韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 24집 제 1호, 2010. 2. 259-282

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 24, No. 1, Feb. 2010. 259-282

Modified Moore 교수법을 적용한 다변수미적분학 수업에서 학습에 대한 학생들의 인식 변화

김 성 아 (동국대학교 경주캠퍼스)
김 성 옥 (한동대학교)

본 연구자들은 이 논문에서 다변수미적분학 수업에 적용한 변형 무어교수법(Modified Moore Method)을 소개하고, 이 교수법을 적용한 수업에서 학습에 대한 학생들의 인식변화와 학습 효과를 관찰하여 효과적인 교수 학습을 논의하였다. 본 연구는 3주 기간의 여름계절학기 강좌로 개설된 다변수미적분학 수업을 수강한 15명의 학생들을 대상으로 실시되었다. 학생들의 능동적 예습을 안내하기 위하여 주요 수학 개념에 관련된 단계별로 구조화된 발문 형식의 예습자료를 미리 제시하였다. 수업 중 학생들의 소그룹 협력학습 과정과 발표를 관찰하고, 매 수업 후반에 작성한 학생들의 강의일지와 학기말에 실시한 설문조사를 분석한 결과에 의하면, 학생들은 스스로 탐구하여 발견하는 학습을 통하여 주제 개념에 대하여 보다 깊이 이해할 수 있음을 인식하게 되었고, 동료와의 토론 및 상호 가르침을 통하여 다양한 내용의 학습과 반성적 사고를 경험할 수 있었다.

I. 서 론

전통적인 설명식 강의법이 오랫동안 자리를 차지해온 우리나라의 교육 환경에 서구의 토론·발표식 강의법이 인문학 분야에서는 정착을 하고 있는 요즈음, 대학수학교육에서도 변화의 바람이 불어, 토론·발표식 교수법에 많은 관심이 집중되고 있다. 권오남의 미분 방정식 수업(Kwon, 2007)에 대한 연구, 선형대수학 수업에 관한 이상구 · 설한국 · 한신일(2005)의 연구 등이 그 좋은 예이다. 본 연구에서 연구자들은 다변수미적분학 또는 벡터해석학이라 명하는 강좌에 변형 무어교수법(Modified Moore Method)을 적용하여 이 새로운 교수법의 효과로 학생들의 학습에 대한 인식 변화와 학습 효과를 살펴보았는데, 이 장에서 먼저 무어교수법과 변형 무어교수법을 소개하고 논의하고자 한다.

1. 변형 무어교수법에 대한 논의

무어는 자신이 맡은 대학원 과목의 강좌에서 참여 희망하는 학생들을 선발하여, 전통적인 일방적

* 접수일(2010년 1월 15일), 심사(수정)일(1차: 2010년 1월 21일, 2차: 1월 27일), 게재확정일자(2010년 2월 10일)
* ZDM 분류 : C75
* MSC2000 분류 : 97C70, 97D40
* 주제어 : 변형 무어교수법, 다변수미적분학, 교수, 학습,

설명식 강의방식에서 벗어나 새로운 교수법을 적용하였다. 이 교수법은 학생들에게 증명해야할 정리를 수업 전에 미리 제시하여, 올바른 증명을 찾아낼 때까지 스스로 풀어보게 하는 교수법으로 이 방법을 적용한 결과 무어의 강좌를 수강한 많은 학생들이 연구능력을 갖춘 우수한 수학자가 되었다. Jones(1977)은 무어 교수법의 장단점을 분석한 후 적용해 본 결과, 군 이론(group theory)과 힐버트 공간의 소개 등 몇 가지 영역에서 좋은 효과를 거두었다고 하였다. 그는 좀 더 체계적으로 다음과 같이 무어의 교수법을 소개하였다(Jones, 1977): (대학원 위상수학 과목의 경우)

1) 수강할 학생을 선별한다: 이미 위상수학을 공부하였거나 많이 알고 있는 학생을 제외하고, 때로는 제외된 학생들에게 별도의 강좌를 제공한다.
2) 먼저 학생들에게 공리적 방법에 대한 견해를 설명한다: 먼저 공리를 소개한 다음 공리를 적용할 수 있는 보기(힐버트 공간 등)나 동기부여가 될 만한 보기를 통해 공리의 의미를 보여준다.
3) 정의와 정리를 소개한다: 자기 책을 읽어 주고 학생들이 받아 적게 한다. 학생들이 스스로 증명을 발견하게 하거나, 정리의 가정이 약화될 수 없음을 보여주는 예제를 구성하도록 한다.
4) 그 다음 시간에 한 학생에게 정리를 증명하게 하고, 증명을 완성하지 못할 때는 다른 학생들이 차례로 증명을 마치도록 한다.

그러나 이러한 무어교수법(Moore method)은 학부 수준에서는 그리 성공적이지 못하였다. 학부 과정의 학생들이 교수의 도움 없이 스스로 정리를 증명하고 이해에 이르게 된다는 것은 아주 우수한 소수의 학생 외에는 어려운 일이라고 본다. 그러나, 1970년대 말에 이르러, 수업의 주체가 교사로부터 학생으로 이전 되어야함을 말해주고 있는 무어의 철학이 다양한 교수방법과 연합하여 학부 강의에서도 성공을 보기 시작했다(Murtha, 1977; Page, 1979).

Cohen이 학부 강의에서 적용한 변형 무어교수법을 간략히 소개하기 전에, 이 변형 무어교수법이 근거를 두고 있는 세 가지 기본 원리를 먼저 소개한다. 이 원리는 수학교과 뿐만 아니라 타 교과를 가르치는 데에도 기본적으로 적용되는 원리이다(Cohen, 1982). 이 세 가지 원리를 살펴보면 다음과 같다.

1) 학생들은 스스로 발견한 내용을 교수로부터 일방적인 설명을 통하여 학습한 내용보다 훨씬 오래 기억하고, 더 깊게 이해하고 있다.
2) 사람들은 자신이 어떤 아이디어를 다른 사람에게 가르칠 때 그 내용을 가장 철저하게 다루게 된다.
3) 효과적인 서술과 명백한 사고는 떼어낼 수 없이 연결되어 있다.

Cohen이 주장하는 이러한 원리는 학생들이 스스로 탐구하고, 토론하여 얻은 내용을 수업에서 다른 학생들에게 설명하는 활동을 통하여 구현될 수 있다고 본다. 이것이 여러 변형 무어교수법에서 공통적으로 취하는 방법이다. 이제 Cohen이 학부 강의에서 적용한 변형 무어교수법을 간략히 소개한다. Cohen은 수강생들을 소그룹으로 나누어 매주 각 그룹에게 각각 다른 문제를 제시하고 그룹별로

학습하여 그 답을 작성하게 한 후에, 수업에서 각 그룹이 나머지 학생들에게 그 문제를 설명하고 답을 발표하게 한다. 그렇게 학생들에게 제시한 문제와 답은 강좌에서 다루어야 할 모든 개념들을 포함한다(Cohen, 1982).

이러한 학생의 활동으로 수업이 이루어질 때, 많은 교수들은 강좌에서 한 학기동안 다루어야 할 내용을 과연 마칠 수 있을지를 염려하게 될 것이다. 그러나 본 연구에서는 계획한 분량을 성공적으로 마칠 수 있었다. 이에 대한 지지는 Chalice의 강좌에서 이미 입증된바 있다. Chalice는 중급해석학에서 고급미적분학, 그리고 측도론(measure theory) 과목 등에서 변형 무어교수법을 적용하였는데, 전통적인 교수 강의식 방법으로 가르친 강좌에서보다 변형무어교수법으로 시행한 강좌에서 훨씬 많은 내용을 다룰 수 있었다고 한다. 또한, 그는 이 교수법은 활기차고 즐거운, 나아가 지적으로 상당히 도전적인 방법이라고 주장하고 있다(Chalice, 1995). 단순히 교수가 설명식으로 강의하는 것보다 월등한 방법이라 말하며, 적극적으로 권하고 있다.

