

## 論文

## 연료 균형을 고려한 인공위성 편대비행유지 최적 임펄스 제어

목성훈\*, 최윤혁\*, 조동현\*\*, 방효충\*\*\*

Optimal Impulsive Maneuver for  
Satellite Formation Keeping with Fuel Balancing

SungHoon Mok\*, Yoonhuck Choi\*, Dong-Hyun Cho\*\* and Hyochoong Bang\*\*\*

## ABSTRACT

This paper contains impulsive maneuver which considers fuel consumption balance of chief satellite and deputy satellite in satellite formation flying. Thrust input is obtained by Lagrange' Multiplier method which is constructed by cost function with weight parameter of each satellite. Energy matching constraint is applied for boundedness of relative orbit, and theoretical solutions are verified by simulation results. Simulations are divided into two scenarios, with or without air-drag effect. This paper's results are expected to be used in real satellite formation flying, when fuel-balancing impulsive maneuver for relative orbit boundedness is needed.

## 초 록

위성 편대 비행 시 주위성과 부위성 간의 연료 소비 균형을 고려한 임펄스 기동에 관한 연구를 수행하였다. 위성 간 사용가능한 연료량을 비교하여 가중치(weight)를 두고 가격함수(cost function)를 설계하여 라그랑지 승수법을 통해 필요한 임펄스를 획득하였다. 상대 궤도 발산 방지를 위해 에너지 매칭 기법을 사용하였고, 임펄스 기동 후 상대 거리 구속이 이루어짐을 시뮬레이션을 통해 확인하였다. 시뮬레이션은 지구 중력 외의 외란이 없는 경우와 대기 항력이 외란으로 존재하는 상황으로 시나리오를 나누어 수행하였다. 본 논문 결과는 이후 실제로 위성을 편대로 사용한 위성 군집 비행 시, 상대 궤도 구속 요건을 만족하고 각 위성의 연료량을 비교한 임펄스 기동이 요구될 때 사용가능할 것으로 기대된다.

**Key Words** : Satellite Formation Flying(위성 편대 비행), Energy Matching(에너지 매칭), Fuel Consumption Balance(연료 소비 균형), Satellite(인공 위성)

## 1. 서 론

위성 편대 비행(satellite formation flying)은 최근 인공위성 제어 분야에서 많은 연구가 이루어지고 있다[1~4]. 시스템이 큰 위성을 운용하는 데 따르는 비용과 인력 등의 문제점을 여러 개의 작은 위성들로 나누어 해결하거나, 3차원 이미징 획득, SAR(Synthetic Aperture Radar) 영상 획득 등의 임무를 목적으로 연구가 수행 중에 있다. 위성 편대 비행 연구는 1960년대 초, Clohessy와 Wiltshire의 연구를 시초로 본격화되었다[5]. 두 개의 근접한 위성인 주위성과 부위성을 가정하고 위성 간 관계식을 선형화하여 CW 방정식을 유도하였다. CW 방정식은 선형

† 2009년 10월 27일 접수 ~ 2010년 1월 27일 심사완료

\* 정회원, KAIST 항공우주공학전공 대학원

\*\* 정회원, KAIST 인공위성연구센터

\*\*\* 정회원, KAIST 항공우주공학전공

교신저자, E-mail : hcbang@ascl.kaist.ac.kr

대전광역시 유성구 과학로 335

미분 방정식으로 해석적인 해를 구할 수 있어, 주위성을 원점으로 하는 부위성의 상대 위치와 속도를 부위성의 초기값과 시간 함수로 구할 수 있게 되었다. 그에 따라, 원형 정렬 비행 등의 위성 정렬 비행 미션을 부위성의 초기 위치 및 속도를 조절함으로써 수행할 수 있게 되었다[6].

하지만 CW 방정식은 선형화 가정을 사용하여 유도되었기 때문에, 장기간 미션 수행 시 위성 상대 거리가 발산하는 문제점을 일으킨다. 이 현상은 주위성과 부위성의 궤도 주기가 다르기 때문에 발생한다. 궤도 주기와 궤도 에너지는 모두 위성의 장반경 크기에 의해 결정되므로, 두 위성의 에너지를 같게 함으로써(energy matching) 위성 간에 동일한 궤도 주기를 만들고 상대 궤도의 발산을 막을 수 있다. 이로써 얻어지는 위성 간 상대 위치 구속 (bounded relative motion)은 위성 편대비행 형상 유지 (formation-keeping)를 보장하게 된다.

한편, Pini Gurfil[7]은 부위성에 추력기가 탑재된 상태에서 위성 간 에너지 차이로 인해 상대 궤도가 발산할 때, 상대 궤도 구속을 위한 최소 추력값을 찾는 연구를 수행하였다. 라그랑지 승수(Lagrange' multiplier)를 이용한 가격함수(cost function)를 설계하여 임펄스 최소값을 계산하였다. 본 논문에서는 주위성도 추력기 사용이 가능한 상황을 가정하고 위성에 남아있는 연료량을 서로 비교하여 위성 기동에 사용되는 임펄스 값을 분배하는 연구를 수행하였다. 예를 들어, 주위성이 부위성에 비해 연료가 많을 경우 에너지 매칭을 위한 추력을 좀 더 사용함으로써 연료량 균형을 맞춘다. 따라서 기존 연구 [7]에서 제안된 부위성의 추력기를 이용한 위성 편대비행 유지 알고리즘을 주위성도 추력기를 사용한다는 가정과 함께 연구를 확장하였다. 또한, 가중치(weight) 변수를 도입하여 연료 소모 균형(fuel-balancing) 문제를 함께 고려하였다. 이러한 위성 간 연료 균형 문제는 위성 정렬 비행 미션의 수행 기간을 결정짓는 중요한 요소로 연료량을 고려한 기동은 위성 수명을 늘리는데 필수적이다. 국내에서도 위성 편대비행과 연료 균형에 관한 연구가 국내학자들에 의해 수행되고 있다[8~11].

