임의의 절점과의 거리가  $CRT/2$  보다 작을 때로 설정하여 특징점이 곡면의 경계 밖에서 검출되지 않도록 한다.

3.3.3 PSpline을 이용한 특징곡선의 생성

Song<sup>[11]</sup>은 검출한 특징점들을 영역분할과정을 통해 정리 한 뒤, 하나의 특징곡선을 생성하기 위해 스플라인(spline) 곡선을 통하여 점들을 보간 하고 곡선을 생성하였다. 하지만  $u, v$ 함수를 통해 검출된 점을 다시  $x, y, z$  좌표로 변환하고 그로부터 공간상에 스플라인 곡선을 생성하는 것은 비효율적이다. 그리고 이렇게 공간상에 생성된 곡선은 공간 변환 계산 시 소수점 오차로 인해 직교 좌표계에서 생성된 특징점의 좌표가 어긋나게 되고 결국 이러한 특징점들로 구성된 특징곡선 또한 의도한 것과는 다르게 오차가 발생되어 생성될 수 있다. 따라서 위의 단점을 개선하기 위하여 CATIA에 적용하여 특징곡선을 생성할 시에는 PSpline(Parametric Spline on a surface)<sup>[12]</sup>를 사용한다.

PSpline은 매개 공간의 좌표점들로부터 구성되는 스플라인곡선으로서 곡면의 매개 공간에서의 수학적 표현이 스플라인인 곡선이다<sup>[12]</sup>. 실제 곡선 생성 시에

는 PSpline 곡선이 곡면에 투영된 것과 같이 붙어서 생성되게 되는데, 이는 시스템에서 매개 좌표계의 특징점특징부터 바로 특징곡선을 생성하고, 곡선 자체를 직접 직교좌표계로 매핑(mapping) 해주기 때문에 공간 변환에 따른 부동소수점오차와 같은 오차 등이 최소화된다. 같은 특징점을 검출하여 생성된 특징곡선이라도 PSpline을 사용하여 생성된 특징 곡선이 곡면에 투영된 것처럼 붙어서 생성됨을 Fig. 8에서 볼 수 있다.

특징 곡선까지 생성하였다면 곡면의 경계에 절점이 남아있는 가를 확인하여 다른 특징곡선이 존재하는지 확인한다. 만일 절점이 남아 있다면 다시 추적과정을 반복하여 특징점들의 집합을 검출하고 특징곡선을 다시 생성한다. 절점이 남아 있지 않다면 이 곡면에서는 더 이상 특징곡선이 존재하지 않는 것으로 판단한다.

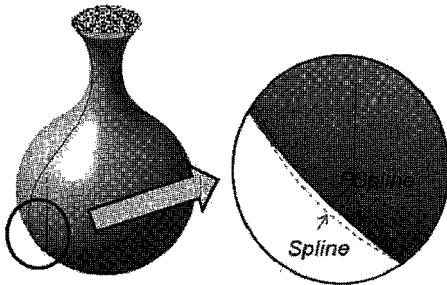


Fig. 8. An example of the PSpline curve.

#### 4. 실루엣 모서리와 스웬볼륨의 생성

실루엣 모서리는 물체의 모서리의 곡선 형상이 그대로 유지되어 생성되고 그 곡선의 변수가  $u$  하나뿐인 일변수방정식이므로 생성 알고리즘이 크게 복잡하지 않다. 때문에 기존의 방식인 Song<sup>[1]</sup>의 알고리즘을 바탕으로 실루엣 모서리를 생성한다. 먼저 모서리의 매개 변수  $u$ 값을 변화 시켜 가며 실루엣 모서리 조건식 (1)을 검사하고 조건에 맞는 실루엣 점(silhouette point)을 검출한다. 만일 검출된 실루엣 점이 3장에서 검출한 임의의 절점 영역 내에 있다면 그 절점을 포함하여 하나의 집합을 구성하고 실루엣 모서리 곡선을 생성한다. 한 모서리에서 하나의 실루엣 곡선이 생성되었다더라도 절점의 개수에 따라 하나 이상의 실루엣 모서리가 나올 수 있으므로 모서리의 전 구간에서 실루엣 모서리 조건을 검사 하여야 한다.

물체의 모든 모서리에서 실루엣 모서리를 생성하였다면 이를 바탕으로 스웬볼륨을 생성한다. 모든 특징곡선과 실루엣 모서리를 스유펙하여 곡면을 생성하여

엔벨롭을 구성할 수 있고 엔벨롭을 경계로 하는 스웬볼륨을 생성할 수 있다. 이 때 스크류운동의 경로는 이는 헬릭스(helix) 곡선으로 표현 할 수 있다. 하지만 이렇게 생성된 엔벨롭은 Fig. 9의 A에서 볼 수 있듯이 생성된 특징곡선의 곡면과 실루엣 모서리의 곡면이 복잡하게 교차되어, 완성된 하나의 외곽 곡면을 생성하지 못한다. 이는 스웬볼륨의 대상 물체가 다면체와 곡면체가 섞인 자유형상 물체를 대상으로 하였기 때문에 필연적으로 발생하는 문제이다.

