# 論文

# Modified Rodrigues Parameter 기반의 인공위성 관성모멘트 추정 연구

방효충\*

# Spacecraft Moment of Inertial Estimation by Modified Rodrigues Parameters

Hyochoong Bang\*

#### **ABSTRACT**

This study addresses spacecraft moment of inertial estimation approach using Modified Rodrigues Parameters(MRP). The MRP offer advantage by avoiding singularity in Kalman Filter design for attitude determination caused by the norm constraint of quaternion parameters. Meanwhile, MRP may suffer singularity for large angular displacement, so that we designed appropriate reference attitude motion for accurate estimation. The proposed approach is expected to provide stable error covariance update with accurate spacecraft mass property estimation results.

# 초 록

본 연구에서는 인공위성의 관성 모멘트 추정을 위해 MRP(Modified Rodrigues Parameter) 자세 변수기반의 추정기를 설계하였다. MRP는 인공위성 자세 결정시 쿼터니언(Quaternion) 파라미터의 구속 조건으로부터 발생하는 필터의 오차 공분산 행렬의 특이(Singularity) 현상을 피할 수 있는 장점이 있다. 한편 MRP의 경우 자세각 변위가 클 경우에 역시 특이현상이 발생할 수 있어 이를 피하기 위해 적절한 자세각 범위에서 인위적인 기준 운동을 생성하여 필터 설계에 적용하였다. 쿼터니언 파라미터의 단점을 극복하여보다 안정된 오차 공분산 갱신 결과의 필터의 개선된 성능을 예상할 수 있다.

**Key Words**: 인공위성 관성모멘트, Modified Rodrigues Parameter(MRP), Extended Kalman Filter(EKF) Singularity(알고리듬,특이현상), Error Covariance(오차 공분산)

#### I. 서 론

인공위성의 질량 특성(관성모멘트) 추정은 해당 분야에서 오랫동안 연구되고 있다. 인공위성의 장 기간 운용에 따른 질량 특성의 변화를 파악하기 위 해서나, 소모 연료량의 추정, 혹은 제어기 성능 보 장을 위해서 관성 모멘트 추정의 필요성을 고려할수 있다[1-3]. 근본적으로 관성모멘트의 추정은 인공위성(시스템)에 이미 알려진 입력을 가하고 그반응을 측정함으로써 원하는 질량 분포를 추정하는 원리이다. 입력 및 측정 변수가 질량과 시스템 동역학등의 비선형 함수로 이루어져 비선형 추정 기법을 적용하는 것이 일반적이다. 또한 실시간 추정을 위해 Kalman 필터가 널리 이용되고 있는 것으로 알려져 있다.

관성모멘트는 인공위성의 자세 동역학에 영향을 미치며 입력에 대한 출력의 특성을 나타내는 직접

†2009년 12월 2일 접수 ~ 2010년 1월 18일 심사완료

\* 정회원, 한국과학기술원 기계항공시스템학부 교신저자, E-mail: hcbang@ascl.kaist.ac.kr 대전시 유성구 구성동 373-1

적인 파라미터이다. 자세 동역학의 출력으로서 동 체 각속도와 자세각을 고려할 수 있는데 이 또한 비선형의 관계로 표시된다. 일반적으로 자세 동역 학을 기술하는데 쿼터니언(Quaternion) 파라미터가 널리 채용되고 있는데 자세 제어 및 자세 결정에 있어서 중요한 위치를 차지하고 있다. 쿼터니언은 4개의 요소로 구성되며 특이(Singularity) 현상이 발 생하지 않는 장점이 있다. 따라서 자세각의 범위에 제약을 받지 않는다. 하지만 쿼터니언의 4요소들이 만족해야 하는 단위 크기의 구속조건(Unit norm)은 자세추정을 위한 Kalman filter 구성시 오차 공분산 행렬의 특이현상을 일으키는 단점이 있다. 이를 해 결하기 위한 방안이 제안되었다. 특히 참고문헌 [4] 에서 Shuster와 Marklev는 세가지 기술적인 방법을 제안하고 있는데 자세각 오차가 충분히 작다는 가 정하에 필터의 구조를 단순화하여 설계하는 방법 등이다. 본 저자의 판단으로 추정 오차가 큰 경우 에 쿼터니언 변수 기반의 추정기의 특이 현상에 대 한 명확한 규명이 아직까지 이루어지지 않고 있으 며 대안으로서 최소 개수의 자세 변수를 이용한 자 세 추정에 대한 연구가 진행되고 있다.