전통적 설명식 강의 방법은 학습자의 충분한 요구를 반영하지 못하는 경향이 있고, 교사와 학생간의 심각한 괴리 현상을 낳을 수 있으며, 이 괴리 현상은 학습자보다 수학 내용에 무게중심을 두게 될 때 더욱 심화된다고 본다(박경미, 2007). 전통적 방법에서는 교수와 학생 간의 수준과 수학적 경험의 차이에서 발생하는 서로 다른 관점을 충분히 탐색할 여유가 없는 것이 이런 괴리 현상을 일으키는 한 요인이 된다고 본다. Freudenthal(1991)은 수학의 본질은 수학적 체계를 이루는 요소나 관계, 법칙, 즉 수학적 활동의 산물인 수학적 체계가 아니라 수학적 활동 그 자체라고 하였다. 이러한 수학의 본질을 생각해볼 때, 변형 무어교수법은 학생들이 수학화 과정을 경험할 수 있는 수학적 활동이 강조되는 한 방법이라 볼 수 있다. 또한, 스스로 정의와 정리를 이해하고자하는 노력과, 그룹별로 토론, 발표하는 과정 속에서 자기주도적 학습능력이 함양될 수 있다고 생각한다. 뿐만 아니라, Whitehead의 논문 '교육의 리듬'(Whitehead, 2004)에서 주장하고 있는 정신발달의 3단계, 즉, 낭만의 단계, 정밀화의 단계, 일반화의 단계를 교육과정에 적용해볼 때, 변형 무어교수법은 전통적 설명식 강의방법에 비하여 학생들에게 낭만의 단계에 머무를 수 있는 여유를 줄 수 있다고 본다. 이 낭만의 단계에서 학생들은 학습내용을 탐구하려는 열정을 가질 수 있으며, 학습내용에 대한 정밀화의 단계로 나아갈 수 있는 에너지를 얻게 된다. Whitehead가 경계한 머릿속에 주입되기만 하여 '생기 없는 관념'이 되는 것을 방지하고, 학습하는 과정에서 학습자가 누리는 자유에 있어서 내부적인 자유 못지 않게 외양적인 자유가 중요하다고 한 Dewey의 주장(차주연, 2005)을 실제로 구현해 낸 것이 변형 무어교수법의 중요한 일면이라고 하겠다. 강의실의 책상과 의자에 마치 붙어 있는 것처럼, 게다가 눈은 일정한 거리에 고정되어 강의시간을 보내지 않고, 토론 시간동안 자유롭게 생각하고 움직일 수 있다는 자체만으로도 학생들은 사고할 수 있는 여유를 얻을 수 있다고 본다.

2. 연구의 필요성 및 목적

본 연구자들은 공학계열의 학생들에게 공학기초수학, 즉, 미적분학, 다변수미적분학(벡터해석학), 혹은 공학수학(미분방정식, 선형대수학, 편미분방정식, 복소수함수론, 푸리에 해석학 등)을 10년 이상 가르쳐 왔고, 우리나라 교육환경의 변화에 맞추어, 학습자 중심의 수업에 대한 안목을 키워 왔다.

본 연구자들은 H 대학교에서 2008년 여름 계절학기에 공학전공 학생들을 대상으로 개설된 'Visual Mathematics' 강좌에서 변형 무어교수법을 적용하여 학생들과 담당교수의 수업방법에 대한 인식과 그에 따른 학생들의 문제해결 방법의 변화를 살펴보았다. Visual Mathematics 강좌에서는 다변수미적분학의 내용과 아울러 MATLAB을 그래핑 도구로 배우게 된다. 계절학기 수업에서는 정규 학기 수업의 분량을 매일 150분씩 주 5일간 진행하여 3주에 마치게 된다. 이 강좌를 신청한 15명의 수강생 중 29%가 인문계 교양 과목에서만 토론 발표 수업을 경험했고, 나머지 학생들은 토론 발표 수업에 대한 경험이 없으므로 변형 무어교수법이 수강생들에게 학습에 대한 새로운 경험을 제공할 것으로 기대했다. 또한, 설문조사에서 43%의 수강생들이 이 강좌를 수강하기 전에 선호한 교수 방법으로, "교수의 설명과 학생들의 토론 및 발표가 각각 50%"인 방법을 선택한 것을 고려해볼 때, 새로운 수업방법에 대한 학생들의 개방된 태도를 볼 수 있었다.

다변수 미적분학 수업에서 이 새로운 교수법을 적용하는 데는 다음과 같은 목적이 있다.

1) 수업내용의 주요부분을 시간 중에 이해하고 적용하게 한다.

2) 수학학습에 대한 동기를 부여한다.

3) 메타인지적 사고를 통하여 자신의 이해 정도를 확인하고, 이해가 부족한 부분을 발견할 수 있게 해준다.

4) 예습, 토론, 교수의 적절한 안내 하에 일변수미적분학 지식의 일반화·특수화 과정을 통하여 다변수미적분학의 개념 및 관련 정리에 대하여 명확하게 이해하게 한다.

5) 수강생들의 전공이 공학이므로 이들에게 여러 내용(정의, 정리)들을 논리적 형식으로 파악하기에 앞서 물리적인 현상과 연계하여 파악할 수 있도록 해준다.

다변수미적분학 강좌는 수업시간 중에 대부분의 주요 내용을 이해하지 않고서는 성공적으로 이수하기가 힘든, 난이도가 비교적 높고 새로운 개념과 이론이 많이 등장하는 강좌이다. 하루 3시간 수업을 위한 예습을 교수의 안내 없이 학생 스스로 하기는 쉽지 않다. 그러므로, 주요 수학개념에 관련된 단계별로 구조화된 발문 형식의 예습자료를 따라 안내된 예습과 수업 중의 조별 토론 및 발표를 겸하는 교수법을 적용하기로 하였다. 또한, 수강생이 15명으로서 변형 무어교수법을 적용하기에 적절한 수강인원이었다.

교수가 설명하는 개념과 정리는 오랜 기간, 다양한 수평적·수직적 수학화를 통하여 발생했고, 교

수 자신 또한 오랜 기간 동안 관찰, 귀납, 귀납추론 등의 수평적 수학화와 모델 형성, 도식화, 기호화 과정을 통한 수직적 수학화 과정을 체험하면서 소화하고 숙달된 내용들이다. 이런 지식을 교수의 도움 없이 학생들 스스로 동료 학생들과 같이 토론을 통하여 개념의 의미와 정리의 증명을 발견할 때, 학생들도 학습자의 수학적 활동 결과를 수학화 하는 과정인 수직적 수학화 과정(주미경, 2003)을 경험하게 될 것이다. 즉, 수학자에 의하여 이미 발견된 지식의 수학적 의미의 재조정 과정인 점진적 수학화가 학습자에게서 일어난다고 할 수 있다. 이런 의미에서 이 변형 무어교수법은 전통적 설명식 교수법에 비하여 학생들에게 수학화 과정을 더욱 제공할 수 있다고 본다.

본 연구에서, 연구자들은 공학을 전공하는 학생들에게 개설된 다변수미분적분학 강의에서 적절한 변형 무어교수법을 설계하고 적용하여 학생들의 학습에 대한 태도를 관찰하였다. 이 교수법을 적용한 수업에서 학생들의 학습에 대한 인식변화와 학습 효과를 조사하여 대학 수학교육에서의 효과적인 교수·학습 방안을 모색하고자 하였다.

II. 연구 내용 및 방법

1. 다변수미적분학 교육과정

Visual Mathematics 강좌에서는 다변수 함수의 미분의 개념을 소개하고 편미분을 이용하여 다변수 함수의 최대 혹은 최소값을 찾는 소위 최적화 문제 (Lagrange 승수법 포함)를 다루며, Taylor 정리를 이용한 다변수 함수의 근사값과 오차, 그리고 다중적분 및 벡터장 적분, 보존장, Green 정리, 발산정리, Stokes 정리와 그 응용을 배운다. 또한, 수학소프트웨어로서 공학에서 널리 쓰이고 있는 MATLAB을 소개하고 이를 이용하여 3차원 그래프 등을 그려 봄으로써 개념과 이론의 이해를 돕고 미분·적분 및 이를 응용한 문제들을 계산해 보도록 한다. H대학교의 교과과정에 따르면 이 과목은 고등학교에서 미분적분학을 이수한 학생이 1학년 1학기에 Calculus 강좌를 선수과목으로 수강한 후에 수강하기를 권장하는 강좌이다. Calculus에서는 미분과 적분의 기본 개념을 간략하게 복습한 다음 적분의 계산 기법, 무한급수의 수렴 판정법 및 멱급수, 테일러 정리, 다변수 함수의 기본이 되는 n-차원 벡터 공간의 소개와 벡터의 기본 개념 및 연산, 좌표계, 3차원 공간 속의 입자의 운동, 스칼라 필드의 선적분 등을 학습한다. 뿐만 아니라, 7차 교육과정에서 학생들에게 많은 선택권을 부여한 결과, 대학의 전공과정을 이수하는데 필요한 고등학교 수학을 이수하지 않은 학생들이 증가함에 따라 예비 공학전공 학생들을 위해 고등학교 수학교육과정에 해당하는 수학 II와 미분적분학 내용으로 구성된 두 강좌, Elementary Calculus A (4학점)와 Elementary Calculus B (3학점)도 개설하고 있다.

H대학교에서 개설되는 다변수미분적분학에 해당하는 Visual Mathematics 강좌를 다른 대학의 다변수미적분학 강좌와 비교해보면, 메릴랜드 대학(University of Maryland)이나 매사추세츠 공과대학(MIT)에서는 벡터의 기본과 n-차원 공간, 매개 곡선을 이용한 공간속 입자의 운동에 관한 것 등을

포함시키는데(김성옥, 2005) 반해 H대학교에서는 이 기초 내용들을 선수강좌에 해당되는 Calculus에서 배우고 대신 MATLAB을 이용하여 3차원 곡면에 대한 그래프를 그려봄으로써 직관적 이해와 계산 능력을 기르도록 한다. 또한, 이 강좌에서 다루는 수학내용은 전자 공학 등 공학의 기초에 해당하는 전자기학에 나오는 이론을 설명해주는 도구가 되며, 뿐만 아니라 정전기학의 관점에서 이 과목의 내용을 설명하는 교재도 있다(Schey, 2005).