본 논문은 다섯 장으로 구성된다. 먼저 2장에서 위성 상대 운동 지배 방정식을 살펴본 후, 3장에서 미션 설계를 위한 부위성의 초기값을 구하는 방법과 에너지 매칭 기법에 대해 서술한다. 4장에서 연료 균형을 고려한 임펄스 기동 연구를 유도하고 마지막으로 5장에서 두 개의 시나리오를 가정하여 시뮬레이션을 수행한다.

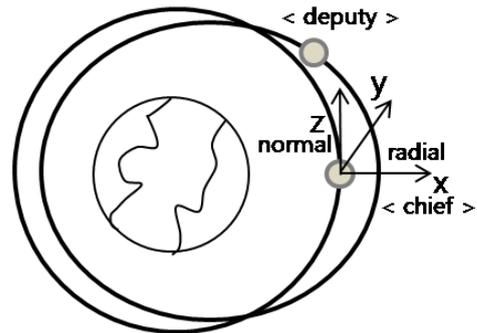


Fig. 1. LVLH frame coordinate

## II. 위성 상대 운동 방정식

위성 정렬 비행에서 주위성과 부위성 간의 위성 상대 운동 방정식은 각 위성의 이체 방정식 (two-body dynamics) 차이로부터 유도된다. 위성 상대 운동 방정식은 주위성을 중심으로 하는 비관성 좌표계인 LVLH(Local Vertical Local Horizontal) 좌표계에서 표현된다. 결과적으로 부위성 상대 궤도 운동방정식은 식 (1)과 같이 정리될 수 있다.

$$\begin{aligned}\ddot{x} - 2\dot{\theta}_c \dot{y} - \ddot{\theta}_c y - \dot{\theta}_c^2 x &= -\frac{\mu(r_c + x)}{[(r_c + x)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} + \frac{\mu}{r_c^2} \\ \ddot{y} + 2\dot{\theta}_c \dot{x} + \ddot{\theta}_c x - \dot{\theta}_c^2 y &= -\frac{\mu y}{[(r_c + x)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}} \\ \ddot{z} &= -\frac{\mu z}{[(r_c + x)^2 + y^2 + z^2]^{3/2}}\end{aligned}\quad (1)$$

식 (1)에서  $(x, y, z)$ 는 각각 주위성 중심을 중심으로 하는 LVLH 좌표계의 부위성 상대 위치 성분을 나타낸다.  $\theta_c$ 는 주위성의 true latitude 각도,  $r_c$ 는 주위성의 지구 중심으로부터의 거리,  $\mu$ 는 중력 상수를 의미한다.

식 (1)은 비관성 좌표계인 LVLH 좌표계에서의 부위성 상대 움직임을 표현하는 관계식으로 주위성 각속도인  $\dot{\theta}_c$  값과 연관됨을 확인할 수 있다.

## III. 위성정렬비행 설계

### 3.1 선형화를 통한 미션 설계

위성 정렬 비행은 부위성과 주위성 간의 시간에 따른 상대 위치 변화를 이용하여 투영 원형

정렬 비행(PCO; Projected Circular Orbit), 원형 정렬 비행(GCO; General Circular Orbit) 등의 미션을 수행한다. 이러한 미션 수행을 위한 초기값은 식 (1)를 선형화한 방정식인 CW (Clohessy and Wiltshire) 방정식의 해를 통해 구할 수 있다[5].

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x &= 0 \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} &= 0 \\ \ddot{z} + n^2z &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)는 CW 방정식을 나타내며,  $n$ 은 주위성의 평균 각속도  $n = \sqrt{\mu/a_c^3}$ 을 의미한다. 식 (2)는 선형 미분 방정식이기 때문에 선형 미분 방정식의 해법인 라플라스 변환 등의 기법을 이용하여 해석적으로 해를 구할 수 있다.

각 미션에 대응되는 해는 원형 정렬 비행 초기값인 식 (3)과 투영 원형 정렬 비행 초기값인 식 (4)로 표현된다[6].

$$\begin{aligned} x_0 &= (R/2)\cos\theta, \quad \dot{x}_0 = (-Rn/2)\sin\theta \\ y_0 &= 2\dot{x}_0/n, \quad \dot{y}_0 = -2nx_0 \\ z_0 &= \pm\sqrt{3}x_0, \quad \dot{z}_0 = \pm\sqrt{3}\dot{x}_0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} x_0 &= (R/2)\cos\theta, \quad \dot{x}_0 = (-Rn/2)\sin\theta \\ y_0 &= 2\dot{x}_0/n, \quad \dot{y}_0 = -2nx_0 \\ z_0 &= \pm 2x_0, \quad \dot{z}_0 = \pm 2\dot{x}_0 \end{aligned} \quad (4)$$

$R$ 은 각 미션에 해당하는 변수로서, 원형 정렬 비행인 식 (3)에서는  $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ , 투영 원형 정렬 비행인 식 (4)에서는  $\sqrt{x^2+y^2}$ 을 의미한다.

### 3.2 에너지 매칭

3.1에서 유도된 위성 정렬 비행 미션 초기값은 일반적인 상대 궤도 운동 방정식인 식 (1)를 선형화한 CW 방정식을 통해 계산되었기 때문에, 장시간의 미션 수행 시 선형화 오차로 인해 발산하게 된다. 이러한 CW 방정식의 한계는 많은 연구자들의 연구를 촉진하여 CW 방정식과 같은 1차원 선형화가 아닌, 고차원 테일러 시리즈를 이용하거나[12] 궤도 6요소를 사용하는 등[13]의 연구 결과를 낳았다. 본 논문에서는 선형화 오차로 인한 발산을 막는 방법으로 에너지 매칭 방법을 적용하였다.