쿼터니언의 문제점을 해결하기 위한 방안으로서 최소 개수의 자세변수를 사용할 수 있는데 가령 오일러 자세각(Euler angles), Gibbs 벡터(Gibbs vector), 및 MRP(Modified Rodrigues Parameter)가 있다. 이 가운데 오일러 자세각은 삼각함수를 동반하고 비선형성이 커 일반적으로 사용되지 않고 있는 것은 잘 알려져 있다. 이와 같은 파라미터들은 쿼터니언의 단점을 극복할 수 있지만 특이점에 빠질 수 있다. 특히 자세각의 변위가 큰 경우에 특이점에 빠지는 경우가 있어 적용 시나리오에 따라 채택 여부를 결정할 수 있다. 최근 MRP를 이용한 자세제어기 설계 및 자세 추정에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔다[5,6]. 전술한 바와 같이 최소 파라미터의 장점을 살려 다양한 안정화 자세제어 법칙을 구현하였으며 자세 결정 문제에도 적용되고 있다.

본 연구에서는 MRP 기반의 인공위성 관성모 멘트 추정 기법에 대한 연구 내용을 소개하기로 한다. MRP운동학 관계를 이용하여 관성모멘트 추정을 위해 EKF(Extened Kalman Filter) 알고리 등을 구현하였다. 쿼터니언 자세 변수로 구현하는 경우에 발생하는 오차 공분산행렬의 특이 현상을 피할 수 있는 장점을 살렸고 대신 자세각 변위가 과도한 경우에 발생할 수 있는 특이 현상을 피하도록 일정한 범위 내에서 자세 운동을 생성하여 추정을 하였다. 기존의 연구에서 MRP 운동학 관계식은 비선형성이 최소인 점을 감안하여 필터의 수렴성을 높이고자 하였다.

# Ⅱ. 자세 동역학 모델링

#### 2.1 위성체 자세 동역학

인공위성의 강체 자세동역학은 간단한 오일러 (Euler) 방정식으로 주어진다.

$$I\dot{\mathbf{\omega}} + \mathbf{\omega} \times I\mathbf{\omega} = \mathbf{u} \tag{1}$$

여기서  $I=diag(I_1,I_2,I_3)$ 는 주관성모멘트 (Principal moment of inertia)로 이루어진 대각 행렬을,  $\pmb{\omega}=[\omega_1,\omega_2,\omega_3]^T$ 는 동체 각속도 벡터를, 그리고  $\pmb{u}=[u_1,u_2,u_3]^T$ 는 제어 입력을 나타낸다.

한편 위성체의 자세를 표시하기 위한 MRP는 다음과 같이 3개 성분의 벡터로 정의된다.

$$\mathbf{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \mathbf{1} \tan \frac{\phi}{4}$$
 (2)

여기서 l은 오일러 주축(Principal axis) 벡터를, 그리고  $\phi$ 는 주각(Principal angle)을 나타낸다. 또한 MRP의 운동학(Kinematics) 관계는 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{\mathbf{\sigma}} = \frac{1}{4} [B(\mathbf{\sigma})] \mathbf{\omega} \tag{3}$$

여기서

$$[B(\mathbf{\sigma})] = [(1 - \mathbf{\sigma}^T \mathbf{\sigma})I + 2[\tilde{\mathbf{\sigma}}] + 2\mathbf{\sigma}\mathbf{\sigma}^T],$$
$$[\tilde{\mathbf{\sigma}}] = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_3 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & 0 & -\sigma_1 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \end{bmatrix}$$

