한국수학사학회지 제23권 제2호 (2010년 5월) 23–56

집합론은 메타논리학에 필수불가결한가?

연세대학교 철학과 강수휘
leonardowhee@hanmail.net

본 논문의 목적은 집합론이 메타논리학에 필수불가결하다는 주장, 즉 필수불가결성 논제에 반대하는 것이다. 만일 집합론이 메타논리학에 필수불가결하다면, 집합론을 포함하게 되는 논리적 탐구는 논리학의 가장 근본적인 특성들인 주제중립성과 보편적 적용가능성을 결여하게 되기 때문이다. 논리학의 주제중립성은 논리학의 명제들이 개별 과학과 같은 특정한 지식 분야에 국한되지 않는다는 것을 말하며, 논리학의 보편적 적용가능성은 논리학의 명제들과 추론 규칙들이 모든 과학 분야들과 합리적 담론들에서 사용될 수 있다는 것을 말한다. 나아가 주제중립성과 보편적 적용가능성을 지니기 위해서는, 논리학을 기술하는 메타논리적 용어들과 개념들 역시 이러한 특성들을 지녀야만 한다. 하지만 필수불가결성 논제를 받아들이게 되면, 우리는 논리학이 적용되는 모든 분야에서 집합론의 용어들과 집합론적 개념들이 필수불가결하다는 것을 받아들여야만 한다. 그리고 이는 분명 불합리한 일이다. 필수불가결성 논제가 그럴듯하지 않다는 것을 보이기 위해서 나는 집합과 관련된 존재론적 문제를 살펴볼 것이다. 이러한 탐구는 집합이 어떤 식으로 이해되든지 간에 존재론적으로 보수적인 “논리적 존재자”로 간주되기 어렵다는 것을 보여줄 것이다.

주제어 : 메타논리학, 집합론, 필수불가결성, 존재론적 보수성

1 집합론의 메타논리학에 대한 필수불가결성 논제와 논리학의 존재론적 보수성 (Indispensability of Set Theory to Metalogic and the Ontological Conservativeness of Logic)

기원전 4세기 경 아리스토텔레스에 의해서 체계적인 학문으로서 본격적으로 탐구된 이래, 몇몇 사소한 변화들을 제외한다면, 논리학은 19세기 중후반에 이르기 전까지 거의 유일한 완성된 학문 분야로 간주되었다. 그리고 그 출발점부터 논리학은 줄곧 수학과 밀접한 관련을 맺어 왔다는 것이 논리학사에 있어서 널리 받아들여지고 있는 견해이다.

하지만 미적분학의 기초와 관련해서 보다 엄밀한 수학적 분석을 시도하려는 해석학(Analysis)의 발전과 해석학자 칸토르(Cator)에 의한 집합론(Set Theory)의 등장, 수학을 논리적으로 보다 엄밀하게 형식화시키고자 했던 부울(Boole)과 페아노(Peano)의 작업들, 그리고 수학적 추론까지 포함하는 타당한 추론들을 형식화한 프레게(Frege)의 이른바 '새로운 논리학' 의 창시 등의 굵직굵직하고도 중요한 작업들이 폭발적으로 이루어진 19세기 중후반 이후, 이러한 논리학과 수학과의 '긴밀한 관계' 에 대한 이해는 획기적인 전기를 맞이하게 된다.

수학적 동기에서 발생하여 수학자들에 의해서 이루어진 이 시기 이후의 논리학은 오늘날 우리가 '수리 논리학(mathematical logic)' 이라고 부르는 형태로 그 결실을 맺게 된다. 그리고 논리학과 수학과의 관계를 고려할 경우, 수리 논리학은 그 내부에 수학적 개념들을 포함하고 있다는 점에서 아리스토텔레스 이후 발전된 형태의 소위 '전통 논리학(traditional logic)' 과 큰 차이를 보여주고 있다. 비록 전통 논리학은 수학에서의 추론에서 대표적으로 확인할 수 있는 타당한 추론의 형식과 특성에 관심을 두고 있다는 측면에서, 그리고 그러한 논리학이 무엇을 염두에 두고 있으며 그것의 목적이 무엇인지와 관련된 해석의 문제에 있어서 수학과의 긴밀한 연관성을 찾을 수는 있지만, 명사 논리학(term logic)을 통해 타당한 추론들을 형식화하고 그러한 형식적 탐구에 대한 의미론을 포함하는 메타적 논의를 진행함에 있어서 전통 논리학은 수학과 직접적으로 연관되어 있다고 볼 수 없다.

반면에 프레게가 『개념표기법』(Begriffschrift)을 저술함으로써 창시하게 된 '새로운 논리학' 이후 발전한 수리 논리학은 형식적 측면에서 전통 논리학과 차이가 있을 뿐만 아니라, 그러한 형식 체계에 대한 의미론을 포함하는 메타 논리학에서 수학의 기초 이론으로서의 집합론(set theory)이 형식 논리학에 대해서도 마찬가지의 기초적인 위치를 지니고 있다고 주장한다는 점에서, 다시 말해서, 논리학이 수학적 기초 위에 성립한다고 이해한다는 측면에서 논리학과 수학 사이의 관계를 이전의 논리학 보다 근본적이고 실질적인 것으로 본다. 보다

자세히 설명하자면, 오늘날의 수리 논리학에서 메타논리학은 집합과 집합론적 개념들(set-theoretic notions), 즉 집합(sets)과 이를 통해 정의되는 함수(functions), 순서쌍(ordered-pairs), 모형(models) 등과 같은 수학적 개념들을 통해서 제시된다. 이는 논리학과 수학과의 관계에 있어서 논리학이 적어도 메타논리학의 측면에서는 수학에 실질적인 방식으로 의존하고 있다고 주장하는 것으로 받아들여질 수 있기 때문이다.

더욱이 아리스토텔레스 논리학의 오랜 기간에 걸친 발전 기간 동안에는 이루어지지 않았던 많은 중요한 업적들, 예를 들어 논리학의 체계적인 의미론(semantics)과 완전성 정리(completeness theorem)와 같이 논리학에 대한 새로운 통찰을 제공해주는 놀라운 결과들이 바로 이 분야에서 제시되었다. 이 때문에 많은 사람들은 이러한 결과들이야말로 바로 현대 수리 논리학이 전통 논리학과 비교해 지니는 우월한 측면이라고 인식하게 되었다. 이러한 이유들로 인해서 오늘날 (비전문가를 제외한) 많은 논리학자들, 수학자들, 그리고 철학자들은 논리학과 수학과의 관계를 이전의 사람들과는 본질적인 측면에서 달리 이해하게 되었다. 논리학과 수학과의 관계에 대한 이러한 이해를 다음과 같이 정식화할 수 있다:

(필수불가결성 논제) 논리학에 있어서 수학은 필수 불가결하다.

이 논제가 말하는 바는 이러하다. 만일 집합론을 사용하지 않았더라면, 논리적 귀결(logical consequence)과 같은 메타 논리적 개념들과 속성들에 대한 정의들(definitions)과 완전성 정리(completeness theorem)와 같은 메타 이론들(metatheories)을 제시할 수 없었을 것이다. 집합론을 사용하지 않고서는 형식 논리체계를 대상으로 한 이론들을 기술할 수 없을 것이다. 따라서 집합론은 메타논리학에 필수불가결하다.[1)]

1) 내가 '필수 불가결성 논제' 라고 명명한 이 논제는 논리학사와 논리학에 관한 철학적 논제이다. 이 논제와 관련하여 본 논문의 심사위원들을 비롯하여, 논리학과 관련된 '철학적 담론' 의 맥락에 익숙하지 않은 독자들에게 이 논제가 말하고자 하는 바 그리고 이 논제와 관련하여 내가 보이고자 하는 바가 오해될 수 있는 여지가 많아 몇 가지 해명을 할 필요가 있을 것 같다. 먼저 필수 불가결성 관계의 관계항에 오는 '논리학' 과 '집합론' 과 관련하여 각각에 관하여 해명하기로 하겠다.
이 논문에서는 '논리학' 이라는 표현의 외연으로 형식적 추론체계를 의도하고 있다. 그리고 메타논리학은 이러한 형식체계에 관한 이론이다. 이러한 구별은 오늘날 수리논리학적 견지에서 볼 때, 불명확한 나아가 불필요한 구분으로 느껴질 수도 있지만, 보다 중립적 관점에서 볼 경우, 이 둘을 (특히 철학적 맥락과 논리학사적 맥락에서) 구분하는 것이 실제로 이루어지고 있으며 또 그러한 구분이 이루어져야 할 충분한 필요성도 존재하는 듯 여겨진다. 그렇다면 이러한 사실을 염두에 두고서 논의를 진행하는 것이 보다 더 많은 견해들에 중립적으로 논의하는 방식을 것이다. 또한 '논리학' 을 가지고 소위 고전 논리학(classical logic)이라고 하는 1차 논리학(1st-order logic)을 염두에 두고 있는 것도 사실이다. 하지만 이러한 제약이 몇몇 우려와는 달리 내 주장의 일반성과 타당성을 제약시키지 않는다. 이는 의미론과 메타이론들의 발전 등과 같은 이 분야의 발전이 논리학사의 맥락에서 '최근' 의 논리학의 비약적 발전을 대표적으로 보여주기 때문이다.
또한 몇몇 독자들은 '집합론이 논리학에 필수불가결하다' 라고 말할 때, '집합론' 이라는 표현이 수학의 한 분야인 특정한 이론체계를 말하는 것으로 오해하는 것 같다. 하지만 나는 필수불가결성 논제와 관련하여 집합론을 이야기할 때, ZFC나 NBG와 같은 특정한 이론이 논리학에 필수 불가결하다고 말하는 것이 아니다. 다만

이 글의 목적은 위의 필수불가결성 논제에 반대하는 것이다. 그 이유는 다음과 같다. 만일 집합론이 메타논리학에 필수 불가결하다면, 집합론에 기초를 둔 논리학은 논리학에 본질적인 특성들을 결여할 수밖에 없기 때문이다. 그 본질적 특성들이란 주제중립성(topic-neutrality)과 보편적 적용가능성(universal applicability)이다. 논리학이 주제 중립적이라는 것은 논리적 명제가 개별 과학과 같이 어떤 특정한 지식 영역에 국한되지 않는다는 것을 의미한다. 또한 논리학이 보편적으로 적용 가능하다는 것은 논리학의 명제와 추론 규칙들이 그것이 무엇이건 간에 어떠한 과학(혹은 어떠한 주제의 합리적 담론)에서든 사용될 수 있다는 것을 의미한다. 그리고 논리학의 명제들이 주제 중립적이고 보편적으로 적용가능하기 위해서는 논리학의 용어들(terms)과 개념들(notions) 역시 주제 중립성과 보편적 적용가능성을 지녀야만 할 것이다. 이 때문에 수학이라는 연역적 탐구의 특정한 분야들 중 하나인 집합론이 논리학을 필수적으로 요구하는 것은 당연한 일이겠지만, 필수 불가결성 논제가 함축하듯이, 집합론적 용어들과 개념들이 논리학에 필수 불가결하다는 것은, 논리학의 측면에서 전혀 그럴듯하지 않은 주장이라 할 수 있다.

이를 보다 분명한 논변으로 제시하기 위해서, 존재론적 측면에서 이 문제를 고려하기로 하자. 수학은 집합(sets), 수(numbers), 함수(functions) 등과 같은 수학적 존재자들의 존재를 가정하고 있는 반면, 논리학은 주제 중립적이므로 특수한 존재를 가정할 필요가 없고 또 가정해서도 안 되며 따라서 메타논리학은 이러한 주제 중립적 특성을 지닌 논리학의 본성들과 속성들에 대한 올바른 설명을 제시해 주어야 한다. 논리학이 수학을 포함한 특정한 주제에 구애받지 않으면서 어떠한 학문 분야에나 적용될 수 있는 주제중립성과 보편적 적용가능성을 지닌다면, 그러한 논리학에 관한 이론, 즉 메타논리학 역시도 특수한 존재자를 가정하여 제시되어서는 안 되는, 즉 존재론적으로 중립적이라는 특성(ontological neutrality)을 지녀야만 할 것이다. 논리학의 주제중립성에 대응하는 이러한 존재론적 측면에서의 메타논리적 특성을

집합이라는 존재자 혹은 집합 개념 자체가 명확하게 이해되지 않고 있는 상황에서, 적어도 오늘날 논리학에 등장하는 집합들과 다양한 수학적 개념들이 (그것이 어떤 종류의 체계이건) 집합론에서 이야기하고 있는 바로 그러한 존재자들 혹은 개념들이라는 것과 그리고 그러한 집합론적 존재자들(혹은 개념들), 혹은 이를 통해서 정의되는 존재자들(혹은 개념들)이 (메타)논리학에 필수불가결하다는 것을 명시적으로 나타내려고 '집합론'이라는 용어를 사용한 것이다.

마지막으로 '필수불가결성 관계'와 관련된 해명을 하고자 한다. 집합론(혹은 집합론적 존재자들 혹은 개념들)이 논리학(혹은 메타논리학)에 필수불가결하다고 말할 때, 나는 '필수불가결성'을 콰인-퍼트남의 필수불가결성 논증에서의 '필수불가결성'과 마찬가지의 의미에서 사용하고 있다. 보다 자세히 말해서, 물리 세계를 설명하기 위해서 수학이 필수 불가결하기 때문에, 수학적 존재자들이 존재한다고 믿을 이유가 있다는 이 논증에서와 같이, 오늘날 논리학(혹은 메타논리학)을 위해서 집합론(혹은 집합과 이를 통해서 정의되는 다양한 존재자들 혹은 개념들)이 필수불가결하다고 말하는 것이다. 위에서 말한 바와 같이 '집합론'을 다양한 것들 중 어느 특정한 공리체계를 염두에 두는 것으로 이해하지 않는다면, 이 논제에 반대할 사람은 그리 많지 않을 것이다.

논리학의 **존재론적 보수성**(ontological conservativeness)이라고 하겠다.