에너지 매칭(energy matching) 방법은 주위성과 부위성의 궤도 에너지를 같게 함으로써 궤도의 장반경을 맞추고 궤도 주기를 동일하게 하는

방법이다. 궤도 주기 시간이 같으면 주위성과 부위성의 궤도 주기가  $T$ 라고 정의할 때, 부위성의 시간  $t$ 일 때 주위성에 대한 상대 위치와 한 바퀴를 돈 후 시간  $t+T$ 일 때의 상대 위치가 같게 된다. 따라서 에너지 매칭 방법을 사용하면 위성 상대 궤도 운동의 발산을 막을 수 있다.

위성의 궤도 에너지는 위성의 지구 중심으로 부터의 위치와 속도로부터 계산되고 부위성의 관성 속도(inertial velocity)는 LVLH 관성 좌표계에서 식 (5)와 같이 표현된다.

$$\mathbf{v}_d = \begin{bmatrix} \dot{x} - \dot{\theta}_c y + \dot{r}_c \\ \dot{y} + \dot{\theta}_c (x + r_c) \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \quad (5)$$

주위성의 궤도 에너지를 장반경  $a_c$ 로 표현하면 에너지 매칭 조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon_c &= \frac{1}{2}v_d^2 - \frac{\mu}{r_d} \\ &= \frac{1}{2}(v_{d,x}^2 + v_{d,y}^2 + v_{d,z}^2) - \frac{\mu}{r_d} = -\frac{\mu}{2a_c} \end{aligned} \quad (6)$$

$r_d$ 는 지구로부터의 부위성 거리를 나타내며 식 (7)과 같이 표현된다.

$$r_d = \sqrt{(r_c + x)^2 + y^2 + z^2} \quad (7)$$

최종적으로 LVLH 좌표계에서의 상대 위치 및 속도를 사용하여 에너지 매칭 방정식을 식 (8)과 같이 정리할 수 있다[7].

$$\begin{aligned} \epsilon_d &= \frac{1}{2}\{(\dot{x} - \dot{\theta}_c y + \dot{r}_c)^2 + (\dot{y} + \dot{\theta}_c (x + r_c))^2 + \dot{z}^2\} \\ &- \frac{\mu}{\sqrt{(r_c + x)^2 + y^2 + z^2}} = -\frac{\mu}{2a_c} = \epsilon_c \end{aligned} \quad (8)$$

## IV. 단일 임펄스 위성정렬비행 제어

위성 정렬 비행 미션에는 투영 원형 정렬 비행, 원형 정렬 비행 등이 존재하며 식 (3)과 (4)에서 계산된 부위성의 상대 위치 및 속도 값을 이용하여 원하는 미션을 수행할 수 있다. 또한, 식 (8)의 대수 방정식을 고려하면 장기간의 위성 정렬 비행 시에도 발산하지 않는 상대 궤도를 얻을 수 있다.

하지만, 일반적으로 부위성을 이론적으로 구해진 위치 및 속도에 한 번에 제어하는 것은 추력기나 센서 등의 오차로 인해 불가능하다. 또한, 대기 항력이나 J2 외란 등의 지구 중력을 제

외한 외부 교란도 시간이 지남에 따라 위성간의 상대 궤도에 영향을 주고 결국 상대 거리가 점차 발산하게 한다. 이러한 상대 거리의 발산은 주위성과 부위성의 궤도 에너지 차이로 인해 야기되며, 일정 시간마다 추력기를 사용한 보정 기동을 요구한다.

한편, 위성 정렬 비행에 사용되는 위성이 모두 추력기를 사용하는지 부위성만 추력기를 사용하는지 등의 추력기 유무에 따라 제어 알고리즘을 나눌 수 있다. 편대비행유지(formation keeping)에 관한 기존 연구[7]에서는 부위성만을 사용한 임펄스 제어에 관한 연구를 수행하였다. 반면, 본 논문에서는 부위성과 주위성 모두 추력기를 탑재한 상황에서의 편대비행유지를 위한 임펄스 입력값을 유도하였다. 두 위성의 추력기를 모두 사용할 수 있을 경우, 부위성만 사용하여 제어를 할 때에 비해 위성 간의 연료 소비 균형을 고려함으로써 상대적으로 미션을 수행할 수 있는 기간을 늘릴 수 있게 된다. 또한, 위성 내에 있는 연료량을 서로 비교하여 연료가 많이 남아있는 쪽의 위성에서 추력기를 더 긴 시간 사용하여 연료의 균형을 맞출 수 있다.

에너지 매칭을 위한 위성의 임펄스 크기는 다음 과정을 통해 유도된다. 먼저, 주위성과 부위성 각각의 LVLH 좌표계에서의 임펄스 성분을  $[\Delta v_c] = [\Delta v_{c,x}, \Delta v_{c,y}, \Delta v_{c,z}]^T$ ,  $[\Delta v_d] = [\Delta v_{d,x}, \Delta v_{d,y}, \Delta v_{d,z}]^T$ 로 정의한다. 임펄스 기동 후 편대비행유지를 위해 위성은 다음과 같은 에너지 매칭 조건을 만족해야 한다.

$$\epsilon_d^+ = \frac{1}{2}v_d^{+2} - \frac{\mu}{r_d} = \frac{1}{2}v_c^{+2} - \frac{\mu}{r_c} = \epsilon_c^+ \quad (9)$$

식 (9)에서  $\epsilon_d^+$ ,  $\epsilon_c^+$ 는 각각 임펄스 기동 후의 부위성과 주위성의 궤도 에너지를 나타낸다.  $v_c^+$ ,  $v_d^+$ 는 임펄스를 포함한 속력값을 의미한다.