그렇기 때문에 정확한 엔벨롭과 스웬볼륨 생성을 위해서는 특징 곡면과 실루엣 모서리 곡면들 중 최외곽 곡면으로만 구성된 것이 필요하다. 이런 최외곽 곡면의 구성은 Rossignac과 Kim<sup>[3]</sup>의 연구가 진행되어 있기 때문에 따로 최외곽 곡면을 구성하는 연구의 소개와 프로그램의 구현에 대한 설명은 본 논문에 포함하지 않는다.

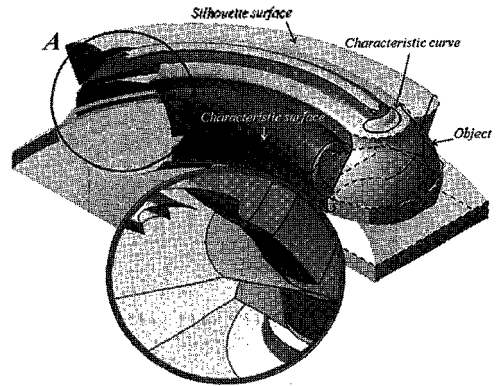
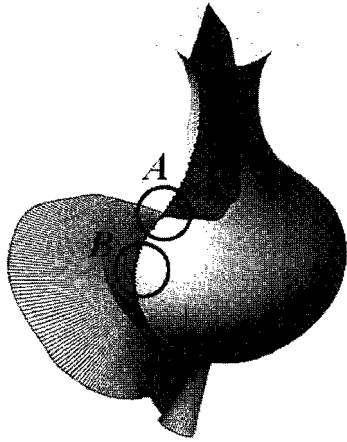


Fig. 9. Generated characteristic and silhouette surfaces by free-form object.

#### 5. 시스템 구현 및 적용 예

본 연구에서 제안한 추적법을 응용한 자유형상 물체의 스웬 볼륨 생성 알고리즘을 검증하기 위해서, CAD 시스템 중 하나인 Dassult System사의 CATIA V.5 R.14에 적용하여 알고리즘을 구현하였다.

본 연구에서 개발된 시스템 중 추적법을 응용한 특징곡선의 생성을 검증하기 위해 특징점과 특징곡선의 생성 예를 만들었다. 스웬 볼륨을 위한 대상 물체는 꽃병 모양의 물체로 정하였고 특징조건식(5)의 허용 오차(공차, tolerance)와  $\epsilon$  값은 0.005이다. 또한 특징점을 검출하기 위한 일변수방정식의 풀이는 강건성과 해석의 속도를 위해 뉴턴 매소드(Newton's method)를 사용하였다.



마지막 Fig. 11은 좀더 복잡한 형태의 주전자 모양의 물체를 대상으로, 구현된 프로그램을 사용하여 스웍 볼륨을 생성한 예이다.

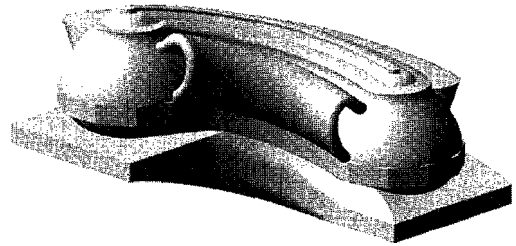


Fig. 11. An example of the pot.

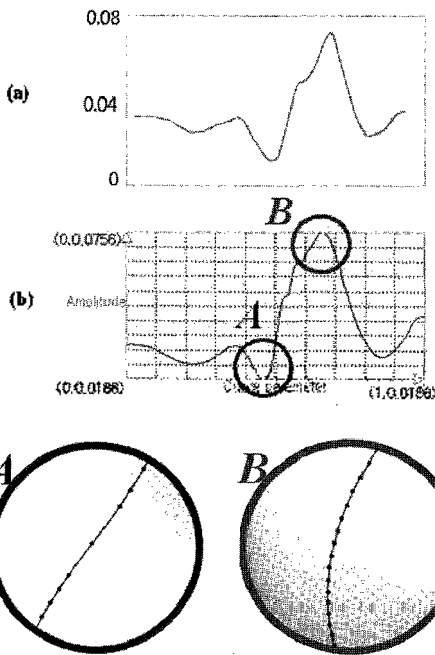


Fig. 10. Curvature diagrams of characteristic curve.

Fig. 10의 (a)는 Banhill 법을 사용하여 계산된 근사화된 곡률 그래프이다. 그리고 (b)는 CATIA에서 제공되는 곡률 그래프로, 생성된 특징 곡선의 실제 곡률이라 할 수 있다. (a)와 (b)의 곡률은 거의 비슷한 양상을 나타내는 것을 볼 수 있다. 곡률 그래프(b)에서의 A, B 두 지점은 생성된 특징 곡선의 곡률의 최소값과 최대값을 나타내고 있다. A 지점의 곡률은 작으므로 곡률반경은 크고, 추적벡터의 크기 또한 커지게 되므로 특징점이 검출되는 간격 또한 커지게 된다. 반면에 B 지점의 곡률은 최대값이므로 이 특징 곡선에서 특징점의 간격이 가장 작게 나오게 된다.

