

論文

초음속 기저유동의 우수한 예측을 위한 DES 모델상수의 동적 보정

신재렬*, 최정열**

Dynamic Correction of DES Model Constant for the Advanced Prediction of Supersonic Base Flow

Jae-Ryul Shin* and Jeong-Yeol Choi**

ABSTRACT

The DES analysis of strong compressibility flow, LES mode is intentionally performed in boundary layer with the conventional empirical constant C_{DES} value of 0.65. In this study, an expression is suggested to determine the C_{DES} value dynamically by using a distribution function of the ratio of turbulence length scale and wall distance which is used in S-A DDES model for RANS mode protection. The application of the dynamic C_{DES} presents better prediction than previous results those used constant but different C_{DES} values.

초 록

강한 압축성을 갖는 유동의 DES 해석에서, 일반적인 경험상수 C_{DES} 값 0.65를 사용할 경우 경계층 내에서 인위적으로 LES 모드로 수행된다. 본 연구에서는 S-A DES 모델에서 RANS 모드 보호를 위하여 사용되는 난류 길이와 벽거리 비의 분포 함수를 이용한 C_{DES} 의 동적 결정 방법을 제시하였다. 동적 C_{DES} 결정식을 초음속 기저 유동장에 적용한 결과 다른 모델 상수를 사용한 기존의 연구 결과에 비하여 우수한 예측을 보여주었다.

Key Words : Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS), Detached Eddy Simulation(DES), Delayed Detached Eddy Simulation(DDES), Base Flow(기저유동)

1. 서 론

벽면 근처 난류 경계층 내에는 경계층 두께에 비해 작은 크기의 에디가 매우 많이 존재하여 난류 경계층을 포함하는 문제를 LES (Large Eddy Simulation)로 해석하기 위해서는 매우 많은 계산 자원이 요구된다. 따라서 고 레이놀즈수 유동의 LES 해석은 현실적으로 매우 제한적일 수밖에 없다. 이를 극복하기 위하여 수치적 소산이

Sub-Grid Scale (SGS) 모델로 간주되는 Implicit LES기법이 주장되고 있으나 아직 검증 수준에 머물러 있으며 보편적으로 이용되지는 않는다.

한편, 고 레이놀즈수 대규모 박리유동 영역에 일반적으로 신뢰할 수 있는 RANS 모델 없기 때문에 경계층의 난류를 RANS 기법으로 모델링하고, 박리된 영역의 에디를 LES 기법의 형식으로 직접 포착하는 hybrid 기법이 Spalart등[1], Speziale[2]에 의해 제안 되었다.

Spalart 등[1]은 Spalart-Allmaras (S-A) RANS 모델[3]을 이용한 DES 기법을 제안하였고, Speziale[2]은 벽면 근처는 레이놀즈 응력 모델을 적용하고, 매개변수를 이용하여 LES와 RANS의 에디 점성 크기를 부드럽게 연결하는 함수를 사용한 hybrid 기법을 제안하였다. 이들의 선구적

† 2009년 12월 14일 접수 ~ 2010년 1월 25일 심사완료

* 정희원, 부산대학교 항공우주공학과 대학원

** 정희원, 부산대학교 항공우주공학과

교신저자, E-mail : aerochoi@pusan.ac.kr

부산시 금정구 장전동 산 30번지

역할 이후 많은 hybrid 기법들이 파생되어 제안되었으며, 이들은 크게 RANS와 LES를 하나의 난류 모델로 계산하는 DES 기법과 RANS 난류 모델과 SGS 모델을 함께 이용하는 hybrid RANS/LES 기법으로 나눌 수 있다.

Spalart 등의 S-A DES[1] 이후, Strelet은[4] Menter의 shear stress transport (SST) RANS 모델을[5] 이용한 SST DES를 제안하였고, Nichols와 Nelson은 다중 크기 K- ϵ RANS 모델 기반의 DES를 제안하였다.[6] Hybrid RANS/LES 기법의 경우, Zhong과 Tucker는[7] Wolfshtein의 K-L RANS 모델과[8] Yoshizawa [9]와 Fureby [10]의 1-방정식 SGS 모델과 합친 방법을 제안하였으며, Abe[11], Temmerman 등[12]은 비선형 K- ϵ RANS 모델[13]과 1-방정식 SGS 모델과 합친 Hybrid LES 기법을 제안하였다. Hybrid RANS/LES 기법이 영역에 따라 서로 다른 모델 또는 난류 전달 방정식을 풀어야 하는 반면 DES 기법은 일관된 전달 방정식의 풀이 과정 내에서 난류 길이 스케일을 영역 및 조건에 따라 다르게 적용하는 차이가 있다.

초기의 DES 기법은[1,4] RANS 영역과 LES 영역 구분을 명확하게 하지 못하기 때문에 회색영역의 모호성 문제로 알려진 이른 박리 또는 격자 유도 박리를 유발함이 알려져 있다. Menter와 Kuntz는 2차원 익형 DES에서 2-방정식 k- ω Shear Stress Transport (SST) 모델의 제한자 F_1 이 RANS 모델에 영향을 끼쳐 SST RANS 모델에 비해 상대적으로 박리점을 상류로 움직이게 한다고 보고하였다[14]. 이와 유사하게 Spalart 등은 DES 기법에서 격자 간격이 감소하면 큰 에디를 가능케 하는 비선형 상호관계의 정확성이 증가하는 반면, 두꺼운 경계층과 얇은 박리 영역에서 최대 격자 간격이 경계층 두께보다 작을 때, DES는 부정확한 거동을 보여줄 수 있음을 보였다[15]. 이 결과 RANS 수준보다 더 낮은 에디 점성을 가지며, 격감된 에디 점성은 표면마찰을 감소시켜 이른 박리를 유발 할 수 있다고 보고하였다.

이러한 DES 기법의 문제를 보완하기 위하여 Menter와 Kuntz는 SST RANS 모델의 제한자 F_2 를 사용하여 경계층을 포착하여 LES 계산이 이루어지지 않도록 RANS 영역을 보호하는 Zonal DES를 구현 하였다[14]. Spalart 등[14]은 매개변수 r_d 사용하는 분포 함수를 S-A DES 모델에 간단히 추가 수정하여 RANS 영역을 보호하는 DDES라는 새로운 형태를 소개하였다.

DES 기법의 다른 문제점은 DES 길이크기를

결정할 때 모델상수 C_{DES} 가 사용되는 것이다. Strelets[4]은 Comte-Bellot과 Corsin[16]의 동질 등방성 난류 소멸 실험을 대상으로 S-A DES와 SST DES의 최적 모델상수 값을 결정 하였다. 이 결과로부터, S-A DES 모델의 모델상수 C_{DES} 값은 0.65이고[4,17], SST DES 모델의 두 개의 모델상수 $C_{DES}^{K-\epsilon}$ 와 $C_{DES}^{K-\omega}$ 는 각각 0.61, 0.78로 보고하였다[4].

Spalart[18], Shur 등[17]은 일반적인 모델상수 C_{DES} 값이 DES에 그리 민감하지 않다고 보고하였다. Strelets[4] 4차 정확도의 중앙차분기법을 사용한 경우 이 값이 적절하며, 풍상차분기법에는 다소 작은 값이 적절하다고 보고하였다. 따라서 모델 상수 C_{DES} 값은 차분기법 및 공간정확도에 따라 다른 값을 가질 수 있고 주로 저 레이놀즈수 유동에 적용된 값을 알 수 있다.

