

논문 2010-47SC-2-3

비선형 시스템에서의 백스테핑 기법을 이용한 새로운 퍼지 외란 관측기 설계

(Novel Fuzzy Disturbance Observer based on Backstepping Method
For Nonlinear Systems)

백 재 호*, 이 희 진**, 박 민 용***

(Jaeho Baek, Heejin Lee, and Mignon Park)

요 약

본 논문은 불특정한 외란을 가진 비선형 시스템에서의 백스테핑 기법을 이용한 새로운 퍼지 외란 관측기 설계 방법을 제안한다. 먼저, 퍼지 논리 시스템을 이용하여 불특정한 외란을 관측하기 위한 관측 입력을 가진 퍼지 외란 관측기를 설계한다. 제안된 외란 관측기가 불특정한 외란을 관측하는 것을 증명하기 위해 외란 관측 오차 시스템을 도입한다. 백스테핑 기법을 도입하여 각 단계에서의 퍼지 외란 관측기의 파라미터 적응 규칙과 외란 관측기의 관측 입력을 유도하고 외란 오차 시스템의 안정성을 증명한다. 제안된 외란 관측기의 명확성을 증명하기 위해서 모의 실험 예제들을 제공한다.

Abstract

This paper is proposed a novel fuzzy disturbance observer based on backstepping method for nonlinear systems with unknown disturbance. Using fuzzy logic systems, a fuzzy disturbance observer with the disturbance observation input is introduced for unknown disturbance. To guarantee that the proposed disturbance observer estimates the unknown disturbance, the disturbance observation error dynamic system is employed. Under the framework of the backstepping design, the fuzzy disturbance observer is constructed recursively and an adaptive laws and the disturbance observation input are derived. Numerical examples are given to demonstrate the validity of our proposed disturbance observer for nonlinear systems.

Keywords : Nonlinear systems, Fuzzy systems, disturbance observer, Backstepping, Lyapunov Stability

I. 서 론

대부분의 비선형 시스템에서 외란의 존재와 모델의

불확실성은 제어시스템 설계에서 고려해야 할 필수 요소로 자리잡고 있다. 이러한 불특정한 요소가 존재하는 비선형 시스템을 제어할 때 외란을 측정하고 불특정한 요소를 제거하여 정밀한 제어를 요구할 때 외란 관측기가 필요하다. 외란 관측기는 제어시스템에서의 가장 흥미로운 연구 중 하나이다.

* 학생회원, *** 평생회원, 연세대학교, 전기전자공학과, 지능제어시스템연구실

(ICS Lab., Dept. of Electrical and Electronic Eng., Yonsei University)

** 평생회원, 한경대학교, IT융합기술연구소, 정보제어공학과

(Dept. of Information and Control Eng., Institute for Information Technology Convergence, Hankyung National University)

접수일자: 2009년9월16일, 수정완료일: 2010년3월3일

Oh와 Chung는 비선형 관성 결합 동역학을 이용하여 로봇 매니플레이터에서의 선형 외란 관측기를 개발하였다^[1]. X. Chen 등에 의해서 비선형 외란 관측기는 Lyapunov 이론을 이용하여 개발되었으며, 제안된 관측기는 2축 매니플레이터에 적용하여 그 명확성을 확인하

였다^[2]. W. Chen은 전역적인 지수적 안정성을 기반으로 한 비선형 외란 관측기를 제안하였고^[3], [4]에서 Kim은 외란 관측 오차 시스템이 안정할 수 있는 퍼지 외란 관측기를 설계하여 제어기에 적용하여 외란을 제거할 수 있도록 평가하였다.

본 논문에서는 불특정한 외란을 가진 비선형 시스템에서의 외란을 관측하기 위한 백스테핑 기법을 이용한 새로운 퍼지 외란 관측기를 제안한다. 먼저, 외란 관측을 하기 위한 관측 입력을 가진 퍼지 외란 관측기를 설계하고, 비선형 시스템과 제안된 외란 관측기와의 관측 오차 시스템을 유도한다. 관측 오차 시스템은 재귀적 백스테핑 기법을 통해 전역적으로 안정할 수 있도록 설계하며, 이 과정에서 외란 관측을 위한 파라미터의 적응 규칙과 관측 입력을 유도한다. 유도된 적응 규칙과 관측 입력을 이용한 퍼지 외란 관측기를 통해 불확실한 외란을 측정하여 외란으로 인한 오차를 줄일 수 있다.

본 논문의 전체적인 구성은 다음과 같다. II장에서는 퍼지 논리 시스템을 간략하게 정리한다. 비선형 시스템에서의 불특정 요소로 인한 문제점을 III장에서 제기한다. IV장에서는 외란 관측이 가능한 새로운 시스템을 설계하고 외란 오차 시스템을 유도한다. 외란 오차 시스템의 안정성을 백스테핑 기법을 통해서 평가하고 각 단계에서의 적응 규칙과 외란 관측을 위한 관측 입력을 유도한다. 제안된 외란 관측기의 명확성을 증명하기 위해서 모의실험을 통한 예제를 V장에서 제공한다. 마지막으로 VI장에서는 본 연구에 대한 결과를 요약하여 정리한다.