교재로는 MATLAB을 소개하고 다변수미적분학에 활용하는 것을 보여주는 "A MATLAB Companion for Multivariable Calculus" (Cooper, 2001)와 MIT Open Course Ware에서 무료로 다운받을 수 있는 e-book인 Calculus (Strang, 1991)를 사용하였으며 강의노트를 교내 인트라넷에 있는 수업용 웹사이트에 올려서 학생들이 볼 수 있도록 하였다. MATLAB은 전자공학을 전공한 교수가 강의를 담당하였고 강의는 <표 II-1>와 같은 일정으로 진행하였다.

<표 II-1> 강의계획서

일시	주요 내용
6/23	MATLAB 소개 및 실습
6/24	강의계획서 소개 및 다변수 함수의 정의, 등위면, 방향미분, 편미분,
6/25	다변수 함수의 미분 가능성, 접평면, 연쇄법칙(Chain rule), 음함수 정리,
6/26	미분형식과 근사, 테일러 정리, 최적화,
6/27	제약조건 하의 최적화 (Lagrange 승수법)
6/30	첫 번째 중간고사,
7/1	MATLAB 실습
7/2	중적분,
7/3	선적분 (벡터장, 스칼라장)
7/4	보존장, 그린의 정리,
7/7	두 번째 중간고사
7/8	그린의 정리, 곡면적분, 유출량,
7/9	발산 정리, Gauss의 정리, Stokes의 정리
7/10	응용(Continuity 방정식 등)
7/11	복습
7/14	기말 시험

2. 연구 방법

이 절에서는 본 연구자들이 적용한 변형 무어교수법을 소개한다. 본 연구자들은 매 수업 시간마다 학생들에게 차시 수업 내용의 주요 정의와 정리에 대하여 예습해오도록 안내 자료(예, <표 II-2>)를

제시하였다. 연구자들은 학생들이 수업 교재와 이 안내 자료, 참고서적, 인터넷 자료 등을 참조하고, 그룹별 또는 개인별로 예습을 해오도록 수업을 설계하였다. 또한 매 수업 시간 후에 학생들에게 그 날 수업에 대한 강의일지를 작성하도록 하였다. 학생들에게 강의일지에 수학내용 뿐만 아니라 교수·학습활동에 관련된 것들을 자유로이 기재하도록 하였다. 첫 주의 첫 강의일지 작성 시에 강의일지 작성에 대하여 질문형식(<표 Ⅱ-3>)의 안내문을 제시하였다. 학생들이 제출한 강의일지를 검토한 후 수업참여 교수는 수업 초반에 보충 설명하였고, 수업은 직전 수업에서 배운 내용과 연계하여 그 날 학습할 내용을 질의응답으로 시작하여, 새로운 주요 정의에 대한 개념설명을 해주었다(학생들은 예습 시에 이 정의에 대하여 학습하도록 되어 있다). 이어서 예습 내용에 대한 학생들의 팀별 토론으로 강의 전반부가 진행되었다. 10-15분 휴식 후에 조별 발표를 가졌는데, 토론과 발표의 순서는 정의와 관련된 예제, 정리의 증명과 의미, 문제 또는 교과 내외 관련 응용 문제 등의 순서로 진행되었다. 한 학생이 정리의 증명이나 문제해결에서 성공하지 못하면, 다른 학생이 증명(또는 풀이)을 완성할 수 있도록 하였고, 완성할 수 있는 학생이 나타나지 않으면, 적절한 발문을 통하여 학생들이 완성할 수 있도록 교수가 안내하였다. 학생들이 주요 개념에 대하여 명확한 이해를 하지 못하였다고 판단하였을 때, 수업 참여 교수가 보충 설명하여 주었다. 때로 필요시에 학생들에게 한 차례 더 토론 할 수 있도록 짧은 토론시간을 허용하였다. 마지막으로 교수의 수업내용 정리, 과제 제시, 학생들의 강의일지 작성 및 제출로 수업은 종료되었다. 연구자들은 학생들의 강의일지를 살펴보아 아직 학생들에게 제시하지 않은 예습자료를 수정 보완하기도 하였다.

<표 Ⅱ-2> 예습 자료의 예

1. 일변수함수의 적분 정의의 일반화로서 2변수 또는 3변수함수의 적분 정의를 설명해보시오.

2. 일변수함수 $y=f(x)\,(a\le x\le b)$의 정적분의 개념을 '둘러싸인 영역의 면적' 또는 '운동하는 입자의 총 이동거리' 등으로 파악할 수 있다.
   2변수함수(또는 3변수함수)의 적분의 경우에는 어떤 실세계 모델들을 찾을 수 있나 ?
   다양하게 찾아보아라.

3. Recall : 연속함수 $y=f(x)$의 적분에 관한 평균치정리와 그 의미.
   $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx = f(\xi),\ a<\xi<b$인 ξ가 존재한다.
   이중적분에서 이 개념을 일반화해보고 그 의미를 토의해보시오.
   이와 유사한 다른 개념도 있는가 ?

<표 II-3> 강의일지 작성에 대한 안내문

강의일지에 제시한 질문들 (강의 세째 날)

- level surface, directional derivative 등에 관해 조사할 때,
  교재나 참고자료는 얼마나 도움이 되었는가?
  혹시 부족한 점은 무엇인가?
  스스로 자료를 조사하여 숙독하고, 탐구해서 새로운 내용을 파악하는 과정에서 느낀 점을 말해보아라.
- 팀별 토론과정은 어떠했는가?
- 시간은 충분했는가?
- 팀원들은 적극적으로 토론에 임했는지, 팀원 간의 의견 소통은 원활했는가?
  가령, 자신이나 친구들의 설명은 적절하였나?
  더 바람직한 결과를 내기 위해 필요한 토론의 자세나 방법은?
- 교수에 의한 설명식 강의를 통해 정의를 학습하는 경우와 토론 중심으로 정의를 탐구하는 학습을 비교해서 그 차이점과 장단점을 느낀 대로 말해보아라.

전자칠판 등 동영상 장비를 갖춘 강의실에서 수업을 진행하여, 교수나 학생들이 전자칠판에 판서한 내용을 파일로 저장하여 매 수업시간 후에 웹사이트에 올려놓아 학생들이 참조할 수 있도록 하였다. 또한, 공학부 4학년 학생 2명을 이 강좌의 조교로 선발하여 월요일부터 목요일까지 매일 오후 5시부터 1시간 동안 일정한 장소에서 학생들의 질의에 응답하도록 하였다.

15명의 수강생들을 네 그룹으로 나누어 소그룹을 편성하였는데, 매 주 새로운 조원으로 재편성하였다. 첫째 주에는 입학년도가 다른 학생들이 가능한 한 그룹에 골고루 배치되도록 하였다. 둘째 주와 셋째 주에는, 활발하게 토론에 참여하는 학생들을 눈여겨보았다가 그런 학생들이 각 그룹에 골고루 배치되도록 하였다. 평가는 총점을 기준으로 등급을 정하는 방식의 절대평가를 하였다. 2회의 중간시험은 각 20%, 기말시험은 30%, 과제 및 퀴즈는 20%, 그리고 수업 참여도 10%로 평가하였다. 수업 참여도는 발표 횟수와 수업일지를 제출한 횟수로 평가하였다.

첫 번째 중간시험에서는 등위면의 개념, 편미분 계산, 접평면, 전미분의 개념, 다변수 함수 Chain rule, 테일러 정리를 이용한 근사값과 오차, 1계, 2계 편미분을 이용한 최적화, Lagrange 승수법 등을 이해하고 있는지 평가하였다. 두 번째 중간시험에서는 Lagrange 승수법, 이중적분 및 삼중적분의 계산과 좌표변환을 통한 계산, 벡터장의 선적분 계산, 발산과 회전(curl)의 정의를 알고 있는지를 평가하였다. 기말시험에서는 중적분, 선적분의 개념과 계산, 그린의 정리, 벡터장의 적분, 보존장의 동치조건들, 곡면적분, Stokes의 정리, 발산 정리를 이해하고 활용할 수 있는지를 평가하였다.

III. 연구결과 및 분석

1. 강의일지 분석

MATLAB 실습과 시험을 본 날을 제외하고, 학생들에게 매 강의 종료 시에 그 날의 강의에 대한 강의일지를 작성하여 제출하도록 하였다. 강의일지를 분석해볼 때 학생들의 새로운 교수법과 학습에 대한 인식의 변화, 메타 인지적 사고와 수학의 가치에 대한 변화 등을 파악할 수 있었다. 다음에서 강의일지 내용들을 학습에 대한 인식, 토론과 발표에 대한 인식, 수학의 가치에 대한 인식 등의 세 가지 범주로 선별하여 내용분석 해보았다.