그렇다면 논리학의 존재론적 보수성은 아래와 같이 정의될 수 있다 :

> **(존재론적 보수성) 논리학은 그것이 적용되는 담론의 영역(universe of discourse)을 확장시키지 않는다. 혹은 논리학은 담론의 영역에 이미 포함되어 있는 존재자들 이외의 존재자들을 부가하지 않는다.**[2)]

예를 들어, 생물학이나 경제학과 같은 개별 학문에 논리학을 적용할 경우, 우리는 이미 각각의 과학에서 가정하고 있는, 가령 세포(cells)나 시장(markets) 등과 같은 존재자들 이외에 별도의 추가적인 존재자들을 더 필요로 하지 않는다. 규범 논리학(normative logic)은 적절하게 형식화된 문법과 추론 규칙들에 의해서 타당한 추론들을 기술하는 이른바 기술적 학문(descriptive discipline)이고, 메타논리학은 논리학이 기술하는 바를 보장해주는 규제적 혹은 처방적 학문(prescriptive discipline)이다.[3)] 따라서 논리학에 관한 이론인 메타논리학이 논리학이 지니는 존재론적 보수성을 메타 논리적 속성으로서 설명하고 보장하기 위해서는, 논리학의 메타 논리적 속성들을 기술하고 정의하는데 요구되는 존재자들, 예를 들어 논리 상항(logical constants)이나 변항들(variables)과 같은 논리학의 어휘들과 해석(interpretation) 또는 참(truth)과 같은 의미론적 개념들 이외의 추가적인 존재자들을 가정해서는 안 된다.

집합론을 사용하는 메타논리학의 경우, 논리학을 기술하는데 요구되는 논리학의 어휘들 이외에 추가적으로 그러한 어휘들의 *집합(set)*과 같은 수학적 존재자들에 대해서 존재론적으로 개입하도록 하고, 집합론적으로 정의된 함수(function)로서의 해석, 순서 n-중체(ordered n-tuple)로서의 모형(model) 등의 개념을 사용하여 의미론(semantics)을 제시함으로써 명백한 방식으로 논리학의 존재론적 보수성을 위반한다. 이러한 이유로 인해 집합론은 올바른 메타논리학을 제시하기 위하여 사용될 수 있는 종류의 것이 아니며, 따라서 집합론이 메타논리학에

2) 우리는 존재자들(entities)에 대한 존재론적 고려 대신에 이와 평행하게, 개념(concepts)에 대해서 이야기할 수도 있을 것이다. 가령 메타논리학에서 사용되는 어휘가 집합에 대한 존재론적 개입을 요구한다는 사실을 그것이 집합이라는 논리적 개념이 아닌 수학적 개념에 호소하도록 한다고 바꾸어 이야기할 수 있다. 이는 말하는 방식의 차이이며, 따라서 집합이라는 존재자가 아니라 집합 개념에 대하여 이야기할 경우에도 논리학의 개념적인 중립성(conceptual neutrality)은 여전히 유효하다. 이후 논의에서 존재자에 관한 존재론적 서술이 아니라 개념에 관한 서술을 사용할 경우, 우리는 존재론적 보수성 개념을 개념적 보수성으로 바꾸어 이해하면 될 것이다.

3) 어떤 독자는 규범 논리학이 규제적(prescriptive)인 것이 아니라 기술적(descriptive)이라고 이야기하고 있는 부분에서 일종의 오류를 발견한 것과 같은 느낌이 들지도 모르겠다. 그러나 규범 논리학에서의 '규범적(normative)'은 논리 법칙들이 규범적이라는 의미를 지닌다. 그리고 존재하는 것으로서의 규범적 논리 규칙을 사용하여 도출되는 논리적 진리들로서의 '규범 논리학'은 기술적이다. 따라서 이 둘은 서로 모순되는 것이 아니다. 사실 논리법칙과 관련하여 프레게 역시 마찬가지의 구분을 짓고 있는데, 이와 관련된 논의를 위해서는 최원배(2002)를 참고하라.

필수 불가결하다고 주장하는 필수불가결성 논제는 거부되어야만 한다는 것을 알 수 있다.

어쩌면 누군가는 논리학이 주제 중립적이고 보편적으로 적용 가능하기 위해서 존재론적으로 (혹은 개념적으로) 보수적이어야 한다는 점에 동의하면서도 여전히 집합론이 논리학의 기초이고 그래서 메타논리학에 필수 불가결하다고 주장하고자 할지 모른다. 그래서 그는 집합이라는 수학적 존재자가 사실은 (그것이 어떤 것이건 간에) 존재론적으로 무고한(ontologically innocent) 일종의 논리적 존재자(혹은 개념)라고 주장할 수도 있다. 따라서 다음 절에서는 집합과 관련된 존재론적 논의에 집중함으로써 수학적 존재자인 집합이 존재론적으로 보수적인 '논리적 존재자(logical entity)' 로 간주될 수 없다는 점을 논증할 것이다. 우리는 집합론이 논리학의 존재론적 보수성을 해치지 않고서도 정당하게 메타논리학의 기초로 사용될 수 있으려면, 집합을 어떻게 이해하고 어떤 방식으로 정의해야 하는지 (또는 이해할 수 있고, 정의할 수 있는지)와 관련하여, 그 동안 명시적으로 혹은 암묵적으로 제시되었던 혹은 제시될 수 있었던 다양한 입장들을 열거하고 비판적으로 검토할 것이다. 이러한 탐구는 결과적으로 집합이란 존재론적으로 무고한(ontologically innocent) 논리적 존재자로 파악될 수 없다는 것을 보여줄 것이고, 그래서 집합론이 메타논리학이 필수 불가결하다는 논제가 정당화되기 어려운 견해라는 점을 논증할 것이다.

2 집합 존재론과 메타논리학 (Ontology of Sets and metalogic)

앞 절에서 언급했듯이, 집합론이 메타논리학에 필수불가결하다는 생각을 정당화하기 위해서는 수학에 등장하는 집합 개념이 논리적인 개념임을, 다시 말해서 집합이라는 존재자가 논리학의 존재론적 보수성을 해하지 않는 무고한(innocent) 존재자임을 논증해야만 한다. 따라서 집합 개념이 진정으로 메타논리학에 필수불가결한 것이 아니라는 점을 논증하려는 우리의 목적에 비추어 볼 때, 집합론이 메타논리학에 필수불가결하다는 널리 공유되고 있는 생각을 지지한다고 여겨지는 다양한 논리적, 형이상학적 근거들을 비판적으로 검토한 뒤, 어떠한 경우든 집합을 사용하는 메타논리학은 논리학의 존재론적 보수성을 담보할 수 없다는 것을 밝히고, 그러한 잘못된 생각을 형성하도록 했던 오해의 소지들을 설명해 내는(explain away) 일이 필요하다. 그리고 이러한 탐구를 진행하는데 있어서 그 무엇보다도 집합론을 연구하고 있는 수학자들이 집합에 대하여 무엇이라고 이야기하고 있는지를 참고하는 것은 이 논의를 시작하는 출발점에서 우리가 가장 손쉽게 택할 수 있고, 또 우선적으로 주의를 기울일만한 일일 것이다.

일견 생각하기에, 집합에 관하여 직접적으로 책임이 있다고 여겨지는 수학자들, 즉 집합론

연구자들의 이야기에 귀를 기울이는 일이 집합의 존재론적 문제에 관심을 갖는 우리와 같은 사람들에게 어떤 통찰을 줄 것이라고 기대하는 것은 자연스러운 일일 것이다. 하지만 우리가 집합론 관련 서적들을 펼치고, 모든 수학의 분야들의 기초가 되는 집합론의 지위에 주목하여, 그 안에서 제시되고 있는 집합에 관한 설명에 귀를 기울이게 되면, 실망스럽게도, 수학에서 가장 근본적인 개념이라고 할 수 있는 집합[4]이 지니는 존재론적 성격을 규정하는 (철학적으로) 만족스러운 정의(definition)를 발견하는 것이 그리 쉬운 일이 아님을 깨닫게 된다. 더욱 나쁜 것은, 수학자들에게 있어서 집합은 너무나도 당연하게 가정되고 있으며, 심지어는 그것의 기초적인 지위가 수학이라는 분야를 넘어서서 논리학에까지 이르고 있다고 여겨짐에도 불구하고, 집합이라는 존재자의 그러한 기초적 성격을 명시적으로 정당화하는 만족스러운 논변을 찾기 힘들 뿐만 아니라, 아예 그러한 논변을 제시할 필요가 없다는 태도를 발견하게 된다는 것이다. 그리고 이러한 이유로 인하여 우리는 집합이 메타논리학에 필수불가결한 존재자임을 정당화하는 논변을 수학자들로부터 확인하는 일 역시 쉽지 않다는 것을 짐작할 수 있다.

집합이라는 존재자들 그리고 이러한 집합들의 속성들 간의 관계들을 통해서 모든 수학 분야를 환원할 수 있다는 수학 기초론과 관련된 수학자들의 견해[5]는 마찬가지의 방식으로 곧바로 논리학에까지 적용될 수 없다. 한편으로 논리학의 기초와 관련된 메타논리학적 문제는 수학 기초론이라는 수학 내적인 문제와는 독립적인 별개의 주제이며, 다른 한편으로는 논리학이 주제 중립적이고 보편적으로 적용 가능하다는, 논리학의 본성에 대한 우리가 지닌 강한 직관은 여러 수학 분야들과 마찬가지로 논리학 역시도 집합론으로 환원된다는 입장과 갈등을 일으키기 때문이다. 따라서 아무런 반성과 논증 없이 집합 개념이 논리학의 기초를 마련할 수 있다고 믿는 것은 문제가 있으며, 나아가 이러한 믿음의 근거가 집합에 대한 수학자들의 무반성적 이해에 기반하고 있다는 것은 더욱 큰 문제가 될 것이다. 따라서 논리학에 대한 집합의 기초적 성격을 수학자들에게서 찾으려고 하는 현재 우리의 시도는 집합론 자체에 대한 논의에서조차 수학자들이 지닌 집합에 대한 이해가 만족스럽지 않다는 것을 폭로함으로써 부정적으로 답변될 수 있을 것이다.

우리가 메타논리학에 집합론이 필수불가결하다는 주장을 자비롭게 이해하기 위해서, 수학

4) "수학적 논증들을 분석함으로써, 논리학자들은 '집합' 개념이 수학의 가장 근본적인 개념이라는 것을 확신하게 되었다." Cohen(1966), p.50을 참고하라.

5) Kunen(1980)의 서문에 보면 이와 같은 지배적인 견해가 다음과 같이 나타나 있다. "집합론은 수학의 유일한 기초이다. 모든 수학적 개념들은 집합과 원소라는 원초적 개념들을 통해서 정의된다." 하지만 수학의 기초에 관해서 견해를 달리하는 입장이 전혀 존재하지 않는 것은 아니다. 기초론의 측면에 주목할 경우, 추상 대수(abstract algebra)의 한 분야인 카테고리론(category theory)은 수학의 각 분야들을 통합하는 환원토대의 역할을 하는, 집합론의 경쟁 이론이다.

자들이 집합에 관하여 이해하고 있는 방식에서 그 해답을 찾아보려고 한다면, 그러한 논변을 다음과 같이 정식화할 수 있을 것이다.

> **(필수불가결성 논제를 위한 집합의 직관성으로부터의 논변)** 집합은 너무나도 직관적이고 일상적인 개념이기 때문에 당연한 것으로 받아들일 수 있다. 그리고 집합론이 주제(subject)로 삼아 이야기하는 대상은 바로 그러한 직관적이고 일상적인 존재자로서의 집합이다. 그래서 수학의 기초를 제공하는 '특수한 존재자' 인 집합은 사실 그 자체로 의심 없이 받아들일 수 있는 논리적 존재자이므로 존재론적으로 무고하다(innocent). 따라서 집합론을 토대로 하는 메타논리학은 논리학의 존재론적 보수성을 보전한다. 그러므로 메타논리학에 집합론이 필수 불가결하다는 생각을 의심할 필요가 없다.

이러한 식의 답변이 지니는 문제는 바로 집합 개념이 한편으로는 존재론적으로 더 이상 해명할 것이 없는 너무나도 친숙한 일상적인 개념으로 간주되면서 동시에 다른 한편으로는 비일상적이고 친숙하지 못한 이론적으로 기초적인 개념으로도 이해되고 있는 것이다. 달리 말해서, 만일 누군가가 집합이라는 존재자의 근본적이고 기초적인 존재론적 지위가 정당화를 필요로 하지 않고서도 성립할 수 있다고 믿는다면, 그것은 일상적인 존재자가 이론적인 존재자로 '둔갑하는' 마술(magic)에 기반을 둘 수밖에 없다. 그래서 우리는 신기하고 놀라운 여느 마술을 대할 때와 마찬가지로 집합의 존재론적 지위에 대한 무비판적 이해 속에 감추어진 눈속임(trick)을 의식해야 할 것이다.

모든 수학의 개념적 기초를 제공한다고 여겨지는 집합 개념이 사실은 우리가 전혀 의심할 필요가 없이 받아들일만한 종류의 존재자로 이해될 수 있다는 수학자들의 태도는 다음의 몇 예시들을 통해 확인할 수 있다.

> "바로 그 시작부터… 교사는 학생들이 그들 스스로의 노력을 통해서 사회생활, 학교에서의 경험에서 마주치게 되는 예들에 크게 의존하면서 '집합' 개념에 대한 이해를 획득한다는 것을 알게 된다."[6)]

> "한 무리의 늑대, 포도, 한 떼의 비둘기 모두는 사물들의 집합들의 예시들이다."[7)]

> "아마도 당신들 모두는 집합이 무엇인가에 관하여 어떤 종류의, 어떤 대략적인

6) *Synopses for Modern School Mathematics*, Paris, O.E.E.C., 1961. Black(1971)에서 재인용함.
7) Paul R. Halmos, *Naive Set Theory*, 1960, p. 1. Black(1971)에서 재인용함.

