韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 24집 제 1호, 2010. 2. 49-65

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 24, No. 1, Feb. 2010. 49-65

일차함수의 개념형성을 위한 표상활동에서 정의역의 역할에 대한 고찰

김 진 환 (영남대학교)

본 연구는 함수의 개념정의와 개념이미지 형성을 위한 다양한 표상에서 정의역을 고려한 지도-학습을 권고하고자 함에 있다. 중학교 1학년 및 2학년의 수학 교과서에서 함수나 일차함수 개념을 도입하거나 이들 함수의 활용을 학습하는 데 탐구형 문제나 현실적 모델을 가져오고 이 모델로부터 표를 만들기도 하고 함수관계식을 찾게 한 다음 그래프를 그리게 하는 일련의 표상과 표상의 번역과정을 연습한다. 본 연구는 이러한 표상활동에서 일어나는 모델의 적절성과 표현의 적절성을 표상의 동치성과 정의역에 초점을 두어 논한다. 특히 일차함수의 활용에서 교과서에 제시된 휴대폰 요금문제나 저축문제 등에서 일차함수의 식과 그래프로 모델링하는 과정에 나타난 문제점을 비판적으로 검토하고 정의역의 중요성을 지적한다.

Ⅰ. 서 론

함수의 개념은 자연현상에서 변하는 두 양간에 관련한 양적 연구를 위한 필요도구로서 출현되었으며 수학 분야뿐만 아니라 자연과학에서 현상과 원리를 나타내고 설명하는 주요 개념으로 자리매김하여 왔다.

오늘날의 함수개념이 정착되기까지는 시대에 따라 여러 번 진화하여 왔다. 17세기에서 18세기의 대부분 수학자들은 함수를 양, 연산, 식 혹은 관계성으로 정의하고 있다. 따라서 함수를 종속적 성격의 개념으로 볼 수 있다. 한편 19세기에서 20세기 수학자들은 집합을 바탕으로 함수를 대응의 법칙으로 정의하고 있다. 그러므로 함수의 본질을 임의적이고 일의적 성격의 개념으로 볼 수 있다(박교식, 1992; Cha, 1999; Kelly, 1996). 함수의 개념이 학교수학에 도입된 것은 20세기 초 Klein이 수학교육의 개혁을 주창한 이후이며 현재 함수개념은 수학 전반에서 활용되는 주요 개념이 되었다. 학교수학에서 다루어지는 함수개념은 두 변수간의 관계의 일종으로 함수식에 바탕한 종속적 개념과 일가성과 임의성에 바탕한 대응적 개념이 모두 도입되어 있다. 함수의 개념을 종속적 성격과 대응적 성격 중 무엇을 먼저 도입하느냐의 문제는 교육과정에 따라 변화가 있을 수 있다. 현재 중학교 수학은

* 접수일(2010년 1월 12일), 심사(수정)일(2010년 1월 18일), 게재확정일자(2010년 2월 8일)
* ZDM 분류 : U23
* MSC2000 분류 : 97U20
* 주제어 : 함수, 일차함수, 정의역, 개념정의, 개념이미지, 표상.

종속관계에 비중을 두지만 대응의 관점도 다소 반영하도록 하고 있다(교육인적자원부, 2007). 전미교사협의회(NCTM, 1989, 2000)의 규준집이나 우리나라의 7차 교육과정이나 2009년부터 시행된 개정된 7차 교육과정을 보더라도 학교수학의 중추적이고 통합된 원리로서 함수의 개념이 강조되고 있다. 그러나 함수는 관련된 하위 개념이 많고 구조적으로 복잡하여 학생들이 학교수학의 내용 중 가장 어려워하고 숙달하기 힘들어 하는 개념이다.

함수의 개념형성을 도모하고 함수를 활용한 문제해결을 위하여 함수에 대한 조작과 구조 그리고 표상방법에 대한 많은 연구들이 이루어져 왔으며 대표적 연구로 Sfard(1987, 1991, 1992)와 Janvier(1987)를 들 수 있다. 함수에는 변수, 좌표, 그래프 등과 같은 다양한 용어들이 따르고 함수는 상황(언어적 표현), 표(수치-대응표), 그래프 그리고 공식(방정식)등의 여러 표상방법을 가지며 이들 사이에 표상활동이 수반된다.