와 같은 표현식으로 나타내어진다. 한편 쿼터니언 (Quaternion) 운동변수에 대한 운동학 관계식은

$$\dot{\hat{\mathbf{q}}} = \frac{1}{2} [\Omega(\boldsymbol{\omega})] \hat{\mathbf{q}}, \quad [\Omega(\boldsymbol{\omega})] = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{bmatrix}$$
(4)

와 같으며 여기서 쿼터니언 파라미터는

$$\hat{\mathbf{q}} = \begin{cases} \mathbf{q} \\ q_4 \end{cases}$$

으로 주어지는데 여기서 q는 벡터, 그리고 q는 스칼라 요소를 나타낸다. 또한 MRP와 유사하게 정의되는 Gibbs  $\operatorname{vector}(g)$ 의 운동학 관계식으로

$$\dot{\mathbf{g}} = \frac{1}{2} [I + \tilde{\mathbf{g}} + \mathbf{g}\mathbf{g}^T] \boldsymbol{\omega}, \quad \tilde{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} 0 & -g_3 & g_2 \\ g_3 & 0 & -g_1 \\ -g_2 & g_1 & 0 \end{bmatrix}$$
(5)

와 같이 주어진다.

지금까지 소개된 각각의 자세 변수들은 수식(3), (4), (5)와 같이 비선형의 운동학 관계식을 만족시킴을 알 수 있다. 이와 같은 비선형 운동학식은 제어기 설계와 자세 결정에서 수치적 방법의 정밀도 및 안정성에 영향을 미치게 된다. 특히 대표적인 추정 알고리즘인 EKF(Extended Kalman Filter) 알고리듬은 선형화 필터로서 선형화의 정밀도가 어느 정도 보장이 되는 범위 내에서 만족할만한 성능을 발휘하는 것으로 알려져있다. 일반적으로 EKF는 초기 오차에 민감하며수렴성이 시스템의 특성에 좌우되는 경향이 있다. 따라서 비선형성의 정도에 따라 필터의 성능이 좌우될 수 있는데 참고문헌 [7]에서 비선형성(Nonlinearity)에 대한 정량화를 위한 지표를소개한적이 있다.

일반적으로 비선형 시스템을 선형화하기 위해 서 다음과 같은 시스템에 대하여

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, t) \tag{6}$$

선형화의 결과는

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x},t} \delta \mathbf{x} \tag{7}$$

와 같으며 해는 다음을 만족 시킨다.

$$\delta \mathbf{x}(t) = \Phi(\mathbf{x}, t) \delta \mathbf{x}(t_0)$$
 (8)

여기서  $\Phi(x,t)$ 는 상태천이행렬(State Transition Matrix)을 나타내며 시스템의 비선형성을 정량화하는 중요한 역할을 한다. 즉, 식 (8)을 통해 알수 있듯이 일정한 초기조건의 변동( $\delta(x(t_0))$ )에 대하여 상태변수의 교란( $\delta x(t)$ )을 해석적으로 표시할 수 있는데 참고문헌 [7]에서 이를 체계화하기위해 다음과 같은 기준을 제시하였다.

$$\nu \sqsubseteq \sup_{i=1,\dots,N} \frac{\left\| \Phi_i(t,t_0) - \overline{\Phi}(t,t_0) \right\|}{\left\| \overline{\Phi}(t,t_0) \right\|} \tag{9}$$

여기서  $\overline{\Phi}(t,t_0)$ 는 기준 궤적의 상태 천이행렬을 나타내며 N은 샘플 데이터 수를 나타낸다. 식(9)는 기준 궤적으로부터 선형화한 시스템의 오차를 정량화함으로써 선형화정도를 파라미터  $\nu$ 로 나타내는 식이다.

본 연구에서 제안한 MRP를 이용한 관성 모멘트 추정을 위해서 식 (3)으로 주어진 운동학 관계를 이용해야 하는데 MRP의 운동학 관계식이 쿼터니언이나 Gibbs 벡터의 운동학 관계식에 비해 비선형성이 적은 것으로 알려져 있다[7]. 즉.

MRP 운동학 관계식을 선형화한 EKF 알고리듬의 선형성이 다른 자세변수의 경우보다 우수하여 결 과적으로 필터의 수렴성도 향상됨을 기대할 수 있 다. 또한 전술한 바와 같이 쿼터니언의 경우에 발 생하는 오차 공분산 행렬의 구조적인 특이현상을 피할 수 있어 안정된 필터의 반응이 기대된다.