식 (9)를 만족하는 주위성과 부위성의 임펄스 크기  $\Delta v_c$ ,  $\Delta v_d$ 는 무수히 많다. 그 이유는 식 (9)의 변수는 6개인 반면 에너지 매칭 조건을 만족하기 위한 식은 1개이기 때문이다. 어떤 고정된 시점에서 임펄스 추력값을 최소화하는 방법에는 라그랑지 승수  $\lambda$ 를 이용하는 방법이 있다. 식 (10)은 부위성만 추력을 사용하는 기존 연구에서 정의한 가격함수  $V$ 를 나타낸다[7].

$$V = \|\Delta v_d\|^2 + \lambda(\epsilon_d^+ - \epsilon_c^+) \quad (10)$$

부위성만 추력을 사용한다는 가정을 하였으므로 임펄스 기동 전후의 주위성 궤도 에너지 값

은 같고  $\epsilon_c^+ = \epsilon_c$  식을 만족한다. 라그랑지 승수 최적화 알고리즘을 식 (10)에 적용하면 가격함수가 최소값이 될 때의  $\lambda$ 를 구할 수 있다. 결과적으로 구해진  $\lambda$ 를 이용하면 에너지 매칭 조건을 만족하는 부위성의 최소 연료 소모를 위한 임펄스 값  $\Delta v_d$ 을 구할 수 있게 된다.

본 논문에서는 위의 방법을 주위성이 추력기를 사용할 수 있는 경우로 확장하여 임펄스 해를 구하는 식을 일반화하였다. 먼저 간단한 경우로, 주위성과 부위성의 연료 소모 균형을 고려하지 않았을 때의 라그랑지 함수는, 식 (11)과 같은 가격함수  $\Phi$ 를 정의하여 유도할 수 있다.

$$\Phi = \|\Delta v_c\|^2 + \|\Delta v_d\|^2 + \lambda(\epsilon_d^+ - \epsilon_c^+) \quad (11)$$

반면, 잔존 연료량을 비교한 임펄스  $\Delta v$ 는 위성간의 연료 소모 비율을 고려한 가중치(weight)  $\alpha, \beta$ 를 식 (11)에 추가하여 얻을 수 있다.

$$\Phi' = \alpha\|\Delta v_c\|^2 + \beta\|\Delta v_d\|^2 + \lambda(\epsilon_d^+ - \epsilon_c^+) \quad (12)$$

$\|\Delta v\|$  값 앞에 붙은 가중치  $\alpha, \beta$ 는 위성의 남아 있는 연료량이 상대 위성에 비해 적을수록 값을 증가시켜 단위 연료 당 비용치 증가폭을 크게 하는 방법으로 사용된다. 예를 들어 편대비행유지를 위한 임펄스 기동 전 부위성이 주위성에 비해 남은 연료량이 많은 상황이면, 부위성의 연료를 더 사용함으로써 위성 간 연료 균형을 맞출 수 있고 미션 수행 가능 시간을 늘릴 수 있다. 이를 위해 식 (12)의 가격함수 가중치  $\alpha$ 를 크게하면, 주위성 임펄스 값 증가량 당 비용치(cost) 변화량이 증가하고 결과적으로 주위성의 필요 임펄스 값을 줄일 수 있다.

가격함수를 최소화하는 임펄스 값은 라그랑지 승수법을 사용하여 찾을 수 있다. 먼저 식 (12)를  $\Delta v, \lambda$ 에 대해 각각 미분하면 식 (13)을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} 2\alpha\Delta v_{c,i} - \lambda(v_{c,i}^- + \Delta v_{c,i}) &= 0, \quad i = x, y, z \\ 2\beta\Delta v_{d,j} + \lambda(v_{d,j}^- + \Delta v_{d,j}) &= 0, \quad j = x, y, z \\ \Delta\epsilon &= \epsilon_d^+ - \epsilon_c^+ = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)는 변수 7개와 식 7개로 해를 구할 수 있다. 식 (13)를 전개하면 식 (14)과 식 (15)를 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2b}{\lambda + 2b}\right)^2 v_{f,d}^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{2a}{\lambda - 2a}\right)^2 v_{f,c}^2 + \frac{\mu}{r_c} - \frac{\mu}{r_d} = 0 \quad (14)$$

$$2b^2(\lambda - 2a)^2 v_{f,d}^{-2} - 2a^2(\lambda + 2b)^2 v_{f,c}^{-2} + (\lambda + 2b)^2(\lambda - 2a)^2 \left( \frac{\mu}{r_c} - \frac{\mu}{r_d} \right) = 0 \quad (15)$$

식 (15)를 라그랑지 승수  $\lambda$ 에 대한 식으로 전개하면 식 (16)과 같은 4차 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E &= 0 \\ A &= \rho \\ B &= (4\beta - 4\alpha)A \\ C &= (4\alpha^2 + 4\beta^2 - 16\alpha\beta^2)A - 2\alpha^2 v_{c,f}^{-2} + 2\beta^2 v_{d,f}^{-2} \\ D &= (16\alpha^2\beta - 16\alpha\beta^3)A - 8\alpha^2\beta v_{c,f}^{-2} - 8\alpha\beta^2 v_{d,f}^{-2} \\ E &= 16\alpha^2\beta^2 A - 8\alpha^2\beta^2 v_{c,f}^{-2} + 8\beta^2\alpha^2 v_{d,f}^{-2} \end{aligned} \quad (16)$$

위 식의  $\rho, v_{c,f}^{-2}, v_{d,f}^{-2}$ 는 각각 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\mu}{r_c} - \frac{\mu}{r_d} \\ v_{c,f}^{-2} &= v_{c,x}^{-2} + v_{c,y}^{-2} + v_{c,z}^{-2} \\ v_{d,f}^{-2} &= v_{d,x}^{-2} + v_{d,y}^{-2} + v_{d,z}^{-2} \end{aligned} \quad (17)$$

식 (16)의 4차 방정식을 풀면 4개의 라그랑지 승수  $\lambda$ 를 구할 수 있는데, 가격함수  $\Phi$ 의 Hessian 행렬을 분석하여  $\lambda$ 의 범위를 구할 수 있다.

$$H = \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial (\Delta v)^2} = \begin{bmatrix} 2\alpha - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\alpha - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda + 2\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda + 2\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda + 2\beta \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$-2\beta < \lambda < 2\alpha \quad (19)$$

Hessian 행렬 H는  $\Phi$ 를 각 변수에 대하여 두 번 미분하여 얻어지며 대각선 값이 모두 0보다 클 때  $\Phi$ 가 최소값을 가질 수 있다.