함수에 대한 조작적이고 구조적인 면과 표상의 방법은 함수의 개념형성을 이해하는 데 도움이 되는 주요 양상이다(Santos, 2003). 수학적 개념을 습득하는 데는 개념 정의(concept definition)와 개념 이미지(concept image)가 작용한다(Vinner, 1991). 따라서 함수에 대한 다양한 표상은 함수의 개념 정의뿐만 아니라 개념이미지의 형성에 큰 영향을 줄 것이다. 함수 및 일차함수의 개념과 관련한 대표적 연구가로 개념정의와 개념이미지를 정의한 Vinner와 Dreyfus(1989)를 들 수 있다. 국내에서도 이러한 이론을 바탕으로 개념형성에 관계한 연구가 있었다(김춘희, 2007; 이경화, 신보미, 2005; 이남숙, 1997). 이종희 외(2004)는 일차함수 활용문제를 학습할 때 다양한 수학적 표현을 사용한 모델을 만들고 문제해결과정에 적용하도록 표현방법을 효과적으로 연결하는 학습지도 방법을 비교분석한바 있다. 개념에 관한 대다수의 연구는 교수-학습에 관한 것이고 교과서에서 수행되는 함수 개념에 관련한 표상간의 번역에 대한 비판적 분석은 없었다. 교과서에서 제시하는 수학개념의 도입 과정과 활용은 교사와 학생들이 그 개념을 이해하는 데 직접적인 영향을 미친다는 점을 고려할 때 교과서 분석은 중요한 시사가 될 수 있다.

이에 따라 본 연구는 학교수학에서 도입되는 함수 및 일차 함수의 개념은 어떻게 도입되는 기를 살펴보고 그 활용에서 다루어지는 실생활의 모델이나 탐구의 문제가 모델로써 적절성을 비판적으로 검토하고자 한다. 특히 함수의 개념과 개념이미지의 형성에서 가장 취약하게 나타날 수 있는 것이 정의역을 함수의 개념에 동반하지 않는 다는 것이다. 이로 인해 일어날 수 있는 문제점을 제시하고자 한다.

II. 이론적 배경

본 절에서는 함수와 관련한 학교수학의 교육과정의 내용체제를 7차 교육과정과 개정된 교육과정을 중심으로 간략히 살펴본다. 또한 함수의 개념의 두 형태인 개념정의와 개념 이미지에 대하여 알아보고 함수의 개념형성과 이해에 영향을 미치는 표상방법과 번역에 대해 살펴봄으로써 본 연구의

배경지식으로 삼는다.

1. 함수에 관련한 교육과정의 내용 개요

제 7차 수학과 교육과정에서 초등학교 1학년에서 고등학교 1학년에 이르는 국민공통 기본교육과정은 6개의 내용영역 수와 연산, 문자와 식, 규칙성과 함수, 확률과 통계, 도청, 측정으로 구성되었으나 개정된 제 7차 수학과 초·중등교육과정(교육인적자원부, 2007)에서 초등학교 수학과 교육 내용은 '수와 연산', '도형', '측정', '확률과 통계', '규칙성과 문제해결'의 5개 영역으로 구성되고 중학교와 고등학교 수학과 교육 내용은 '수와 연산', '문자와 식', '함수', '확률과 통계', '기하'의 5개 영역으로 구성된다. 규칙성과 함수영역은 중학교부터 함수를 하나의 영역으로 독립시켜 중요성을 나타내고 있다. 초등학교에서의 '규칙성과 문제해결'에서는 함수에 대하여 비형식적으로 다루어진다. '규칙성과 문제해결' 영역에서는 규칙 찾기, 비와 비례, 문자의 사용, 간단한 방정식, 정비례와 반비례, 여러 가지 문제해결 방법을 다룬다. 초등학교 4학년에서 규칙과 대응으로 두 양 사이의 대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾고, □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있도록 정하고 있다. 특히 초등학교 6학년에서 다루게 되는 정비례와 반비례는 중 1에서 다루던 수학 <7-가>에서 옮겨온 것이다. 여기서는 두 수 사이의 대응 관계를 x와 y를 사용하여 식으로 나타낼 수 있고, 정비례와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표나 식으로 나타낼 수 있으며 정비례와 반비례 관계를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있도록 강조하고 있다. 중등학교의 함수영역에서 내용체계는 <표 Ⅱ-1>처럼 주어진다.