II. 퍼지 논리 시스템

퍼지 논리 시스템의 구성은 fuzzifier, IF-THEN 기반의 inference engine, defuzzifier로 구성되어 있으며, IF-THEN 규칙은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} R_i^l: & \text{ IF } x_1 \text{ is } F_1^l, x_2 \text{ is } F_2^l, \dots, x_n \text{ is } F_n^l, \\ & \text{ THEN } y \text{ is } G^l. \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x = (x_1 x_2 \dots x_n)^T$ 와 y 는 퍼지 논리 시스템에서의 입력 상태벡터와 출력 상태값이고, $F_1^l, F_2^l, \dots, F_n^l$ 는 퍼지집합을 나타낸다. Singleton fuzzifier, product inference engine, center-average defuzzifier를 통해서 퍼지 논리 시스템은 다음과 같이 표현한다.

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^N y_G^l \prod_{i=1}^n u_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \prod_{i=1}^n u_{F_i^l}(x_i)} \quad (2)$$

여기서 $y_G^l = \max_{y_i \in R} u_G^l(x_i)$ 을 나타낸다.

퍼지 기저 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n u_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \prod_{i=1}^n u_{F_i^l}(x_i)}, \quad l = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

퍼지 논리 시스템 (2)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{y}(x) = \hat{\theta}^T \phi(x) \quad (4)$$

여기서 $\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1 \hat{\theta}_2 \dots \hat{\theta}_N]^T$ 는 조정 가능한 파라미터 벡터이고 $\phi(x) = [\phi_1(x) \phi_2(x) \dots \phi_N(x)]^T$ 는 퍼지 기저 함수 벡터를 나타낸다.

III. 문제제기

다음과 같은 형태의 미지의 외란을 포함한 비선형 시스템을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + f_1(x_1) + \Delta f_1(x_1) + d_1 \\ \dot{x}_2 &= x_3 + f_2(x_2) + \Delta f_2(x_2) + d_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_n, u) + \Delta f_n(x_n, u) + d_n \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $x_n = [x_1 x_2 \dots x_n]^T$ 는 상태벡터, $f_1(x_1), f_2(x_2), \dots$ 그리고 $f_n(x_n, u)$ 는 알려진 비선형 함수, $\Delta f_1(x_1), \Delta f_2(x_2), \dots$ 그리고 $\Delta f_n(x_n, u)$ 는 비선형 시스템의 내부적 불확실성 요소, $u \in R$ 은 입력, $d_i \in R, i = 1, 2, \dots, n$ 은 외부에서의 외란 그리고 $y \in R$ 은 출력을 나타낸다.

가정 1. 시스템 (5)의 외란 $d_i, i = 1, 2, \dots, n$ 의 크기는 유한하다. 즉, $\|d_i\| \leq M$ 를 만족하는 상수 $M > 0$ 가 존재한다.

시스템 (5)에서 내부적 불확실성 요소와 외란을 고려

하여 다시 쓰게 되면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + f_1(x_1) + D_1 \\ \dot{x}_2 &= x_3 + f_2(x_2) + D_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_n, u) + D_n\end{aligned}\quad (6)$$

여기서 $D_i = \Delta f_i(x_i) + d_i$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ 와 $D_n = \Delta f_n(x_n, u) + d_n$ 는 총 외란을 나타낸다. 총 외란은 미지의 신호이므로 표현하기 쉽지 않다. 즉, 외란 관측기가 필요하다. 다음 장에서는 퍼지 논리 시스템과 백스테핑 기법을 이용하여 관측 입력을 가진 새로운 외란 관측기를 제안한다.

IV. 새로운 퍼지 외란 관측기 설계

다음과 같이 외란 D_n 를 관측 가능하고 관측 입력을 가진 새로운 시스템을 고려해 보자.

$$\begin{aligned}\dot{x}_{do_1} &= x_{do_2} + f_1(x_1) + \hat{D}_1(x_1|\phi(x_1)) \\ \dot{x}_{do_2} &= x_{do_3} + f_2(x_2) + \hat{D}_2 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{do_{n-1}} &= x_{do_n} + f_{n-1}(x_{n-1}) + \hat{D}_{n-1} \\ \dot{x}_{do_n} &= f_n(x_n, u) + \hat{D}_n + u_{do}\end{aligned}\quad (7)$$

여기서 $x_{do_n} = [x_{do_1} \ x_{do_2} \ \dots \ x_{do_n}]^T$ 는 새로운 상태벡터, $u_{do} \in \mathcal{R}$ 는 관측 입력, $\hat{D}_n \in \mathcal{R}$ 는 총 외란 D_n 를 관측하기 위한 외란 관측기를 나타낸다.

시스템 (6)과 (7)의 차를 외란 관측 오차 ξ 라고 정의하면 다음과 같다.

$$\dot{\xi} = x - x_{do} \quad (8)$$

식 (8)을 시간에 대해서 미분하면, 관측 오차 시스템은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \xi_2 + D_1 - \hat{D}_1(x_1|\theta_1) \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3 + D_2 - \hat{D}_2(x_2|\theta_2) \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{n-1} &= \xi_n + D_{n-1} - \hat{D}_{n-1}(x_{n-1}|\theta_{n-1}) \\ \dot{\xi}_n &= D_n - \hat{D}_n(x_n|\theta_n) - u_{do}\end{aligned}\quad (9)$$

외란 관측기 $\hat{D}_i(x_n|\theta_n)$ 는 퍼지 논리 시스템을 이용하여 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\hat{D}_i(x_i|\theta_i) = \hat{\theta}_i^T \phi(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