마지막으로, 구해진 라그랑지 승수를 식 (13)를 변형시켜 얻어질 수 있는 식 (20)에 대입하여 각 위성에 필요한 임펄스 성분을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta v_{c,i} &= -\frac{\lambda}{\lambda - 2\alpha} v_{c,i}^{-}, \quad i = x, y, z \\ \Delta v_{d,j} &= -\frac{\lambda}{\lambda + 2\beta} v_{d,j}^{-}, \quad j = x, y, z \end{aligned} \quad (20)$$

## V. 시뮬레이션 결과

본 논문에서는 가상의 궤도를 돌고 있는 주위성과 부위성을 가정하여 연료 균형을 고려한 임펄스 제어 시뮬레이션을 수행하였다. 두 가지

시나리오로 나누어 시뮬레이션을 수행하였으며 각각의 내용은 다음과 같다. 첫 번째 시뮬레이션은 외란이 없는 상황에서 초기 위성 간의 에너지 매칭 조건이 만족되지 않았을 때, 연료 균형을 고려한 임펄스 기동을 하여 위성 간 상대 궤도의 발산을 막는 것을 확인한다. 4장에서 정의한 가격함수의 가중치  $\alpha, \beta$ 를 변수로 이용하여 가중치 값에 따른 각 위성 연료 소모량을 시뮬레이션을 통해 구하고 정리하였다.

두 번째 시나리오는 초기 주위성과 부위성의 에너지가 같다고 가정하고 대기 항력을 외란으로 사용한다. 위성 간 이심률(e)이 다르면 궤도 에너지 감소율에 차이가 있고 결국 궤도 주기의 차이로 인해 상대 거리가 발산하게 되는데, 일정 시간마다 임펄스 기동을 통해 지속적으로 궤도 에너지 차이를 보정하는 위성편대비행유지 제어를 수행한다. 기존에 대기항력 외란이 있는 상황의 위성편대비행 단일 임펄스 제어에 관한 연구는 Mishne[16]에 의해 수행되었다. Mishne은 연료를 최소화하는 임펄스 시간 및 그 때의 주력값을 해석적으로 구하였다. 한편, 본 논문에서는 임펄스 시간이 미션 조건으로 주어져 있다고 가정하였다. 임펄스 시간마다 4장에서 유도된 각 위성의 임펄스를 사용하여 대기외란에 의해 유도된 상대 궤도 발산(drift)을 보정한다.

각 시나리오에서는 가격함수의 가중치 값을 달리하여 위성 간 연료 소비량의 차이를 확인하였다.

### 5.1 시나리오 1

첫 번째 시나리오에서는 연료균형을 고려한 궤도 에너지 매칭을 외란이 없는 상황에서 살펴본다. 주위성 궤도는 Table 1과 같이 가정한다.

에너지 매칭 조건을 만족하는 부위성의 상대 위치 및 속도에는 무수히 많은 해가 있는데, 본 시뮬레이션에서는 다음 초기 조건을 사용하였다.

$$\begin{aligned} x_0 &= 0, & y_0 &= 0, & z_0 &= 0.001a \\ \dot{x}_0 &= 0.0002na, & \dot{y}_0 &= -0.1817\text{m/s}, & \dot{z}_0 &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$\dot{y}_0$ 을 제외한 5개의 항을 임의의 상수로 지정한 후, 식 (9)를 이용하여  $\dot{y}_0$ 를 구할 수 있다. 시나리오 1은 부위성의 초기값이 식 (21)을 만족하지 않는, 즉 에너지 매칭 조건이 성립하지 않는 상황을 가정한다.

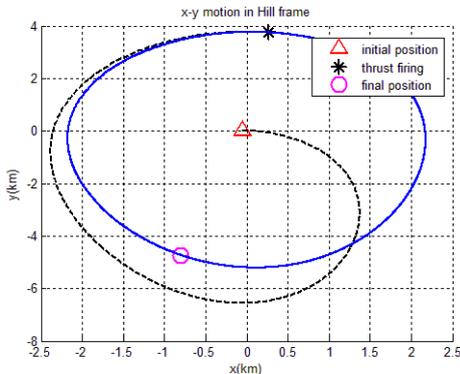
$$\begin{aligned} \delta x_0 &= -0.05\text{km}, & \delta y_0 &= 0.02\text{km}, & \delta z_0 &= 0.01\text{km} \\ \delta \dot{x}_0 &= 0, & \delta \dot{y}_0 &= 0, & \delta \dot{z}_0 &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

Table 1. Chief satellite orbit

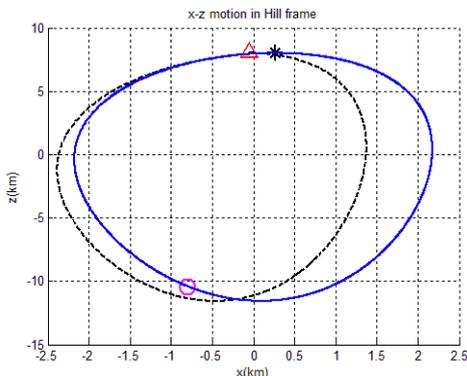
Longitude of ascending node	$\Omega$	30 deg
Argument of perigee	$\omega$	40 deg
Semi-major axis	a	8000 km
Inclination angle	i	50 deg
Eccentricity	e	0.20
Initial true anomaly	f	30 deg

식 (22)는 부위성의 초기 에러로, 식 (21)에서 계산된 위치 및 속도로부터의 오차를 나타낸다.