<표 Ⅱ-1> 함수에 관련한 개정된 수학과 교육과정의 내용체제

학교급 / 학년 / 영역	중학교			고등학교
	1학년	2학년	3학년	1학년
함수	· 함수의 개념 · 순서쌍과 좌표 · 함수를 표, 식, 그래프로 나타내기 · 함수의 활용	· 일차함수의 뜻과 그래프 · 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계 · 일차함수의 활용	· 이차함수의 뜻 · 이차함수의 그래프의 성질	· 함수의 뜻과 그래프 · 역함수 · 이차함수의 활용 · 유리함수, 무리함수 · 일반각과 호도법 · 삼각함수 및 그래프의 성질 · 삼각방정식과 삼각부등식 · 사인법칙과 코사인법칙 · 삼각함수를 활용한 삼각형의 넓이

2. 함수 개념의 형성과정

개념은 개념정의(concept definition)와 개념이미지(concept image)로 나누어 정의된다 (Vinner, 1983; Vinner & Dreyfus, 1989). 개념정의는 언어적 정의로 일반적으로 개념을 기술하는 데 사용하는

단어들로 형성된다. 개념이미지는 비언어적인 것으로 어떤 개념정의에 결합된 모든 심상, 시각적 표상, 성질, 과정, 인상, 경험을 의미한다. 학생들의 개념이미지는 개념에 대한 예와 아닌 예를 가지고 형성된 개인적인 경험의 결과이기도 하다. 함수개념의 이해란 개념정의를 아는 것뿐만 아니라 함수에 대한 개념이미지를 가지는 것이다. 개념이미지는 언어적 설명, 그래프, 기호, 표를 통한 다양한 표상과 경험을 통해 형성될 수 있다.

Sfard(1987, 1991, 1992)는 함수를 과정으로서의 조작적인 면과 대상으로서 구조적인 면이 양립하는 추상적인 개념으로 묘사하고 있다. 함수의 조작적인 면은 어떤 계산 절차들을 포함한 과정과 연관하고 있으며, 주어진 관계를 설명하는 알고리즘과 규칙에 따른 하나의 양의 역동적 변환을 수반한다고 설명하고 있다. 반면 함수의 구조적 개념은 국소적이 아닌 대칭성, 주기, 가역성 등과 같은 대역적인 함수의 성질과 관계하는 것으로 기술하고 있다. Sfard는 수학적 개념의 구조적 개념은 정적(static)이라고 제안하고, 반면에 조작적 개념은 역동적(dynamic)이고 섬세(detailed)하다고 제안하고 있다.

함수를 구체화할 수 있는 학생은 함수를 대수적, 그래프적, 수치적 표상을 가질 수 있는 추상적 개념으로 인식한다. 이러한 여러 표상체계와 이들 사이의 연결에 대한 지식을 통하여 학생들은 함수들에 대한 풍부한 개념적 이해를 얻게 된다(Kaput, 1989).

지금까지 논한 함수의 조작과 구조 및 표상양식과 번역활동들은 서로 상호작용한다. Mayes(1995)는 학생들이 함수개념의 두 가지 양상인 조작적이고 구조적인 개념을 이해하도록 하기 위해서 학생들이 여러 가지의 표상과 번역을 접하도록 권장하고 있다. 학생들이 함수의 개념을 완전히 이해하기 위해서 함수를 다양한 수단(말, 수치, 그래프, 대수)으로 표현할 수 있어야 하고, 한 표상에서 다른 표상으로 번역할 수 있어야 한다(NCTM, 1989, 2000).

이러한 이론에 근거하여 함수개념을 이해 한다는 것은 함수의 조작적이고 구조적인 개념을 알고, 여러 가지 방법으로 함수를 표현하고, 여러 가지 표상을 서로 번역하고, 함수를 사용하여 실세계의 현상을 모델화하는 것이다. 모델링 양상은 함수를 사용하여 실세계의 현상을 풀 수 있는 능력과 관계된다.