몇몇 연구자들은 고 레이놀즈수 유동에서 모델상수 C_{DES} 값 변화에 따른 효과를 연구하였다. Constantinescu와 Squires[19]는 저-중간 정도 레이놀즈수의 3차원 구 유동에 대해 모델 상수 C_{DES} 값의 변화에 따른 영향을 조사 하였다. 대류 항을 5차 공간 정확도로 계산할 경우, 과도한 소산 없이 작은 크기의 에너지 영역까지 충분히 모사가능 하고, 모델상수 C_{DES} 가 무한대로 증가할 경우 RANS 결과로 이른다고 보고 하였다. Forsythe 등[20]은 DES 기법을 이용하여 초음속 축대칭 기저유동 계산을 수행하였다. 조밀한 격자에 대해 모델상수 C_{DES} 값의 영향을 알아보기 위하여 모델상수 C_{DES} 값 0.65와 0.25를 이용한 결과, 시간 평균된 기저압력은 Herrin 과 Dutton의 실험 결과[21]를 잘 예측하였으나 재순환영역 크기를 조금 크게 예측하였으며, 좋은 결과를 유지하기위해 DES 모델상수 조정이 필요하고 보고 하였다. Simon 등[22]은 DES 기법 및 hybrid LES 기법과 2차 공간 정확도 해법 및 다른 C_{DES} 값, 0.65, 0.55 및 0.4를 이용하여 초음속 기저유동 계산을 수행하였다. Simon 등은 혼합층 전단 응력 형상을 잘 예측했지만, 실험[21]과 같은 평평한 시간 평균된 기저압력을 보여주지는 못하였으며, 낮은 공간정확도에서 모델상수 C_{DES} 값을 낮추는 것이 타당하고 보고하였다. Kawai와 Fujii[23]는 LES 영역에서 Smagorinsky SGS 모델을 사용하는 hybrid LES 기법을 초음속 기저 유동에 적용하였다. 이들은 두 개의 다른 SGS 모델상수($C_s=0.12$ 와 $C_s=0.24$)를 사용하였으며, C_s 값 0.24 경우가 실험[21]과 좀 더 일치하는 평균 기저 압력을 보여주었다. 본 연구진의 이전 연구 결과[24,25]도 3차 공간 정확도에 비해 5차 공간

정확도 해석 결과의 평균된 기저 압력 및 재순환 영역의 속도 분포가 실험[21]에 더 근접한 예측 결과를 보여 주었으며, C_{DES} 를 0.65에서 1.2로 증가시킨 계산 결과가 기저압력, 유동 하류의 축방향 및 반경방향 속도 분포를 좀 더 정확하게 예측할 수 있었다.

이상의 이전 연구로부터 고 레이놀즈수 유동에서는 모델 상수가 공간정확도 및 차분기법에 영향을 받으며 기저압력, 유동 하류의 축방향 및 반경 방향 속도분포 예측에 영향을 줄 수 있으며, 모델 상수를 조건에 따라 동적으로 결정하여 줄 수 있는 방법이 필요하다고 여겨진다. 따라서 본 연구에서는 S-A DDES에서 RANS 모드 보호를 위하여 사용되는 난류 길이와 벽거리 비의 분포 함수를 이용하여 모델 상수 C_{DES} 동적으로 결정하기 위한 방법을 연구하였다.

II. 유동장 모델 및 해석방법

2.1 지배방정식

비정상 압축성 유동의 질량, 운동량 및 에너지 보존 방정식은 보존형으로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial e_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (e_t + p) u_j = \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} u_j - q_j) \quad (3)$$

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \mu S_{kk} \delta_{ij} + 2\mu S_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$q_j = \kappa \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad \mu = \mu_l + \mu_t, \quad k = c_p \left(\frac{\mu_l}{Pr_l} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right)$$

여기에서 ρ , u_i , e_t , τ_{ij} , q_j 는 밀도, 속도 성분, 단위 체적당 전체 에너지, 점성 응력 텐서, 열 유속을 나타낸다. 물질의 조성 변화를 고려하지 않고, 비열을 일정한 열량적 완전기체로 가정하면, 이상기체 상태방정식을 적용하여 압력과 에너지를 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$p = \rho RT \quad (4)$$

$$e_t = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \quad (5)$$

2.2 DES 모델

2.2.1 S-A DES 모델

S-A RANS 모델은 1-방정식 난류 모델로서 다음의 전달방정식으로부터 에디 점성을 계산한다.

$$\frac{\partial \tilde{\rho} \tilde{v}_t}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\rho} \tilde{v}_t v_j) = C_{b1} \tilde{S} \tilde{\rho} \tilde{v}_t + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\tilde{\rho} \tilde{v}_t + \tilde{\rho} \tilde{v}_t) \frac{\partial \tilde{v}_t}{\partial x_j} \right] + \frac{C_{b2} \rho}{\sigma} \frac{\partial \tilde{v}_t}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}_t}{\partial x_j} - \rho C_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{v}_t}{d} \right)^2 \quad (6)$$

여기에서 우변 첫째 항은 생성 항이고, 두 번째와 세 번째 항은 확산 항이며, 네 번째 항은 소산 항이다. 위 식의 소산 항에서 d 는 벽에 가장 가까운 거리이다. 각 항에 대한 자세한 내용은 이전의 문헌에 기술되어 있다[3,25].

S-A DES 기법은 d 을 새로운 DES 길이 크기 \tilde{l} 로 대체한 것이다[1]. 이 새로운 길이 크기는 격자간격 Δ 에 기초하고 있고 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{l} = \min(d, C_{DES} \Delta) \quad (7)$$

$$\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$$

여기에서 경험상수 C_{DES} 는 수정 가능한 모델 상수이고, Δ 는 계산격자 x , y , z 각 방향에서 가장 큰 크기를 나타낸다. 격자의 비등방성 ($\Delta x \approx \Delta z \gg \Delta y$) 으로 인하여 경계층 내에서는 $\tilde{l} = d$ 가 되어 S-A DES 모델은 S-A RANS 모델로 환원되며, 벽으로부터 충분히 먼 유동장에서는 길이 크기가 격자에 의존하게 되어 대수적 혼합 길이를 갖는 Smagorinsky 모델처럼 SGS 모델의 성격을 가진다.

2.2.2 S-A DDES 모델

Menter는 RANS 모드를 보호하고 LES 모드를 지연하기 위하여 경계층 내에서는 1이 되고, 경계층 모서리에서는 급격히 0으로 감소하는 SST RANS 모델의 제한자 F_1 을 이용하였다.[15] S-A 모델은 제한자 함수를 사용하지 않지만 난류 모델의 길이크기와 벽거리의 비를 나타내는 매개변수 r_d 를 포함하고 있으므로, Spalart는 매개변수를 다음과 같이 수정하여 길이 크기를 정의함으로써, 비회전 영역에서 강건성을 가지는 DDES 기법을 개발하였다[14,25].

$$r_d = \frac{\tilde{v}_t + \tilde{\nu}}{\sqrt{U_{i,j} U_{i,j}} \kappa^2 d^2} \quad (8)$$

여기에서 \tilde{v}_t 는 동적 에디 점성, $\tilde{\nu}$ 는 분자 점성, $U_{i,j}$ 는 속도 구배, κ 는 Kármán 상수, d 는 벽

에 가장 가까운 거리이며, r_d 를 사용하여 S-A DES의 길이 크기는 다음과 같이 다시 정의된다.

$$\tilde{l} = d - f_d \max(0, d - C_{DES}\Delta) \quad (9)$$

여기에 분포함수 f_d 는 다음과 같다.

$$f_d = 1 - \tanh([8r_d]^3) \quad (10)$$

S-A 모델에서의 r 과 유사하게 매개변수 r_d 가 1 이면 RANS 모델로 회귀하며 0으로 감소하면 점진적으로 경계층의 모서리로 향하게 된다. 따라서 새로운 길이 크기는 f_d 가 0이면 $\tilde{l} = d$ 가 되어 RANS 모드로 동작하도록 하며, f_d 가 1이면 $\tilde{l} = \min(d, C_{DES}\Delta)$ 이 되어 DES 모델[11]로 동작한다. 이 함수는 Menter의 K- ω SST 모델에서 사용된 혼합함수와 비슷한 경계층 포착 특징을 보여준다. 식(10)의 상수 8과 3은 평판 경계층의 DDES 평가에서 Δ 이 δ 에 비해 매우 작더라도 반드시 RANS 모드와 일치하도록 결정된 값이다 [14].