외란 관측기 $\hat{D}_i(x_n|\theta_n)$ 는 퍼지 논리 시스템을 통해서 외란 D_i 를 컴팩트 집합 Ω_i 와 U_i 위에서 최적 파라미터 $\hat{\theta}_i^*$ 로 표현할 수 있다^[6]. 최적 파라미터 $\hat{\theta}_i^*$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\theta}_i^* = \operatorname{argmin}_{\theta_i \in \Omega_i} \left[\sup_{x_n \in U_i} |\hat{D}_i(x_n|\theta_n) - D_i| \right]. \quad (11)$$

총 외란 D_i 은 최적 파라미터 $\hat{\theta}_i^*$ 를 가지는 퍼지 논리 시스템과 복원 오차 ϵ_i 로 나타낼 수 있다.

$$D_i = \hat{\theta}_i^{*T} \phi(x_i) + \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

식 (10)와 (12)을 이용하여, 관측 오차 시스템 (9)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_1 &= \xi_2 + \tilde{\theta}_1^T \phi(x_1) + \epsilon_1 \\ \dot{\xi}_2 &= \xi_3 + \tilde{\theta}_2^T \phi(x_2) + \epsilon_2 \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{n-1} &= \xi_n + \tilde{\theta}_{n-1}^T \phi(x_{n-1}) + \epsilon_{n-1} \\ \dot{\xi}_n &= \tilde{\theta}_n^T \phi(x_n) + \epsilon_n - u_{do}\end{aligned}\quad (13)$$

여기서 $\tilde{\theta}_i = \hat{\theta}_i^* - \hat{\theta}_i$, $i = 1, 2, \dots, n$ 는 파라미터 오차를 나타낸다.

백스테핑 기법^[6]에 의해 각 단계별로 전개해 보자.

단계 1. 첫 번째 두 오차 변수를 다음과 같이 제시하면,

$$z_{do_1} = \xi_1 \quad (14)$$

$$z_{do_2} = \xi_2 - \alpha_{do_1} \quad (15)$$

여기서 α_{do_1} 는 안정화하기 위한 입력을 나타낸다. 식 (13)의 첫 번째 식을 이용하여 식 (14)을 시간에 대하여 미분하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{z}_{do_1} = z_{do_2} + \alpha_{do_1} + \tilde{\theta}_1^T \phi(x_1) + \epsilon_1 \quad (16)$$

이 단계에서 식 (16)의 안정성을 평가하기 위해 다음과 같은 Lyapunov 함수를 정의한다.

$$V_1 = \frac{1}{2}z_{do_1}^2 + \frac{1}{2\gamma_{do_1}}\tilde{\theta}_1^T\tilde{\theta}_1 \quad (17)$$

식 (17)을 시간에 대해 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_{do_1}\dot{z}_{do_1} + \frac{1}{\gamma_{do_1}}\tilde{\theta}_1^T\dot{\tilde{\theta}}_1 \\ &= z_{do_1}\left(z_{do_2} + \alpha_{do_1} + \tilde{\theta}_1^T\phi(x_1) + \epsilon_1\right) + \frac{1}{\gamma_{do_1}}\tilde{\theta}_1^T\dot{\tilde{\theta}}_1 \\ &= z_{do_1}\left(z_{do_2} + \alpha_{do_1}\right) + \tilde{\theta}_1^T\phi(x_1)z_{do_1} + z_{do_1}\epsilon_1 \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_{do_1}}\tilde{\theta}_1^T\dot{\tilde{\theta}}_1 \\ &= z_{do_1}\left(z_{do_2} + \alpha_{do_1}\right) + \tilde{\theta}_1^T\left(\phi(x_1)z_{do_1} + \frac{1}{\gamma_{do_1}}\dot{\tilde{\theta}}_1\right) \\ &\quad + z_{do_1}\epsilon_1 \end{aligned} \quad (18)$$

다음과 같은 적응 규칙으로 식 (18)에서 $\dot{\tilde{\theta}}_1$ 을 제거된다.

$$\dot{\tilde{\theta}}_1 = -\dot{\tilde{\theta}}_1 = \gamma_{do_1}\phi(x_1)z_{do_1} \quad (19)$$

만약, ξ_2 가 실제 제어입력이면, $z_{do_2} \equiv 0$ 이 되어 $\xi_2 \equiv \alpha_{do_1}$ 이 된다. 즉, 안정화 입력 α_{do_1} 는 다음과 같이 설계할 수 있다.

$$\alpha_{do_1} = -c_{do_1}z_{do_1} \quad (20)$$

여기서, $c_{do_1} > 0$ 인 설계 파라미터를 나타낸다.

식 (19)과 (20)을 적용하면, 식 (18)은 다음과 같이 재구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -c_{do_1}z_{do_1}^2 + z_{do_1}\epsilon_1 \\ &= -c_{do_1}z_{do_1}^2 + z_{do_1}\epsilon_1 + \left(\frac{c_{do_1}}{2}z_{do_1}^2 + \frac{1}{2c_{do_1}}\epsilon_1^2\right) \\ &\quad - \left(\frac{c_{do_1}}{2}z_{do_1}^2 + \frac{1}{2c_{do_1}}\epsilon_1^2\right) \\ &= -c_{do_1}z_{do_1}^2 + z_{do_1}\epsilon_1 - \left(\sqrt{\frac{c_{do_1}}{2}}z_{do_1} + \sqrt{\frac{1}{2c_{do_1}}}\epsilon_1\right)^2 \\ &\leq -\frac{c_{do_1}}{2}z_{do_1}^2 + \frac{1}{2c_{do_1}}\epsilon_1^2 \end{aligned} \quad (21)$$

그러므로 $|z_{do_1}| > \frac{\epsilon_1}{c_{do_1}}$ 에 대해 $\dot{V}_1 < 0$ 이 된다.