<표 Ⅱ-2>에서 보는 바와 같이 함수의 표상 양식은 상황(그림이나 언어적 표현), 표, 그래프, 방정식으로 나누어 번역 기술의 다양성을 예시하는 번역표로 제시된다(Janvier, 1987). 표상양식이 첫 행과 첫 열에 나와 있고 내부의 각 셀은 특별한 번역을 지칭하고 있다. 상황을 표, 그래프, 방정식으로 모델링하는 과정과 표, 그래프, 방정식을 상황으로 해석하는 과정 및 표를 그래프나 방정식으로, 그래프를 표나 방정식으로, 방정식을 표나 그래프로 번역하는 과정에서의 그 행위를 설명하고 있다.

<표 II-2> 함수의 표상양식과 번역활동의 과정

<table>
<tr><th>From To</th><th colspan="2">상황(그림, 언어적 표현)</th><th>표</th><th>그래프</th><th>방정식(함수관계식)</th></tr>
<tr><td rowspan="2">상황(그림, 언어적 표현)</td><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="3">모델링 과정</td></tr>
<tr><td>측정하기 (measuring)</td><td>기술적 모델링과 그래프개형그리기(descriptive modeling or sketching)</td><td>해석적 모델링 (analytical modeling)</td></tr>
<tr><td>표</td><td rowspan="3">해석 과정</td><td>읽기 (reading)</td><td></td><td>점(좌표)찍기 (plotting)</td><td>관계식 찾기 (fitting)</td></tr>
<tr><td>그래프</td><td>해석 (interpretation)</td><td>측정하여 읽기(reading off)</td><td></td><td>적합한 곡선 찾기 (curve fitting)</td></tr>
<tr><td>방정식(함수관계식)</td><td>매개변수인식 (parameter recognition)</td><td>계산하기 (computing)</td><td>그래프개형그리기(sketching)</td><td></td></tr>
</table>

III. 학교수학에서 함수 및 일차함수의 도입 과정에 대한 분석

본 절에서는 함수가 처음으로 도입되는 중학교 1학년 교과서와 1차함수가 도입되는 중학교 2학년의 교과서와 지도서를 토대로 함수 개념의 정의를 도입하는 과정을 설명하고자 한다. 중 1학년의 경우 새로이 개정된 교육과정에 초점을 두어 살펴보며 중 2학년의 경우는 수학 <8-가>의 교과서를 중심으로 논한다. 중학교 1학년 수학의 비례 개념이 초등학교 6학년으로 옮겨지며 비례관계에서 함수의 도입방법을 비례관계에 의존하지 않고 함수의 도입하도록 하여 도입방법에서 변화가 있었지만, 개정된 교육과정의 중학교 2학년 수학은 수학 <8-가>의 도입과 활용에서 큰 변화가 없을 것으로 사료된다.

1. 중1 수학에서 함수 개념

함수의 개념은 중학교 1학년 수학에서 문자와 식에 이은 변수개념과 더불어 처음으로 도입된다. 제 6차 교육과정까지는 중학교 1학년에서 함수는 '두 집합 상의 대응관계'로 정의되었으나 제 7차 교육과정에서는 실생활의 상황에서 변화하는 두 양을 예시로 변수개념과 함께 정비례와 반비례의 개념을 먼저 도입하고 이를 이용하여 함수를 '변하는 두 변수 사이의 관계' 로 정의된다. 비례관계의 상황을 표로 나타내고 여러 가지 값을 취하는 문자를 변수로 하여 이 표를 변수 사이의 비례 관계에서 함수개념을 정의하고 있어 함수의 속성을 종속에서 파악한다고 볼 수 있다(박교식, 1999). 이어 함숫

값, 정의역, 공역, 치역을 함수 개념에 덧붙이고 있다. 수학 <8-가>에서 1차 함수를 도입할 때 수학 <7-가>에서 비례관계로 함수를 정의하게 되면서 함수정의에 대한 혼란과 오개념이 일어나게 되는 경우가 빈번이 발생하게 된다. 이러한 지적에 따라 개정된 7차 교육과정에서는 이를 보완하고자 비례개념은 제 6차 교육과정처럼 초등학교 6학년 교과로 옮겼으며 중학교 1학년에 도입되는 함수의 정의를 비례관계와 별개로 정의하고 주요 예로 비례관계를 나타내는 함수에 초점을 두고 있다.