2.2.3 SST DES 모델

SST RANS 모델은 부분적인 박리 유동의 경우 가장 뛰어난 2-방정식 RANS 난류모델 중에 하나라고 알려져 있다.

$$\frac{\partial \rho K}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j K}{\partial x_j} = P_K - \beta^* \rho K \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_K \mu_t) \frac{\partial K}{\partial x_j} \right] \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \omega}{\partial x_j} = & \alpha \frac{\omega}{K} P_K - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial K}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (12)$$

식(11) K-방정식의 우변 두 번째 항인 난류에너지 소산 항을 길이 크기를 나타내면 다음과 같다.

$$l_{K-\omega} = \frac{K^{1/2}}{\beta^* \omega}$$

식(7)로 주어진 DES 길이 크기를 이용하면, 외재적 또는 내재적으로 포함된 길이 크기를 가지고 있는 RANS 모델의 길이 크기 수정을 통해 SST RANS 모델을 SST DES 모델로 수정할 수 있다[4].

$$\tilde{l} = \min(l_{K-\omega}, C_{DES}\Delta) \quad (13)$$

SST RANS 난류모델의 K-방정식의 소산 항을 DES 모드가 되도록 변환시켜 수정하면 다음과 같다.

$$D_{RANS}^K = \rho \beta^* K \omega = \rho K^{3/2} / l_{K-\omega} \quad (14)$$

DES 모드에서의 난류에너지 소산 항은 식(14)의 $l_{K-\omega}$ 를 식(13)의 \tilde{l} 로 간단하게 대체해 수정해 나타낸다.

$$D_{DES}^K = \rho K^{3/2} / \tilde{l} \quad (15)$$

2.2.4 SST Zonal DES 모델

경계층의 RANS 부분에서 DES의 격자 영향을 감소시키기 위해 SST RANS 모델은 제한자 F_1 또는 F_2 를 이용하여 경계층 보호를 선택할 수 있다.[15] 아래 수정을 통해 유동 경계층에서 DES 길이 크기에 따른 영향을 감소시킨다.

$$\tilde{l} = \min\left(l_{K-\omega}, \frac{C_{DES}\Delta}{1 - F_{SST}}\right); F_{SST} = 0, F_1, F_2 \quad (16)$$

SST DES의 길이 크기에서 F_{SST} 는 SST RANS 모델의 제한자로부터 선택될 수 있다. $F_{SST}=0$ 인 경우, Strelets[4]이 제안한 DES 모델로 돌아간다. Menter는 F_{SST} 를 F_2 로 사용한 2차원 익형 계산의 경우, 경계층은 영향을 받지 않고 예측된 박리점 위치의 변화가 없었으며 세장비가 큰 격자에서도 박리점의 변화는 없었고, F_{SST} 가 F_2 인 경우 S-A DDES와 같이 경계층 보호를 통해 LES 모드를 지연 시킨다고 보고하였다[15].

한편, Spalart 등[14]은 S-A DDES 모델의 분포함수 f_d 를 이용해 길이 크기가 포함된 난류 모델의 길이 크기를 수정하여 DDES 모델로 나타낼 수 있다고 제안하였다. 따라서 식(16)에서 $1 - F_{SST}$ 를 f_d 로 대체시켜 SST DES를 수정하여 SST DDES 모델로 나타내면 다음과 같다.

$$\tilde{l} = \min\left(l_{K-\omega}, \frac{C_{DES}\Delta}{f_d}\right) \quad (17)$$

분포함수 f_d 의 매개변수 r_d 는 다음과 같다.

$$r_d = \frac{\mu_t + \mu}{\rho \sqrt{U_{i,j} U_{i,j}} \kappa^2 d^2}$$

2.3 모델상수 C_{DES}

모델 상수 C_{DES} 의 최적 값을 찾거나 DES 모델의 아격자 크기 형태를 알기 위하여 Comte-Bello과 Corrsin의 실험 연구[16]와 같이 Strelets[4]은 동질 등방성 난류 소멸에 대해 순수 LES 모드로 계산을 수행 하였다. SST RANS 모델은 K- ω 와 K- ϵ 두 부분을 가지고 있으므로 Strelets은 이 두 부분에 대해 보정을 나누어 수행하였고, Menter[5]의 혼합 함수를 이용하여 이 두 값을 결합하였으며, LES 모드에서 DES 함수가 작동하는 영역에서 K- ϵ 부분이 중요하다고 보고하였다.

$C_{DES}=0.65$ 를 이용한 S-A DES 모델의 SGS모델과 $C_{DES}^{K-\epsilon}=0.61$, $C_{DES}^{K-\omega}=0.78$ 을 이용한 SST DES 모델의 SGS 모델의 계산을 수행 한 결과, 실험[16]과 잘 일치하며 주파수 에너지 스펙트럼 기울기가 절단 파수 부근에서 -5/3에 근접함을 보였다. Strelets는 이 상수 값들이 중앙차분기법을 사용할 경우에 최적 값이라고 보고하였고, 더 많은 수치적 소산을 갖는 차분기법과 결합하면 다소 낮은 값이 최적값 이라고 보고하였다[4].

2.4 수치해석기법

지배방정식을 유한 체적법을 이용하여 이산화하였다. 대류 플럭스 항은 일반 좌표계에서 Roe FDS 기법을 사용하였으며, 5차 MUSCL- TVD 기법을 이용하여 고차의 공간 차분 정확도를 유지 하였다[26]. 차분된 방정식은 완전 내재적 기법을 이용하여 시간 적분을 수행하였다. 비정상 문제의 시간 정확도 해석을 수행하기 위해, 이중 시간 반복(dual time subiteration)과 2차 정확도 Euler 후방 차분을 이용한 내재적 기법을 물리적 시간에 적용 하였다[27]. 보다 자세한 내용은 이전 연구에서 기술 한 바 있다[25].

III. 모델 상수 C_{DES} 값의 결정

3.1 기저 유동 문제의 해석 조건

일관성 있는 연구를 위하여 이전 연구에서 사용된 격자계 및 계산 조건을 이용하였다.[25] 3차원 초음속 평판유동 해석을 통해, Herrin과 Dutton 실험[21]에서 주어진 실린더 끝지점 유동 물성치와 일치하는 길이 약 $7.5R_0$ 를 실린더 길이로 잡았고, 반경 방향에 대해 Forsythe 등[20]의 계산에서와 같은 $4.15R_0$ 를 취하고, 하류 영역은 충분히 길게 $10R_0$ 로 잡았다. 여기에서 R_0 는 실린더의 반지름($R_0=3.175$ cm)을 나타낸다. 성긴, 중간, 조밀 격자계의 전체 격자수는 각각 대략 130만개, 270만개, 400만개 이다. 이전 연구에서 중간격자가 충분히 좋은 예측을 보여 주어 중간격자에 대해 다양한 C_{DES} 값 및 보정을 수행하였다 [25].

경계 조건으로 실린더의 모든 벽면은 단일 부착 조건으로 주었고, 유입 유동은 표 1에 정리한 Herrin과 Dutton의 실험[21]조건을 초기 값으로 지정 하였다. 출구와 실린더의 외부 반경은 외삽 조건을 부여 하였다. 본 문제에 대한 격자 민감도 및 격자 해상도에 대해서는 이전 연구에서 자세히 다룬바 있다[25].