#### Ⅲ. EKF에 의한 관성 모멘트 추정

앞에서 정리된 상태 방정식(식 (1))으로부터 관성모멘트를 추정하기 위한 추정기를 구성할 수있다. 추정하기 위한 관성모멘트가 시간에 대하여 일정한 것으로 가정하면 다음과 같은 일반화된 식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{0} \tag{10}$$

여기서  $p = [I_1, I_2, I_3]^T$  는 추정하고자 하는 관성 모멘트 파라미터를 나타낸다. 파라미터 상태방정식을 포함한 전체 시스템의 상태 방정식은 다음과 같다.

혹은

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \tag{12}$$

와 같이 표현할 수 있다. 또한 센서를 이용한 측정 방정식은 다음과 같이 주어지는데, 본 연구에서는 센서 측정 변수로 MRP 파라미터를 가정하였다.

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3]^T$$
 (13)

이것은 본 연구의 주요 목표가 관성모멘트 추정에 있기 때문에 편의상 설정한 것으로 가령 동체 각속도 정보와 같은 다른 정보를 선택할 수도 있다. 또한 자세각 변수와 동체 각속도 사이의 운동학 관계식에 대한 선형성을 염두에 두고 있어 자세각 변수를 선택하도록 한다.

주어진 시스템 방정식과 측정식을 기반으로 한 EKF의 주요 알고리듬은 여러 가지 참고문헌 에 상세히 소개되어 있으며 핵심 알고리즘은 다 음과 같다[8].

#### 초기조건:

$$\hat{\mathbf{x}}(t_0) = \hat{\mathbf{x}}_0$$

$$P_0 = E[\tilde{\mathbf{x}}(t_0)\tilde{\mathbf{x}}^T(t_0)], \quad \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$$

#### 이득(Gain) 계산:

$$\begin{split} K_k &= P_k^- H_k^T (\hat{\mathbf{x}}_k^-) [H_k (\hat{\mathbf{x}}_k^-) P_k^- H_k^T (\hat{\mathbf{x}}_k^-) + R_k]^{-1} \\ H_k (\hat{\mathbf{x}}_k^-) &= \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-} \end{split}$$

# 필터 상태변수 및 오차 공분산 갱신:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k[\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-)]$$
  
$$P_k^+ = [I - K_k H_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-)]P_k^-$$

#### 필터 및 오차 공분산 전파식:

 $\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = f(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), t)$  $\dot{P}(t) = F(\hat{\mathbf{x}}, t)P(t) + P(t)F^{T}(\hat{\mathbf{x}}, t) + G(t)Q(t)G^{T}(t)$ 

이때 시스템의 자코비안(Jacobian) 행렬 F는 다음과 같이 주어진다

$$F(\hat{\mathbf{x}}(t), t) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\Big|_{\hat{\mathbf{x}}(t)}$$
(14)

또한 외란 입력행렬[8]은 G(t) = I이며 식 (11) 로부터 자코비안은 다음과 같이 표현된다.

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{\omega}} & \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{\sigma}} & \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{\omega}} & \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{\sigma}} & \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \mathbf{\omega}} & \frac{\partial f_3}{\partial \mathbf{\sigma}} & \frac{\partial f_3}{\partial \mathbf{p}} \end{bmatrix}$$
(15)

여기서  $\mathbf{f} = [f_1, f_2, f_3]^T$ 와 같이 식 (11)을 상태변수 에 따라 적절하게 구분한 결과이며 또한

$$\begin{split} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{\omega}} = & \begin{bmatrix} 0 & \frac{I_2 - I_3}{I_1} \, \omega_3 & \frac{I_2 - I_3}{I_1} \, \omega_2 \\ \frac{I_3 - I_1}{I_2} \, \omega_3 & 0 & \frac{I_3 - I_1}{I_2} \, \omega_1 \\ \frac{I_1 - I_2}{I_3} \, \omega_2 & \frac{I_1 - I_2}{I_3} \, \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \\ & \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{split}$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{0}_{3\times 3} \qquad \frac{\partial f_3}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{0}_{3\times 3} \qquad \frac{\partial f_3}{\partial \boldsymbol{p}} = \boldsymbol{0}_{3\times 3}$$