현행 중학교 1학년 수학에서 다음의 <교수 · 학습 상의 유의점>을 기본 전제로 함수 개념을 도입하도록 권고하고 있다(교육인적자원부, 2007).

<교수 · 학습 상의 유의점>
① 함수 개념은 실생활에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응관계를 이용하여 도입한다.
② 함수 개념의 지도에서 대응의 의미는 직관적인 수준에서 다룬다.

이는 함수를 '변화하는 두 양(변수) 사이의 대응관계'로 정의하고 있어 종속관계를 바탕으로 하면서 대응의 의미도 넣어 대응관계에 의한 함수정의에 대비시키고 있다.

교수 · 학습 상의 유의점에 맞추어 개정된 교과서들은 다음의 과정을 따라 함수에 관련한 개념들이 도입되어 진다.

두 변수를 내포한 실생활문제(상황) 제시 ⇨ 표로 나타내기 ⇨ 변수용어도입 ⇨ 두 변수간의 특별한 관계[1]를 알아보기 ⇨ 함수개념의 도입 ⇨ 관계식 나타내기(함수로 표현)) ⇨ 정의역, 공역, 치역, 함숫값 용어도입 ⇨ 좌표, 좌표평면, 순서쌍의 도입 ⇨ 그래프 개념의 도입

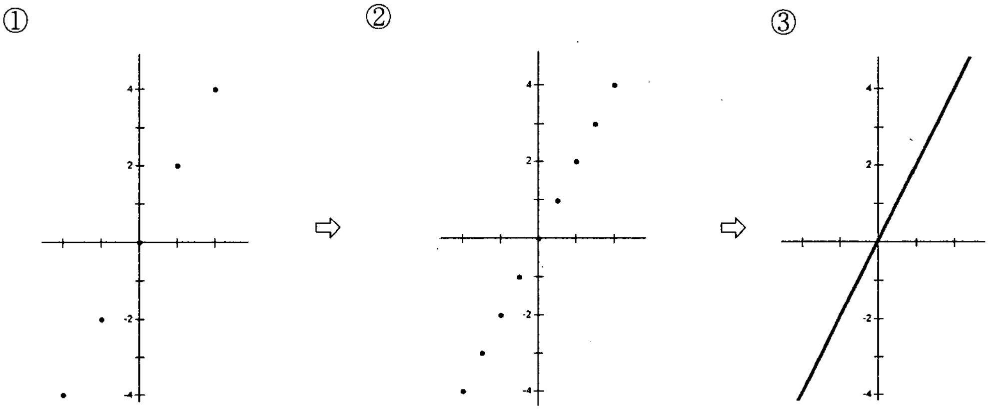
중학교 수학1에서는 함수 개념에 대한 정의의 도입에서 상황(언어적 표현), 표, 함수관계식, 그래프 등의 주요 번역활동을 순차적으로 행하며 함수 관련된 용어를 도입하고 있음을 볼 수 있다. 비록 정의역과 공역의 용어가 나중에 정의되지만 정의역과 공역은 함수의 개념에 본질적으로 동반되는 하위의 개념이다. 특히 공역은 수 전체의 집합으로 해도 무난하나 정의역은 신중히 다루어야 할 부분이다.

함수를 정의한 후 예로 정비례와 반비례를 함의하는 함수식 $y=ax$, $y=\frac{a}{x}$ (a이 아님을 전제)을 가지는 함수를 집중적으로 다룬다. 정의역을 바꾸어가며 함수 $y=ax$, $y=\frac{a}{x}$의 치역 찾기와 그래프 그리기가 다루어진다. 공역의 경우 특별한 언급이 없다면 수 전체의 집합으로 보는 것을 전제하고 있다. 함수 $y=ax(a\neq 0)$의 정의역이 주어지지 않는 경우, 즉 특별한 언급이 없다면 수 전체의 집합을 정의역으로 보고 있다. 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$의 정의역이 주어지지 않는 경우에는 0을 제

1) 한 양이 변함에 따라 이에 종속하여 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양사이의 대응관계

외한 수 전체의 집합을 정의역으로 보고 있다.[2]