표 1. Inflow Condition Ref [21]

M_∞	2.46
ρ_∞	0.7549 kg/m ³
p_∞	31.415 kPa
T_∞	145 K
U_∞	593.8 m/s

3.2 C_{DES} 에 따른 해의 의존도

실린더의 후방단 끝지점 전방 1 mm 지점의 유동 물성치 중에서 경계층 두께($\delta=3.24$ mm, [21])와 이 지점에서의 DDES 계산에 사용되는 분포함수 f_d 를 그림 1에 나타내었다.

그림 1에서 속도 분포 및 분포 함수 f_d 를 무차원화 및 유차원 반경 방향으로 나타내었고, 실린더 표면으로부터 반경 방향 격자를 함께 나타내었다. 격자 생성시 경계층은 20개 정도의 격자로 구성 하였다. 그림 1에서 분포 함수 f_d 는 경계층을 잘 포착하고 있는 것을 알 수 있다.

DDES 해석에서 경계층 모서리에서 분포 함수 f_d 가 1로 바뀌면서 이상의 영역은 LES 영역으로 간주되며, f_d 가 1 이하인 경계층 내부에는 RANS 보호 모드가 작동된다. Menter는 SST Zonal DES의 $1-F_2$ 도 같은 역할을 하며, 격자에 민감하지 않다고 보고하였다. 이전 S-A DES 에서는 이와 같은 RANS 모드 보호가 없기 때문에 RANS 영역에서도 인위적으로 LES 모드로 계산이 수행되며, 격자 유도 박리현상이 발생함을 보인 바 있다[14,15].

초음속 축대칭 기저유동에 Spalart의 DDES 모델에서 서로 다른 C_{DES} 값을 이용한 평균 기저 압력 계수 C_p 를 그림 2에 나타내었으며, 유동하류의 축방향 속도 분포를 그림 3에 나타내었다.

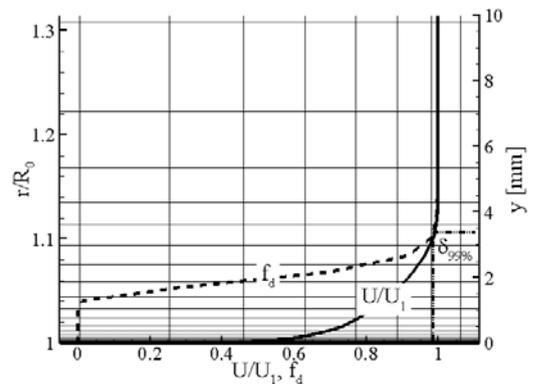


그림 1. fd Function and Velocity Profile at 1mm Prior from Edge of Base

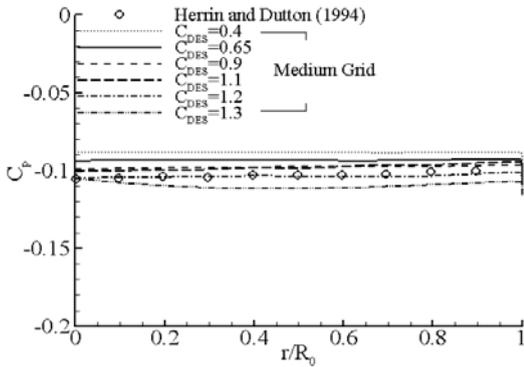


그림 2. Averaged Pressure Coefficient on Base

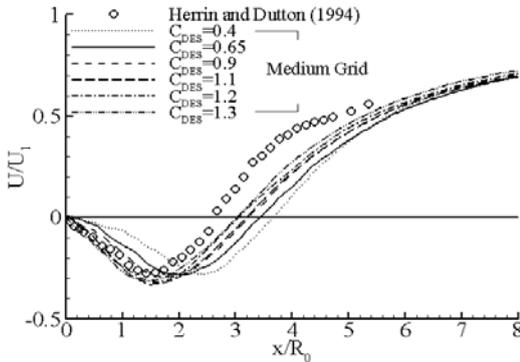


그림 3. Averaged Axial Velocity along the Wake Axis

그림 2에서 Herrin과 Dutton의 실험 결과와 [21] 가장 잘 일치하는 C_p 분포는 C_{DES} 값이 1.2를 사용한 경우로 보인다. C_{DES} 값이 1.2보다 작아지면 압력 계수를 실험 결과보다 다소 크게 예측하며, 큰 C_{DES} 값을 가지면 압력 계수를 작게 예측한다. 특히 C_{DES} 값이 1.3인 경우는 압력 계수 분포가 정상상태 RANS 결과처럼 균일하지 않은 압력 계수 분포를 보이며 작게 예측된다[8].

그림 3의 결과는 C_{DES} 값이 증가할수록 재부착점의 위치가 실험 결과 $x/R_0=2.65$ 에 근접하며 재순환 영역의 크기도 작아짐을 알 수 있다. 아울러 C_{DES} 값이 증가할수록 재순환 영역 내에서 기저면으로 향하는 축방향 속도 분포도 실험 결과에 근접하여 간다. 이상의 결과를 종합하여 볼 때 본 연구의 대상이 된 초음속 기저 유동의 본 실험 조건에 대해서는 C_{DES} 값을 1.2를 이용하는 것이 가장 좋은 결과를 보여 주는 것으로 판단된다.

3.3 C_{DES} 의 동적 결정

C_{DES} 값이 길이 크기에 어떤 영향을 주는지 좀 더 구체적으로 살펴보기 위하여 DDES모델에

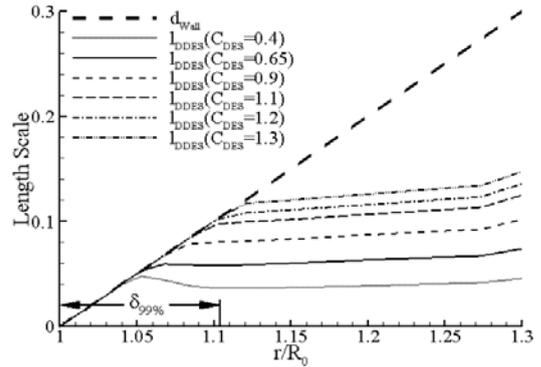


그림 4. Length Scale of DDES

사용되는 길이 크기를 그림 4에 나타내었다.

그림 4에서 점선은 RANS 계산에 사용되는 벽에 가장 가까운 거리 d_{wall} 를 나타내고, 각각의 선은 C_{DES} 값을 0.65를 기준으로 0.25씩 변화 시켜 계산한 DDES모델의 길이 크기 l_{DDES} 를 나타낸다. 경계층 두께는 실린더 면에서 대략 $r/R_0=1.1$ 에 위치한다. 경계층 안쪽 영역은 DES 정의에 의해 RANS 모드로 계산되는 부분이다. 그러나 이 결과로부터 C_{DES} 값이 0.4에서부터 0.9까지의 결과는 경계층 안쪽에서 LES 모드로 전환되고 있음을 알 수 있으며, 따라서 이른 박리(격자 유도 박리)가 일어날 것 이라고 예측할 수 있다. 아울러, 이 영역에서는 인위적인 LES 모드 계산으로 인해 에디 점성이 감소된다[14].

분포함수 $f_d=1$ 인 경계층 모서리에서 RANS 보호가 끝나고 LES 모드로 전환이 일어나는 C_{DES} 값은 1.1 이상으로 보인다. 기저면의 평균 압력 계수 분포, 유동 하류 축방향 속도 분포 및 DDES 모델의 길이 크기로부터 초음속 축대칭 기저 유동 해석에 적합한 C_{DES} 값은 1.1~1.2 정도로 여겨지며, 그 이상의 C_{DES} 값은 경계층을 두 겹게 예측한다.