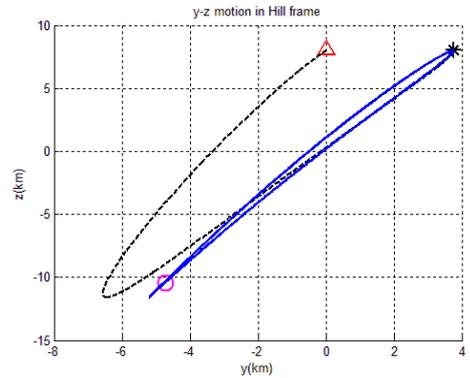
Fig. 2는 LVLH 좌표계에서의 주위성에 대한 부위성에 대한 상대위치를 도시한다. 그림에서 별표 모양으로 표시된 임펄스 기동 후, 위성 간 상대거리 구속이 이루어짐을 확인할 수 있다. 궤도 에너지를 매칭하는 임펄스는 초기 시간으로부터 궤도를 한 바퀴 돈 후 적용되며 총 시뮬레이션 시간은 궤도를 6번 도는 것으로 가정하였다. 이 시뮬레이션은 주위성과 부위성의 잔재 연료량이 같은 경우를 가정하여 수행되었다. 즉, 가중치  $\alpha, \beta$ 의 값은 0.5이다.



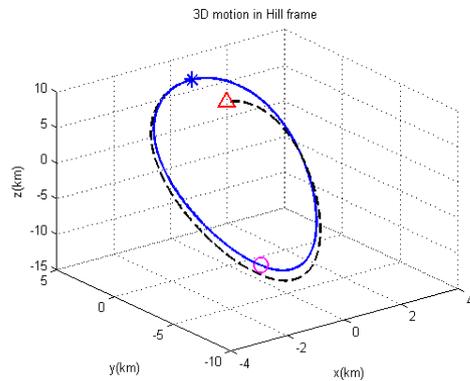
(a) x-y motion in LVLH frame



(b) x-z motion in LVLH frame



(c) y-z motion in LVLH frame



(d) 3-D motion in LVLH frame

Fig. 2. Deputy satellite position in LVLH frame

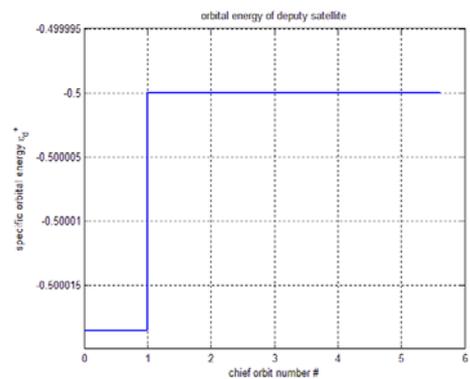


Fig. 3. Deputy orbital energy (dimensionless)

Fig. 3은 부위성의 궤도 에너지를 무차원화한 값을 시간에 따라 도시한다. 위성의 궤도 에너지는  $\epsilon = -\mu / 2a$ 을 만족하며 중력 상수와 목표장반경 값에 대해 무차원화하면 에너지 매칭 후 궤도 에너지의 값이 -0.5에 도달해야 한다. Fig.

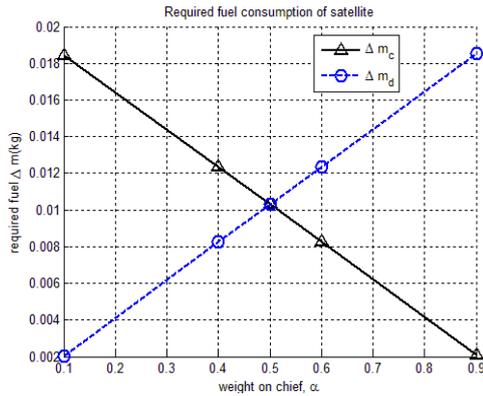


Fig. 4. Fuel consumption of each satellite

Table 2. Fuel decrease(g) versus weight parameter

$\alpha$	$\beta$	$\Delta m_c$	$\Delta m_d$	$\Delta m_{sum}$
0.1	0.9	18.4308	2.0478	20.4786
0.4	0.6	12.3679	8.2450	20.6128
0.5	0.5	10.3066	10.3062	20.6128
0.6	0.4	8.2453	12.3675	20.6129
0.9	0.1	2.0614	18.5517	20.6130

3에서 임펄스 기동 후 주위성과 부위성 사이에 에너지 매칭이 이루어짐을 확인할 수 있다.

Fig. 4는 주위성에 미치는 연료 가중치  $\alpha$ 에 따른 주위성의 연료 소비량을 나타낸다. 위성의 질량은 500kg, 추력기 Isp값은 300sec로 가정하였다. 주위성 연료 가중치  $\alpha$  값이 커질수록 주위성의 연료 잔량이 부위성에 비해 적음을 의미하기 때문에 주위성에서 사용하는 연료량이 점점 줄어들음을 확인할 수 있다. 대신 부위성에서 사용되는 추력량이 증가하게 되는데, 이를 Table 2에서 볼 수 있다.

### 5.2 시나리오 2

두 번째 시나리오는 대기 항력을 외란으로 사용하며 초기 주위성과 부위성의 에너지가 같다고 가정한다. 위성 간 장반경이 같아도 이심율이 다르면 시간에 따른 궤도 에너지 감소율에 차이가 있고, 궤도 주기의 차이로 인해 상대 거리가 발산하게 된다. 본 시뮬레이션에서는 총 3번의 임펄스 기동을 일정 시간(40000sec)마다 수행하여 지속적으로 궤도 에너지 차이를 보정한다. 또한, 주위성과 부위성의 연료량이 다를 때를 가정하고 비중합수 가중치를 달리하여 임펄스 기동을 한 후의 결과값을 비교한다.

Table 3. Satellite initial condition

	chief satellite	deputy satellite
$\Omega$	50 deg	50.1 deg
$\omega$	30 deg	30.1 deg
a	7500 km	7500 km
i	30 deg	30.1 deg
e	0.05	0.051
f	30 deg	30.1 deg

본 시나리오에서는 위성 질량 500kg, Isp 300sec,  $A = 4m^2$ ,  $C_d = 2.2$  값을 사용하였고, A는 위성 표면적,  $C_d$ 는 대기항력상수를 의미한다. 대기 외란은 위성에  $\mathbf{a}_{drag} = -1/2C_d(A/m)\rho\|\mathbf{v}\|_2\mathbf{v}$ 의 영향을 끼친다[14, 15].