관념을 갖고 있을 것이다 : 사물들의 어떤 종류의 모음(collection).”[8)]

“집합의 중심적 개념은, 적어도 표면적으로는, 대단히 단순하다. 집합이란 임의의 모음(collection), 집단(group), 혹은 집성체(conglomerate)이다. 그래서 우리는 2010년 4월 연세대학교의 모든 학생들의 집합, 모든 짝수들의 집합, 평면 π에서 주어진 점 P로부터 정확히 2cm 떨어진 모든 점들의 집합, 모든 분홍 코끼리들의 집합 등을 갖는다.”

집합이라는 존재자들에 대해서 언급하고 있는 위의 인용문들을 통해서, 비록 약간씩 보다 상세화된 형태의 서술이 되도록 배열되었음에도 불구하고, 우리는 수학자들이 집합을 친숙하고 일상적인, 심지어는 가르칠 필요도 없는 종류의 존재자로 기술하고 있음을 확인할 수 있다.[9)] 하지만 “집합 개념을 분명히 하는 것은 결코 사소한 작업이 아니고 많은 어려움이 동반되는 문제이기 때문에 최소한 집합개념이 이미 잘 이해된 일상적인 개념이라는 인상을 주어서는 안 된다”[10)]는 점을 분명히 해 둘 필요가 있다.

그러나 현재 우리가 문제 삼고자 하는 집합에 대한 수학자들의 무반성적 특성은 수학 내적인 맥락에서의 집합 개념이 만족스럽게 잘 정의될 수 있는가하는 문제에 관한 무반성적 태도가 아니다. 설령 집합에 대해서 존재론적으로 정당화하는 논변이 제시되지 않았다는 점을 묵과한다고 하더라도, 친근하고 일상적인 ‘집합’이 집합론에서 언급되고 있는 집합과 동일한 것인지에 관하여 의심할 수 있는 충분한 이유들이 관찰되는 상황에서, 이에 대한 별도의 정당화 없이 집합론이 친숙하고 일상적인 존재자에 관한 이야기라고 파악하게 되는 인식적 이행은 무반성적인 일일 것이다. 그리고 바로 이 점에서의 무반성적 특성이 우리가 문제점으로 지적하고자 하는 바이다.

인식적 측면에서 이야기하자면, 수학의 기초론이면서 동시에 수학의 한 분야인 집합론이

8) Hrbacek and Jech (1999), p.1. 인용문은 한국어를 모국어로 사용하는 독자들에게 적절한 방식으로 약간 수정되었지만, 내용에 있어서 중요한 변경은 아님을 밝혀둔다.

9) 물론 집합 개념에 대한 보다 신중한 태도를 엿볼 수 있는 서술들도 존재한다. 특히 집합론이 지니는 수학적으로 엄밀한 이론으로서의 성격을 강조하는 저술일수록 집합 개념에 대한 설명이 신중해진다는 것을 확인할 수 있다. 그러나 그러한 서술들은 대개 집합의 존재론적 지위에 대한 철학적으로 신중한 태도라기보다는 러셀의 역설과 같은 집합론의 역설들과 관련하여 집합에 대한 직관적인 이해가 갖는 위험성을 지적하는 것들이다. 다음과 같은 것이 그러한 예가 될 것이다 : “모든 공리적 이론은 특정한 원리에다 새로운 용어들과 공리들, 구체적인 정의되지 않은 용어들과 고려되고 있는 이론의 공리들을 덧붙여서 구성된다. 그러나 수학자들은 일반적으로 기저에 깔린 기본 원리들을 명료화하지 않아왔다. 그들은 그들이 채택한 ‘논리적’ 단어들과 구절들, 그리고 그것들의 연역 내에서의 작동이 잘 알려진 그리고 특별한 논의가 필요 없는 것으로 가정한다. 그러나 기본 원리에 대한 이러한 좋은 게 좋은 것이라는 식의 태평스러운 태도(happy-go-lucky attitude)는 역설들이 언제나 그 배경에 도사리고 있는 공리적 집합론에 관련해서는 그다지 안전하지 않다.” Fraenkel, et al. (1973), pp.18-19를 참고하라.

10) 정인교(2006), p. 207.

무엇에 관한 이야기인지에 대한 이해를 돕기 위해서 수학자들은 (위의 인용문들에서 확인할 수 있는 바와 같은) 집합 개념의 직관성에 의존하지만, 집합이 직관적으로 이해될 수 있다는 점을 이야기할 때에는 이미 집합이 집합론 내에서 이야기되고 있는 바로 그 기초적이고 이론적인 존재자임을 가정하고 있다. 쉽게 말해서, 집합론 교과서의 맨 앞에 등장하는, 집합이 무엇인지에 관한 아주 짤막한 언급은 뒤에 길게 이어지는 수학 이론의 기초적 정의(definition) 혹은 그와 유사한 것이라는 인상을 주지만, 이러한 집합에 대한 정의는 수학의 기초적 개념과 집합론의 내용이 전제되어야만 유의미하다. 이는 명백한 방식으로 순환적인 것은 아니라고 하더라도, 적어도 러셀(Russell)이 악순환 원리(vicious circle principle)를 이야기할 때와 마찬가지의 '순환' 이 존재하는 것은 분명하므로, 적어도 아무런 해명 없이 집합의 기초적 성격이 이해된다고 이야기해서는 안 될 것이다.

그리고 집합에 대한 이해와 관련해서 나타나는 이러한 무반성적 특성은 메타논리학에 대한 집합론의 필수 불가결성 논제와 관련하여, "집합은 너무나도 직관적이고 일상적인 개념이기 때문에 당연한 것으로 받아들일 수 있다. 그리고 집합론(set theory)이 주제(subject)로 삼아 이야기하는 대상은 바로 그러한 직관적이고 일상적인 존재자로서의 집합이다." 라는 전제들을 거부하도록 함으로써, 우리가 위에서 '필수 불가결성 논제를 위한 집합의 직관성으로부터의 논변' 이라고 불렀던 논변을 거부하도록 만든다.

지금까지 우리는 수학의 기초로서의 면모가 드러나는 집합론 내부에서의 집합에 대한 이론적인 기술(description)과 그러한 집합이 사실은 친숙하고 친근한 개념이라는 설명을 단순히 병치시키는 것만으로는 집합론이 메타논리학에 필수 불가결하다는 주장을 정당화할 수 없음을 인식론적 측면에서 살펴보았다.

그런데 몇몇 철학자들은 집합의 존재론과 관련된 이러한 문제들을 존재론적 방식으로 고려함으로써 수학자들에게서 발견되는 집합의 존재론적 지위에 대한 이해가 지니는 마찬가지의 문제점을 지적하고 있다. 이러한 존재론적 고려들은 크게 두 가지로 구별될 수 있는데, 어느 논의나 여러 집합론 교과서 안에 나타나 있는 수학자들의 설명에서 파악될 수 있는 집합 개념과 수학의 한 분과로서의 집합론(set theory) 내에서 기술되고 있는 집합 개념 사이에 존재하는 간극(gap)을 문제 삼고 있다는 점에서는 공통적이라고 할 수 있다. 보다 구체적으로 말해서, 수학자들의 서술에서 나타나는, 일상적인 의미에서 서술되는 집합개념과 집합론이라는 이론 내에서 언급되는 집합 개념 사이의 긴장을 한 쪽에서는 집합이 구체적인 존재자이면서 동시에 추상적인 존재자가 되어버린다는 존재론적 문제로 파악하며, 다른 한 쪽에서는 다수인 존재자들로서의 집합이 단칭적인 존재자이기도 하다는 문제로 파악한다.

블랙(Max Black)과 같은 철학자는 전자의 입장에서 집합에 대한 존재론적 문제를 제기하고 있다. 직관적이고 일상적인 것으로서 집합을 서술할 때, 집합이 갖는 특성 중 하나는 다수(multitude)를 지시한다는 점이다. 그리고 한 무리의 늑대는 구체적인 것으로 이해되어야 하는 것처럼 이러한 다수는 구체적인 것이다. 하지만 집합론에서 언급하는 집합은 추상적인 (abstract) 존재자이다. 따라서 집합에 대한 일상적인 이해로부터 이론적, 수학적 존재자인 집합을 무반성적인 방식으로 이해하여서는 안 된다.[11)]

그리고 이병욱과 같은 철학자는 후자의 입장에서 집합 개념을 일상적인 방식으로 이해하여서는 안 된다고 주장하고 있다. 만일 집합을 일상적인 다수, 즉 많은 것(the many)이라고 이해한다면, 집합은 단칭적(singular)이기 때문에, 다시 말해서 하나(the one)이기 때문에, 결과적으로 집합은 '하나이면서 동시에 여럿 (the one and the many)' 인 존재자가 되어 버린다. 존재론적 측면에서 살펴보면, 집합의 이러한 존재론적 문제는 과거 중세시기에 중요한 쟁점이었던, 기독교의 삼위일체(trinity) 교리를 어떻게 철학적으로 정당화할 수 있을 것인가의 문제와 유사하다. 따라서 우리는 중세 신학자들이 별 다른 정당화 없이 성부와 성자와 성령이 하나이면서 동시에 여럿이라고 믿었던 것에 대한 철학적 평가와 마찬가지로, 집합을 일상적인 것으로서 이해해서는 안 된다고 평가해야 할 것이다.[12)]

이상의 논의를 통해서 우리는 집합론 자체에서 제시되고 있는 집합에 대한 서술을 참고하는 일과 집합론에 종사하는 수학자들의 집합 개념에 대한 태도를 가늠해 보는 일이 집합론과 메타논리학 사이의 관계를 올바르게 정립하기 위하여 집합을 존재론적으로 정당화하는데 있어서 크게 도움이 되지 못한다는 것을 살펴보았다.[13)] 하지만 이러한 논의를 출발점으로 해서, 우리는 필수 불가결성 논제를 지지하는 사람들이 집합론이 메타논리학에 필수 불가결하다고

11) Black(1971)을 참고하라. 블랙(Black)은 이로부터 수학적 존재자로서의 집합 역시 추상적인 것이 아닌, 구체적인 다수로서 이해되어야 한다는 주장을 하게 되는데, 이 글에서는 블랙의 이러한 입장 역시 수학적 존재자로서의 집합이 논리적 존재자로서의 위치를 갖는다고 믿을만한 그럴듯한 이유를 제시하는 논변으로 보기 어렵다는 것을 논의할 것이다.

12) 이병욱은 다수(plural)에 관한 논의를 집합(set)을 통해서 설명하는 것이 문제가 있음을 지적하면서, 다수와 집합을 구별해야 한다고 주장하고, 다수와 관련된 담론에 적합한 논리체계, 즉 단수로 환원시킬 수 없는 복수 표현들을 다룰 수 있는 논리학을 제안한다. 우리의 논의에 따르면, 다수와 집합이 구별되어야 한다는 점에 있어서는 그에게 동의할 수 있지만, 그가 집합이 메타논리학에 필수 불가결하지 않다는 점에 이르지 못한 채, 결과적으로는 다수 논리학(the logic of plurals)의 메타논리학으로 집합론을 사용한 점에 대해서는 비판적인 태도를 취해야 할 것이다. Yi(2002)를 참고하라.

13) 집합론과 메타논리학 사이의 연관성을 탐구하는 이 글의 맥락과 독립적으로, 폴라드(Pollard)는 집합론과 관련된 수학철학의 맥락에서 집합 개념이 우리의 일상적인 사고에서 직접적으로 빌려온 개념에 의해 영향 받아 발전해 왔다는 생각과 집합이 무엇인지에 관해서 우리가 집합론을 학습하기도 전에 본질적으로 건전한 이해를 가질 수 있다는 통념에 반대한다. 그는 집합 개념과 관련된 수학사적 고려를 통해서 집합 개념과 우리의 일상적 개념의 관련성을 의심하도록 하는 역사적 증거들을 제시하는 한편, 철학적인 고려들을 통해서 집합 개념을 일상적인 개념을 토대로 이해할 수 있다는 널리 공유되고 있는 (잘못된) 믿음을 비판한다. Pollard(1990)을 참고하라.

주장하기 위해서는 적어도 집합이라는 존재자가 논리적 존재자임을, 혹은 존재론적으로 무고한 존재자임을 정당화하는 논증이 별도로 제시될 필요가 있다는 점을 확실히 알게 되었다. 이러한 이유로 이후의 논의는 집합을 존재론적으로 정당화하려는 여러 (가능한) 논증들을 비판적으로 검토해 봄으로써, 결과적으로는 이러한 논변들 중 어떠한 것도 논리학의 존재론적 보수성과 양립 가능한 집합의 존재론적 지위, 논리학에 있어서의 기초적 지위를 정당화해내지 못한다는 것을 논증하는 일에 집중될 것이다.

2.1 칸토르적 논변 (Cantorian Argument)

위에서 제시되었던 사례들을 포함하여 집합에 관한 수학자들의 서술들에서 확인할 수 있는 집합의 특성들은 사실 집합론의 아버지인 칸토르(Georg Ferdinand Ludwig Philip Cantor, 1845-1918)의 '정의(definition)' 로부터 확인할 수 있다.[14)] 칸토르가 제시하는 집합에 관한 정의는 다음과 같다 :

> " '집합' 에 의해서, 우리는 우리의 직관 혹은 우리 사고의 확정적이고 구별적인 대상들 m 의 임의의 모음 M 을 하나의 전체로 이해해야 한다. (m 은 M 의 '원소' 라고 불릴 것이다) (By a 'set', we are to understand any collection M of definite and distinct objects m of our intuition or thought (which will be called the 'elements' of M) into a whole.)"[15)]

대개의 수학자들은 집합에 관한 칸토르의 정의가 그 스스로가 다루고자 했던 대상인 집합이 어떤 종류의 대상인지를 이해하는데 도움이 될 수 있다는 것에 동의한다. 그래서 칸토르의 설명에 따르면, 대상들이 구별적(distinct)이어야 한다는 요구는 한 집합의 원소들이 애매하지 않다는 것을 말하며, 이는 그 집합의 원소들이 같은지 다른지를 결정할 수 있어야 한다는 것을 의미한다. 이 때문에 집합 a, b, c, c, c와 집합 a, b, c는 동일하다. 또한 대상들이 확정적(definite)이어야 한다는 조건은 특정한 대상이 한 집합 안에 있는지 아닌지를 말할 수 있어야 한다는, 다시 말해서 퍼지집합(fuzzy set)과 같은 것은 없다는 것을 의도하는 것으로 이해할

14) 블랙은 이를 두고 "수많은 (집합론) 교과서의 저자들이, 때로는 (칸토르의) 그 정의가 참된 정의로 간주될 수는 없다는 점에 관한 사족을 곁들여서, 칸토르의 정식이 회자되기에 충분히 통찰력이 있는 것이라고 생각해 왔다" 고 이야기하고 있다. Black(1971), p.618을 참고하라.