$C_{DES}=1.2$ 인 경우 Spalart 등[14]의 분포함수 f_d 의 순간 분포를 그림 5에 나타내었다. 이 그림에서 LES 영역으로 여겨지는 부분에서 일부 RANS 모드가 포착되며 벽면 근처 RANS 영역에서도 LES 모드가 나타날 수 있음을 알 수 있다. 따라서 C_{DES} 값을 분포함수 f_d 를 이용하여 혼합하는 방법을 생각해 볼 수 있다. 이 개념은 Strelets이 균질 등방성 난류 소멸 계산의 결과로부터 Menter의 혼합함수를 이용해 $C_{DES}^{K-\epsilon}=0.61$ 과 $C_{DES}^{K-\omega}=0.78$ 를 결합하여 C_{DES} 값을 결정하는 방법 [5]과 유사한 형태로, Spalart의 분포함수 f_d 를 이용해 C_{DES} 값을 결정해 계산에 사용하였다. 본

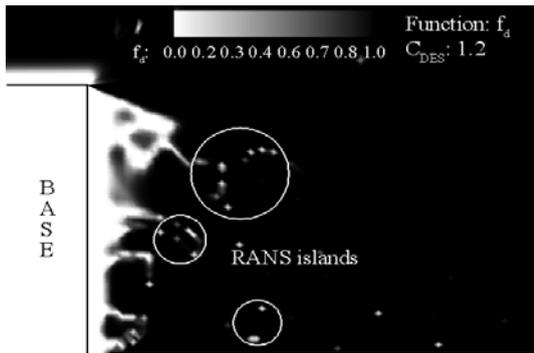


그림 5. Instantaneous contour of distribution function, f_d

연구에서 제시하는 혼합 방법은 다음 식과 같다.

$$MC_{DES} = 0.65(1 - f_d) + 1.2f_d \quad (18)$$

여기에서 하한 값인 0.65는 S-A DES에서 일반적으로 사용되는 값이고, 상한 값인 1.2는 그림 4의 결과에서 경계층 모서리 밖에서 LES 모드로 계산되는 C_{DES} 값 1.2를 취하였다.

IV. 동적 C_{DES} 를 이용한 해석 결과

4.1 기저유동

실린더 끝단 1 mm 전방의 경계층 내의 속도 분포가 이전 전산연구자들의 결과 및 식 (18)을 이용한 결과가 Herrin과 Dutton[21]의 실험에 잘 일치함을 그림 6에서 알 수 있다. 이로부터, 그림 1과 같이 MC_{DES} 가 경계층을 잘 예측하고 있음을 알 수 있다.

정밀한 박리 유동 예측을 위해 제시된 식 (18)을 이용하여 추가 계산을 수행한 결과 평균된 기

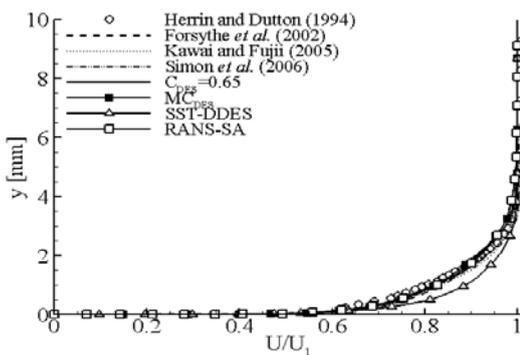


그림 6. Velocity Profile at 1mm Prior from Edge of Base

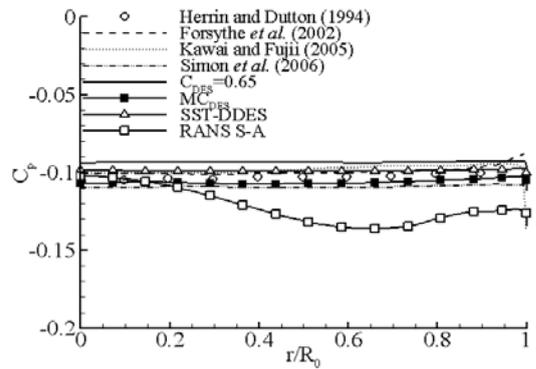


그림 7. Averaged Pressure Coefficient on Base

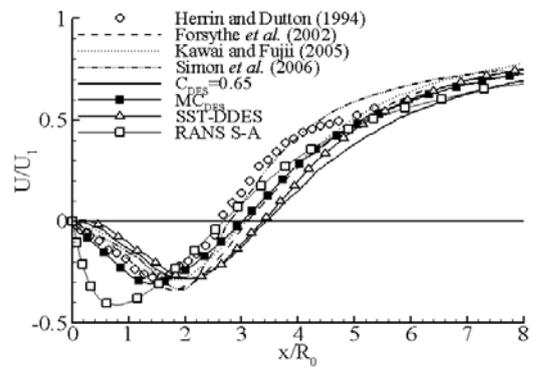


그림 8. Averaged Axial Velocity along the Wake Axis

저 압력 계수와 기저 하류 축방향 속도 분포를 각각 그림 7과 그림 8에 나타내었다.

그림 7에서 RANS S-A 결과를 제외한 다른 전산 연구자 및 현재 결과는 실험 데이터에 정성적으로 잘 일치하고 있다. C_{DES} 값 0.65인 경우 8% 큰 값을 보였고, MC_{DES} 를 이용한 계산이 평균된 기저 압력 계수에서 4% 작은 값을 보였다. SST-DDES의 경우는 3% 큰 값을 보여, 기저 압력 계수에는 예측에는 대체로 좋은 결과를 보임을 알 수 있었다.

그림 8의 기저 하류 축방향 속도 분포에서 RANS S-A를 제외한 다른 전산 연구자 및 현재 결과가 실험 결과에 정성적으로 잘 일치한다. RANS S-A의 경우 재부착점은 실험에 잘 일치하나 재순환 영역 내의 축방향 속도 분포가 실험과 맞지 않는다. SST-DDES의 경우 S-A DDES의 $C_{DES}=0.65$ 와 비슷한 경향을 보여준다. MC_{DES} 의 경우 재부착지점은 14%정도 차이를 보여주었다.

실험 결과, 다른 연구자들의 연구 결과 및 본 연구진 이전[25] 및 본 연구에 의한 평균 기저

표 2. Averaged Pressure Coefficient on Base and Reattached Point

Case	Averaged Cp	Rel. % Error	Reattached Point	Rel. % Error
Herrin and Dutton[21]	-0.102	Exp.	2.65	Exp.
Forsythe et al.[20]	-0.124	-21	3.10	-17
Kawai and Fujii[22]	-0.098	+4	3.07	-16
Simon et al.[23]	-0.109	+7	2.78	-5
Medium Grid				
RANS S-A (steady)	-0.100	+2	2.69	-1
$C_{DES}=0.4$	-0.088	+13	3.68	-39
$C_{DES}=0.65$	-0.093	+8	3.46	-31
$C_{DES}=0.9$	-0.098	+4	3.25	-23
$C_{DES}=1.1$	-0.098	+4	3.19	-21
$C_{DES}=1.2$	-0.104	-2	3.07	-16
$C_{DES}=1.2CC$	-0.105	-3	3.10	-17
$C_{DES}=1.2AF$	-0.094	+8	3.42	-29
$C_{DES}=0.65/1.2$	-0.096	+6	3.36	-27
$C_{DES}=1.3$	-0.110	-8	3.02	-14
MC_{DES}	-0.106	-4	3.02	-14
SST-DDES	-0.099	+3	3.38	-28

압력 및 재부착점의 위치를 표 2에 정리하였다. 이 결과에서 기저 압력 및 재부착점의 위치는 정상상태 RANS S-A 결과가 가장 잘 예측하지는 것으로 보이지만, 그림 7에서 보듯이 이 값은 기저면 중심에서의 값으로써 기저면의 시간 평균값이 아니며, 그림 8에서 보듯이 재순환 영역 내부의 속도 분포에서 기저면으로 접근하는 축방향 속도가 실험 결과 및 다른 계산에 비해 상대적으로 크게 나타나 난다. 결과로부터, 정상상태 해석은 박리유동에 좋은 예측을 보여주지 못한다.