중학교 수학 1 교과서는 함수 $y=2x$의 그래프 모양(수 전체의 집합을 정의역으로 함)을 찾기 위해 정의역으로 $\{\cdots,-2,-1,0,1,2,3,\cdots\}$을 가지는 함수 $y=2x$의 그래프를 그리고, 다음에는 정의역이 $\{\cdots,-1.5,-1,0.5,0,0.5,1,1.5,\cdots\}$인 함수 $y=2x$의 그래프를 그려보게 함으로써 직관적으로 정의역이 수 전체의 집합[3]인 함수 $y=2x$의 그래프를 추측하게 하고 그 그래프가 원점이 지나는 직선임을 숙지하도록 하고 있다(<그림 Ⅲ-1>).



정의역{...,-4,-2,0,2,4,6,...}　　정의역 {...,-0.5,0,0.5,1,1.5,2,...}　　정의역 수 전체의 집합

<그림 Ⅲ-1> 정의역과 함수 $y=2x$의 그래프

여기서 염두에 두어야 할 것은 함수의 정의역은 함수정의에 동반되는 기본 개념이라는 사실이다. 비록 정의역에 대한 언급이 없더라도 함수에는 정의역이 동반되어 있음을 소홀이 해선 안 된다. 가령 위의 세 개의 그래프는 각각 함수를 나타내는 그래프이다.[4] 그러나 이 셋은 같은 함수 관계식 ($y=2x$)을 가지지만 그래프가 다르므로 함수로서도 다르다. 따라서 함수 관계식 $y=2x$만으로 이 세 함수를 나타낼 수 없다. 세 번째 그래프를 함수관계식으로 번역하면 $y=2x$이고 이를 다시 번역하면 세 번째의 그래프가 만들어지게 된다. 첫 번째 및 두 번째 그래프를 정의역을 무시한 관계식

---

2) 이것은 함수관계식 $y=f(x)$만으로 함수를 나타낼 때 통상적으로 이 함수의 공역은 수 전체의 집합으로 하고 정의역은 식 $f(x)$가 값을 가지는 모든 x들의 집합으로 한다는 사실과 상통한다. 가령 함수 $y=\sqrt{x-1}$에서 정의역의 언급이 없다면 정의역은 1이상의 수의 집합이다.

3) 수 전체의 집합이란 다소 애매함이 있다. 수직선이 도입되고 수직선위의 점에 대해 좌표(수)가 도입된다. 여기서 수는 본질적으로 실수를 의미하나, 중학교 2학년 과정까지 실수의 개념이 도입되지 않고 중 1에서 유리수 개념이 도입되고 중학교 3학년이 되어서야 무리수가 도입되어 실수의 개념이 도입된다. 중 1, 2학년의 관점에서 수를 유리수로 보아야 하나 이론적으로 실수를 통칭하고 있다.

4) 여기서 유용한 검정 방법이 '수직선검사(vertical line test)'이다. 이 수직선 검사는 평면에 주어진 도형의 함수의 그래프인가를 판단하는 준거로 함수에 대한 그래프의 개념과 이미지에 동반되어지길 바란다.

$y=2x$로 번역하고 다시 이를 그래프로 번역한다면 첫 번째 및 두 번째 그래프가 아닌 세 번째의 그래프가 만들어지게 된다. 이에 따르면 위의 세 그래프는 다른 표상이며 이에 대응하는 함수 관계식도 다른 표상이다. 그러므로 정의역이 제한되어 있다면 그 정의역을 구체적으로 언급해 주는 것이 함수 관계식의 바른 표현이라 볼 수 있다. 이 사실은 두 함수의 상등에 대한 정의가 중학교 수학에서는 언급되지 않지만 상등개념에는 정의역이 일치해야 함을 전제로 하는 것에 의해 뒷받침된다. $y=2x$의 정의역이 자연수의 집합이라면 '$y=2x$(x는 자연수)'와 같이 정의역을 명시하여 '함수 $y=2x$'와 구별함이 적절하다. 즉 $y=2x$(x는 자연수)의 그래프는 $y=2x$의 그래프를 알기 위한 인지과정의 수단으로 활용될 수 있지만 함수 '$y=2x$(x는 자연수)'는 함수 '$y=2x$'와는 다른 하나의 대상(object)으로 보아야 한다. 이러한 것들을 종합하면 정의역은 함수의 중요한 하위개념으로서 함수에 동반되어 있어야 한다.