15) 독일 수학자였던 칸토르의 표현은 다음과 같다. "Unter eine 'Menge' verstehen wir jede Zussamenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten m unserer Anschauung oder unserer Denkens (welche die 'Elemente' von M gennant werden) zu einem Ganzen." Cantor(1932), p.282를 참고하라. 집합에 대한 칸토르의 위의 정의는 여러 집합론 교과서들에서 확인할 수 있는데, 이 글에서의 인용은 Drake&Singh(1996), p. 3과 Boolos(1998), p. 13에서 재인용한 것임을 밝혀둔다.

수 있다.[16] 이를 정리하자면, 칸토르에게 있어서 집합의 원소들(elements)은 확정적이고 구별적인 대상들, 다시 말해서 잘 정의된 대상들(well-defined objects)이다.[17] 그렇다면 집합은 이렇게 잘 정의된 대상들인 원소들이 하나의 전체(a whole)가 됨으로써 형성된다.

우선 이 점을 명확히 하고 논의를 시작하기로 하자. 현재 우리는 수학 이론에 등장하는 수학적 존재로서의 집합을 철학적 고려를 통해서 만족스럽게 정의하는 문제를 다루고자 하는 것이 아니라 수학적으로 어떻게든 정의된 집합이 과연 논리학의 존재론적 보수성을 유지시킬 수 있는 논리적인 존재자인지의 여부를 따져보는 문제에 주목하고 있다. 그래서 만일 누군가가 집합이란 잘 정의된 원소들을 통해 형성된 하나의 전체라는 칸토르의 정의를 만족스러운 것으로 받아들이고, 이를 통해 집합론이 메타논리학에 필수불가결하다고 주장한다면, 우리가 '칸토르적 논변' 이라고 부를 논증은 다음과 같이 제시될 수 있을 것이다:

> **(칸토르적 논변)** 칸토르가 제시한 집합에 관한 정의 정도로도 집합이 존재론적으로 무고하다는 것을 보여주기에 충분하기 때문에, 집합론은 논리학의 존재론적 보수성을 해치지 않는다. 따라서 메타논리학에 집합론이 필수불가결하다는 판단을 유지할 수 있다.

하지만 집합에 관한 칸토르의 정의는 집합이 논리학의 존재론적 보수성을 해치지 않는 종류의 존재자인지에 대한 고려에 있어서 사실상 아무런 답변을 해주지 못한다. 칸토르의 정의를 받아들일 경우, 우리가 알 수 있는 것의 전부는 집합이 원소들로부터 형성된다는 것과 집합은 원소와는 별개의 또 다른 종류의 존재자라는 것뿐이다. 메타논리학에 집합론이 필수불가결한지 살펴보기 위해서 우리에게 필요한 것은 집합이 무엇들로부터 어떻게 형성되는 것인가가 아니라 그렇게 형성된 것이 어떠한 종류의 존재자인가에 관한 정보이다. 하지만 칸토르에게서 우리는 그렇게 형성된 '새로운' 존재자가 무슨 종류의 것인지에 관해서 어떠한 정보도 얻을 수 없다. 보다 심각한 문제는 집합이 무엇들로부터 어떻게 형성되는 것인가에 대해서조차 (첫 인상과는 달리) 명확한 이해를 얻기 힘들다는 것이다.

16) DrakeL&Singh(1996), pp. 3-4를 참고하라.

17) 여기에서 칸토르가 집합의 원소들이 만족시켜야 하는 조건들 중 하나로 언급했던 '직관(intuition) 혹은 사고(thought)의 대상들' 이라는 부분에 대해서는 고려하지 않기로 하겠다. 칸토르 자신에 의하면 이러한 제한은 나름의 의미를 지니고 있다. 그는 직관의 대상을 개체들(individuals, Urelemente)로, 사고의 대상을 집합들(sets)로 구별한다. 하지만 이러한 구별은 집합론이 발전하는 과정에서 개체들에 대한 고려가 불필요해졌다는 이유, 그리고 집합에 대해 이해하기 위해서 원소들이 반드시 정식적 혹은 심리학적 존재자일 필요가 없다는 이유, 그리고 칸토르가 이른바 수학적 존재자들에 대한 실재론자(realist)라는 이유 등으로 인해 특별하게 강조될 필요가 없다. Drake&Singh(1996), p. 4와 Black(1971), p. 618을 참고하라.

이러한 문제는, 블랙의 예를 들어 이야기하자면, 어린 아이에게 100원짜리 동전 3개를 던져주고, 그것들을 가지고 하나의 전체를 만들어보라고 이야기할 때 그 아이가 무엇을 어떻게 해야 할지, 그리고 우리가 어떻게 그 아이에게 해야 할 일을 이야기할지에 관해서 느끼는 어려움과 마찬가지 종류의 것이다.[18]

아마도 우리는 칸토르가 이야기했듯이, 우리의 정신 안에 있는 관념들(ideas)과 같은 것들을 가지고 집합이 형성된다고 말할 수도 있다. 하지만 우리가 머릿속에 세 개의 다른 수, 가령 7, 11, 13을 떠올린다고 생각해보자. 그렇다면 이 서로 다른 세 수들을 가지고 형성되는 새로운 종류의 한 사물은 어떤 것일까? 이 세수를 더해서 얻은 수 31인가? 아니면 이 세 수들을 곱해서 얻은 수 1001인가?[19] 칸토르는 이러한 답변을 의도하지 않았겠지만, 정신적인 것과 관련해서도 우리는 그것들로부터 하나의 전체로 된 것이 도대체 무엇인지 알지 못한다.

집합을 형성하도록 하는 작용과 관련해서도 그 불명확함이 지적될 필요가 있다. 원소들로부터 한 집합이 '만들어지는' 것과 관련한 칸토르의 설명이 의도하는 바가 마치 찰흙 덩어리 세 개를 하나로 뭉쳐서 커다란 덩어리를 만들어내는 식의 과정을 의미하는 것은 아닐 것이다. 집합의 동일성 기준은 원소들의 동일성으로부터 주어지지 때문이다. 따라서 자연스럽게 생각할 수 있는 한 가지 대안은 집합을 형성하는 것이 우리 정신의 작용이라는 식의 답변일 것이다. 그러면 "집합이라는 것은 여러 개의 독립적인 사물들을 단일한 전체를 구성하는 것으로 간주함에 의해서 얻게 되는 정신적 구성물이다."[20] 하지만 이런 식의 답변은 집합론과 그것을 기초로 삼는 수학을 일종의 심리학의 한 분야라고 주장하는 것이 되어 버린다.

따라서 칸토르의 방식으로 집합을 이해하게 되더라도, 우리는 집합이라는 존재자가 어떠한 존재자인지, 어떻게 형성되는 존재자인지 분명한 이해를 갖기 어려우며, 이 때문에 집합이라는 존재자를 존재론적으로 무고한, 일종의 논리적 존재자로 파악할 수 없게 된다. 이는 집합을 메타논리학에서 사용하는 것이 논리학의 존재론적 보수성을 위반하지 않는다는 것을 보여주는데 실패한다는 것을 말해 준다. 그래서 우리는 칸토르의 정의를 받아들여서는 집합론이 메타논리학에 필수불가결하다는 주장을 더 이상 설득력있게 고수할 수 없게 된다.

18) Black(1971), p. 619를 참고하라.
19) 위의 논문, p. 620.
20) 블랙은 이러한 접근을 훗설(Husserl)에게 귀속시키면서, 문헌적 증거로 이 인용문을 w. L. Schaaf, 1960, Basic Concepts of Elementary Mathematics, New York에서 가져온다.

2.2 수납상자 논증 (Container Argument)

> **(수납상자 논증)** 집합은, 그것이 정확히 무엇이건 간에, 원소들을 담은 논리적 의미에서의 '상자' 와 같은 것이다.[21)]

수납상자 논증은 집합 개념에 관해 취할 수 있는 한 가지 이해방식을 유비적으로 잘 보여준다. 하지만 이 논증은 집합의 동일성 기준에 대한 집합론에서의 주장, 공리적 집합론에서는 흔히 '외연성 공리(axiom of extensionality)'[22)]로 알려진 원리와 갈등을 일으키는 것처럼 보인다. 수납상자 논증에 의하면 집합은 그것의 원소들을 담은 상자와 같은 존재자이다. 그리고 외연성 공리에 의하면 집합의 동일성 기준은 순전히 원소들에 의해서 주어진다. 이 둘을 동시에 받아들여 보자. 만일 같은 원소들이 다른 상자에 담긴다면, 우리는 같은 내용물(원소들)을 포함한 두 상자들이 동일한 상자라고 말할 수 있을까? 우리의 직관에 따르면, 내용물이 동일하다고 하더라도, 서로 다른 상자에 담겨있다면, 그것들은 분명히 구별되는 다른 패키지이다.

이에 대해서 수납상자 논증을 지지하는 사람들은 논리적 의미에서의 '수납상자(container)'는 만일 그것이 원소들을 집합으로 만들어주는 것이라면, 모두 동일한 상자라고, 다시 말해서 집합으로서의 '상자' 는 유일하다(unique)고 주장함으로써 위의 반론에 대해 답하려 할지도 모른다. 하지만 논리적 의미에서의 상자가 한 가지뿐이라는 주장은 논증 없이 정당화될 수 없다. 일단 집합을 수납상자와 같은 것으로 이해하는 이상, 서로 다른 원소를 지니는 두 집합들, 가령 $\{a, b\}$와 $\{c, d\}$를 함께 고려할 경우 (이 때, a, b, c 그리고 d는 모두 서로 구별되는 다른 원소들이라고 하자), 어떻게 같은 상자가 서로 다른 내용물을 동시에 포함할 수 있는지 물을 수 있고, 이 질문에 답하는 일은 그리 쉬운 일이 아니기 때문이다. 결과적으로 수납상

21) 이 논증은 공집합 $\varnothing$와 공집합을 원소로 갖는 집합 $\{\varnothing\}$가 동일하지 않다는, 즉 $\varnothing \neq \{\varnothing\}$라는 사실에 대한 설명으로부터 정식화한 것이다. "$\varnothing \neq \{\varnothing\}$라는 사실은 빈 수납상자를 가진 사람이 아무 것도 갖지 않은 사람보다 낫다는 — 왜냐하면 그는 적어도 수납상자는 가지고 있기 때문에 — 사실에서 반영된다." Enderton(1977), p. 3을 참고하라. 하지만 수납상자 논증에 따르면, $\{\varnothing\}$를 빈 상자로, $\varnothing$를 아무 것도 없는 것으로 이야기하는 엔더튼(Enderton)의 유비는 잘못된 것이다. 수학의 한 분야로서의 집합론은 공집합을 존재자로 받아들이기 때문에, 엔더튼의 유비에 따르면 무(nothing)를 존재자로 받아들이게 되기 때문이다. 물론 엔더튼 스스로가 수납상자 논증에서처럼 집합을 논리적인 상자로 이해했다고 주장하는 것은 아니다.
루이스(D. Lewis)는 집합론을 단원집합(singleton)과 부분전체론(mereology)으로 새롭게 제시하는 작업을 수행하는 중 수납상자 논증에서의 집합 개념과 유사한 주장을 제안하고 있다. 그 스스로는 이러한 주장을 '올가미 가설 (the lasso hypothesis)' 이라고 부른다. 비록 그는 현재 우리가 고려중인 집합(set)에 관해서 이야기하고 있는 것이 아니라 단원집합에 관해서 이야기하고 있기는 하지만, 그 집합은 원소에 올가미를 둘러싼 것이라고 이야기하기 때문에, 원소를 감싸는 무엇인가를 주장한다는 점에서 수납상자 논증에서의 집합에 관한 이해와 마찬가지의 고려를 하고 있다고 이야기할 수 있다. 이어서 그는 보다 수납상자와 유사한 제안을 하는데, 캡슐에 쌓여있는 원소를 단원집합으로 이해할 수도 있다고 주장한다. Lewis(1991), pp. 42-45를 참고하라.

22) 외연성 공리는 "만일 a와 b가 같은 원소들을 갖는다면, 그것들은 같은 집합이다" 라는 것을 진술하는 공리로, 다음과 같이 표현 된다 : $\forall x[x \in a \iff x \in b] \Rightarrow a = b$.

자로서 집합을 이해하려는 시도는 통상적으로 이야기되고 있는 집합 개념을 보다 명확하게 이해하는데 도움을 주지 못하며, 설사 집합을 수납상자와 같은 것으로 이해한다고 하더라도, 그것은 대단히 신비스러운 종류의 존재자이기 때문에 논리적 존재자라고 할 수 없다. 따라서 수납상자 논증은 집합을 존재론적으로 무고한 논리적 존재자로서 주장하기 위한, 다시 말해서 집합을 사용하는 것이 논리학의 존재론적 보수성을 위반하지 않는다는 것을 보여주기 위한 적절한 논변이라고 할 수 없다.

2.3 프레게적 논증 : 외연으로서의 집합 (Fregean Argument: Sets as Extensions)

프레게는 필수불가결성 논제에 반대하는 이 글에서의 입장이 가정하고 있는 논리학의 주제 중립성과 보편적 적용가능성 모두를 논리학의 본질적인 특성들로 받아들이고 있다. 그래서 그가 수학을 논리학으로 환원시키려는 이른 논리주의 기획(Logicism program)을 진전시키면서 가장 염두에 두었던 것은 집합 개념이나 원소 관계와 같은 수학적(이라고 여겨졌던) 개념들을 원초적으로 도입하는 것이 아니라 주제 중립적이고 보편적으로 적용 가능한 논리적 개념으로부터 이러한 수학적 개념들을 이끌어내는 일이었다. 그래서 그는 원소 관계를 논리적 개념으로 정의하고, 집합의 존재를 논리적 수단에 의해서 정당화하기 위해 외연(extension) 개념을 사용한다.