Shur가 제안한 압축성 보정(Compressibility Correction)[28]을 적용한 결과, 및 Scotti 등[29]이 세장비가 큰 격자의 LES 계산에 이용한 비등방성 필터(Anisotropic Filter)를 적용한 결과, 재순환 영역 내에서 격자 레이놀즈수에 따라 C_{DES} 값 0.65와 1.2를 이용한 결과들의 평균 기저 압력은 실험 결과 대비 -3~8%의 오차를 보였고, 재부착점은 17~29%의 오차를 보였다. 계산 결과에서 압축성 보정은 계산 결과에 영향을 끼치지 않음을 보여 주고, 비등방성 필터 및 격자 레이놀즈수에 따른 C_{DES} 값을 적용한 결과에서 일반적인 $C_{DES}=0.65$ 의 계산 결과와 유사함을 알 수 있다.

본 연구의 MC_{DES} 결과 및 SST DDES 결과는 이전의 결과에 비해 평균 기저 압력을 실험 결과에 좀 더 가까이 예측하며 재부착점의 위치는 이전 결과와 비슷한 20%내의 오차를 보이고 있다. 표 2에 정리된 결과로부터 기저 압력 계수와 축방향 속도 분포 모두를 정확히 예측하는 모델은

아직 없는 것으로 보인다. 기저 압력 계수의 경우 실험 결과 대비 대략 $\pm 5\%$ 오차를 보여주는 경우가 좋은 결과로 여겨진다. 다양한 방법을 통한 축방향 속도 분포에서는 대략 15%의 오차를 보여준다.

4.2 기저 하류유동

기저부로부터 재순환 영역 내의 네 지점에서 축방향 및 반경 방향의 속도분포, 난류 운동 에너지 분포를 Herrin과 Dutton의 실험데이터[21] 및 이전 전산 연구자의 결과와 $C_{DES}=0.65$, $C_{DES}=1.2$, MC_{DES} 의 계산결과를 비교해 보았다.

그림 9는 MC_{DES} 를 이용한 경우의 시간 평균값과 순간 유동장을 밀도 등고선으로 나타낸 것이다.

시간 평균된 유동장과 비교해 순간 유동장은

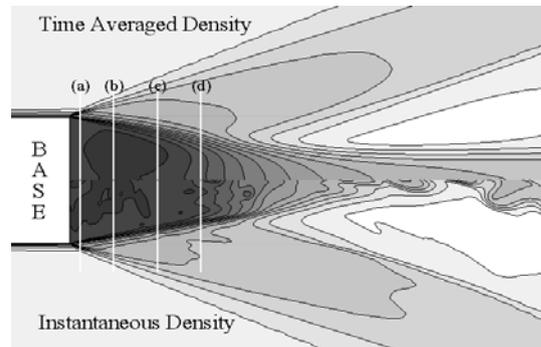


그림 9. Time averaged and instantaneous density

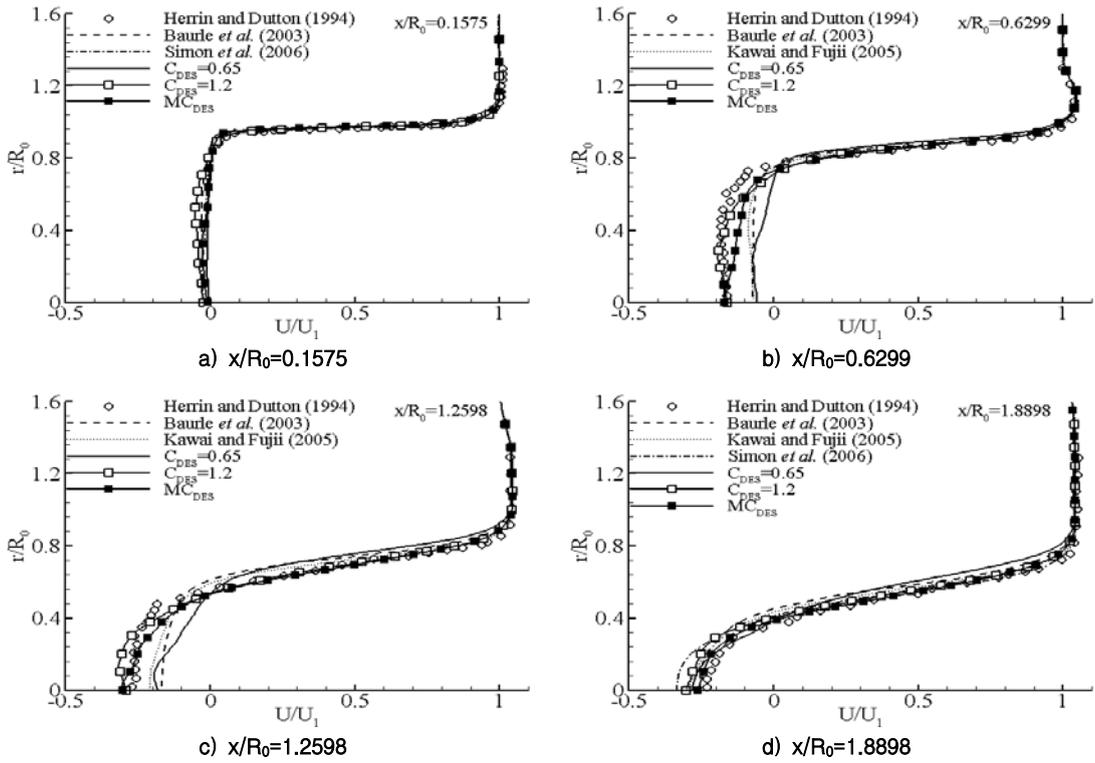


그림 10. Averaged Axial Velocity Profile at $x/R_0=0.1575, 0.6299, 1.2598, 1.8898$

전단층에서 불안정성이 나타나고 와류후방 목부근에서 이 불안정성이 크게 나타남을 알 수 있다. 그림 8의 네 지점 (a), (b), (c), (d)의 위치는 기저면으로부터 $x/R_0=0.1575, 0.6299, 1.2598, 1.8898$ 이며, 이 네 지점에서 시간 평균된 축방향 및 반경 방향의 속도 분포, 난류 운동 에너지 분포를 각각 그림 10, 그림 11, 그림 12에 나타내었다.

그림 10의 축방향 속도 분포에서 이전 결과 및 현재 결과가 실험 결과와 대체로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 그림 10 a)는 기저부에 인접한 위치로 모든 결과가 실험 결과와 매우 잘 일치하고 있으며, $C_{DES}=1.2$ 의 기저 방향 속도가 다소 크게 나타났다. 그림 10 b)와 c)에서는 본 연구의 결과들이 이전의 결과에 비하여 실험에 매우 근접한 결과를 보임을 알 수 있다. 이전 결과들은 자유류와 전단층에서 좋은 예측을 보여주나 재순환 영역 내에서는 실험 결과 (대칭축 선상에서 $U/U_1=-0.16$)에 비하여 대략 60% 오차를 보여 주었으나 본 연구의 결과는 5% 정도의 차이만을 보이고 있다 MC_{DES} 의 경우 재순환 영역 내에서 $C_{DES}=0.65$ 와 $C_{DES}=1.2$ 의 중간적인 결과를 보여준다. 그림 10 d)의 모든 해석 결과는 실험

결과와 대체로 잘 일치한다. 그러나 $C_{DES}=0.65$ 의 경우 실험 결과 및 다른 해석 결과에 비해 전단층을 조금 두껍게 예측하며, MC_{DES} 결과가 실험 결과에 가장 근접한 결과를 보여준다.