(1) 학습에 대한 인식

아래 강의일지 내용에서, 학생들이 이 새로운 교수법을 통하여 예습한 내용을 동료 학생들과의 토론과 발표를 통하여 학습하는 재미를 느끼며 그러한 학습자 중심의 학습 효과를 인식하였음을 알 수 있었다. 학생들은 예습과 복습의 중요성뿐만 아니라, 혼자 학습할 때의 어려움과 겪은 오개념을 고백하면서 토론을 통한 학습의 효율성을 깨달았다고 하였다. 문제를 풀 수 있는 것과 그 풀이를 설명하는 것에는 차이가 있고, 나아가 조원들에게 설명하는 가운데 개념에 대한 보다 깊은 이해에 도달할 수 있었음을 경험하였다. 또한 다른 학생의 설명을 통하여 자신이 어떤 부분을 이해하지 못하고 있는지 더 잘 알 수 있었다고 한다. 공식을 유도하는 대수적인 과정보다 개념적 이해가 더 어렵다고도 하였고, 적분을 이해하는데 공간적인 시각이 필요함을 느끼기도 하였다. 학생들은 새로운 주제의 학습에서 한 번에 이해하는 것이 어렵고 많은 토론과 깊은 사고가 필요함을 깨달았다. 학생들이 개념에 대해 보다 깊이 이해하고자 하는 학습동기를 얻을 수 있었다고 본다. 이 변형 무어교수법으로 학습한 내용이 더 오래 기억되었고 자율적인 학습 태도를 기를 수 있다고 하였다. 연구자들은 강의일지에서 학생들의 학습과 학습 방법에 대한 인식변화를 확인할 수 있었다.

학생 C: 아직 정의가 확실하게 잡히지 않아서 어려움을 겪었습니다. 스스로 자료를 찾으며 토론 중심으로 정의를 탐구하는 방식이 조금 더 오래 기억에 남도록 해 주는 것 같습니다. 단순히 교수님의 강의 설명만 들으며 정의를 통해 학습할 경우 너무 지루하기만 할 수 있기 때문입니다. (2008년 6월 24일)

청강생: 설명식 강의는 답이 있지만 학생들 머리 속에 들어가기 힘들다.
토론 중심 강의. 나 스스로 하기 힘들다. 하지만 내 스스로 공부하는 원리이기 때문에 더 큰 도움이 되는 것 같다. (2008년 6월 24일)

무명: 교수에 의한 설명식 강의 역시 본인이 뭔가를 생각해내기 힘듦으로, 어려운 것만 설명이 보충되고 지금과 같은 토론식 수업이 괜찮은 것 같다. (2008년 6월 24일)

학생 B: 예습을 해온 후 토론한 후 질문하는 방식이 매우 좋은 것 같다. (2008년 6월 25일)

학생 E: 과제를 해 와서 조원들과 함께 나누는 시간 속에서 많은 것을 배울 수 있어서 좋았다. 잘 몰랐

던 것을 자세히 알 수 있었고 조원들에게 설명을 하며 완전히 내 것으로 만들 수 있었던 것 같다... (2008년 6월 25일)

학생 D: 오늘 라그랑주 승수법에 대해서 배웠다. 어제 혼자 고민할 때는 문제를 푸는 방법만 알고 왜 그렇게 푸는지 까지는 잘 몰랐었다. 그런데 토론 시간에 조원들과 의견을 나누고 다른 조의 발표도 듣고 교수님의 보충설명도 듣다보니 알게 되었다. 교수님께 설명을 듣기 전에 우리들끼리 나누는 시간을 가지는 것이 점점 적응이 된다. (2008년 6월 27일)

학생 E: ... 난해한 부분이라 혼자 공부할 때 어려움을 많이 느꼈었는데 조원들과 토론하면서 이해할 수 있었다. (2008년 6월 27일)

학생 H: 그룹 토의를 통해 lagrange 승수법의 기하학적인 의미를 이해할 수 있어서 좋았습니다. (2008년 6월 27일)

학생 L: 학생이 설명하니까 어디를 모르는지 더 잘 알게 되는 것 같습니다. (2008년 6월 27일)

학생 J: 오늘은 중적분에 관하여 알아보았다 적분 의미를 확장해서 다차원에서 적분해 봤는데 ... 복습과 예습이 더욱 중요해진 것 같다. 이번 강의를 통해서 다양한 적분들을 알게 되어 좋은 것 같다. (2008년 7월 2일)

학생 J: 오늘은 적분에 관하여 하였는데 점점 공간적인 시각이 필요하다는 것을 느꼈다. 복습과 예습이 있어야 수업시간에 더 잘 이해할 수 있을 것 같다... (2008년 7월 3일)

학생 F: 오늘 수업은 조금 어려우면서도 할 만한 부분이었습니다....하지만 증명하는 것이 생각보다 복잡했습니다. 그리고 개념적 이해가 어려운 것 같습니다. 공식 유도는 되지만... (2008년 7월 8일)

학생 J: 시간이 지날수록 내용 이해하기가 어려워지는 것 같다. 생소한 내용들이라 한 번에 이해하기가 어렵고 많은 토론과 이야기가 필요한 것 같다. 예습과 복습이 중요하고 혼자 깊이 생각해 보는 것이 필요한 것 같다... (2008년 7월 8일)

학생 A: 발표도 많이 해야겠다. 모르는 부분이 있을지도 모르는데 혼자만 하다보면 잘못된 사실을 계속 맞는 방법으로 착각하게 되는 것 같다. (2008년 7월 9일)

학생 C: 수업 방식과 효율면에서 갈수록 더 좋아지는 것 같습니다. ... (2008년 7월 9일)

학생 B: 오늘 divergence theorem과 stoke's theorem에 대해 공부했다. 처음에는 각자 문제를 풀었다. 문제를 푸는 것과 말로 하는 것은 조금 다른 것 같다... (2008년 7월 10일)

학생 M: 발산정리를 배우고 그에 관한 예제를 풀어보고 토론하는 시간을 가졌다. 아직 개념이 머리 속에 확실히 잡히지 않아서 조금 어려웠다. (2008년 7월 10일)

학생 B: 오늘에야 조금 발표수업이 익숙해진 것 같다. 그저 수업이 진행될 때는 가끔씩, 발표 수업보다는 그냥 가르치는 수업이 좋다고 생각을 많이 했었는데, 발표도 하고 나니 이러면서 배우는 것은 오랫동안 기억할 것 같다. 이번 수업을 통해 스스로 공부하는 법을 배운 것 같다. (2008년 7월 11일)

아래 학생의 강의일지 내용에서, 특별히 예습에 대한 태도 변화로 학생들은 예습의 중요성과 그 효과에 대하여 인식하게 되었음을 알 수 있다.

학생 G: 예습이 얼마나 중요한지를 깨닫게 해준 수업이었다. ... (2008년 6월 25일)

학생 F: 미리 예습을 하고 와서 생각하고 발표하고 하니까 굉장히 좋았습니다. 하지만 처음에 난해한 부분이 많아서 어렵기도 했습니다. 그래도 시행착오를 겪으면서 공부를 하니까 굉장히 머리 속에 잘 들어오는 것 같습니다. (2008년 6월 27일)

학생 B: 그리고 미리 예습을 해 오게 하는 것은 좋은 수업방법 인 것 같다. (2008년 7월 2일)

학생 D: Green 정리에 대해서 공부를 했다. 예습도 안했고 첫 번째 시간에 졸려서 수업을 놓치는 바람에 따라가는데 어려움이 있었다. 두 번째 시간에 조별끼리 모여서 토의를 할 때 조원들에게 많은 도움을 받았다... (2008년 7월 8일)

학생 I: Divergence theorem으로 조사해온 것을 같이 나누고, 그래도 예습해온 것이 도움이 돼서 수업시간에 이해가 잘 되었다... (2008년 7월 9일)

(2) 토론과 발표에 대한 인식

아래 학생들의 강의일지 내용에서, 학생들은 토론과 발표를 통하여 개념 파악이 더욱 명확해진 경험들을 고백하고 있다. 또한, 어려운 개념이나 문제도 토론을 통하여 해결할 수 있다는 신념을 얻게 되었음도 알 수 있다. 학생들은 토론의 의미를 "서로의 생각을 공유하고, 나의 생각을 말하는 것"이라 표현하였다. 효율적인 토론을 위하여 철저한 사전준비가 필요함을 깨달으며, 예습 후 토론은 더욱 흥미 있었다고 하였다. 토론의 효과로, 토론을 통하여 수업에 집중할 수 있고, 개념이해를 다양한 관점으로 더 깊이 그리고 쉽게 할 수 있었다고 하였으며, 효율적이고 능동적인 자세로 수업에 임할 수 있게 되었다고 하였다. "조사한 자료에 없는 내용에 대해서 생각해 보는 것이 거의 불가능했다."고 하면서 토론을 통하여서 문제 해결할 수 있었다고 하였는데, 토론을 통한 문제해결에 대한 자신감을 엿볼 수 있다. 학생들은 토론 중에 교수의 도움을 받기를 원했는데, 특히 두 연구자가 같이 수업에 참여하는 경우에 토론 중 활발한 질의·응답을 경험하였다. 발표기회를 더 갖기를 원하는 학생도 있었고, 다른 그룹의 발표를 듣고 정리의 증명을 정확히 이해할 수 있었다는 학생도 있었다. 강의계획서대로 수업이 진행되었다고 하면서도 "진도가 많이 나가는 것 같다"고 한 학생도 있었다.