단계 i ($2 \leq i \leq n-1$). i 번째 두 오차 변수를 다음과 같이 제시하면,

$$z_{do_i} = \xi_i - \alpha_{do_{i-1}} \quad (22)$$

$$z_{do_{i+1}} = \xi_{i+1} - \alpha_{do_i} \quad (23)$$

여기서 $\alpha_{do_{i-1}}$ 와 α_{do_i} 는 안정화 입력을 나타낸다.

식 (13)의 i 번째 식을 이용하여 식 (22)을 시간에 대하여 미분하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{z}_{do_i} = z_{do_{i+1}} + \alpha_{do_i} + \tilde{\theta}_i^T\phi(x_i) + \epsilon_i - \frac{\delta\alpha_{do_{i-1}}}{\delta z_{do_{i-1}}}\dot{z}_{do_{i-1}} \quad (24)$$

식 (24)의 안정성을 평가하기 위해 다음과 같은 Lyapunov 함수를 정의한다.

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2}z_{do_i}^2 + \frac{1}{2\gamma_{do_i}}\tilde{\theta}_i^T\tilde{\theta}_i \quad (25)$$

식 (25)를 다음과 같이 시간에 대해 미분하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \dot{V}_{i-1} + z_{do_i}\dot{z}_{do_i} + \frac{1}{\gamma_{do_i}}\tilde{\theta}_i^T\dot{\tilde{\theta}}_i \\ &= \dot{V}_{i-1} + \frac{1}{\gamma_{do_i}}\tilde{\theta}_i^T\dot{\tilde{\theta}}_i \\ &\quad + z_{do_i}\left(z_{do_{i+1}} + \alpha_{do_i} + \tilde{\theta}_i^T\phi(x_i) + \epsilon_i - \frac{\delta\alpha_{do_{i-1}}}{\delta z_{do_{i-1}}}\dot{z}_{do_{i-1}}\right) \\ &= \dot{V}_{i-1} + z_{do_i}\left(z_{do_{i+1}} + \alpha_{do_i} - \frac{\delta\alpha_{do_{i-1}}}{\delta z_{do_{i-1}}}\dot{z}_{do_{i-1}}\right) \\ &\quad + \tilde{\theta}_i^T\phi(x_i)z_{do_i} + z_{do_i}\epsilon_i + \frac{1}{\gamma_{do_i}}\tilde{\theta}_i^T\dot{\tilde{\theta}}_i \\ &= \dot{V}_{i-1} + z_{do_i}\left(z_{do_{i+1}} + \alpha_{do_i} - \frac{\delta\alpha_{do_{i-1}}}{\delta z_{do_{i-1}}}\dot{z}_{do_{i-1}}\right) \\ &\quad + \tilde{\theta}_i^T\left(\phi(x_i)z_{do_i} + \frac{1}{\gamma_{do_i}}\dot{\tilde{\theta}}_i\right) + z_{do_i}\epsilon_i \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)에서 $\dot{\tilde{\theta}}_i$ 을 다음과 같은 적응 규칙으로 제거된다.

$$\dot{\tilde{\theta}}_i = -\dot{\tilde{\theta}}_i = \gamma_{do_i}\phi(x_i)z_{do_i} \quad (27)$$

$z_{do_{i+1}}$ 의 소거에서, 다음과 같이 안정화 입력 α_{do_i} 를 다음과 같이 설계한다.

$$\dot{\alpha}_{do_i} = -c_{do_i} z_{do_i} + \frac{\delta \alpha_{do_{i-1}}}{\delta z_{do_{i-1}}} \dot{z}_{do_{i-1}} \quad (28)$$

여기서, $c_{do_i} > 0$ 인 설계 파라미터를 나타낸다.

식 (26)는 식 (27)와 (28)를 이용하여 다음과 같이 재구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \dot{V}_{i-1} - c_{do_i} z_{do_i}^2 + z_{do_i} \epsilon_i \\ &= \dot{V}_{i-1} - c_{do_i} z_{do_i}^2 + z_{do_i} \epsilon_i \\ &\quad + \left(\frac{c_{do_i}}{2} z_{do_i}^2 + \frac{1}{2c_{do_i}} \epsilon_i^2 \right) - \left(\frac{c_{do_i}}{2} z_{do_i}^2 + \frac{1}{2c_{do_i}} \epsilon_i^2 \right) \\ &= \dot{V}_{i-1} - c_{do_i} z_{do_i}^2 + z_{do_i} \epsilon_i \\ &\quad - \left(\sqrt{\frac{c_{do_i}}{2}} z_{do_i} + \sqrt{\frac{1}{2c_{do_i}}} \epsilon_i \right)^2 \\ &\leq -\frac{c_{do_i}}{2} z_{do_i}^2 + \frac{1}{2c_{do_i}} \epsilon_i^2 \end{aligned} \quad (29)$$

그러므로 $|z_{do_i}| > \frac{\epsilon_i}{c_{do_i}}$ 에 대해 $\dot{V}_i < 0$ 이 된다.

단계 n . 마지막 오차 변수를 다음과 같이 제시하면,

$$z_{do_n} = \xi_n - \alpha_{do_{n-1}} \quad (30)$$

식 (13)의 마지막 식을 이용하여 식(30)을 시간에 대하여 미분하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{z}_{do_n} = \tilde{\theta}_n^T \phi(x_n) + \epsilon_n - u_{do} - \frac{\delta \alpha_{do_{n-1}}}{\delta z_{do_{n-1}}} \dot{z}_{do_{n-1}} \quad (31)$$

다음과 같이 정의된 Lyapunov 함수에 대해서 식 (31)이 안정하기 위한 적응 규칙 $\dot{\tilde{\theta}}_n$ 와 외란 관측을 위한 관측 입력 u_{do} 을 설계한다.