와 같이 주어진다. 한편 측정 방정식의 자코비 안 행렬은 다음과 같이 주어진다.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### Ⅲ. 시뮬레이션을 통한 검증 연구

앞에서 설명한 관성 모멘트 추정을 위한 기법을 검증하기 위해 시뮬레이션을 수행하기로 한다. 먼저 데이터 생성을 위해 가상의 위성에 대한 관성모멘트를  $[I_1,I_2,I_3]=[250,300,225]kg\cdot m^2$ 으로 가정하고 위성체의 초기 각속도와 자세각을 각각  $[\omega_1,\omega_2,\omega_3]=[0.01-0.02\ 0.01](rad/sec)$ 와  $[\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3]=[-0.052,0.156,0.104]로 설정하였다. 또한 시스템의 가관측성(Observability)을 높이기 위해 다음과 같이 지속적인(Persistent) 외부 입력을 가하는 것으로 가정한다.$ 

 $u_1 = 60\sin(0.01t)$   $u_2 = -60\sin(0.02t)$  $u_3 = 60\sin(0.01t)$ 

일반적인 파라미터 추정 연구에서 지속적인 입 력(Persistent excitation)의 역할은 매우 중요하며 많은 관련 연구가 진행되어 온 것으로 알려져 있 다. 파라미터 추정을 위해서 시스템의 운동 변수 가 일정 기간 동안 오차를 유지함으로써 추정 성 능을 향상시킬 수 있는데 본 연구에서 임의로 외 부 입력을 설정하였다. 이 때 한 가지 주의사항으 로써 MRP의 특성상 자세각 변위가 큰 경우에 특 이(Singularity) 현상에 빠지게 되므로 이를 피할 수 있는 자세각 범위가 형성되도록 입력을 설정하 는 것이 중요하다. 특히 일정한 초기 각속도가 있 는 경우 자세각의 일정한 증가로 특이 현상에 쉽 게 도달할 수 있는데 연구의 주요 목적이 파라미 터 추정에 있으므로 초기 각속도가 비교적 작은 경우와 가진 입력이 주기적인 특성을 지닌 것으로 설정하였다.

시뮬레이션 시간은 약 1시간, 그리고 필터의 갱신 시간은 0.05초로 설정하였으며 초기 불확실성을 고려하여 필터를 초기화하여 시뮬레이션을 수행한 결과가 Figs. 1-3에 주어져 있다. Fig. 1은 동체 추정 각속도 오차 경향을 나타내고 Fig. 2는 MRP 파라미터 추정 오차를 나타낸다. 시뮬레이션 결과 동체 각속도 추정 오차가 시간의 경과에 따라 0으로 수렴하는 것으로 볼 수 있다. 이것은 센서 측정 변수를 자세 변수로 가정하였기 때문에쉽게 예상할 수 있는 경향이다. 특히 운동학 관계식 자체는 오차가 없기 때문에 관측성이 우수하면쉽게 수렴하는 것을 예상할 수 있다.

또한 동체 자세각 변수인 MRP에 대한 추정 결과가 Fig. 2에 주어져 있다.

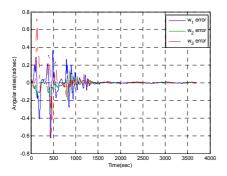


Fig. 1. 동체 각속도 추정 오차 경향

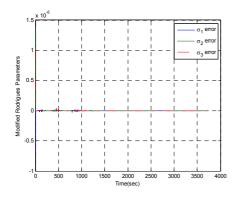


Fig. 2. MRP 오차 추정 결과

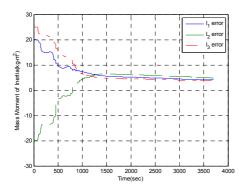


Fig. 3. 관성모멘트 추정 오차 경향

자세각 변수는 직접 추정하는 변수로서 관측성 이 양호하므로 시뮬레이션 초기 단계에서 바로 수 렴하는 것을 알 수 있다.