본고에서는 $y=2x$와 같이 정의역에 대한 언급이 없이 관계식만으로 나타내는 함수를 '보편적' 함수라 하고, $y=2x$(x는 자연수)나 $y=2x$(x는 음이 아닌 수)처럼 수 전체의 집합이 아닌 제한된 정의역을 가지고 있는 함수를 '제한정의역을 가진' 함수라 한다.

중학교 수학1 교과서에 주어진 문장제의 문장은 함수로 번역할 때 제한정의역을 가진 함수이다. 그러나 교과서에선 정의역을 함수관계식에 넣지 않고 있다. 이는 함수의 개념형성에 정의역을 격리시키고 함수의 두 관점인 종속관계와 대응관계의 연결을 어렵게 만든다.

실생활문제(상황)

↙ **(모델링)** ↘

함수관계식 찾기 ⇄ 그래프그리기

↘ **(해석)** ↙

문제 상황에 적용

<그림 Ⅲ-2> 함수를 활용한 모델링과 해석

중학교 수학1의 함수의 활용에서는 함수를 활용한 실생활 문제의 해결을 도모하고자 관계식의 구하기와 그래프 그리기 등의 모델링 과정을 행하고 미흡하나마 해석의 표상활동이 가미된다(<그림 Ⅲ-2>).

함수의 활용단원에서는 문장제 문제(상황)를 주고 이로부터 함수 관계식을 구한 후 함숫값을 사용하여 그 답을 찾고 있다. 여기서도 단순한 관계식 $y=ax$, $y=\frac{a}{x}$만으로 함수를 나타내는 것에 치중하는 편이다. 일부 교과서는 상황에 맞게 정의역을 표시하지만 많은 교과서에서는 정의역을 나타내지 않는 경우가 허다하다(<그림 Ⅲ-3>).

예제 360 L 들이 욕조에 물을 받고 있다. 다음 표는 x초 동안 받은 물의 양 y L를 조사한 것이다. 욕조에 물이 가득 차면 더 이상 물을 받지 않는다고 할 때, 물음에 답하여라.

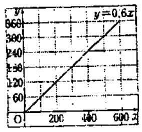
x(초)	10	20	30	40	50	60	…
y(L)	6	12	18	24	30	36	…

(1) 1초 동안 받은 물의 양을 구하여라.

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하고, 그래프를 그려라.

풀이 (1) 10초 동안 물 6 L를 받으므로 1초 동안 받은 물의 양은 0.6 L이다.

(2) 매초 0.6 L씩 물을 받고 있으므로 $y=0.6x$이다. 360 L 들이 욕조에 물이 가득 차는 데 걸리는 시간은 $y=360$을 대입하면 $360=0.6x$에서 $x=600$(초)이다. 따라서 $0 \le x \le 600$이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



답 (1) 0.6 L (2) $y=0.6x(0 \le x \le 600)$, 풀이 참조

(성지출판, 중학교수학1, 162쪽)

어떤 회사의 상품을 500 개 팔면 4000만 원의 이익이 생긴다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) x 개의 상품을 팔아서 생기는 이익을 y 원이라고 할 때, y를 x의 함수로 나타내어라.

(2) 상품을 600 개 팔았을 때의 이익은 얼마인지 구하여라.

(답) (1) $y=80000x$ (2) 4800만원

(더텍스트, 중학교수학1, 145쪽)

<그림 Ⅲ-3> 함수 관계식의 정의역 포함여부

2. 수학 <8-가>에서 일차함수의 개념

일차함수의 개념은 중학교 1학년에서 배운 함수의 개념을 바탕으로 한다. 그 도입방법은 하나의 사례를 바탕으로 예시적 방법에 의해 정의가 도입된다. 그 예시를 유도하기 위하여 탐구활동이나 실생활의 상황(두 변수간에 선형관계가 있는 문제)을 사용한다. 이러한 방법은 수학 <8-가> 교과서들에서 공통된 도입방식이다. 실상황에서 두 개의 변화하는 양을 두 변수로 하고 이들을 선형관계로 나타내는 관계식 $y=ax+b$ $(a \neq 0)$에 초점을 두고 있다. 여기서 주어진 사례의 변수의 값의 범위를 고려하여 일차함수를 정의하는 방식과 그 사례에선 변수의 값의 범위를 고려하나 일차함수의 정의에서는 선형관계식 $y=ax+b$의 형태에만 의존하여 정의하거나 사례에서 변수 값의 범위가 제한적이지만 이를 무시하고 선형관계의 형태에만 의존하여 정의하는 세 가지 형으로 구분된다(<그림 Ⅲ-4>).