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_{do_n}^2 + \frac{1}{2\gamma_{do_n}} \tilde{\theta}_n^T \tilde{\theta}_n \quad (32)$$

\dot{V}_n 이 부정한정이 되는 조건을 찾아보면,

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + z_{do_n} \dot{z}_{do_n} + \frac{1}{\gamma_{do_n}} \tilde{\theta}_n^T \dot{\tilde{\theta}}_n$$

$$\begin{aligned} &= \dot{V}_{n-1} + \frac{1}{\gamma_{do_n}} \tilde{\theta}_n^T \dot{\tilde{\theta}}_n \\ &\quad + z_{do_n} \left(\tilde{\theta}_n^T \phi(x_n) + \epsilon_n - u_{do} - \frac{\delta \alpha_{do_{n-1}}}{\delta z_{do_{n-1}}} \dot{z}_{do_{n-1}} \right) \\ &= \dot{V}_{n-1} + z_{do_n} \left(-u_{do} - \frac{\delta \alpha_{do_{n-1}}}{\delta z_{do_{n-1}}} \dot{z}_{do_{n-1}} \right) \\ &\quad + \tilde{\theta}_n^T \phi(x_n) z_{do_n} + z_{do_n} \epsilon_n + \frac{1}{\gamma_{do_n}} \tilde{\theta}_n^T \dot{\tilde{\theta}}_n \\ &= \dot{V}_{n-1} + z_{do_n} \left(-u_{do} - \frac{\delta \alpha_{do_{n-1}}}{\delta z_{do_{n-1}}} \dot{z}_{do_{n-1}} \right) \\ &\quad + \tilde{\theta}_n^T \left(\phi(x_n) z_{do_n} + \frac{1}{\gamma_{do_n}} \dot{\tilde{\theta}}_n \right) + z_{do_n} \epsilon_n \end{aligned} \quad (33)$$

\dot{V}_n 에서 $\tilde{\theta}_n$ 을 소거하기 위해서, 다음과 같은 적응 규칙을 선택한다.

$$\dot{\tilde{\theta}}_n = -\dot{\tilde{\theta}}_n = \gamma_{do_n} \phi(x_n) z_{do_n} \quad (34)$$

또한, 외란 관측을 위한 관측 입력 u_{do} 를 다음과 같이 설계한다.

$$u_{do} = c_{do_n} z_{do_n} - \frac{\delta \alpha_{do_{n-1}}}{\delta z_{do_{n-1}}} \dot{z}_{do_{n-1}} \quad (35)$$

여기서, $c_{do_n} > 0$ 인 설계 파라미터를 나타낸다.

식 (34)와 (35)을 이용하면 식 (33)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \dot{V}_{n-1} - c_{do_n} z_{do_n}^2 + z_{do_n} \epsilon_n \\ &= \dot{V}_{n-1} - c_{do_n} z_{do_n}^2 + z_{do_n} \epsilon_n \\ &\quad + \left(\frac{c_{do_n}}{2} z_{do_n}^2 + \frac{1}{2c_{do_n}} \epsilon_n^2 \right) - \left(\frac{c_{do_n}}{2} z_{do_n}^2 + \frac{1}{2c_{do_n}} \epsilon_n^2 \right) \\ &= \dot{V}_{n-1} - c_{do_n} z_{do_n}^2 + z_{do_n} \epsilon_n \\ &\quad - \left(\sqrt{\frac{c_{do_n}}{2}} z_{do_n} + \sqrt{\frac{1}{2c_{do_n}}} \epsilon_n \right)^2 \\ &\leq -\frac{c_{do_n}}{2} z_{do_n}^2 + \frac{1}{2c_{do_n}} \epsilon_n^2 \end{aligned} \quad (36)$$

그러므로 $|z_{do_n}| > \frac{\epsilon_n}{c_{do_n}}$ 에 대해 $\dot{V}_n < 0$ 이 된다.

V. 모의 실험

예제 1. 다음과 같은 외란을 가진 duffing forced oscillation system을 고려해보자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos t + u + d \end{aligned} \quad (37)$$

여기서 d 는 외란을 나타낸다.

이 시스템에 대한 외란 관측기를 설계하면,

$$\begin{aligned} \dot{x}_{do_1} &= x_{do_2} \\ \dot{x}_{do_2} &= f_1(x_1, u) + u_{do} + \hat{d} \end{aligned} \quad (38)$$

여기서 $f_1(x_1, u) = -0.1x_2 - x_1^3 + 12\cos t + u$, u_{do} 는 외란 관측을 하기 위한 관측 입력 그리고 \hat{d} 는 외란을 측정하기 위한 관측기이다.