한편 본 연구의 주요 목표인 관성모멘트 추정 오차 결과가 Fig. 3에 주어져 있다.

Fig. 3에서 초기 관성모멘트 추정 오차가 시간이 경과하면서 일정한 값으로 수렴하는 것을 알수 있다. 그러나 최종 0으로 수렴하지 않는데 이것은 앞에서 설명한 지속적인 가진 입력에 따라

수렴 결과가 좌우되기 때문인 것으로 볼 수 있다. 즉 동체 각속도와 자세 변수와 같은 상태변수는 이미 수렴한 상태에서 파라미터 추정을 위한 최적의 신호가 생성되지 않기 때문이다. 보다 정확한 수렴 성능을 보장하기 위해서는 다른 가진 입력을 적용할 수 있는데 최적의 가진입력을 어떻게 설계하느냐 하는 것은 본 연구의 범위를 초과하는 것으로 판단된다.

시뮬레이션 결과를 통해 볼 수 있듯이 MRP의 운동학 관계식이 쿼터니언 운동학 관계식에 비해 선형성이 우수해 추정 오차를 효율적으로 감소시 키는 것으로 짐작할 수 있다.

#### Ⅵ. 결 론

MRP(Modified Rodrigues Parameter)는 최소 개수의 자세표현 변수로서 EKF 구성시 오차 공분산 행렬의 특이점을 막아주고 따라서 추정 성능개선을 제공해주는 것으로 본 연구를 통해 확인할수 있었다. 이는 MRP의 운동학(Kinematics) 관계가 보다 선형에 가깝게 때문인 것으로 볼 수 있다. 다만 MRP 자체의 특이(Singularity) 현상을 피하기 위해 자세각의 범위가 일정한 제한 조건을 만족시켜야 하는 것이 단점으로 지적될 수 있으며이에 대한 지속적인 연구가 진행되어야 할 것으로 판단된다.

# 후 기

본 논문을 우리나라 비행제어분야를 초창기에 개척하시고 많은 후학을 양성하셨으며 또한 저를 학문의 길로 인도해주신 故 위상규(魏祥奎) 교수님의 영전에 바칩니다. 선생님의 永眠을 기원 드립니다.

# 참고문헌

- 1) Bordany,R.E., Steyn, W.H., and Crawford, M., "In-Orbit Estimation of the Inertial Matrix and Thruster Parameters of UoSAT-12", 14th AIAA/USU Conference on Small Satellites.
- 2) Lichter, M., and Dubowsky, "Estimation of State, Shape, and Inertial Parameters of Space Objects from Sequences of Range Images", Intelligent Robots and Computer Vision XXI: Algorithms, Techniques, and Active Vision, Proceedings of SPIE Vol. 5267, 2003.

- 3) VanDyke, M.C., Schwartz, J.L., Hall, C.D., "Unscented Kalman Filtering for Spacecraft Attitude State and Parameter Estimation", AAS Space Flight Mechanics Meeting, AAS-04-115, 2004.
- 4) Lefferts, E.J., Markley, F.L., and Shuster, M.D., "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", Journal of Guidance and Control, Vol. 5, No. 5, 1982, pp. 417–429.
- 5) Crassidis, J.L., and Markley, F.L., "Attitude Estimation Using Modified Rodrigues Parameters", Proceedings of Flight Mechanics/Estimation Theory Symposium, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD,

- 1996, pp. 71-83.
- 6) Idan, M., "Estimation of Rodrigues Parameters from Vector Observation", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-32, No. 2, 1996, pp. 578-586.
- 7) Junkins, J.L., and Singla, P., "How Nonlinear Is It? A Tutorial on Nonlinearity of Orbit and Attitude Dynamics", The Journal of Astronautical Sciences, Vol. 52, Nos. 1 and 2, 2004, pp. 7–60.
- 8) Crassidis, J.L. and Junkins, J.L., An Introduction to Optimal Estimation of Dynamical Systems, Chapman & Hall/CRC, 2004.