그림 11은 각 네 지점에서 시간 평균된 반경방향 속도 분포이며 해석 결과들은 실험 결과와 대체로 유사한 경향을 보여준다. 이 결과에서는 $C_{DES}=1.2$ 보다는 $C_{DES}=0.65$ 가 반경방향 속도 분포 예측에 좋은 결과를 보여준다. 특히, 그림 11 a)와 b)의 경우 실험에서 전단층 끝지점의 반경방향 속도 기울기가 다른 전산결과 및 이전 연구자들에 비해 MC_{DES} 의 기울기가 매우 잘 일치하고 있다. 그림 11 c)와 d)의 현재 결과는 축중심에서 외곡을 보이고 있으나 이전 연구자에 비해 재순환 영역 내에서의 반경방향 속도분포를 잘 포착하고 있다.

그림 12는 각 네 지점에서의 난류 운동 에너지를 나타낸 것이다. 그림 12 a)와 b)의 경우 해석 결과들이 실험 결과와는 차이를 보이고 있다. 재순환 영역 내에서의 난류 운동 에너지는 비슷한 정도의 크기를 가지고 있으나, 전단층 부분에서는 실험 결과에 미치지 못한다. 이는 반경 방향의 격자 결핍으로 여겨진다[22]. $C_{DES}=0.65$ 의

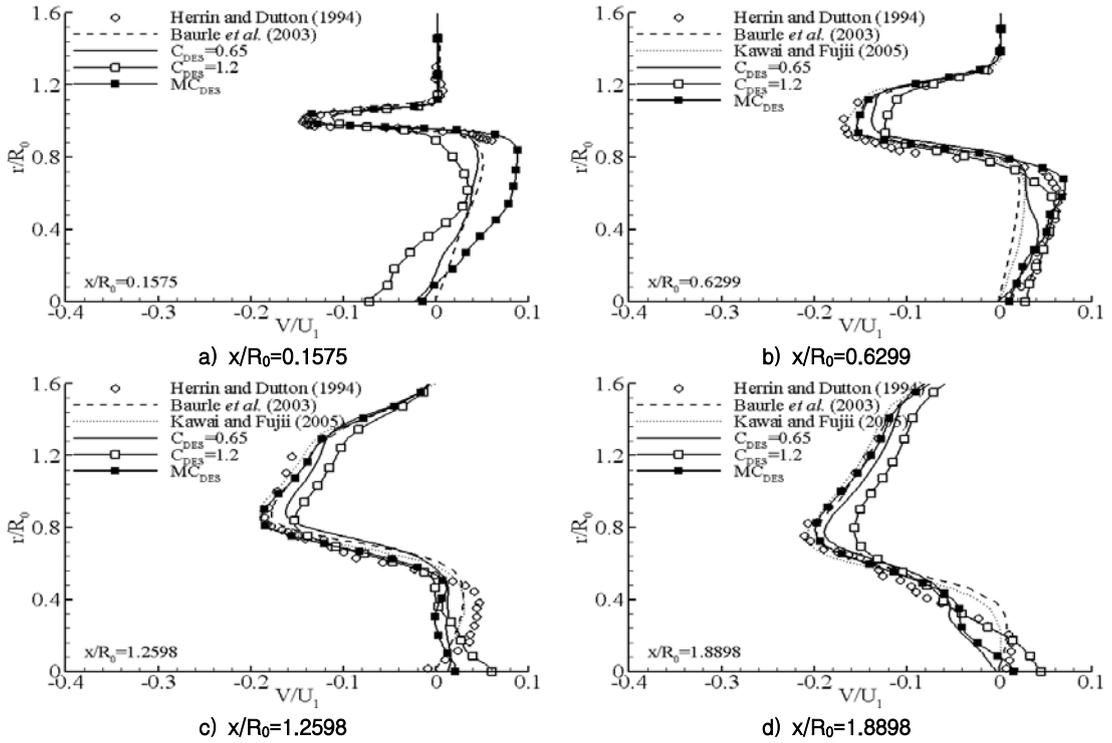


그림 11. Averaged Radial Velocity Profile at $x/R_0=0.1575, 0.6299, 1.2598, 1.8898$

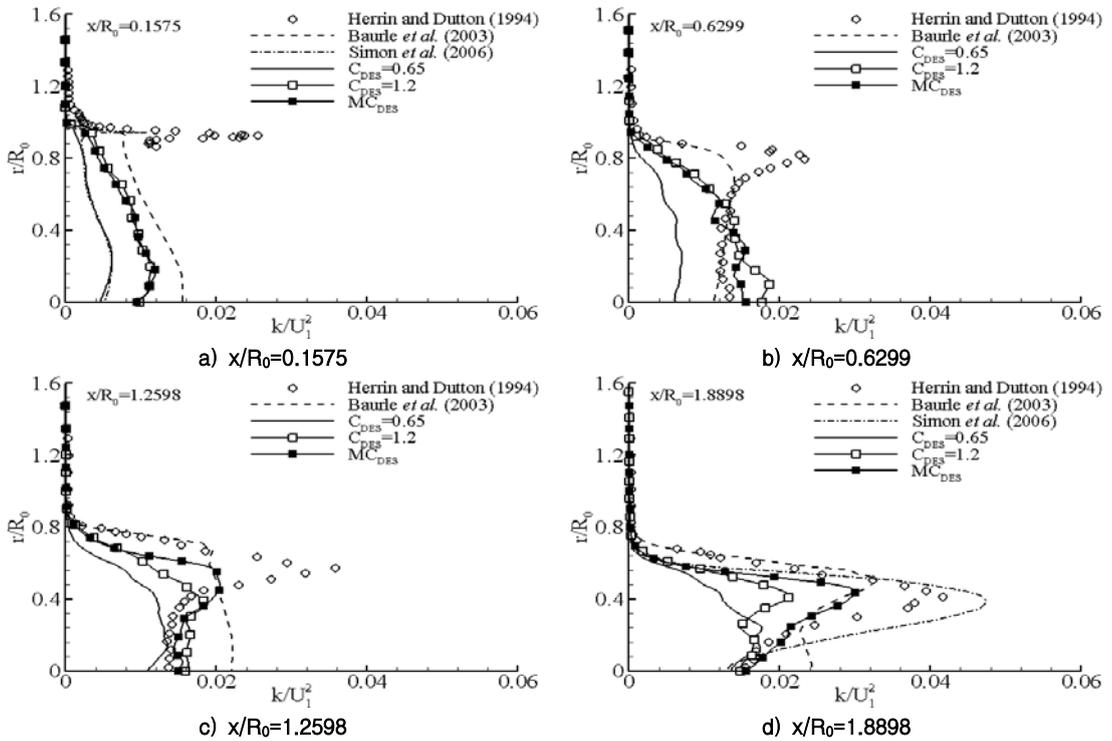


그림 12. Resolved Turbulent Kinetic Energy Profile at $x/R_0=0.1575, 0.6299, 1.2598, 1.8898$

경우 상대적으로 다른 결과에 비해 낮은 난류에너지를 가진다. 이는 RANS 영역 내에 인위적인 LES계산으로 인한 낮은 에디 점성으로 발생에 기인하는 것으로 여겨진다. 그림 12 c)와 d)에서 전체적인 난류 운동 에너지 분포는 이전의 전산 결과들처럼 실험 결과보다는 작지만 정성적으로 유사하게 나타난다. 본 연구의 결과 중에는 MC_{DES}를 사용한 결과가 이전의 결과들에 비해서도 좋은 결과를 보여주며, 전단층 부분의 격자의 밀도가 높아지면 더 정확한 난류 운동 에너지 예측이 가능하리라 여겨진다.