퍼지 멤버쉽 함수는 다음과 같이 설정한다^[7].

$$\begin{aligned} u_{F_1}(x_2) &= \frac{1}{1 + e^{[5(x_1+0.6)]}} * \frac{1}{1 + e^{[5(x_2+0.6)]}} \\ u_{F_2}(x_2) &= e^{[-(x_1+0.4)^2]} * e^{[-(x_2+0.4)^2]} \\ u_{F_3}(x_2) &= e^{[-(x_1+0.2)^2]} * e^{[-(x_2+0.2)^2]} \\ u_{F_4}(x_2) &= e^{[-x_1^2]} * e^{[-x_2^2]} \\ u_{F_5}(x_2) &= e^{[-(x_1-0.2)^2]} * e^{[-(x_2-0.2)^2]} \\ u_{F_6}(x_2) &= e^{[-(x_1-0.4)^2]} * e^{[-(x_2-0.4)^2]} \\ u_{F_7}(x_2) &= \frac{1}{1 + e^{[-5(x_1-0.6)]}} * \frac{1}{1 + e^{[-5(x_2-0.6)]}} \end{aligned} \quad (39)$$

또한, 적응 규칙과 외란 관측을 위한 관측 입력을 다음과 같이 설계한다.

$$\alpha_{do_1} = -c_{do_1} z_{do_1} \quad (40)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma_{do} \phi(x_2) z_{do_2} \quad (41)$$

$$u_{do} = c_{do_2} z_{do_2} - \frac{\delta \alpha_{do_1}}{\delta z_{do_1}} z_{do_1} \quad (42)$$

여기서 $c_{do_1} = 1.5$, $c_{do_2} = 1.5$ 그리고 $\gamma_{do} = 350$ 를 나타낸다. 각각의 초기치는 $x_1(0) = 0.2$, $x_2(0) = 0.2$, $x_{do_1}(0) = 0$, $x_{do_2}(0) = 0$ 그리고 $\hat{\theta}(0) = 0$ 로 선택한다.

그림 1은 원 외란 d 과 제안된 관측기로 관측한 \hat{d} 의 궤적을 보인다. d 와 \hat{d} 와의 외란 관측 오차는 그림 2에 나타낸다. 그림 3에서는 외란 관측을 하기 위한 관측 입력 u_{do} 을 보이고 있다. 그림 4는 \hat{d} 을 x_1 이 $y_r = \sin t$ 을 추적하는 제어기에 적용했을 때의 궤적을 나타낸다.

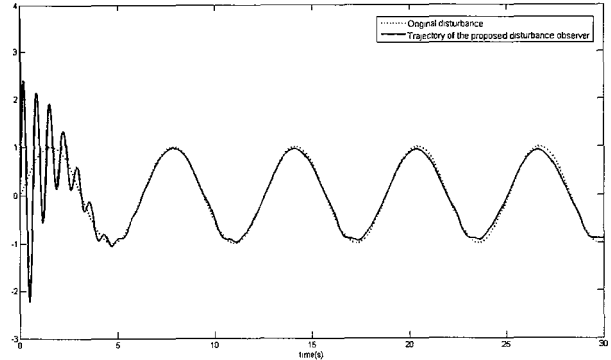


그림 1. d 와 \hat{d} 의 궤적
Fig. 1. Trajectory of d and \hat{d} .

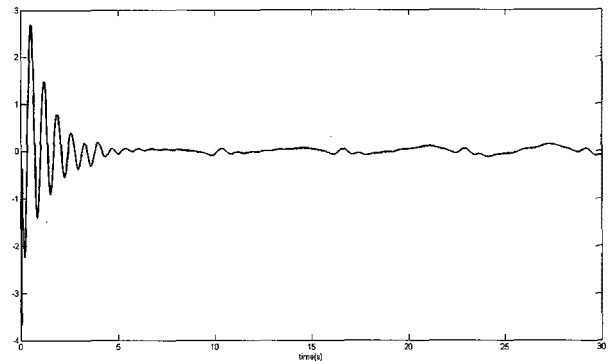


그림 2. d 와 \hat{d} 의 관측 오차
Fig. 2. Observation error between d and \hat{d} .

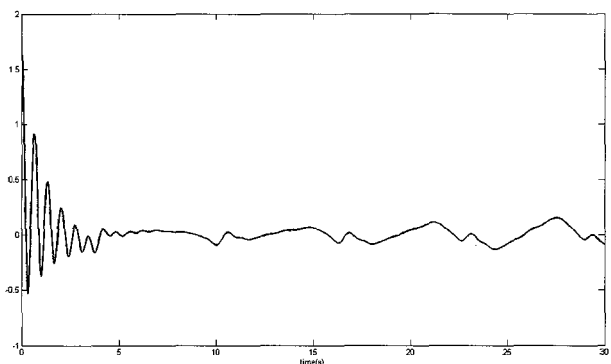
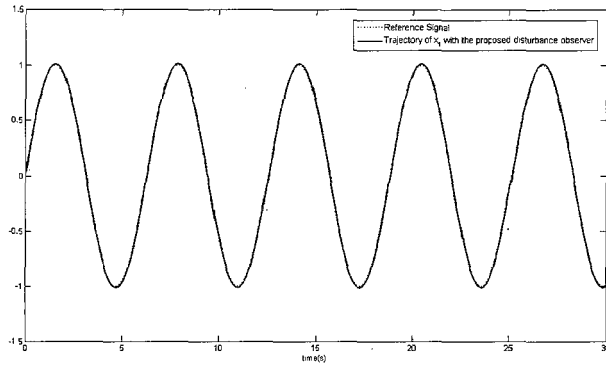


그림 3. 외란 관측기의 관측 입력 u_{do}
Fig. 3. Input u_{do} of the proposed disturbance observer.

그림 4. y_r 와 x_1 의 궤적Fig. 4. Trajectory of reference y_r and x_1 .

예제 2. 다음과 같은 외란을 가진 비선형 시스템을 고려해보자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + x_1 e^{-0.5x_1} + d_1 \\ \dot{x}_2 &= x_1 \sin(x_2^2) + u + d_2 \end{aligned} \quad (43)$$

여기서 d_1 과 d_2 은 외란을 나타낸다.