### 6. 향후 연구 및 결론

본 연구에서는 스크류운동을 하는 자유 물체를 대상으로 하는 추적법을 응용한 스웍볼륨 계산 알고리즘을 개발하였다. 상용 CAD 시스템인 CATIA에 알고리즘을 구현하고 사용자 정의 기능으로 추가 하였다. 이 알고리즘으로 인해 스웍볼륨 생성을 위한 대상 물체를 모양별로 제한 할 필요가 없어, 좀 더 많은 곳에 활용 할 수 있게 되었다. 또한 곡면의 곡률을 반영한 개선된 특징곡선 생성 알고리즘으로 인해 정확하고 효율적인 특징곡선의 생성이 가능하게 되었다.

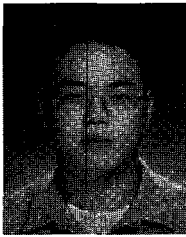
본 연구에서는 추적벡터의 방향을 결정하기 위해 이전의 특징점으로 부터 방향을 계산하는 특징점에서의 방향벡터를 계산하였으나, 좀 더 정확하고 효율적인 특징점의 검출을 위해 이 방향벡터의 결정을 보완해야 한다고 생각한다. 또한 정확한 특징점을 계산하기 위해 일변수방정식의 풀이를 사용하였는데, 특징점을 수치해석적인 방법이 아닌 기하학적인 방법으로 검출할 수 있는 방법과 같은 새로운 연구가 필요하다고 본다. 그리고 본 연구는 물체의 운동을 스크류운동으로 설정하고 알고리즘을 개발하였지만, 스크류운동 외에 좀 더 자유로운 운동에 대해 스웍볼륨을 생성하는 연구가 향후의 연구 과제가 될 수 있다고 생각한다.

### 참고문헌

1. 송수창, 김재정, “자유 곡면체의 엔벨롭 생성”, 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제6권, 제2호, pp. 89-100, 2001.
2. 김재정, 정재봉, 서경천, 강민우, “스크류 운동을 하



- 는 다면체의 스윕볼륨 생성”, 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제7권, 제4호, pp. 211-218, 2002.
3. Rossignac, J. R., Kim, J. J., Song, S. C., Suh, K. C. and Joung, C. B., “Boundary of the Volume Swept by a Free-form Solid in Screw Motion”, *Compute & Graphics*, Vol. 20, No. 2, pp. 263-274, 2006.
  4. Abdel-Malek, K., Blackmore, D. and Joy, K., “Swept Volumes: Foundations, Perspectives, and Applications”, *Int. J. Shape Model.* 2002 (submitted).
  5. Hoschek, J., “Fundamentals of Computer Aided Geometric Design”, A. K. Peters., 1993.
  6. Hu, Z. J. and Ling, Z. K., “Swept Volumes Generated by the Natural Quadric Surfaces”, *Compute & Graphics*, Vol. 20, No. 2, pp. 263-274, 1996.
  7. Kim, J. J. and Rossignac, J. R., “Screw Motions for the Animation and Analysis of Mechanical Assemblies”, *JSEM International Journal, Series C*, Vol. 44, No. 1, pp. 156-163, 2001.
  8. Rossignac, J. R. and Kim, J. J., “Computing and Visualizing Pose-interpolating 3D Motions”, *Computer Aided Design*, Vol. 33, No. 4, pp. 279-291, 2001.
  9. Barnhill, R. E., Farin, G., Jordan, M. and Piper, B. R., “Surface/surface Intersection”, *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 4, pp. 3-16, 1987.
  10. Barnhill, R. E. and Kersey, S. N., “A Marching Method for Parametric Surface/surface Intersection”, *Computer Aided Design*, Vol. 7, No. 4, pp. 257-280, 1990.
  11. 조두연, 이규열, 임중현, “곡면간의 교차곡선 계산을 위한 개선된 Tracing 알고리즘”, 한국 CAD/CAM 학회 논문집, 제4권, 제3호, pp. 269-283, 1999.
  12. CATIA. CAA V5 Encyclopedia, Online Document, Dassault System, 2004.



### 김형규

2007년 한양대학교 기계공학부 학사  
2009년 한양대학교 기계공학과 석사



### 김재정

1981년 한양대학교 정밀기계공학과 학사  
1983년 미국 George Washington대학  
공학석사  
1983년~1984년 미국 National Food  
Processors Association 연구원  
1989년 미국 MIT 공학박사  
1989년~1991년 미국 IBM T.J. Watson  
연구소 연구원  
1991년~1993년 한국 IBM 소프트웨어  
연구소 연구원  
2002년~2003년 미국 NIST 객원 연구원  
2003년 프랑스 Dassault System 객원  
연구원  
1993년~현재 한양대학교 기계공학부 교수  
관심분야: Geometric Modeling, CAD/  
CAM 응용, PDM/PLM