학생 G: 팀별 토론은 처음 하는 토론인지라, 생각을 나누는데 어색함이 있었지만 다들 준비를 잘 해왔다. 바람직한 결과를 내기 위해서는, 사전준비를 더 철저히 하고, 내용을 찾는데 그치는 것이 아니라, 이해하고 나누는데 중점을 두어야겠다. (2008년 6월 24일)

학생 I: 토론을 함으로써 서로의 생각을 공유하고, 나의 생각을 말함으로서 더 잘 이해하게 되었다. 토론식이 더 좋게 느껴진다. (2008년 6월 24일)

무명: 토론을 통해서 하는 수업이 예습과 스스로 한 번 더 생각해 보게 된다는 점에서 더 효율적이고 능동적인 자세로 수업에 임할 수 있게 하는 것 같아 좋은 것 같다. (2008년 6월 24일)

무명: 예제들에 관한 고찰이 부족하였다....조사한 자료에 없는 내용에 대해서 생각해 보는 것이 거의 불가능했다. 하지만 수업시간 중 토론으로 해결 가능했던 것 같다. (2008년 6월 24일)

학생 M: 오늘 라그랑주 승수법에 대해 토론하였다. 예습을 한 뒤 토론을 해서 약간 흥미도 있었고 신기했다. 약간 길게 토론하여 진도를 못 나간 점은 아쉽지만 한 가지를 가지고 깊게 알 수 있어 좋았다. (2008년 6월 27일)

학생 N: ..그리고 토론을 할 때 질문을 받아주시는 것이 토론을 할 때에 더욱 도움이 되는 것 같습니다. 그리고 토론을 할 때 약간씩 조언을 주시는 것이 더 좋을 듯 합니다. (2008년 6월 27일)

학생 B: 요즘 진도가 많이 나가는 것 같다. 그러나 강의계획서대로 잘 나가고 있기 때문에 불만은 없고, 발표할 수 있는 기회를 한번 정도 더 갖고 싶고, 이 부분의 문제를 더 풀면서 공부를 하고 싶

다. (2008년 7월 3일)

학생 H: 수업 중에 조별 토론을 잠깐 하는 것이 잠을 깨거나 개념을 더 쉽게 이해할 수 있게 하는데 도움이 되는 것 같습니다. Green's Theorem을 증명하는 것을 잘 몰랐으나 다른 조의 발표로 정확히 이해 할 수 있게 되었다. (2008년 7월 8일)

학생 E: 조별 토론을 할 때 잘 모르던 것을 서로 나누면서 이해할 수 있게 되었다.(2008년 7월 9일)

학생 H: 조별 토론을 통해 문제를 쉽게 풀 수 있었고 flux의 의미와 divergence theorem에 대해서 깊이 생각해 볼 수 있어 좋았습니다. 2008년 7월 9일)

학생 J: 수업 내용이 어려워 따라가기가 힘들었다. 하지만 토론을 통해 이야기를 나누다 보면 대충의 개념 이해는 되는 것 같아 좋다. (2008년 7월 9일)

학생 M: 곡면적분에 대하여 배웠다. 오늘은 특히 토론이 많이 도움이 되었던 것 같다. (2008년 7월 9일)

학생 E: Divergence theorem을 잘 이해하지 못하고 있었는데 팀원들끼리 토론을 하고 함께 공부하며 어느 정도 이해를 하고 문제를 풀 수 있게 되었다. (2008년 7월 10일)

학생 H: Divergence theorem 과 관련 된 문제를 토론을 통해서 풀 수 있었고 stoke's theorem과 Green's theorem의 차이를 생각해 볼 수 있었습니다. (2008년 7월 10일)

학생 K: 오늘은 토론을 열심히 했는데, 효과가 좋은 것 같다. 물론 문제를 해결하는데 해결을 다 하지 못했지만 다른 방향으로도 생각해 보고, 아직 개념 이해가 잘 되지 않은 부분이 있는데 좀 확실하게 된 부분도 있다. (2008년 7월 10일)

학생 N: 토론을 할 때 녹음을 한다 하니 다들 적극적으로 토론에 참여한 것 같다. 덕분에 서로 모르는 부분을 많이 보강한 것 같다. (2008년 7월 10일)

(3) 수학의 가치에 대한 인식

배운 내용의 실생활에의 활용에 대한 관심과 "재미있고 흥미로운 학문"으로서 수학을 보는 시각을 고백하였고 이전에 깨닫지 못하였던 "수학의 새로운 면"을 보았다고도 하였다. 자율적인 학습을 통하여 수학의 가치에 대하여 눈을 뜨게 됨을 아래 강의일지에서 관찰할 수 있었다.

학생 J: 오늘은 중적분에 관하여 알아보았다 적분 의미를 확장해서 다차원에서 적분해 봤는데 실생활에서 쓰이는 예를 한번 알아보아야겠다는 생각이 들었다. (2008년 7월 2일)

학생 C: ...그리고 수학은 참 배우면 배울수록 어려운 면도 있지만 재미있고 흥미로운 학문인 것 같습니다. (2008년 7월 3일)

학생 J: 이번 수업을 통해 수학의 새로운 면들을 봐서 좋았고 ... (2008년 7월 11일)

2. 설문조사 결과 및 분석

본 연구자들이 적용한 변형 무어교수법의 효과에 대한 학생들의 인식을 조사하기 위하여 강의 마지막 시간에 기말시험을 실시한 후에 바로 설문조사를 시행(2008년 7월14일)하였다. 설문조사에서 파악하고자 한 내용은 대략 다음과 같다. 학생들의 수학 과목에 대한 선수학습 배경, 교수방법에 대한 선호도, 예습과 수업내용의 이해, 발표 토론 수업에 대한 태도와 발표 횟수 등이다. 수강생 15명 중 1명은 기말시험에 출석하지 않아 설문에 응한 학생은 모두 14명이다. 이 가운데 선수과목에 해당하

는 Calculus를 수강하지 않은 학생이 두 명 있었고 설문에 응한 학생들 중 절반은 미분 방정식을 선수 수강한 학생들이었다. 학습 스타일은 혼자서 해결하는 학생이 8명이고 혼자서 해결이 안 될 때 친구와 의논하는 학생이 6명이었다. 이 과목을 공부하는 동안 조교의 도움을 받은 학생은 거의 없는 것으로 나타났다.

새로운 내용의 학습에서, 두 가지 교수방법을 비교할 때 학생들은 전반적으로 전통적인 설명식 교수방법에 비해 변형 무어교수법을 선호하는 것으로 나타났다. 교수방법에 대한 설문조사의 결과에서 이를 알 수 있다. 설문조사 결과를 표시한 각 그림에서 수평축의 숫자 1, 2, 3, 4, 5는 다음을 의미한다:

1: ① 매우 그렇다, 2: ② 그렇다, 3: ③ 보통이다, 4: ④ 그렇지 않다, 5: ⑤ 매우 그렇지 않다

(1) 교수방법에 대한 설문조사의 결과

교수 방법에 대해 이 과목을 수강하기 전에 선호하는 교수 방법으로 43%의 수강생들은 "교수의 설명과 학생들의 토론 및 발표가 각각 50% " 그리고 50%의 수강생은 "교수가 모든 내용을 설명(학생의 참여는 문제풀이 정도)하는 방식"을 선호한다고 하였으나, 이 과목을 수강한 후에는 79%(14명 중 11명)의 학생이 "교수의 설명과 학생들의 토론 및 발표가 각각 50%"인 방법을 선호하는 것으로 나타났다(<표 Ⅲ-1 > 참조). 나머지 3명 중 2명도 50%정도는 아니지만 토론 및 발표가 30% 정도 들어가는 것을 선호한다고 하였다.

교수방법에 대한 설문조사에서 A 방법과 B 방법은 다음을 의미한다:

A 방법: 전통적인 설명식 교수방법 B 방법: 본 연구에서 적용한 변형 무어교수법

<표 Ⅲ-1 > 수강 전 · 후의 교수방법 선호도

	수강 전	수강 후
교수의 설명과 학생들의 토론 및 발표가 각각 50%	43%	79%
교수가 모든 내용을 설명(학생의 참여는 문제풀이 정도)	50%	0%
기타	7%	21%

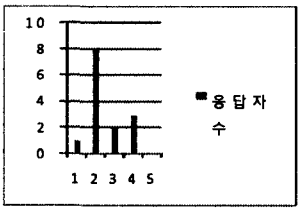
[설문-1] B 방법이 A 방법에 비하여 개념을 더 깊이 이해하는데 도움이 되었다.

[응답결과]

① 매우 그렇다 (7.1%) ② 그렇다 (57.1%)

③ 보통이다 (14.3%) ④ 그렇지 않다 (21.4%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 Ⅲ-1>

[분석] 64 % 가량의 학생들이 본 연구에서 적용한 변형 무어교수법(B 방법)이 전통적인 설명식

교수방법(A 방법) 에 비하여 개념을 더 깊이 이해하는데 도움이 되었다고 응답했다.

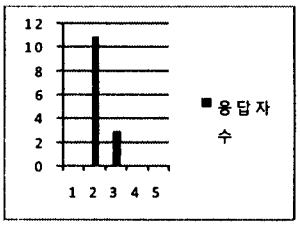
[설문-2] B 방법이 A방법에 비하여 이해한 내용에 대한 기억이 오래갔다.