Table 3에는 시뮬레이션에 사용된 위성의 초기 궤도 값들을 정리하였다. 시간에 따른 상대 궤도 발산을 가상적으로 만들기 위해 주위성과 부위성의 초기 장반경은 같지만 이심율 값에 차이가 있게 설계하였다. 따라서 시간이 지남에 따라 위성 간 에너지 차이가 나게 되고 상대 궤도가 점차 발산하게 된다.

Fig. 5와 Fig. 6은 각각 본 논문에서 제안된 임펄스를 사용한 부위성 궤도(true)와 추력기가 사용되지 않은 궤도(nominal)를 서로 비교하고 있다. Fig. 5는 시간에 따른 주위성과 부위성의 장반경을 나타낸다. 그림에서 임펄스가 작용하는 때 순간(40000sec), 장반경이 같게 되는 것을 확인할 수 있다. 궤도 주기는 장반경 a에 의해 독립적으로 결정되고 장반경이 같음은 궤도 주기가 같음을 의미한다. 따라서 임펄스가 작용할 때마다 위성편대비행 유지가 순간적으로 이루어짐을 짐작할 수 있다.

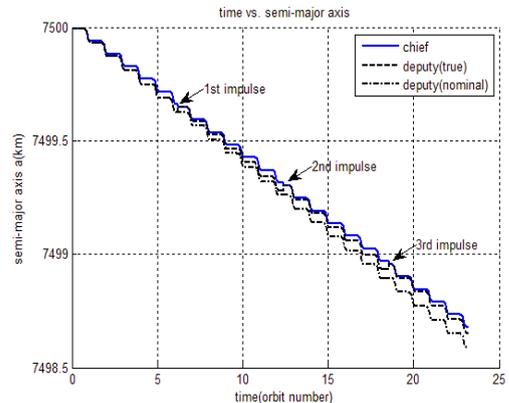


Fig. 5. Semi-major axis (true and nominal)

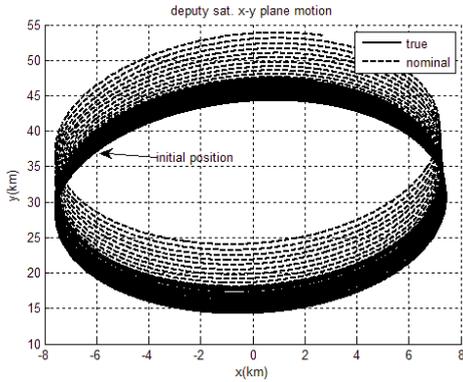


Fig. 6. x-y motion in LVLH frame

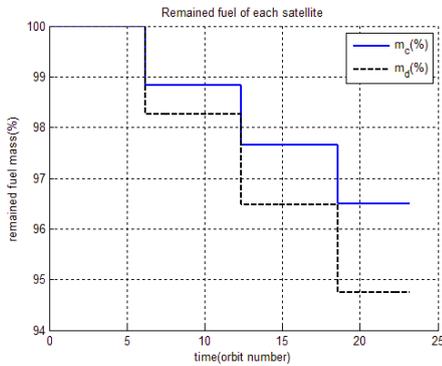


Fig. 7. Remained fuel of each satellite

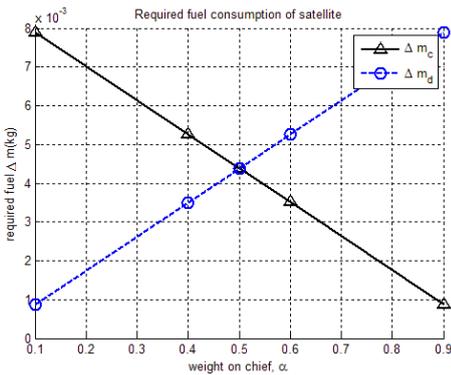


Fig. 8. Fuel consumption of each satellite

Fig. 6은 LVLH 지역 좌표계 x-y 평면에서의 부위성 위치를 나타낸다. 두 위성의 이심을 차이로 인해 초기위치로부터 상대 궤도가 +y 방향으로 점차 발산함을 볼 수 있다. 하지만 임펄스가 작용하는 실제(true) 궤도와 임펄스를 사용하지 않는 궤도(nominal) 간의 발산 크기에 차이가 있음을 확인할 수 있다. 따라서 Fig. 5의 결

과로 미루어 짐작한 임펄스의 위성편대비행 유지 기능을 확인할 수 있다.

Fig. 7은 미션 수행 동안의 주위성과 부위성의 잔존 연료량을 퍼센트 단위로 표현한다. 초기 위성의 연료량은 0.1kg으로 가정하였다. 시뮬레이션에 사용된 가격함수의 가중치  $\alpha\beta$ 값은 각각 0.6, 0.4로 주위성의 연료를 덜 사용하는 방향으로 가정하였다. Fig. 7에서 세 번의 임펄스 동안 사용된 연료량과 잔존 연료량을 볼 수 있으며 주위성의 연료는 부위성에 비해 적게 사용되었음을 확인할 수 있다. 한편, Fig. 8은 연료균형을 고려한 가격함수의 가중치에 따른 주위성과 부위성의 연료소모량을 비교한다. 그림에서 가중치  $\alpha$  값이 증가할수록 주위성의 연료소모량은 감소하고 부위성의 연료소모량이 증가함을 확인할 수 있다.

## VI. 결 론

위성 편대비행유지(Formation-Keeping)는 위성 편대비행(Formation Flying)의 연구 분야 중 하나로서, 위성 간 상대 궤도를 구속(bounded)하는 기법에 관한 연구이다. 2000년대부터 이와 관련된 연구가 국내외에서 활발히 수행되었으며 본 논문에서는 위성 편대비행유지 임펄스 제어에 대한 연구를 수행하였다.