식 (43)에 대한 퍼지 외란 관측기를 다음과 같이 설계한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{do_1} &= x_{do_2} + f(x_1) + \hat{d}_1 \\ \dot{x}_{do_2} &= f(x_2, u) + \hat{d}_2 + u_{do} \end{aligned} \quad (44)$$

여기서 $f(x_1) = x_2 + x_1 e^{-0.5x_1}$, $f(x_2, u) = x_1 \sin(x_2^2) + u$, u_{do} 는 외란 관측을 하기 위한 관측 입력 그리고 \hat{d}_1 과 \hat{d}_2 는 외란 관측기를 나타낸다.

퍼지 멤버십 함수를 다음과 같이 설정한다^[7].

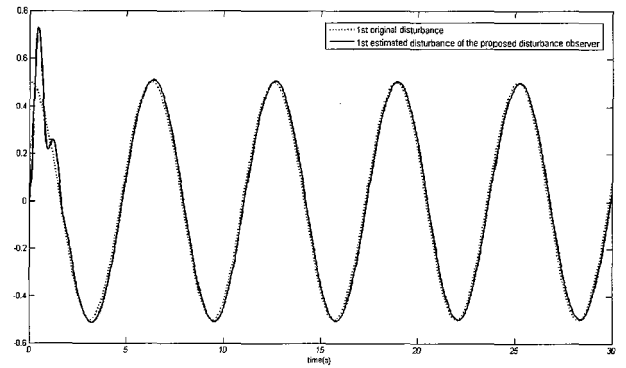
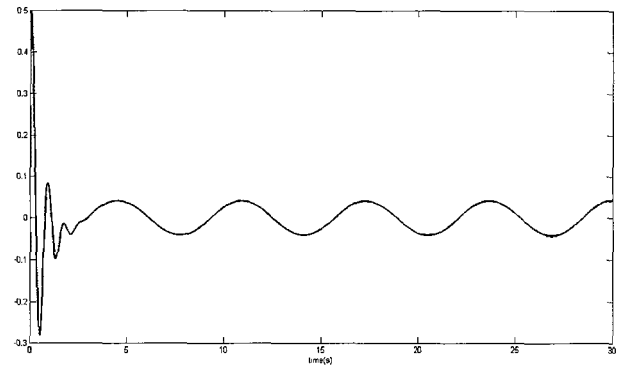
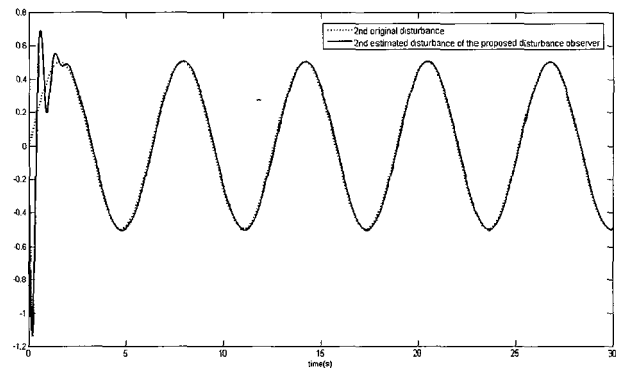
$$\begin{aligned} u_{F_1^l}(x_1) &= e^{-\frac{(x_1 - 3 + l)^2}{16}}, \quad l = 1, 2, \dots, 5 \\ u_{F_2^l}(x_2) &= e^{-\frac{(x_2 - 3 + l)^2}{4}} * e^{-\frac{(x_2 - 3 + l)^2}{16}}. \end{aligned} \quad (45)$$

또한, 적응 규칙과 외란 관측을 위한 관측 입력을 다음과 같이 설계한다.

$$\alpha_{do_1} = -c_{do_1} z_{do_1} \quad (46)$$

$$\hat{\theta}_1 = \gamma_{do_1} \phi(x_1) z_{do_1} \quad (47)$$

$$\hat{\theta}_2 = \gamma_{do_2} \phi(x_2) z_{do_2} \quad (48)$$

그림 5. d_1 과 \hat{d}_1 의 궤적Fig. 5. Trajectory of d_1 and \hat{d}_1 .그림 6. d_1 과 \hat{d}_1 의 관측 오차Fig. 6. Observation error between d_1 and \hat{d}_1 .그림 7. d_2 과 \hat{d}_2 의 궤적Fig. 7. Trajectory of d_2 and \hat{d}_2 .

$$u_{do} = c_{do_2} z_{do_2} - \frac{\delta \alpha_{do_1}}{\delta z_{do_1}} z_{do_1} \quad (49)$$

여기서 $c_{do_1} = 5$, $c_{do_2} = 5$, $\gamma_{do_1} = 300$ 그리고 $\gamma_{do_2} = 300$ 를 나타낸다. 각각의 초기치는 $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = -0.2$, $x_{do_1}(0) = 0$, $x_{do_2}(0) = 0$, $\hat{\theta}_1(0) = 0$

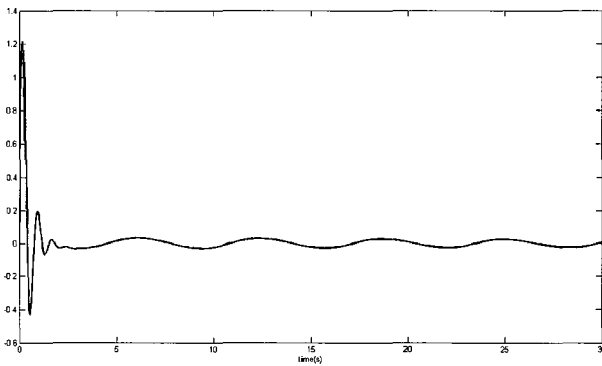


그림 8. d_2 과 \hat{d}_2 의 관측 오차
 Fig. 8. Observation error between d_2 and \hat{d}_2 .