모든 술어는 그것이 적용되는 대상들의 외연이 존재하기 때문에 그는 모든 개념[23]에 적용되어 대상으로서의 외연을 값으로 지니는 외연 연산자(혹은 치역 연산자) $\circ$가 주제 중립적이고 보편적으로 적용 가능한 연산자라고 생각했다. 그래서 '$x \in y$' 는 'x는 y가 그 외연인 개념 밑에 포섭 된다' 를 의미하며, 이차논리를 사용해서 '$(\exists F(y = \circ F \& F(x)))$' 로 표현된다.[24] 누군가는 이러한 프레게의 외연 개념을 사용하여 다음과 같은 논증을 통해서 메타논리학에 집합론을 사용하는 것을 정당화하려 할 수 있다.

> **(프레게적 논증)** 배중률에 의하면 특정한 언어의 모든 문장은 참이거나 거짓, 둘 중 정확히 하나의 진리값을 지닌다. 이는 그 언어의 한 술어(predicate)가 만족되거나 만족되지 않는다는, 다시 말해서 그 술어가 임의의 한 대상에 적용되거나 그렇지 않거나 둘 중 하나라는 것을 의미한다. 그렇다면 두 가지 종류의 사물들이 존재한다고 볼 수 있는데, 그 한 가지가 그 술어가 적용되는 대상들의 외연(extension)

23) 프레게에게 있어서 개념(concept)은 진리값을 값으로 갖는 함수이다. Frege(1891), "Function and Concept"를 참고하라. 이 논문은 Beaney(1997), pp. 130-148에 번역되어 있다.
24) 정인교(2005), p. 157을 참고하라.

> 이고 나머지 한 가지가 그 술어가 적용되지 않는 대상들의 외연이다. 모든 술어는 외연을 지니며 메타논리학에서는 술어에 대한 의미론을 제공해야 하기 때문에, 그리고 이 때 외연은 곧 집합을 나타내기 때문에 집합은 더 이상 신비스러운 존재자가 아니라 논리적인 존재자라고 할 수 있다. 따라서 메타논리학에 집합론을 사용하는 것은 정당하다.[25)]

외연을 통한 프레게식의 집합에 관한 이해는 그 나름의 명증성으로 인해서 소위 소박한 집합론(naive set theory)으로 알려진 집합론 체계를 가능하게 할 정도로 직관적인 호소가 강한 입장이라고 할 수 있다. 그리고 비슷한 이유에서 외연으로서의 집합 논증은 누군가에게는 일견 집합의 존재에 대한 논리적 지위를 부여하는데 대단히 만족스러운 논증으로 비춰질 수도 있을 것이다.

하지만 술어의 외연으로서의 집합을 이해하는 접근이 지니는 널리 알려진 문제가 있다. 그것은 바로 프레게의 치역 개념[26)]에 대한 정의로부터 따라 나오는 외연에 대한 정의, $\circ F = \circ G \leftrightarrow \forall x(F(x) \leftrightarrow G(x))$가 이른바 '소박한 존재원리' 를 함축하며, 이 존재원리는 악명높은 러셀의 역설(Russell's paradox)을 함축한다는 것이다.[27)] 소박한 존재원리가 말하는 내용은 임의의 술어 Px에 대해서, 그 술어를 만족시키는 존재자들을 원소들로 갖는 집합이 존재한다는 것으로, 다음과 같이 집합론의 언어로 표현할 수 있다 :

(일반적인 존재원리) $\forall x[x \in \{x \mid Px\} \leftrightarrow Px]$.

이 원리로부터 '러셀의 역설' 로 알려진 집합론의 역설을 이끌어내는 것은 대단히 쉽다. 'Px' 가 $x \notin x$를 나타내고, $y = \{x \mid Px\}$라고 가정해 보자. 만일 $y \in y$라면, 일반적인 존재원리에 의해서 $y \notin y$가 성립한다. 하지만 만일 $y \notin y$라고 한다면, y의 정의와 일반적인 존재원리에 의해서 $y \in y$가 성립하게 된다. 따라서 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들의 집합 개념은 그것이 자신의 원소일 필요충분조건이 그것이 자신의 원소가 아니라는 모순을 포함한다.

---

25) 사실 술어가 적용되는 대상들의 외연을 통해서 집합을 이해하는 소박한 집합론(naive set theory)은 칸토르(Cantor)의 집합에 관한 정의로부터 비롯된 것으로 볼 수 있지만, 이 논변에 프레게(Frege)의 이름을 붙이게 된 것은 그가 이 외연 개념을 직접적으로 언급하고 사용했기 때문이다. Frege(1884), §§. 68-69에서 그는 기수를 개념의 외연으로 정의하며, 이에 대한 일반적인 정의를 Frege(1893), I. §. 3에서 제시하고 있다. 그 정의는 다음과 같다 : "함수 $\phi(\zeta)$가 함수 $\varphi(\zeta)$와 같은 치역을 가지고 있다"는 표현을 "함수 $\phi(\zeta)$가 함수 $\varphi(\zeta)$와 항상 같은 논항에 대해서 같은 값을 지닌다"는 표현과 일반적으로 같은 것을 나타낸다.

26) 위의 각주를 참고하라.

27) 프레게의 소박한 존재원리는 다음과 같다 : $\forall G \exists x \forall y(\exists F(x = \circ F \& F(y)) \leftrightarrow G(y))$. 이로부터 러셀의 역설이 산출되는 과정은 정인교(2005), pp. 158-159, 각주 9와 pp. 158-162 본문에 잘 나타나 있다.

이러한 모순의 발견으로 인해서 수학자들은 술어의 외연을 집합이라고 무조건적으로 이해할 수 없음을 깨닫게 되었으며, 우리는 이러한 이유 때문에 외연으로서의 집합 논증이 메타논리학에서 집합론을 사용하는 것을 정당화해 줄 수 없음을 알 수 있다.

2.4 블랙의 논변 : 일상적 다수로서의 집합 (Black's Sets-as-Ordinary-Pluralities Arguments)

맥스 블랙(Max Black)은 철학적 관점에서는 다소 철저하게 반성되지 못한 집합 개념과 집합의 존재론의 문제에 집중하여 진지하고 자세한 철학적 분석을 시도한다. 그리고 이러한 탐구를 통해서 그는 집합에 대한 기존의 이해들이 지니는 여러 난점들을 피하면서도 만족스럽게 집합을 이해할 수 있다고 여기는 자신만의 견해를 주장하기에 이른다. 이러한 그의 견해에 따르면, '집합' 이란 우리의 일상 언어에 속한 단어로서, 여러 사물들을 한 번에 동시적으로 지시하는 표현이다. 그리고 여러 사물들을 한 번에 동시적으로 지시하는 것, 즉 복수 지시(plural reference)는 전혀 신비스러운 종류의 현상이 아니며 우리에게 대단히 친숙한 언어 현상이다.[28] 따라서 수학적 존재자인 집합은 결국 우리가 한 번에 지시할 수 있는 다수(plurality)에 불과하다.[29]

물론 집합을 다수로 간주한다는 입장은 수학적 맥락이나 논리학적 맥락에서 곧바로 반영될 수 있는 종류의 것은 아니다. 왜냐하면 오늘날의 공리적 집합론(axiomatic set theory)에서 집합을 다수로 파악하고 있지 않다는 것은 당연한 사실일 뿐만 아니라, 현대 논리학 역시 철저하게 단칭적인(singular) 특성을 지니고 있어서 다수와 관련된 표현을 수용할 여지가 없기 때문이다. 그래서 오늘날의 논리학에서는 "러셀과 화이트헤드는 철학자들이다(Russell and Whitehead are philosophers)"와 같은 문장에서 '러셀과 화이트헤드(Russell and Whitehead)' 와 같은 복수명은 각각 ' 러셀 '과 ' 화이트헤드 '로, 그리고 ' 는 철학자들이다 '라는 복수 술어(plural predicate)는 단수 표현인 ' 는 철학자이다(is a philosopher)' 로 환원된다는, 소위 '복

28) 복수명들(plural terms)은 다음과 같이 단칭명과 마찬가지의 종류로 분류될 수 있다.

복수 고유명 (plural proper name)	베네룩스 (Benelux)
복수 한정 기술구 (plural definite description)	영국의 어부들 (the fishermen of England)
복수 지시사 (plural demonstrative)	이 책들 (these books)
복수 인칭대명사 (plural personal pronoun)	그/녀들 (they)
이름 목록 (name list)	Tom, Dick, and Harry
혼합명 목록 (mixed term list)	야손과 아르고스호 선원들 (Jason and the Argonauts)

Simons(1982)a. 이 논문은 Smith(1982)에 수록되어 있으며, 해당 목록은 p. 165에 제시되어 있다.

29) Black(1971)을 참고하라. 특히 'Set in Ordinary Language' 라는 제목의 절(Black(1971), pp. 628-636)에서 집합에 관한 블랙 스스로의 이론이 제시되고 있다.

수들에 관한 환원주의적 논제(reductionist thesis about plurals)' 를 가정하고 있다.[30)]

하지만 복수들(plurals) 에 관한 환원주의적 논제에 대한 명백한 반례들이 존재한다. 물론 위에서 제시된 "러셀과 화이트헤드는 철학자들이다" 와 같은 문장은 "러셀은 철학자이고 화이트헤드는 철학자이다" 라는 단칭문장들의 연언(conjunction) 으로 재서술 될 수 있기 때문에 환원주의적 논제에 부합하는 예에 해당한다고 말할 수 있다. 하지만 "러셀과 화이트헤드는 『프린키피아 마테마티카』를 공저했다(Russell and Whitehead co-authored the Principia mathematica)"와 같은 문장을 고려하게 되면, 우리는 이 문장이 " 러셀은 『프린키피아 마테마티카』를 저술했고 화이트헤드는 『프린키피아 마테마티카』를 저술했다(Russell authored the Principia Mathematica and Whitehead authored the Principia Mathematica)"로 환원되지 않는다는 것을 알 수 있다. 우리는 두 권의 『프린키피아 마테마티카』를 가지고 있지 않기 때문이다.

우리는 또한 몇몇 철학적인 논리학자들이 다수로서의 집합에 관한 이론으로서의 '집합론' 을 제시하고 있으며, 논리학 분야에 있어서도 여러 논리학자들이 단칭적 표현들만큼이나 너무나도 일상적으로 사용되고 있는 복수 지시 표현들을 반영하는 논리학 체계를 제시하고 있다는 사실에 주목할 필요가 있다.[31)]

30) Yi(2002) 의 서문(preface) 에서 논리학이 전통적으로 가정해 온 단칭성(singularity) 에 대한 편향을 지적하고, 이를 '복수에 관한 환원주의적 논제' 라고 명명하고 있다. 이병욱은 이러한 단칭성에 대한 편향적 태도가 비단 현대 논리학의 특성일 뿐만 아니라 논리학의 출발점이라고 할 수 있는 아리스토텔레스까지도 소급된다고 이야기하고 있다.

31) 다수로서의 집합 개념은 러셀(B. Russell) 이 언급한 적이 있다. 그는 Russell(1903), 6장 74절에서 다음과 같이 이야기하고 있다 : "다수의 명칭들(terms) 을 지닌 집합(class) 은 그 자체로 하나(one) 로 간주해야 할까 아니면 다수(many) 로 간주해야 할까? 집합ㅇ르 단순히 'A와 B와 C와 등등' 과 같은 수적 연언(numerical conjunction) 과 동등한 것으로 간주한다면, 그것이 다수라는 것은 당연한 듯 보인다. 하지만 우리가 집합들을 각각 하나로서 간주할 수 있어야하는 것은 대단히 필수적이며, 우리는 상습적으로 '한 집합(a class)' 에 관해서 이야기한다. ... 내가 생각하기에, 다수로서의 집합(class as many) 과 하나로서의 집합(class as one) 사이의 궁극적인 구별을 추론하고 다수는 단지 다수일 뿐이고, 다수는 또한 하나가 아니라는 것을 받아들이는 것이 보다 올바르다." 여기에서 러셀은 (특이하게도) ' 명칭들(terms)' 로 개체들을 의미한다. 그는 집합들(classes) 을 포함한, 개체들이 아닌 것들을 '대상들(objects)' 라고 불렀으며, 이 때의 집합이 다수로서의 집합이다. 사이먼스(Simons) 는 다수로서의 집합을 ' 다중체(manifold) '라고 부르는데, 이와 관련해서 다음의 인용문이 도움이 될 것이다 : "집합은 그것의 여러 원소들 그 이상의 것이 아니며, 그 원소들이 집합이다. ... 특히 여러 개체들의 집합은 새로운, 고차의(higher-order) 추상적인 개체가 아니다. 여러 구체적 개체들의 집합은 (구체적인 개체는 아니지만) 그 자체로 구체적인 특수자(particular) 이다. ' 현학적인(high-brow)' 추상적 개체들이라기보다는 '학문과 무관한(row-brow)' 모음으로서의 집합들에 관한 이러한 구상(conception) 은 수학의 기초들에 대한 요구사항들이기 보다는 복수 지시에 관한 언어적 현상과 맞아 떨어진다." 사이먼스의 다중체, 다수로서의 집합의 동일성 기준은 루이스(D. Lewis) 가 ' 합성 유일성 공리(Axiom of Uniqueness of Composition)' 라고 부른 것과 마찬가지이다. Lewis(1991) 을 참고하라.
위와 같이 집합 개념이 지니는 나름의 문제점들을 인지하고 집합론을 철학적으로 보다 나은 방식으로 제시하려는 시도들은 Simons(1982b), Lewis(1991), Cocchiarella(2002) 등의 다소로소의 집합 개념을 형식적인 체계로 발전시킨 성과들로 나타난다. 이 글에서는 이러한 시도들을 '대용 집합론(ersatz theory of sets)' 으로 부를 것인데, 현재 우리의 관심에 비추어 볼 때, 이러한 이론들은 결코 원래의 집합론보다 나을 것이 없다. 따라서 대용 집합론은 원래의 집합론을 보다 나은 이론으로 만들어 준다는 것도 올바른 주장이 아니고, 원래의 집합

따라서 블랙(M. Black)의 견해를 따라서 집합이란 일상적인 다수라고 주장한다면, 우리는 메타논리학에 집합 개념을 사용하는 것이 정당하다는 논변을 다음과 같이 제시할 수 있을 것이다.