[응답결과]

① 매우 그렇다 (0%) ② 그렇다 (78.6%)

③ 보통이다 (21.4%) ④ 그렇지 않다 (0%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 III-2>

[분석]: 79 % 가량의 학생들이 전통적인 설명식 교수방법에 비하여 본 연구에서 적용한 변형 무어 교수법에서 이해한 내용이 오래 기억 되었다고 하였다.

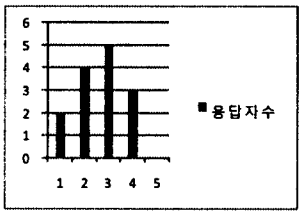
[설문-3] B 방법이 A방법에 비하여 학습한 내용을 다른 문제에 적용하기 쉬웠다.

[응답결과]

① 매우 그렇다 (14.3%) ② 그렇다 (28.6%)

③ 보통이다 (35.7%) ④ 그렇지 않다 (21.4%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 III-3>

[분석] 43 % 가량의 학생들이 변형 무어교수법이 전통적인 설명식 교수방법에 비하여 학습한 내용을 다른 문제에 적용하는데 더 도움이 된 것으로 나타났다.

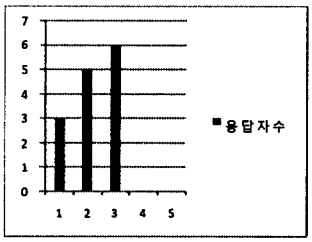
[설문-4] B 방법이 A방법에 비하여 새로운 수학 개념에 대해 스스로 해결해보고자 하는 자신감을 더 길러 준다고 생각한다.

[응답결과]

① 매우 그렇다 (21.4%) ② 그렇다 (35.7%)

③ 보통이다 (42.9%) ④ 그렇지 않다 (0%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 III-4>

[분석] 57 % 가량의 학생들이 변형 무어교수법이 전통적인 설명식 교수방법에 비하여 새로운 수학 개념에 대해 스스로 해결해보고자 하는 자신감을 더 길러 준다고 응답하였다.

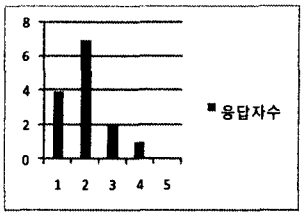
[설문-5] B 방법이 A방법에 비하여 다른 학생들 앞에서 발표하는 것에 대하여 자신감을 더 길러준다고 생각한다.

[응답결과]

① 매우 그렇다 (28.6%) ② 그렇다 (50%)

③ 보통이다 (14.3%) ④ 그렇지 않다 (7.1%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 III-5>

[분석] 79% 가량의 학생들이 변형 무어교수법이 전통적인 설명식 교수방법에 비하여 다른 학생들 앞에서 발표하는 것에 대하여 자신감을 더 길러준다고 응답하였다.

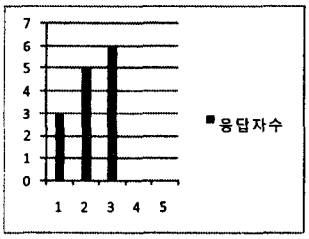
[설문-6] B 방법이 A방법에 비하여 개념 이해에 있어 더 많은 시간이 걸린다고 보았다.

[응답결과]

① 매우 그렇다 (21.4%) ② 그렇다 (35.7%)

③ 보통이다 (42.9%) ④ 그렇지 않다 (0%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 III-6>

[분석] 본 연구에서 적용한 변형 무어교수법이 전통적인 설명식 교수법에 비해 개념 이해에 시간이 더 많이 걸린다고 응답한 학생이 14명 중 8명이었고 별 차이가 없다고 응답한 학생이 6명으로, 학생들은 변형 무어교수법으로 학습할 때 개념 이해에 시간이 더 걸린다고 느끼는 것으로 나타났다. 그러나 본 연구자가 2007년도에 동일과목을 설명식 교수방법으로 강의하였을 때, 대부분의 학생들이 수업시간 중에는 교수의 설명을 쫓아가느라 한 주제 개념에 대하여 충분히 사고할 시간적 여유가 없었다고 하였다.

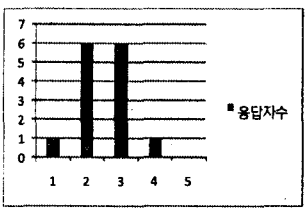
[설문-7] 이 수업을 통하여, 전반적으로 A방법에 비하여 B 방법을 선호하게 되었다.

[응답결과]

① 매우 그렇다 (7.1%) ② 그렇다 (42.9%)

③ 보통이다 (42.9%) ④ 그렇지 않다 (7.1%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 III-7>

[분석] 50%의 학생이 이 수업을 통하여 변형 무어교수법을 전통적인 설명식 교수방법보다 더 선호하게 되었다고 하였다.

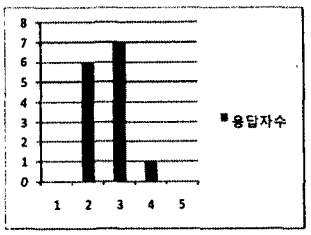
[설문-8] B 방법의 수업을 통해 자신에게 문제해결 능력이 다소 생겼다고 본다.

[응답결과]

① 매우 그렇다 (0%) ② 그렇다 (42.9%)

③ 보통이다 (50%) ④ 그렇지 않다 (7.1%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 III-8>

[분석] 43%의 학생이 변형 무어교수법을 적용한 이 수업을 통하여 자신에게 문제해결 능력이 다소 생겼다고 응답하였다.

[설문-9] 이 강의를 수강하기 전에는, 새로운 개념에 접근하는 방법으로 어떤 방법을 가장 많이 쓴 편인가?

[응답결과]

① 단순화 (21%) ② 특수화 (0%) ③ 그림그리기(시각적 이해) (43%) ④ 추측 (21%)

⑤ 식 세워서 계산해보기 (14%) ⑥ 기타 (0%)

[분석] 그림그리기(시각적 이해)를 선택한 학생이 가장 많은 43%를 차지하였다.

[설문-10] 이 강의를 수강하면서, 새로운 개념에 접근하는 방법으로 어떤 방법을 가장 많이 쓰게 되었나?

[응답결과]

① 단순화 (36%) ② 특수화 (0%) ③ 그림그리기(시각적 이해) (36%) ④ 추측 (21%)

⑤ 식 세워서 계산해보기 (7%) ⑥ 기타 (0%)

[분석] 방법 ①과 방법 ⑤를 선택한 학생이 가장 많았으며, [설문 9]의 응답결과와 차이가 있음을 알 수 있다. 실제로 새로운 개념에 접근하는 방법에 변화를 보인 학생은 5명으로 43%이다. ③번에서 ⑤번, ⑤번에서 ③번 각 1명, 그리고 ③, ④, ⑤ 번에서 ①번으로 바뀐 학생이 각각 1명 있었다. 그림그리기 전략에서 단순화 또는 식 세우기 전략으로 변화를 본 학생들은, 문제 접근 방법에 시각적 접근과 아울러 단순화 또는 식 세우기 전략 등의 다양한 해결 능력이 함양된 것으로 볼 수 있다. 즉, 이 교수방법은 학생들의 문제해결력을 함양시켰다.

위의 결과를 종합하면 대부분의 학생들은 전통적인 설명식 교수방법에 비해 변형 무어교수법을 통하여 개념을 더 깊이 이해하게 되었고 오래 기억할 수 있었으며, 발표에 대한 자신감도 길러준 것

으로 나타났다. 그러나 개념 이해에 걸리는 시간은 전통적인 설명식 강의방법에 비해 변형 무어교수법에서 더 길게 요구되는 것으로 나타났다. 새로운 내용의 학습에서, 학생들은 전반적으로 전통적인 설명식 교수방법보다 본 연구에서 적용한 변형 무어교수법을 선호하는 것으로 인식의 변화를 보였다.

(2) 토론과 예습에 대한 설문조사 결과 및 분석

조별 토론을 위한 조의 구성원에 대하여 만족하는지를 조사하였다. 15명의 수강생과 1명의 청강생을 포함하여 네 명씩 네 개의 팀으로 나누고 매주 새로운 구성원으로 재편성하였다. 첫째 주에는 입학년도가 다른 학생들이 가능한 한 팀에 골고루 배치되도록 하였는데, 조사결과 학생들은 팀의 구성원에 대하여는 대체로 만족한 것으로 보인다. 둘째 주와 셋째 주에는, 활발하게 토론에 참여하는 학생들이 각 팀에 골고루 배치되도록 하였다. 두 번째 팀의 구성원에 대하여서도 대체로 만족한 것으로 나타났다.

[설문 1] 수업 중 토론시간은 적절하였나 ?

[응답결과] ①매우 짧았다 (0%) ②짧았다 (21%) ③적절하였다 (71%) ④긴 편이다 (7%) ⑤매우 긴 편이다 (0%)

[분석] 대부분(92%) 토론 시간은 적절하였다고 보았다. 길게는 하루 수업에서 30분 이상의 토론 시간을 가졌음에도 불구하고 이런 응답을 하였다는 것은 토론에 대한 학생들의 태도가 변화되었음을 알 수 있다.