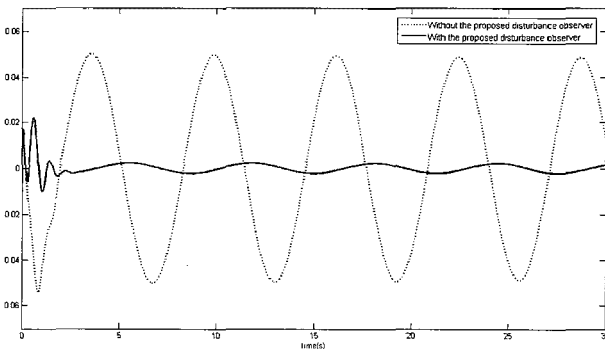


그림 9. 제안된 외란 관측기 적용여부에 따른 추정 오차 $y_r - x_1$
 Fig. 9. Tracking error $y_r - x_1$ in applying the proposed disturbance observer.

그리고 $\hat{\theta}_2(0) = 0$ 로 선택한다.

그림 5는 첫 번째 외란 d_1 과 제안된 관측기로 관측한 궤적 \hat{d}_1 을 보인다. 외란 관측 오차는 그림 6에 나타낸다. 그림 7에서는 두 번째 외란 d_2 와 관측된 \hat{d}_2 의 궤적이고, 두 번째 관측오차는 그림 8에 나타낸다. 그림 9는 제안된 외란 관측기를 적용여부에 따라 목표출력을 추적할 때의 추적 오차를 보이고 있으며, 제안된 외란 관측기를 적용할 때 오차를 줄일 수 있음을 보여준다.

VI. 결 론

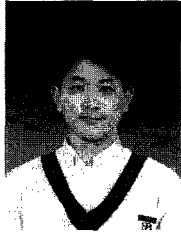
본 논문은 불특정한 외란을 가진 비선형 시스템에서 백스테핑 기법을 이용한 새로운 퍼지 외란 관측기 설계 방법을 제안하였다. 퍼지 시스템을 이용하여 측정하고자 하는 외란과 외란 관측을 위한 관측 입력을 가진 외란 관측기를 설계하였다. 제안된 외란 관측기는 외란을

측정하기 위해서 외란 관측 오차 시스템을 만들고, 백스테핑 기법을 도입하여, 퍼지 외란 관측기의 적응 규칙과 외란 관측기의 관측 입력을 유도하였다. 또한, 제안된 외란 관측기의 신뢰성을 증명하기 위해서 모의실험들 통해서 명확성을 증명하였다.

참 고 문 헌

- [1] Y. Oh and W. K. Chung, "Disturbance observer based motion control of redundant manipulators using inertially decoupled dynamics", IEEE/ASME Trans. Mechatronics, Vol. 4, 1999, pp.133-146.
- [2] X. Chen, S. Komada and T. Fukuda, "Design of a nonlinear disturbance observer", IEEE Trans. Industrial Electronics, Vol. 47, 2000, pp. 429-437.
- [3] W.H. Chen, "Disturbance Observer Based Control for Nonlinear Systems", IEEE Trans. Mechatronics. Vol. 9, Num. 4, 2004, pp.706-710.
- [4] E. Kim, "A fuzzy disturbance observer and its application to control", IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 10, 2002, pp. 77-84.
- [5] L. Wang, A course in fuzzy systems and control, Prentice-Hall International, Inc. 1997.
- [6] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, P. Kokotovic, Nonlinear and Adaptive Control Design, Wiley, 1995.
- [7] S. Tong and Y. Li, "Observer-based fuzzy adaptive control for strict-feedback nonlinear systems", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 160, 2009, pp. 1749-1764.

저 자 소 개



백 재 호(학생회원)
 2004년 대구대학교 정보통신공학
 부(제어계측공학전공)
 공학사 졸업.
 2006년 연세대학교 전기전자
 공학과 공학석사 졸업.
 2006년~현재 연세대학교 전기
 전자공학과 박사과정

<주관심분야 : 지능제어, 인공지능, 비선형제어,
 카오스 시스템, 로봇공학>



이 희 진(평생회원)
 1987년 연세대학교 전자공학과
 공학사 졸업.
 1989년 연세대학교 전자공학과
 공학석사 졸업
 1989년~1993년 (주)대우통신
 종합연구소 연구원
 1993년~1995년 (주)에스원 종합연구소 연구원
 1998년 연세대학교 전자공학과 박사 졸업
 1998년~현재 국립한경대학교 정보제어공학과
 교수

<주관심분야 : 로봇틱스, 강인제어, 지능제어>



박 민 용(평생회원)
 1973년 연세대학교 전자공학과
 공학사 졸업
 1977년 연세대학교 전자공학과
 공학석사 졸업
 1977년~1982년 일본 동경대학교
 의용전자 연구실

1982년 일본 동경대학교 전자공학과 공학박사
 졸업

1982년 미국 MIT&BERKELEY 연구소
 1982년~현재 연세대학교 전기전자공학과 교수
 <주관심분야 : 퍼지제어, 로봇틱스, 의용전자>