기존에 연구되었던 부위성만을 사용한 임펄스 제어 방법을 주위성과 부위성을 모두 사용하는 상황을 가정하고 해를 일반화하였다. 특정 시간에서의 편대비행유지를 위한 최적 임펄스 해를 라그랑지 승수를 포함한 가격함수(cost function)를 정의하여 유도하였다. 또한, 각 위성에 대한 연료 가중치를 가격함수에 추가하여 위성 간 연료균형을 함께 고려하였다. 마지막으로, 유도된 해를 두 가지 시나리오에 대한 시뮬레이션을 수행하여 검증하였다.

첫 번째 시나리오에서는 위성 간 잔존 연료량을 비교하여 추력량을 계산하고 임펄스 기동을 통해 초기 궤도 에너지 오차가 보정되는 것을 확인하였다. 가격함수에 나타난 위성의 가중치가 높을수록 다른 위성에 비해 상대적으로 남은 연료량이 적음을 의미하는데, 가중치가 커짐에 따라 에너지 매칭에 요구되는 위성의 임펄스 크기 분배량이 줄어들음을 볼 수 있었다. 두 번째 시나리오는 주위성과 부위성의 초기 에너지가 같되 대기 항력이 외란으로 작용하는 상황을 가정하여 일정 시간마다 에너지 매칭 보정 기동을 수행하고 그 때마다 상대 궤도 구속이 이루어짐을 확인하였다.

본 논문의 결과는 추후 실제로 위성편대비행 미션 수행 시 편대비행유지를 위하여 사용가능 할 것으로 기대된다. 서로 비슷하지만 다른 궤도 주기를 갖는 근접한 두 위성을 본 논문에서 제안된 임펄스를 사용하여 위성 편대비행미션 수행을 위한 초기 상태로 만들 수 있다. 또한, 편대비행미션을 수행중인 위성들이 외란으로 인하여 상대 궤도가 점차 발산할 때 편대비행유지를 위한 임펄스 기동이 적용될 수 있을 것으로 사료된다.

### 후 기

본 연구는 한국과학재단을 통해 교육과학기술부의 우주기초원천기술개발 사업(NSL, National Space Lab)으로부터 지원받아 수행되었으며, 이에 감사드립니다(S10801000123-08A0100-12310).

### 참고문헌

1) Vadali, S. R., Vaddi, S. S., and Alfriend, K. T., "An Intelligent Control Concept for Formation Flying Satellites", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 12, No. 2, 2002, pp.97-115.

2) Martin, M, Stallard, MJ., "Distributed Satellite Missions and Technologies - the TechSat-21 Program", *AIAA Paper 99-4479, AIAA Space Technology Conference and Exposition*, Albuquerque, NM, September 28-30.

3) Folkner, WM., Bender, PL., Stebbins, RT., "LISA Mission Concept Study: Laser Interferometer Space Antenna for the Detection and Observation of Gravitational Waves", *Jet Propulsion Laboratory Report JPL 97-16, California Institute of Technology*, Pasadena, CA, March 2, 1998.

4) Luu, K., Martin, M., Stallard, M., Schlossberg, H., Mitola, J., Weidow, D., Blomquist, R., Campbell, M., Spence, H., and Twiggs, B., "University Nanosatellite Distributed Satellite Capabilities to Support TechSat23", *AIAA/USU Small Satellite Conference*, Reston, VA, August 23-26, 1999.

5) Clohessy, W., and Wiltshire, R., "Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous", *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 27, No. 9, 1960.

6) Chris, S., Rich, B., and Craig, A. M., "Satellite Formation Flying Design and Evolution", *Journal of Guidance, Control, and*

*Dynamics*, Vol. 38, No. 2, 2001, pp. 270-278.

7) Pini, G., "Relative Motion Between Elliptic Orbits: Generalized Boundedness Conditions and Optimal Formationkeeping", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 4, 2005, pp. 761-767.

8) Cho, H., Park, S., "Analytic Solution for Fuel-Optimal Reconfiguration Relative Motion", *Journal of Optimization Theory and Application*, Vol. 141, No. 3, June, 2009, pp. 495-512.

9) Kim, D., Woo, B., Park, S., and Choi, K., "Hybrid Optimization for Multiple-Impulse Reconfiguration Trajectories of Satellite Formation Flying", *Advances in Space Research*, Vol. 44, Issue 11, 1st December 2009, pp. 1257-1269

10) Park, H., Park, S., and Choi, K., "The Reconfiguration and Formation-Keeping with State-Dependent Reccati Equation Nonlinear Controller", *18th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Jan. 28-31, 2008, Galveston, Texas, Paper AAS 08-214.

11) Yoo, S., Park, S., and Choi, K., "A Fuel Balancing Method for Reconfiguration of Satellite Formation Flying", *International Conference on Control, Automation and Systems 2007*, Oct. 17-20, 2007, Seoul, Korea, pp. 1426-1429.

12) Pini, G., and Kasdin, N. J., "Nonlinear Modeling of Spacecraft Relative Motion in the Configuration Space", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 27, No. 1, 2004, pp. 154-157.

13) Schaub, H., "Incorporating Secular Drifts into the Orbit Elements Difference Description of Relative Orbits", *American Astronautical Society/AIAA*, AAS Paper 03-115, 2003.

14) Nadia, A. S., M.N. Ismail, K.H.I. Khalil, "Decay of Orbits due to the Drag of Rotating Oblate Atmosphere", *Planetary and Space Science*, 2008, pp. 537-541.

15) D. G. King-Hele, F.R.S., and Dorren M. C., Walker, "The Contraction of Satellite Orbits under the Influence of Air Drag. VII. Orbits of High Eccentricity, with Scale Height Dependent on Altitude", *Royal Society(London), Proceedings, Series A - Mathematical and Physical Sciences*, vol. 411, no. 1840, May 8, 1987, pp. 1-17.

16) Mishne, D., "Formation Control of Satellite Subject to Drav Variations and J2 Perturbations", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 27, No. 4, 2004, pp. 685-692.