> **(일상적 다수 논변)** 만일 집합이 일상적인 다수라면, 집합과 관련된 표현들은 우리가 지닌 언어의 환원 불가능한 구성 요소라고 할 수 있다. 이 때문에 타당한 추론을 다루는 논리학을 탐구의 대상으로 삼는 이론인 메타논리학은 마땅히 복수들(pluralities)에 대한 논의를 포함해야만 한다. 그리고 이러한 다수들을 받아들이는 것은 논리학이 적용되는 담론의 영역을 확장시키지 않을 것이기 때문에, 존재론적으로 보수적이라 할 수 있다. 따라서 메타논리학에 집합을 사용하는 것은 전혀 문제될 것이 없다.

블랙의 논변은 한편으로는 올바른 주장을 포함하고 있지만 다른 한편으로는 여전히 심각한 문제를 지니고 있다. 복수에 관한 언급은 우리 언어의 부분 중 하나이며, 만일 복수에 관한 지시를 포함하는 추론을 다루려면 마땅히 복수 지시를 포함하는 논리학 이론이 제시되어야 한다. 뿐만 아니라 메타논리학 역시도 논리학에 관한 서술에서 복수 지시가 필요하다면 큰 문제없이 이러한 논리적 장치를 도입할 수 있다. 이 점에 대한 지적에서 블랙은 올바른 주장을 하고 있다.

하지만 집합이 다수라고 주장한다는 점에서 그는 결정적인 잘못을 저지르고 있다. 러셀의 용어로 말해서 다수로서의 집합(Class as many) 개념은 하나로서의 집합(class as one)과는 분명히 다르기 때문에, 그리고 필수불가결성 논제에서 이야기하고 있는 집합은 표준적인 집합론에서 받아들이고 있는 하나로서의 집합이기 때문에, 집합을 일상적인 다수로 파악하는 것은 메타논리학에 집합 개념이 필수불가결하다는 주장을 정당화하는데 아무런 도움을 주지 못한다.

일상적 복수로서의 집합 개념에 호소하는 것이 필수불가결성 논제를 논리학의 존재론적 보수성에 대한 요구로부터 구해낼 수 없다는 것을 보여주는 논변을 폴라드(Pollard)의 논변으로부터 다음과 같이 제시할 수 있다. 논변에 등장하는 소재를 이용해 이 논변을 '로미오와 줄리엣 논변' 이라고 부르기로 하자.[32)]

론이 (어떤) 대용 집합론으로 대체되어야만 한다는 주장도 그럴듯하지 않다.
논리학과 관련해서, 전통적으로 논리학이 지녀온 단칭성에 대한 편향에 반대하며 논리체계 자체에서 복수(plurality)를 반영하려는 성과들로는 Oliver&Smiley(2001), Yi(2002), Mckay(2006) 등이 있다.

32) Pollard(1990), pp. 46-51을 참고하라.

(로미오와 줄리엣 반론) 명칭 '몬테규씨네(the Montagues)'와 ' 캐퓰렛씨네(the Capulets)'는 특정한 사람들을 복수적으로 지시한다. 그리고 '몬테규씨네와 캐퓰렛씨네(the Montagues and the Capulets)'는 사람들의 두 복수들(two pluralities of people)을 복수적으로 지시하는 표현이다. 그러면 일상적 복수로서의 집합 개념에 따라서, 복수들의 복수(plurality of pluralities)는 집합들의 집합(set of sets)이 될 것이다. 이제 몬테규씨네(the Montagues)라는 집합을 M으로, 캐퓰렛씨네(the Capulets)라는 집합을 C로, 그리고 유일한 원소들로 M과 C를 지니는 집합을 M, C라고 해보자. 만일 복수로서의 집합 논증에서 주장하고 있는 바와 같이 'M, C'가 '몬테규씨네와 캐퓰렛씨네(the Montagues and the Capulets)'와 같다면, 두 표현은 일상적 맥락에서 서로를 재서술할 수 있어야 한다.

만일 127명의 몬테규씨네(127 Montagues)와 133명의 캐퓰렛씨네(133 Capulets)가 있다면 몬테규씨네와 캐퓰렛씨네(the Montagues and the Capulets)는 260명(260 in number)이다. 다음 두 문장을 고려해 보자.

A. M은 127의 원소들을 갖고 있다(M has 127 members).
B. M, C는 두 원소들을 지니고 있다(M, C has 2 members).

'M'은 '몬테규씨네(the Montagues)'를 나타내므로 우리는 A를 다음과 같이 재서술할 수 있다:

A. 몬테규씨네는 127 명이다(The Montagues are 127 in number).

그리고 'M, C'는 ' 몬테규씨네와 캐퓰렛씨네(the Montagues and the Capulets)'를 나타내므로 B는 다음과 같이 재서술 될 수 있다.

B'. 몬테규씨네와 캐퓰렛씨네는 둘이다(The Montagues and the Capulets are 2 in numbers).

하지만 B'은 (당연하게도, $2 \neq 260$이기 때문에) 몬테규씨네와 캐퓰렛씨네는 260이다(the Montagues and the Capulets are 260 in number)라는 위의 가정과 양립 불가능하다. 따라서 B'은 B의 올바른 재서술이 아니다. 따라서 집합을 일상적인 복수로 볼 수 없다.

블랙은 이러한 반론에 대해서 '몬테규 가문(the Montague family)'과 같은 표현은 ' 몬테규 가문의 구성원들(the members of the Montague family)'과 같은 복수 표현들을 대신하는 피상적인 단칭명이지만, 실재로는 '몬테규씨네(the Montagues)'와 마찬가지로 복수로 기능한다고 답변한다. 따라서 복수 한정 기술구 ' 로미오와 줄리엣에서 두드러지게 나오는 두 가문

들(the families who figure prominently in Romeo and Juliet)' 은 몬테규와 캐퓰렛 가문들(the Montague and the Capulet families)을 복수적으로 지시하는 복수 표현들이며, 복수들의 복수를 지시할 때 나타나는 위의 반론의 문제가 발생하지 않으면서 구별되는 복수들로서 간주된 몬테규씨네와 캐퓰렛씨네를 성공적으로 지시한다. 이는 복수들의 복수와 집합들이 집합이 마찬가지 방식으로 취급될 수 있다는 것을 보여주며, 따라서 일상적인 복수로서의 집합 개념에 문제가 없다.

하지만 블랙의 이러한 시도 역시 다음과 같은 폴라드의 비판에 직면하게 된다.

(로미오와 줄리엣 재반론) 다음의 세 복수 표현들을 고려해 보자.

α. the families who figure prominently in Romeo and Juliet (로미오와 줄리엣에서 두드러지게 등장하는 가문들)
β. the Montague family and the Capulet family (몬테규 가문과 캐퓰렛 가문)
γ. the Montagues and the Capulets (몬테규씨네와 캐퓰렛씨네)

블랙에 따르면 α와 β는 정확히 같은 것들을 지시한다. 따라서 α가 지시하는 것들은 둘이기 때문에 β가 지시하는 것들도 둘이어야만 한다. 또한 블랙은 '몬테규 가문' 은 '몬테규씨네' 와 같은 것들을 지시한다고 이야기했기 때문에, β와 γ는 같은 것들을 지시해야 한다. 따라서 γ에 의해서 지시되는 것들은 둘이다. 그러나 γ에 의해서 지시되는 것들은 260개이다. 다시 한 번 $2 \neq 260$이기 때문에 블랙의 답변은 성공적이지 못한 것이 된다.

사실 '몬테규 가문(the Montague family)' 과 ' 캐퓰렛 가문(the Capulet family)' 와 같은 표현들은, 블랙이 생각한대로 피상적인 단칭 표현이 아니라, 진정한 단칭 표현이다. 따라서 블랙의 전제들 중 β와 γ가 같은 것들을 지시한다는 것이 거짓이다. 따라서 집합은 일상적인 복수로 이해할 수 없으며, 이에 의존하여 집합이 존재론적으로 무고하다고 주장함으로써 집합론을 사용하는 메타논리학이 존재론적으로 무고하다는 정당화시키려는 시도 역시 성공적일 수 없다.

2.5 콰인의 논증 : 기치−카플란 문장으로부터의 논변 (Quine's Argument from Geach-Kaplan sentence)

> (콰인의 논증) 집합을 사용하지 않고서는 형식언어인 기초적 표기법 (elementary notation)[33)] 으로 번역될 수 없는 자연언어의 문장들이 존재한다. 가령 다음의 기치−카플란 문장 (Geach-Kaplan sentence) 이 여기에 해당한다 :
> (GKS) Some critics admire only one another (어떤 비평가들은 오직 서로서로만을 경탄해한다).[34)]

그리고 이 문장은 집합에 관해 양화하지 않고서는 번역될 수 없다. 만일 우리가 기초 논리학의 표기법을 사용하여 GKS를 번역하고자 할 경우, 기껏해야 다음과 같은 방식으로 번역할 수밖에 없을 것이다 :

$$\exists x \exists y (Cx \wedge Cy \wedge x \neq y \wedge Lxy \wedge Lyx \wedge \forall z (Cz \rightarrow z = x \vee z = y)).$$

하지만 이는 정확히 둘이 비평가라는 것을 말하기 때문에, 서로서로를 경탄해하는 셋 이상의 비평가들의 존재 혹은 두 쌍 이상의 비평가들을 허용하는 GKS에 대한 올바른 번역이 될 수 없다. 따라서 우리는 기초 논리학만 가지고는 GKS를 올바르게 번역할 수 없다는 것을 알 수 있다.

반면에 집합들과 원소관계 (membership) 에 호소함으로써 우리는 다음과 같이 올바르게 GKS를 번역할 수 있다[35)]:

$$(*) \quad \exists a (\exists x x \in a \wedge \forall x [x \in a \rightarrow Cx \wedge \forall y (Axy \rightarrow x \neq y \wedge y \in a)]).$$

(여기서 Cx 와 Axy 는 각각 'x is a critic' 와 'x admires y' 에 대응한다.)

---

33) 여기에서는 이병욱을 따라서 기초논리학의 형식언어를 '기초 표기법 (elementary notation)' 이라고 부를 것이다. '1차 표기법 (first-order notation)' 이라고도 표현할 수 있지만, 이는 2차 논리 (second-order logic) 과의 관계에서 1차 논리 (1st-order logic) 에 기반을 둔 언어를 의미하기 때문이다. 2차 논리학은 이 글의 고려 대상이 아니다. Yi(2002), p. 4의 각주 6을 참고하라.

34) 기치−카플란 문장은 사적인 교류를 통해서 기치 (Peter Geach) 에 의해서 제안되고, 카플란 (David Kaplan) 에 의해서 완성된 것으로서, Quine(1974), Quine(1982), p.293, Yi(2002), p.1 등에서 소개되고, 등장한다. 이 글에서는 Quine(1974) 과 Yi(2002) 의 예를 따르고 있지만, Quine(1982) 의 경우에는 기치−카플란 문장의 예를 다음과 같이 들기도 한다. "Some people admire only one another." 그리고 이 문장의 기초적 표기로 된 번역은 다음과 같다 :
$\exists z (\exists x (x \in z). \forall x [x \in z. \rightarrow . \exists y (Axy). \forall y (Axy. \rightarrow .x \neq y.y \in z)]).$

35) Quine(1982), p.293을 참고하라.

이는 GKS와 같은 문장들이 포함된 추론을 다루는 논리학에 집합이 필수 불가결하다는 것을 보여주며, 따라서 집합의 논리적 존재자로서의 기초적 지위가 정당화될 수 있다.

기치-카플란 문장을 통한 콰인식의 논증은 집합론이 메타논리학에 사용되는 것이 정당하다는 주장을 지지하기 위해 고려될 수 있는 논증들 중 가장 만족스러운 형태의 논증들 중 하나로 여겨진다. 왜냐하면 이 논증은 집합과 관련된 개념들이 논리학에 필수 불가결해 보이는 현상에 직접적으로 호소하고 있기 때문이다. 하지만 결론적으로 말해서 콰인의 논증은 집합론이 논리학에 필수 불가결하다는 것을 정당화하는데 실패하며, 따라서 메타논리학에 집합론이 필수 불가결하는 것을 보이기 위한 논증으로도 사용될 수 없다. 사실 콰인의 논증이 보여주는 것은 기껏해야 기치-카플란 문장의 논리적 구조를 보여주기 위한 기초적 표기법으로 된 형식화된 문장이 존재한다면, 그것은 새로운 술어를 포함해야 한다는 것뿐이며, 그러한 문장이 집합과 원소관계를 포함하는 문장이라는 것을 함축하지는 않기 때문이다. 이러한 반론은 '함축논변' 이라는 이름으로 이병욱에 의해 제시된 바 있다.

> (함축논변 Implication Argument) 콰인에 의하면, 기치-카플란 문장 GKS는 * 문장으로 형식화될 수 있다. 그리고 * 문장은 다음의 문장 **를 함축한다 :
>
> $$(**) \quad \exists a \exists x(Cx \wedge x \in a).$$

나아가 문장 **는 (A) There is something of which a critic is a member (어떤 비평가가 원소인 어떤 것이 존재한다) 의 형식화이므로, 다음의 추론이 타당해야 한다 :

(GKS) Some critics admire only one another.
______
(A) There is something of which a critic is a member.