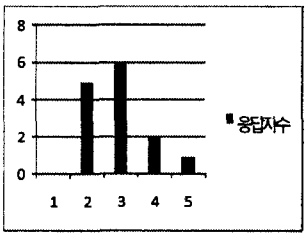
[설문-2] 토론에 임하기 전에 제시된 내용을 충분히 예습해왔는가?

[응답결과]

① 매우 그렇다 (0%) ② 그렇다 (35.7%)

③ 보통이다 (42.9%) ④ 그렇지 않다 (14.3%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (7.1%)



<그림 III-9>

[분석] 예습을 충분히 했다고 생각한 학생은 36% 정도였다. 그러나 78%의 학생들이 수업 전에 어느 정도 예습을 한 것으로 나타났다. 토론이 원활하지 않았을 때의 원인으로는 예습 부족을 주요 요인으로 들었기도 하였다.

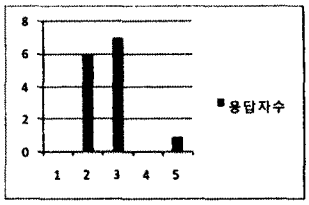
[설문-3] 토론을 통하여 개념이해에 도달하였는가?

[응답결과]

① 매우 그렇다 (%) ② 그렇다 (42.9%)

③ 보통이다 (50%) ④ 그렇지 않다 (%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (7.1%)



<그림 III-10>

[분석] 거의 절반의 학생이 토론을 통해 개념을 이해하게 된 것으로 나타났다.

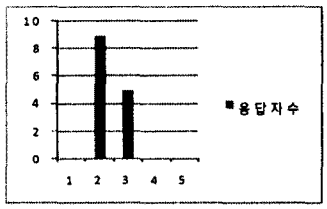
[설문-4] 토론에서 부족했거나 다루지 않은 내용에 대한 교수의 설명은 충분하였는가?

[응답결과]

① 매우 그렇다 (0%) ② 그렇다 (64.3%)

③ 보통이다 (35.7%) ④ 그렇지 않다 (0%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 III-11>

[분석] 토론에서 부족했거나 다루지 않은 내용에 대한 교수의 설명이 충분하지 않았다고 한 학생은 없었으나, 보통이라고 한 학생이 약 삼분의 일 가량 되었으며 이 학생들은 확실히 이해하지 못한 개념들이 있는 것으로 확인되었다. 이는 두 번의 중간시험 및 기말시험(총 3회의 시험) 결과에서 확인할 수 있었다.

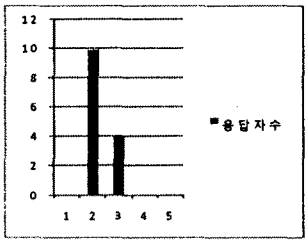
[설문-5] 예습을 위해 제시된 과제 내용은 적절하였나?

[응답결과]

① 매우 그렇다 (%) ② 그렇다 (71.4%)

③ 보통이다 (28.6%) ④ 그렇지 않다 (%)

⑤ 매우 그렇지 않다 (%)



<그림 III-12>

[분석] 71% 가량의 학생들이 예습을 위해 제시된 과제 내용은 적절하였다고 응답했다.

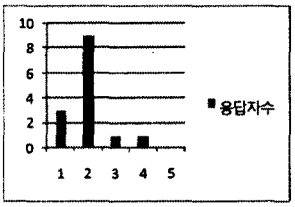
[설문-6] 예습은 주로 혼자 하였는가?

[응답결과]

① 매우 그렇다 (21.4%) ② 그렇다 (64.3%)

③ 보통이다 (7.1%) ④ 그렇지 않다 (7.1%)

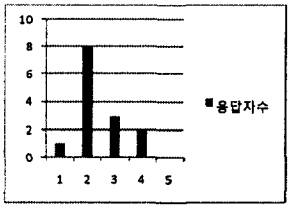
⑤ 매우 그렇지 않다 (0%)



<그림 III-13>

[분석] 86%가량의 학생들이 주로 혼자 예습을 한 것으로 나타났다.

[설문-7] 교재 및 수업자료에 대하여는 만족하는가?
[응답결과]
① 매우 그렇다 (7.1%) ② 그렇다 (57.1%)
③ 보통이다 (21.4%) ④ 그렇지 않다 (14.3%)
⑤ 매우 그렇지 않다 (%)



<그림 III-14>

[분석] 64%의 학생들은 교재 및 수업자료에 대해서 만족한 것으로 나타났다.

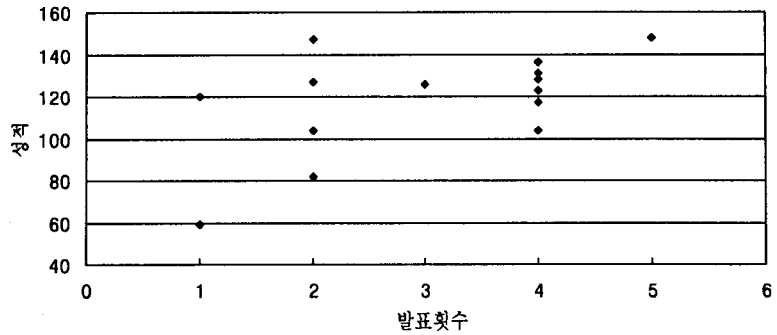
(3) 발표에 대한 설문조사 결과 및 분석

학생 1인의 발표 횟수는 다음과 같으며 자원하는 학생에게 먼저 발표 기회를 주었고 그 후 자원하지 않는 학생들에게도 권하였다. 모든 학생들은 3주 동안 적어도 한 번의 발표 기회를 가질 수 있었다.

<표 III-2> 발표 횟수

	응답자수	%
1회	2	14
2회	4	29
3회	1	7
4회	6	43
5회	1	7
계	14	100

"다른 수강생의 발표를 이해할 수 있었는가"에 대하여 100%의 학생들이 긍정하였으며, "발표를 통하여 자신이 이해하지 못한 부분을 파악할 수 있었는가"에 대하여 1명을 제외한 모든 학생들이 긍정으로 응답하였다. "이 수업을 통하여 토론 및 발표 능력이 향상되었는가"에 대하여는 100%의 학생들이 긍정하였다. 이 때, 긍정은 "매우 그렇다" 또는 "그렇다" 또는 "보통이다"에 응답한 경우를 말한다. 발표 횟수와 성적(중간고사 2회 및 기말고사 1회 각 50점 총 150점 만점)의 상관관계를 조사한 결과 다음 그림(<그림 III-15>)과 같은 분포를 얻었으며 상관계수는 0.53으로서 강한 상관관계는 없는 것으로 나타났다.



<그림 III-15> 발표 횟수와 성적 상관관계

설문조사 결과를 종합하여 보면, 전반적으로 학생들은 이 새로운 교수법과 그 효과에 대해 긍정적으로 답한 것을 볼 수 있다. 또한 주관식 설문에 대한 응답에서 50%의 학생이 이 수업으로 인해 수학에 흥미를 가지게 되었다고 하였다. 고등학교에서 미분적분학을 배웠으나, 대학에서 Calculus를 수강하지 않고 바로 이 과목을 수강한 두 명의 학생의 성적이 가장 하위를 차지하였다. 설문에 응한 학생들 중 50%가 이미 미분 방정식 과목을 이수한 학생들인데 비해, 성적이 뛰어난 3명의 학생 중 2명은 Calculus만 수강하고 바로 이 과목을 수강한 학생들이었다. 이들의 성적을 분석하여 이번 강의에 새로운 방법을 적용한 효과와 수학 과목을 한 과목 더 이수한 효과를 비교하는 것도 생각해 볼 수 있으나 이번에는 조사 대상이 적어 유의한 결과를 얻을 수가 없는 점이 아쉽다.

IV. 결론 및 제언

본 연구에서는 일종의 변형 무어교수법이라고 할 수 있는 교수방법을 3주 기간의 여름계절학기 강좌로 개설된 다변수미적분학 수업에 적용하여 학습효과를 관찰하였다. 본 강좌에 적용한 변형 무어교수법의 특징을 수업 전 학습(예습), 수업 중 학습, 수업 종료 시의 반성적 학습으로 나누어 살펴볼 수 있다. 먼저 수업 전 학습으로 학생들의 능동적 예습을 안내하기 위하여 주요 수학개념을 단계별로 구조화한 발문 형식의 예습 자료를 만들어 제시하였다. 수업 중에는 학생들을 네 명씩 네 개의 소그룹으로 나누어 예습해온 것을 바탕으로 협력학습(토론)한 후에 발표하게 하였다. 매 수업 종료 시에 각 학생은 학습한 내용과 자신의 사고활동에 대한 반성을 강의일지에 작성하게 하였다. 소그룹 협력학습 과정과 발표를 관찰하고, 강의일지 및 기말시험 직후에 실시한 설문조사와 3회의 시험성적을 분석하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

1) 본 연구에서 적용한 변형 무어교수법은 성적이 평균 이상인 학생의 경우에 효과가 있었다고 보며, 이하인 학생들에게는 오히려 개념 이해에 어려움을 일으킬 여지가 있다고 본다.