V. 결 론

원통형 물체 하류에 형성되는 고 레이놀즈수의 3차원 초음속 기저 유동을 보다 정확히 예측하기 위하여 DES 모델을 적용한 지배 방정식을 5차의 MUSCL-TVD기법을 이용하여 비정상 해석을 수행하였다. 본 연구에서는 S-A DDES 모델의 모델 상수에 따른 영향 및 SST-DDES의 결과를 살펴보고, 분포함수 f_d 를 이용하여 S-A DDES의 모델 상수 C_{DES}를 동적으로 결정하는 방법을 제안 하였다. C_{DES} 값의 한계는 길이 크기의 분포를 통하여 결정하였다.

다양한 모델 및 상수를 이용한 본 연구의 해석 결과 및 이전의 연구를 종합하여 볼 때, 현재까지의 모델들은 모든 결과를 정확하게 예측하기는 어려우나 기저 압력을 5% 이내, 재부착점의 위치를 15% 정도의 정확도로 예측할 수 있었다. 재순환 영역의 속도 분포까지 고려할 경우 본 연구에서 제안된 MC_{DES}를 이용한 결과는 다른 결과들에 비하여 전반적으로 매우 우수한 결과를 보여 주었다.

후 기

본 연구는 한국과학재단이 지원하는 우주기초원천기술개발사업 (과제번호 2008-2006283) 와 방위사업청 및 국방과학연구소가 지원하는 수중운동체 특화연구센터 (과제번호 SM-22) 의 지원을 받았으며 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1) Spalart, P.R., Jou, W.-H., Strelets, M., Allmaras, S.R., "Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES

approach", Proceedings of the first AFOSR international conference on DNS/LES, 1997.

2) Speziale, C.G., "Turbulence modelling for time-dependent RANS and VLES: A review", *AIAA Journal*, Vol. 36, 1998, pp. 173-184.

3) Spalart, P.R., Allmaras, S.R., "A One Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows", AIAA Paper No. 92-0439, 1992.

4) Strelets, M.K., "Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows", AIAA Paper No. 2001-0879, 2001.

5) Menter, F.R., "Zonal Two-equation k-w Turbulence Model for Aerodynamic Flows", AIAA Paper No. 1993-2906, 1993.

6) Nichols, R.H., Nelson, C.C., "Application of hybrid RANS/LES turbulence models", AIAA Paper No. 2003 - 0083, 2003.

7) Zhong, B., Tucker, P.G., "k-l based hybrid LES/RANS approach and its application to heat transfer simulation", *Inter. J. Numerical Methods in Fluids*, Vol. 46, pp. 983 - 1005, 2004.

8) Wolfshtein, M., "The velocity and temperature distribution in one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient", *Int. J. Heat and Mass Transf.*, Vol. 12, 1969, pp. 301 - 31.

9) Yoshizawa, A., "Bridging between eddy-viscosity-type and second order models using a two-scale turbulence theory", *Phy. Rev. E*, Vol. 48, No. 1, 1993, pp. 273-281.

10) Fureby, C., "Large eddy simulation of rearward-facing step flow", *AIAA Journal*, Vol. 37, 1999, pp. 1401-1411.

11) Abe, K., "hybrid LES/RANS approach using an anisotropy resolving algebraic turbulence model", *Inter. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 26, 2005, pp. 204-222.

12) Temmerman, L., Hadziabdic, M., Leschziner, M.A., Hanjalic, K., Abe, K., "A hybrid two-layer URANS - LES approach for large eddy simulation at high Reynolds numbers", *Inter. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 26, 2005, pp. 173-190.

13) Abe, K., Kondoh, T., Nagano, Y., "A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and re-attaching flows - I, Flow field calculations", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, 1994, pp. 139-151.

14) Menter, F.R., Kuntz, M., and Langtry, R., "Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model", *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*, Edited by Hanjalic, K., Nagano, Y. and Tummers, M., Begell House, 2003.

15) Spalart, P.R., Deck, S., Shur, M.L., Squires, K. D., Strelets, M.K., and Travin, A.K., "A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities", *Theor. Comput. Fluid Dyn.*, Vol. 20, 2006, pp. 181-195.

16) Comte-Bellot, G., and Corrsin, S., "Simple Eulerian time correlation of full- and narrow-band velocity signals in grid generated 'isotropic' turbulence", *J. Fluid Mech.*, Vol.48, 1971, pp. 273-337.

17) Shur, M., Spalart, P.R., Strelets, M. and Travin, A., "Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack", 4th International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Measurements, Elsevier Science, Amsterdam, 1999, pp. 669 - 678.

18) Spalart, P.R., "Young Person's Guide to Detached Eddy Simulation Grids," NASA/CR-2001-211032, 2001.

19) Constantinescu, G.S., Squires, K.D., "LES and DES Investigations of Turbulent Flow Over a Sphere", AIAA Paper No. 2000-540, 2000.

20) Forsythe, J.R., Hoffmann, K.A., Cummings, R.M., and Squires, K. D., "Detached Eddy Simulation with Compressibility Corrections Applied to a Supersonic Axisymmetric Base Flow", *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 124, 2002, pp. 911-923.

21) Herrin, J.L., and Dutton, C.J., "Supersonic Near-Wake Afterbody Boattailing Effects on Axisymmetric Bodies", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 31, No. 6, 1994, pp. 1021-1038.

22) Simon, F., Deck, S., and Guillen, P., and Sagaut, P., "Reynolds-Averaged Navier Stokes

/Large-Eddy Simulations of Supersonic Base Flow", *AIAA Journal*, Vol. 44, No. 11, 2006, pp. 2578-2590.

23) Kawai, S., Fujii, K., "Computational Study of Supersonic Base Flow Using Hybrid Turbulence Methodology", *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 6, 2005, pp. 1265-1275.

24) 신재렬, 원수희, 최정열, "초음속 유동장에 소 기저 분출 유동의 대와류 모사", 한국추진공학회 2008년도 춘계학술대회 논문집, 2008, pp. 332~335.

25) 신재렬, 문성영, 원수희, 최정열, "초음속 유동에서 기저유동의 Detached Eddy Simulation", 한국항공우주학회, 제37권 제10호, 2009, pp. 955-966.

26) Kim, K.H., Kim, C., "Accurate, efficient and monotonic numerical methods for multi-dimensional compressible flows Part II: Multi-dimensional limiting process", *Journal of Computational Physics*, Vol. 208, 2005, pp. 570-615.

27) Rumsey, C.L., Sanetrik, M.D., Biedron, R.T., Melson, N.D., Parlette, E.B., "Efficiency and Accuracy of Time-Accurate Turbulent Navier-Stokes Computations", *Computers & Fluids*, Vol. 25, No. 2, 1996, pp. 217-236.

28) Shur, M., Strelets, M., Zaikov, L., Gulyaev, A., Kozlov, V., and Secundov, A., "Comparative Numerical Testing of One- and Two-Equation Turbulence Models for Flows with Separation and Reattachment", AIAA Paper No. 95-0863, 1995.

29) Scotti, A., and Meneveau, C., Lilly, D.K., "Generalized Smagorinsky Model for Anisotropic Grids", *Phys. Fluids A*, Vol. 5, No. 9, 1990, pp. 2306-2308.

30) Baurle, R.A., and Tam, C.-J., Edwards, J.R., and Hassan, H. A., "Hybrid Simulation Approach for Cavity Flows: Blending, Algorithm and Boundary Treatment Issues", *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 8, 2003, pp. 1463-1480.