하지만 GKS는 A를 함축하지 않으며, *는 GKS의 올바른 재서술이 아니다.

먼저 GKS가 A를 함축하지 않는다는 것을 보이기 위해서 다음의 문장을 고려해 보기로 하자.

(1) Ezra is a critic, and Thomas is a critic; Ezra is not identical with Thomas; Ezra admires only Thomas, and Thomas admires only Ezra. (에스라는 비평가이고 토마스는 비평가이다. 또한 에스라는 토마스와 동일하지 않다. 그리고 에스라는 오직 토마스만을 경탄해하고 토마스는 오직 에스라만을 경탄해한다.)

위의 문장 1은 다음의 2를 논리적으로 함축한다.

(2) Ezra and Thomas are [two different] critics who admire only each other. (에스라와 토마스는 서로서로만을 경탄해하는 [두 명의 다른] 비평가들이다.)

차례로 2는 GKS를 논리적으로 함축한다. 그러므로 문장 1은 GKS를 논리적으로 함축한다. 반면에 문장 1은 A를 논리적으로 함축하지 않는다. 따라서 GKS는 A를 논리적으로 함축하지 않는다.

다음으로 *는 GKS의 올바른 형식화, 기초적 표기법으로의 형식화가 아님을 살펴보기로 하자. 콰인의 주장에 따르면 GKS의 올바른 형식화는 *이다. 그리고 *는 **를 논리적으로 함축한다. 그리고 **는 A의 기초적 표기법에서의 재서술이다. 그렇다면 * 문장이 재서술한 문장인 GKS는 A를 함축해야만 한다. 하지만 우리는 위에서 GKS가 A를 함축하지 않는다는 것을 논증했다. 따라서 GKS는 *에 의해서 올바로 재서술될 수 없다.

물론 함축논변 자체는 콰인과 같이 집합이 논리학에 필수 불가결하다고 생각하는 사람들에게는 결정적인 반론으로 받아들여지지 않을 수 있을 것이다. 왜냐하면 그들은 GKS, “Some critics admire only one another (어떤 비평가들은 오직 서로서로만을 경탄해한다)” 가 A, “There is something of which a critic is a member (어떤 비평가가 원소인 어떤 것이 존재한다)” 를 함축하지 않는다는 이병욱의 논증이 애초부터 집합의 존재를 거부해야만 성립한다고 생각할 것이며, 기치–카플란 문장이 포함된 문장들 사이의 함축관계를 따지기 위해서는 GKS의 논리적 구조를 *와 같이 분석해야하며, 이를 통해서 GKS가 사실은 A를 함축한다고 주장할 것이기 때문이다. 그리고 사실상 과인의 논증을 받아들이는 사람들의 이러한 불만은 존중될 필요가 있다.

하지만 그럼에도 불구하고 콰인의 논증은 집합이 존재론적으로 무고한 존재자이며, 메타 논리학에 집합론을 사용하는 것이 정당하다는 것을 정당화해주는 것은 아니다. 함축논변을 통해서 우리는 어째서 GKS에서는 등장하지 않는 집합의 존재를 주장하고 있는 A가 GKS에 의하여 함축되는지 의심할 수 있으며, 나아가 기치–카플란 문장이 그러그러한 *집합*이 존재한다는 것이 아니라 그러그러한 *비평가*들이 존재한다는 것을 함축한다고 주장할 수 있기 때문이다. 결국 이병욱은 기치–카플란 문장이 ”적어도 하나가 어떤 것의 원소이고 그 어떤 것의 원소가 어떠한 것이든 그것은 비평가이며, 그것이 다른 어떤 것을 경탄해 한다면, 그 다른 어떤 것은 앞의 어떤 것의 원소인 또 다른 것인, 그러한 것이 적어도 하나 존재한다. (There is something such that [there is something that is a member of the former and anything that is a member of it is a critic, and admires something only if it is another thing that is a member of it])"가 아니라 "*그것들 중 하나인* 어떠한 것이든 비평가이고 그것이 어떤 것을 경탄해 한다면 그 어떤 것은 *그것들 중 하나인* 다른 어떤 것인 그러한 어떤 것들이 존재한다. (*There are some things such that* anything that is *one of them* is a critic and admires something only if it is another thing that *is one of them*.)"로 분석되고 번역되어야 한다고 주장한다. 그리고 이것은 집합이 없으면 GKS와 같은 문장들을 결코 번역할 수 없기 때문에 집합이 논리학에 필수 불가결하다고 믿었던 사람들에게 그 대안을 제시해 줌으로써 집합의 필수 불가결성에 대한 믿음을 직접적으로 반박하는 것이다.

3 원초적인 것으로서의 집합: 메타언어 논증 (Primitive Sets: Metalanguage Argument)

우리는 지금까지의 논의를 통해서 집합들(sets)을 그것들의 원소들(members)을 통해서 형성되는 새로운 단칭적인 존재자로서 이해하려는 '직관적' 접근이나 혹은 다수로서의 '원소들' 그 자체로 파악하려는 시도 모두 집합 개념이 메타 논리학에 사용되는 것을 설득력 있게 정당화하기에는 문제가 있는 견해들임을 확인할 수 있었다. 하지만 사실 수학자들과 논리학자들은 공리화된 형태로 제시된 오늘날의 표준적인 집합론에 등장하는 집합 개념에 대해서 또 다른 생각을 지니고 있다. 집합에 대한 이러한 태도는 이른바 '집합에 대한 반복적 구상(iterative conception of sets)' [36]으로 알려져 있다. 이러한 반복적 구상에 따르면, 이전에 형성된 것들을 원소로 갖는 집합이 있고, 또 이 집합을 원소로 갖는 집합이 형성되며, 또 이렇게 형성된 집합을 원소로 갖는 집합이 형성되는 등등의 과정을 통해서 집합들이 무한히 형성된다는 것을 주장한다. 시각적으로 표현하자면, 어떤 단계에서 원소가 주어질 경우, 우리는 그 원소를 나타내는 기호 a에 대하여, '의 집합(a set of)' 에 해당하는 '{ }'을 'a'의 양편에 계속적으로 붙여줌으로써, 끝없이 형성되는 집합들을 다음과 같이 표현할 수 있게 된다: $\{a\}$, $\{\{a\}\}$, $\{\{\{a\}\}\}$, ...

특히 ZF 체계와 같은 표준적인 공리적 집합론에서는 개체들이 존재하지 않는다는 가정을 받아들인 채 형성된 집합만을 받아들이는데, 이러한 집합들은 순수 집합들(pure sets)이라고 일컬어진다. 그리고 그 출발점에는 어떠한 원소들도 포함하지 않는 순수 집합, 다시 말해서

36) 불로스(G. Boolos)는 집합 개념에 대한 반복적 이해를 명료화하려는 시도를 Boolos(1971)에서 제시하고 있다.

공집합 $\varnothing$가 위치한다. 집합론의 우주(universe) 혹은 논의영역(domain)은 이 공집합 $\varnothing$를 원소로 하여 반복적으로 형성된 순수 집합들로 이루어져 있다. 이러한 생각은 ZF 체계에서 다음의 공집합 공리(the axiom of the null set)를 통해 반영되어 있다.

(공집합 공리) $\exists x \forall y(y \in x \leftrightarrow y \neq y)$ (There is a set with no members).[37)]

이제 이 공집합의 존재만을 받아들이게 되면, 수학의 모든 분야들은 집합론으로 환원된다. 그리고 논리학과 수학과의 관계를 다루고 있는 현재 논의의 맥락에서 볼 때, 공집합만을 원초적인 것으로서 받아들이면 수학뿐만 아니라 메타논리학까지도 모두 기술할 수 있다는 사실은 집합론이 메타논리학에 필수 불가결하다는 생각을 더욱 강하게 만들어주는 것 같다.

하지만 집합을 더 기본적인 개념을 통해서 정의할 수 없는 원초적인 것으로 받아들인다는 것 자체가 집합론이 메타논리학에 필수 불가결하다는 것을 정당화할 필요가 없음을 말해주는 것은 당연히 아니다. 더군다나 집합을 어떠한 방식으로든 정의하고자 했던 여태껏 우리가 살펴본 시도들과 달리 집합을 원초적인 것으로 받아들이는 견해는 메타논리학에서 사용되는 집합이 논리학의 존재론적 보수성을 위반한다는 사실에 대해 어떠한 해명도 제시하지 않는다. 따라서 오늘날 많은 수학자들과 논리학자들이 집합을 원초적인 것으로 받아들이면서 동시에 필수 불가결성 논제를 받아들이기 위해서는 메타논리학에 집합론을 사용하는 것이 정당하다는, 다시 말해서 집합이 논리학의 존재론적 보수성을 해치지 않는다는 것을 보여주는 별도의 논증을 제시할 필요가 있다. 아마도 다음이 그러한 논증의 역할을 한다고 생각될 수 있을 것이다.

> **(메타언어 논증)** 집합론은 메타논리학을 기술하는 메타언어(metalanguage)이다. 메타논리학을 기술하기 위해서 집합론의 언어를 사용하는 것은 라틴어라는 대상언어(object-language)에 대해서 한국어를 메타언어로 사용하여 기술하는 것과 아무런 차이가 없다. 만일 대상언어–메타언어 관계에서 대상언어와 메타언어가 서로 다른 언어라는 점이 전혀 문제가 되지 않는다면, 논리학과 집합론 간의 관계 역시 마찬가지이다. 따라서 집합 개념을 원초적인 것으로 받아들이는 집합론을 통해서 메타논리학을 기술하는 것은 존재론적 보수성과 관련해서 아무런 문제도 일으키지 않는다.[38)]

37) 공집합은 우리에게 친숙한 표기법으로는 '$\{y \mid y \neq y\}$'로 표현되며, 자기 자신과 동일하지 않은 것들을 원소로 갖는 집합을 말한다.

38) 한 언어에 관해서 다른 언어로 기술할 경우, 기술되는 언어를 대상언어, 기술하는 언어를 메타언어라고 한다. 대상언어와 메타언어에 관한 구별은 Mates(1972), p. 77을 참고하라. 이 둘 사이의 구별은 상대적이다.

위의 논증에 대한 답변부터 이야기하자면 이러하다. 집합론은 라틴어라는 대상언어에 대해 기술하는 한국어와는 사정이 다르다. 왜냐하면 메타논리학을 집합론의 언어로서 기술하는 일은 단순히 논리학의 언어라는 대상언어에 대해서 집합론이라는 메타언어를 사용하여 기술하는 일을 포함할 뿐 아니라 논리학에 대한 환원적 기초로서의 집합론을 받아들이는 것 역시 포함하기 때문이다. 한국어를 사용하여 라틴어에 대해 서술하는 경우, 우리는 한국어에 포함된 개념, 가령 '체언이나 부사, 어미 따위에 붙어 그 말과 다른 말과의 문법적 관계를 표시하거나 그 말의 뜻을 도와주는 품사'로 정의되는 조사(助詞)나 활용이 어미의 교체로 행해질 때에 그 교체되는 부분을 뜻하는 활용어미(혹은 끝바꿈씨끝) 등과 같은 개념들을 사용하여 라틴어를 정의하고 분석하지 않는다. 하지만 집합론을 사용하여 메타논리학을 기술할 때에는 논리학의 언어를 기술하는 일부터 논리학의 개념들을 정의하는 일에 이르기까지 논리학의 언어 자체를 언급할 때를 제외하고는 집합론적 개념들을 사용하여 기술하고 집합론적 개념들로 환원시킨다.

그리고 논리학의 기초로서 집합론을 사용하는 이와 같은 시도는 논리학이 적용되는 모든 담론의 영역(사실 이는 가능한 모든 영역인데)에 수학적 존재자들을 추가적으로 포함시킴으로써 논리학의 존재론적 보수성을 위반하게 되고, 결과적으로는 논리학의 주제 중립성과 보편적 적용가능성을 해치게 만든다. 따라서 집합론은 단순한 메타언어가 아니며, 원초적인 집합 개념은 메타논리학을 제시하는데 사용될 수 있는 논리적 개념이 아니다.

하지만 만일 이러한 식의 논변이 누군가의 동의를 이끌어낼 수 있다면, 그 이유는 무엇일까? 우리는 잠시 수학자들과 논리학자들이 집합론을 논리학의 메타언어 정도로 생각했던, 그리고(혹은 그래서) 논리학의 존재론적 보수성과 같은 중요한 개념에는 큰 관심을 갖지 못했던 이유에 대해 해명해보는 기회를 갖도록 하겠다. 우리는 아마도 그 이유를 수학사에서 찾아낼 수 있을 것이다.

현재 거의 모든 수학 분야의 방법론적 기초는 공리적 방법(axiomatic method)이다. 하지만 수학은 방법론적 기초의 측면에서 유클리드 이후 오랫동안의 공백기를 갖다가 19세기에 접어들어서야 비로소 다시 공리화(axiomatize) 되기 시작하였다. 그리고 지난 세기에 접어들어서는 거의 대부분의 수학의 분야들을 포함하여 논리학과 몇몇 과학 이론들도 본격적으로 공리화되기 시작하였다. 우리는 이러한 과정에서 집합론이 그 자체로 수학을 공리화하기 위한 수단으로 사용되었다는 점에 주목할 필요가 있다. 그래서 수리 이론들(mathematical theories)이 공리화되는 과정은 그 이론이 집합론의 범위 내에서 연역적으로 발전되었거나 혹은 집합론의 도움을 받아서 연역적으로 발전되었다는 사실을 포함한다. 이 때문에 집합론 자체를

공리화하려는 시도는 수학자들에게 자연스럽게 생각될 수 있는 종류의 것이 아니었다.[39)]

이러한 수학사(數學史)적 사실은 집합론이 지니는 방법론적, 도구적 특성과 중요성을 보여준다. 그래서 이러한 역사적 사실을 인상적으로 바라보았던 사람들은 이 당시의 집합론과 수학과의 관계를 마치 수학과 자연과학과의 관계와 유사한 것으로 파악한다.[40)] 자연과학에서 수학의 언어를 사용한 이래, 자연과학은 비약적인 발전을 이룩하게 되었으며, 수학은 자연과학의 편리한 도구이자 언어로 자리매김하게 된다.[41)] 그리고 우리가 러셀의 역설을 포함한 집합론의 다양한 역설들이 발견되기 직전까지의 집합론이 지니는 방법론적 지위에 주목하게 되면, 수학과 자연과학 사이의 관계와 유사한 방식으로 집합론을 수학과 수리 과학의 공통 언어 정도로 간주할 수 있게 된다. 그래서 이러한 생각을 지닌 사람들에게 있어서 필수 불가결성 논제를 받아들인다는 것은 단지 이 공용어가 논리학의 영역에서도 사용되었다는 것을 의미할 뿐이다. 바로 이것이 누군가가 메타언어 논증을 제시하거나 동의하는 이유일 것이다.