2) 첫 시간과 시험이 있는 날을 제외하고, 충분한 그룹별 토론과 발표 시간을 가졌음에도 불구하

고, 이 강좌에서 계획한 전체 내용(범위)을 마칠 수 있었다. 즉, 교수 설명식 수업에 비하여 더 많은 시간을 필요로 하지 않았다.

3) 학생들은 스스로 탐구하여 발견하는 학습을 통하여 주제 개념에 대하여 보다 깊이 이해할 수 있음을 인식하게 되었고, 동료와의 토론 및 상호 가르침을 통하여 주제에 대한 다양한 사고활동과 반성적 사고를 통한 학습을 경험할 수 있었다. 그리하여, 학생들은 수학하는 즐거움을 느끼며, 스스로 발견하는 힘을 기를 수 있었다. 이 교수법은 학습에 있어 학생들의 자율성을 기를 수 있었다고 본다. 연구자들은 이 계절학기 수업을 통하여 학습에 대한 학생들의 이러한 인식 변화를 실감할 수 있었다.

4) 이 변형 무어교수법을 적용한 수업을 통하여 학생들은 사고력과 발표력, 특별히 의사소통능력이 함양 되었다고 볼 수 있다. 첫 주에 비하여 두 번째 주에 토론과 발표가 더욱 활발해져, 세 번째 주에는 학생들이 토론과 발표를 수업의 주된 활동으로 인식하고 있음을 관찰할 수 있었다. 이러한 수업이 학생들의 잠재적인 사고 역량을 계발하는 좋은 기회가 되었다고 본다.

5) 이러한 학습자 중심 수업에 대하여 연구 참여 교수들의 인식에도 또한 변화를 가져왔다. 본 강좌를 수강한 학생들이 토론 수업에 익숙하지 않아, 짧은 기간 내에 활발한 토론이 가능할지에 대하여 연구자들은 우려하였으나, 학생들의 토론 학습에 대한 인식의 변화를 관찰할 수 있었다. 이러한 토론 수업이 학생들의 예습에 대한 동기를 부여하고 학습에 대한 태도를 반성적으로 변화시킬 수 있음을 확인할 수 있었다. 그리하여, 연구자들은 앞으로 또 다른 새로운 교수법으로 교실상황을 마련하는 일에 더욱 열린 마음을 가질 수 있었다.

6) 다변수미적분학의 대부분의 내용들이 일변수함수의 미적분학 내용을 일반화하여 얻을 수 있고, 학생들은 일변수함수의 미적분학을 선수학습 하였기에, 전통적 설명식 강의방법보다 학생 자율적인 학습을 유도하는 이 변형 무어교수법이 학생들의 개념이해와 전공에의 적용에 도전적이고 훨씬 효율적인 방법이라고 볼 수 있다. 본 연구자들은 다변수미적분학 과목의 이러한 특성을 이용하여 본 연구에서 학생들이 일차원의 개념들을 더 높은 차원에서 일반화하는 과정을 스스로 경험해볼 수 있는 기회를 제공하였다고 본다.

본 연구자들은 이 연구의 후속연구로, 계절학기가 아닌 정규학기 중에 다변수미적분학 두 강좌에서 전통적인 설명식 교수법과 적절한 변형무어 교수법을 각각 사용하여 두 그룹을 면밀히 관찰하고자 한다. 본 연구에서 얻은 결론이 정규학기에서도 성공적일지 검증하고, 전통적인 설명식 교수법과 비교하여 변형무어 교수법의 장점을 확인하고자 한다. 정규학기 중에 여러 강좌를 수강해야 하는 학생들의 심리적·시간적 부담을 줄이면서 효율적으로 변형무어 교수법을 적용하려면 본 연구에서 적용한 교수법을 적절히 조정할 필요가 있다고 본다. 가령 학생의 예습을 조금 줄이고 교수의 강의를 늘린 교수법을 설계하는 것이 보다 적절할 것으로 보인다.

대부분의 대학 미적분학 수업이 아직 교수 설명식 수업으로 진행되고 있는 현 상황에서 본 연구

자들이 사용한 변형 무어교수법을 적절히 수정하여 대학 1학년 미적분학 수업에 적용하는 것은 대학 1학년 학생들에게 절실히 필요한 일일 것이다. 우리나라 학교교육이 입시 위주의 학교 간 경쟁과 사교육 의존으로 사고하는 힘을 길러주는 데에는 여전히 크게 부족하다고 본다. 그리하여 대학 신입생부터 이런 변형 무어교수법으로 다양한 형태의 미적분학 수업을 시행하여 학생들의 자율적인 학습능력과 토론을 통한 사고력과 발표력을 함양시킬 수 있다면, 의사소통능력 신장이라는 수학교육의 목표에도 부합되는 보다 성공적인 대학 수준의 학문 탐구가 이루어질 것으로 본다.

우리나라의 교육환경에서 자란 학생들은 학습자 중심의 학습에 익숙하지 않은 편이며, 교사 또는 교수 자신도 그런 학습을 경험하지 않아, 학습자 중심의 학습에 대한 이해가 부족하다고 사료된다. 변형 무어교수법을 통한 수업에서 교수 스스로가 학습자의 학습과정과 지식 구성능력을 이해하게 되고, 학습자 중심 수업에 대한 이해와 경험, know-how가 쌓여져 갈 것으로 기대할 수 있다. 그리하여 대학수학교육에서 강좌의 성격과 수강생의 특성을 고려하여 적절한 무어방법을 적용해볼 것을 제언한다.

참 고 문 헌

김성옥 (2005). 공학전공자를 위한 대학수학교육과정과 교수. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **19(2)**, pp.409-416.

박경미 (2007). 수학수업을 바라보는 두 가지 시각: 교사의 관점과 학생의 관점, 대한수학교육학회지 <학교수학> **9(2)**, pp.259-276.

이상구 · 설한국 · 한신일 (2005). A Research on a Model of BL-PBL Self-Directed Linear Algebra Lecture at College, 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육논문집> **19(4)**, pp.769-785.

주미경 · 권오남 (2003). 학생들의 미분방정식 개념에 대한 수학적 은유의 분석: 개념적 모델의 이중성에 대한 사회문화적 관점, 대한수학교육학회지 <학교수학>, **5(1)**, pp.135-149.

차주연 (2005). 수학교육에서 살리는 '교육의 리듬'. 대한수학교육학회지 <학교수학>, **7(4)**, pp.375-389.

Chalice, D. R. (1995), How to teach a class by the Modified Moore Method, *The American Mathematical Monthly*, **102(4)**, pp.317-321.

Cohen, D. W. (1982), A Modified Moore Method for teaching undergraduate mathematics, *The American Mathematical Monthly*, **89(7)**, pp.473-490.

Cooper, J. A. (2001), *MATLAB Companion for Multivariable Calculus*. MA: Harcourt/Academic Press.

Freudenthal, H. (1991), *Revisiting mathematics education*, China lectures, Dordrecht, Kluwer Academic Publisher.

Jones, F. B. (1977). The Moore Method, *The American Mathematical Monthly*, **84(4)**, pp.273-278.

Kwon, O. (2007). Towards Inquiry-Oriented Mathematics Instruction in the University. *CBMS Issues in Mathematics Education*, **14**, pp.87-96

Murtha, J. A. (1977). The apprentice system for math method, *this Monthly*, **84**, pp.473-476.

Page, W. (1979). A small group strategy for enhanced learning, *this Monthly*, **86**, pp.856-858.

Strang, G. (1991). *Calculus. MA*: Wellesley-Cambridge Press.
(online: http://ocw.mit.edu)

Schey, H. M. (2005). *div grad curl and all that.* New York·London: W.W. Norton & Company.

Whitehead, A (1951). *The aims of education*, The MacMillian Company, New York. Company, New York.

A Change in the Students' Understanding of Learning in the Multivariable Calculus Course Implemented by a Modified Moore Method

Seong-A Kim

Department of Mathematics Education, Dongguk University, Gyeongju 780-714, Korea

E-mail : sakim@dongguk.ac.kr

Sung-Ock Kim

Global Leadership School, Handong University, Pohang 791-708, Korea

E-mail : sokim@handong.edu

In this paper, we introduce a modified Moore Method designed for the multivariable calculus course, and discuss about the effective teaching and learning method by observing the changes in the understanding of students' learning and the effects on students' learning in the class implemented by this modified Moore Method. This teaching experiment research was conducted with the 15 students who took the multivariable calculus course offered as a 3 week summer session in 2008 at H University. To guide the students' active preparation, stepwise course materials structured in the form of questions on the important mathematical notions were provided to the students in advance. We observed the process of the students' small-group collaborative learning activities and their presentations in the class, and analysed the students' class journals collected at the end of every lecture and the survey carried out at the end of the course. The analysis of these results show that the students have come to recognize that a deeper understanding of the subjects are possible through their active process of search and discovery, and the discussion among the peers and teaching each other allowed a variety of learning experiences and reflective thinking.

* ZDM Classification : C75

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C70, 97D40

* Key Words : Modified Moore Method, Multivariable Calculus, Teaching, Learning.