하지만 논리학과 수학과의 관계뿐만 아니라 수학과 과학 간의 관계, 그리고 집합론과 수학과의 관계를 이런 식으로 파악하고 있는 사람들은 자신이 지니고 있는 믿음의 근거가 되는 역사적 사실들이 발생한 시점 이후까지 시선을 확장시킬 필요가 있다. “방정식이 전부이다 (It's all just equations).”라는 피타고라스적인 형이상학에 기반을 두어, 양자역학에 대한 어떠한 해석도 부여하는데 반대하는, 소위 ”닥치고 계산!(Shut up and calculate!)”이라는 식의 극단적 입장을 받아들이는 사람이 아니라면, 그가 단순히 “수학은 과학의 언어이다”라고 이야기하면서 수학에 대해 도구주의적(instrumentalist) 입장을 취하는 것은 수학과 과학 간의 관계에 대한 진지하고 올바른 태도라고 볼 수 없다.[42)] 그리고 이는 집합론과 수학과의 관계에 있어서도 마찬가지이다. 우리는 집합론의 역설이 그 방법론적 지위 때문이 아니라, 집합 개념에 대한 정의(definition) 때문에 발생하였다는 점에 주목해야만 한다. 그래서 오늘날의 표준적 집합론은, 마치 영어가 그 자체로 한 언어권에서 사용되는 언어임과 동시에 공용어로서의 지위를 지니고 있는 것과 마찬가지로, 단순히 수학을 포함한 다른 수리 과학들의 공용어이자 그 자체로 수학의 한 분야로서 발전한 것이 아니다. 집합론의 발전은 분명히 집합론의 역설에 대한 대응이 반영된 결과이며[43)], 따라서 이때의 기초적 지위란 단순한 방법론적 기초가 아니

39) Fraekel, et. al. (1973), p. 16을 참고하라.

40) *Ibid.*

41) 중등 수학교육 현장에서 수학을 ‘영어와 비슷한’ 일종의 언어라고 가르치는 교사들과 어렵지 않게 마주칠 수 있다.

42) “닥치고 계산! (Shut up and Calculate)”라는 기치(slogan)는 디랙(Paul Dirac)과 파인만(Richard Feynman)에게서 유래한다고 알려져 있다.

43) 제르멜로가 집합론을 공리화시키려 했던 동기는 널리 알려진 바대로 집합론의 역설을 피하고자 하는 직접적 대응이 아니었으며, 오히려 선택공리(axiom of choice)를 사용하여 모든 집합이 정렬된다는(well-ordered)

라 모든 수학 분야의 개념들이 그것을 통해서 정의되고, 모든 수학 분야의 정리들이 그것의 공리들을 통해서 따라 나오는 존재론적, 의미론적, 증명론적 기초인 것이다.

따라서 우리가 집합론의 역설들이 발생한 이후부터 표준적인 공리적 집합론이 수학의 기초 이론으로서 자리매김하게 되는 과정을 주의 깊게 관찰한다면, 집합론은 논리학을 기술하는 언어적 도구에 불과하다는 주장을 통해서 집합론이 메타논리학에 사용되는 것을 정당화할 수 있다는 생각은 큰 오산이라는 것을 곧 인지하게 될 것이다.

나아가 집합론의 발전 과정을 살펴보는 일은 오히려 집합론의 방법론적 기초로서 논리학이 사용되고 있다는 점을 발견하도록 도와준다. 그리고 이것은 집합론이 수학의 방법론적 기초로 사용되던 맥락과는 달리 지극히 당연하다고 말할 수 있다. 논리학은 주제 중립적이고, 보편적으로 적용 가능하기 때문에, 수학뿐만 아니라 모든 담론들에 있어서 우리가 그러한 분야들의 논리적 특성에 주목하기만 한다면 그 방법론적 기초로서, 그리고 그것들의 공통적인 언어로서 논리학을 사용할 수밖에 없을 것이다. 그렇다면 우리는 이를 토대로 집합론과 논리학 사이의 관계에 대해서 올바른 답변을 내어 놓을 수 있을 것이다. 집합론은 논리학과 같은 기초적인 지위를 누릴 수 없다. 왜냐하면 집합론은 주제 중립적이지 않고, 보편적으로 적용 가능하지도 않기 때문이다. 반면에 논리학은 집합론의 방법론적 기초로서의 지위를 지니고 있다. 그리고 사실 논리학만이 그러한 지위를 지닐 수 있다. 집합론은 논리학의 언어를 사용하기 때문에 그 자체의 개념들과 공리들의 엄밀성을 획득할 수 있고, 그 자체의 정리들(theorems)을 증명할 수 있으며, 나아가 수학의 기초 이론으로서의 지위도 지닐 수 있기 때문이다.

4 결론

우리는 집합이라는 존재자, 집합 개념을 통해서 정의되는 수학적 개념들, 그리고 집합론의 언어를 통해서 제시되는 메타논리학이 논리학의 참된 본성을 보여줄 수 없기 때문에, 집합론은 논리학의 기초가 될 수 없다는 것, 집합론이 메타논리학에 필수불가결하다고 여기는 것이 정당하지 않다는 것을 논증하였다.

논리학이 지니는 주제중립성과 보편적 적용가능성을 설명하기 위해서, 논리학은 존재론적

자신의 증명과 관련된 논란이 그 직접적인 동기였다는 것을 밝히는 연구들이 나와 있다. 하지만 문헌적인 근거를 통한 제르멜로 개인의 심리적 동기를 밝히려는 수학사적 맥락에서의 주장이 아니라면, 제르멜로의 공리들을 바탕으로 혹은 그와 유사한 방식, 공리화를 통한 방식으로 발전된 오늘날의 표준적인 공리적 집합론 체계들은 역설들을 중요한 동기로 삼아 이루어진 수학자들의 협력적 작업의 결과로 받아들여야 할 것이다. 그리고 이러한 맥락에서 집합론의 공리화는 여전히 집합론의 역설의 결과라고 이야기할 수 있다. 제르멜로가 집합론을 공리화 하게 된 동기에 대한 오해와 관련해서는 Moore(1978)을 참고하라.

으로 보수적이어야 한다. 그리고 논리학의 존재론적 보수성을 설명하기 위해서, 메타논리학에서는 특수한 존재자들을 가정해서는 안 된다. 하지만 우리는 집합론을 통해 제시되는 오늘날의 메타논리학이 논리학의 존재론적 보수성을 유지할 수 없는 이론이며, 따라서 집합론에 기초를 둔 논리학은 주제 중립적이지도 보편적으로 적용 가능하지도 않다는 것을 논의하였다.

나아가 우리는 필수불가결성 논제가 널리 받아들여지고 있는 상황에서, 집합론이 논리학의 기초가 될 수 있다고 여길 수 있는 다양한 논증들을 논리학의 존재론적 보수성 개념과 관련하여 검토해 보았다. 결과적으로, 집합이라는 존재자에 대한 다양한 이해들과 집합 개념에 대한 여러 해석들이 이 문제에 적용되더라도, 집합론을 논리학의 기초로서 자리매김하는 것이 거의 가망 없는 일임을 알게 되었다. 집합을 어떻게 받아들이던 간에, 집합을 사용한 메타논리학은 논리학의 존재론적 보수성을 유지할 수 없으며, 따라서 참된 의미에서의 메타논리학이 될 수 없기 때문이다.

당연하겠지만 이 글에서의 논의는 수학 이론으로서의 집합론과 수학 기초론으로서의 집합론에 대한 문제에 있어서 중립적이다. 대개 수학 철학 분야에서 진행되어 온 집합에 관한 존재론적 논의들은 유명론적 입장에서 집합이라는 존재자의 존재론적 지위를 의심함으로써 집합론의 사용에 문제를 삼아 왔던 것과 달리, 우리는 논리학의 본성에 주목하여 단지 집합론을 메타논리학에 사용하는 것이 논리학과 수학 사이의 올바른 관계를 설명할 수 없다는 것만을 주장하기 때문이다.

집합론이 메타논리학에 필수불가결하다는 논제를 보다 적극적인 방식으로 논파하기 위해 남은 작업은 메타논리학이 집합론에 기반을 둔다는 생각이 정당하지 않다면 집합론의 언어로 기술된 메타논리학을 어떻게 집합 개념을 사용하지 않고서도 올바르게 제시할 수 있는지 보여주는 일일 것이다. 왜냐하면 이 글을 통하여 논리적 측면에서 집합론의 메타논리학에 대한 필수불가결성 논제가 그럴듯하지 않다는 것, 이 논제가 충분히 의심스럽다는 점이 논증되었다고 하더라도, 집합론을 사용하지 않고서는 메타논리학을 제시하기가 어렵다는 실천적 이유에서 여전히 필수불가결성 논제를 받아들일 수 있기 때문이다. 집합론을 사용하지 않고서 논리적 측면에서 만족스러운 메타논리학을 제시하는 일, 그래서 집합론적이지 않은 방식으로 메타논리학을 제시함으로써 필수불가결성 논제가 올바르지 않음을 보이는 것은 다른 기회를 통해 성취되기를 희망한다.

감사의 말

논문을 쓰는 단계에서 헌신적인 도움을 주신 나의 지도교수 선우환 선생님께 감사드린다. 또한 논문을 투고하고 게재하게 되는 과정 중 박창균 선생님께서 베풀어 주신 도움과 호의에도 역시 감사드린다. 또한 이 논문을 꼼꼼하게 읽고 격려와 건설적 비평을 해 주신 익명의 세 분 심사위원들께도 감사드린다.

참고 문헌

[1] 정인교,「러셀의 역설과 프레게의 오류」, 철학연구 71집 (2005), pp. 155-178, 철학연구회.

[2] 정인교,「최창선,『집합론 입문』」, 논리연구 제9집 제1호 (2006), pp. 205-213, 한국 논리학회.

[3] 최원배,「프레게와 논리법칙」, 철학연구 제59집 (2002), pp. 73-91, 철학연구회.

[4] Beany, Michael., *The Frege Reader*, Blackwell Publishers, Ltd., 1997.

[5] Black, Max., "The Elusiveness of Sets," *Review of Metaphysics* 24 (1971), pp. 614-636.

[6] Boolos, George., "The Iterative Conception of Set," *The Journal of Philosophy* 68 (1971), pp. 215-232.

[7] Boolos, G., *Logic, Logic, and Logic*, Harvard University Press, 1998.

[8] Cantor, Georg., *Gesammelte Abhandlungen*, 1932, Springer Verlag, Second edition 1980.

[9] Chcchiarella, Nino B., "On the Logic of Classes as Many," *Studia Logica*, Volume 70, Number 3 (2002), Springer Netherlands.

[10] Cohen, Paul., *Set Theory and the Continuum Hypothesis*, W A Benjamin, INC., 1966.

[11] Crossley, C. N. et al., *What Is Mathematical Logic*, Oxford University Press, 1972.

[12] Drake, F. R. and Singh, D., *Intermediate Set Theory*, John Wiley & Sons Ltd., 1996.

[13] Enderton, Herbert B., *Elements of Set Theory*, Academic Press, INC., 1977.

[14] Fraenkel, Abraham A., Bar-hillel, Yehoshua., and Levy, Azriel., *Foundations of Set Theory*, Elsevier Science B. V., 1973.

[15] Frege, Gotlob., 1884, *The Foundation of Arithmetic*, translated by Austin, J. L., 1980, Basil Blackwell Publisher.

[16] Frege, G., 1893, *The Basic Laws of Arithmetic*, translated by Furth, M., 1964, University of California Press.

[17] Hrbacek, Karel. and Jech, Thomas., *Introduction to Set Theory*, CRC., 1999.

[18] Kunen, Kenneth., *Set Theory: An Introduction to Independence Proofs*, Elsevier Science Publishers B.V., 1980.

[19] Lewis, David K., *Parts of Classes*, Basil Blackwell Ltd., 1991.

[20] MacKay, Thomas J., *Plural Predication*, Oxford University Press., 2006.

[21] Mates, Benson., 1972, *Elementary Logic*, Oxford University Press; 김영정, 선우환 역, 1995, 기호논리학, 문예출판사.

[22] Moore, Gregory H., “The Origins of Zermelo’s Axiomatization of Set Theory,” *Journal of Philosophical Logic* 7 (1978), pp. 307-329.

[23] Oliver, Alex and Smiley, Thimothy., “Strategies for a logic of Plurals,” *The Philosophical Quarterly* 51 (2001), pp. 289-306.

[24] Pollard, Stephen., *Philosophical Introduction to Set Theory*, University of Notre Dame Press, 1990.

[25] Quine, W. V. O., *The Roots of Reference*, La Salle, I11.: Open Court, 1974.

[26] Quine, W. V. O., *Methods of Logic*, 4th ed. Harvard University Press, 1982.

[27] Russell, Bertrand., 1903, *The Principles of Mathematics*, reissued 1996, W.W. Norton & company Ltd.

[28] Simons, Peter., 1982a, “Number and Manifolds,” in Smith(1982).

[29] Simons, P., 1982b, “Plural Reference and Set Theory,” in Smith(1982).

[30] Smith, Barry., eds., *Parts and Moments: Studies in Logic and Formal Ontology*, Munich: Philosophia Verlag, 1982.

[31] Yi, Byeong-uk., *Understanding the Many*, Routledge, 2002.