상황(사례) ➡ 두 변수간의 **관계식** $y=ax+b(a \neq 0)$

↗ 정의역과 공역 언급 ➡ 정의역 및 공역과 함께 관계식 $y=ax+b$으로

↘ 정의역과 공역 언급없음 ➡ 관계식 $y=ax+b$만으로

➘ **일차함수 개념**이 도입

<그림 Ⅲ-4> 일차함수 정의의 도입 계통도

모든 수학 <8-가> 교과서는 주어지는 상황에서 두 변수간의 선형관계를 나타내는 관계식 $y=ax+b$를 유도하고 이 관계식의 형태가 일차함수 정의의 초석으로 한다. 일차함수를 정의하기 위한 예시로 제시한 상황에서 주어지는 관계식은 $y=ax+b$의 형태를 가지지만 변수 x의 범위는 수 전체의 집합이 아니다. 다수의 수학 <8-가> 교과서는 함수의 관계식 $y=ax+b$의 형태만으로

일차함수라 규정하고 있다. 관계식만 보고 일차함수를 구별할 수 있도록 지도한다.

다수의 교과서에서는 특별한 언급이 없다면 수 전체의 집합을 정의역으로 보지만, 주어진 상황의 표상의 관점에서 보면 일차함수의 정의역은 일부의 수의 집합도 정의역으로 허용한다. 이런 일부 수의 집합을 정의역으로 가진 일차함수는 하나의 대상으로 보아야 하고, 같은 일차식에 주어지는 수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수와는 구별되는 함수로 보는 게 통례일 것이다.

수학 <8-가> 교과서의 일차함수의 활용에서도 <그림 Ⅲ-2>와 같은 과정의 표상활동이 행해지고 있다. 문제해결에서 주어진 상황을 일차함수의 관계식으로 나타내고 이에 맞추어 그래프를 그리는 활동을 하고 이로 부터 답을 구한다. 일부 문제에서는 제한된 정의역에서 성립되는 상황임에도 불구하고 정의역에 고려하지 않고 관계식에만 치중하여 상황과 함수 및 그래프가 일치하지 않는 경향이 있다. 이것에 대한 구체적 논의는 단원 Ⅵ에서 한다.

앞 절에서 언급한 것처럼 일차함수도 수 전체 집합을 정의역으로 하는 보편적 일차함수와 제한된 정의역을 가지는 일차함수로 구분해 볼 수 있다. 보편적 일차함수인 경우에 대해 항상 두 절편이 존재하고 그 그래프가 직선이라 할 수 있다. 제한된 정의역을 가진 일차함수는 그 정의역이 무엇인가에 따라 두 개의 절편을 갖지 않을 수도 있고 그 그래프를 완전한 직선이 아닐 수도 있음에 유의해야 한다.

엄밀하게 함수개념에는 3대 요소인 “정의역, 공역, 법칙(함수 rule)”이 포함되어 있다. 정의역과 공역에 대한 특별한 언급이 없는 관계식 $y=ax+b$는 정의역과 공역을 수 전체의 집합으로 보도록 하였고, x의 값이 정해지면 y의 값이 하나 정해진다는 함수 법칙을 내포하고 있는 일차함수이다. 그러나 정의역이 수 전체 집합이 아니라면 관계식 $y=ax+b$만으로는 함수를 완전하게 할 수 없다. 공역을 수 전체의 집합으로 하는 함수의 법칙은 관계식 $y=ax+b$가 내포하고 있지만 정의역이 문제이다. 따라서 제한된 정의역을 가진 함수를 나타내는 경우 함수관계식에 변수 x의 범위를 명시하는 것이 바람직하다. 1절의 후반부에서 다룬 바와 같이 정의역을 명시하지 않을 경우에는 주어진 상황에서 얻은 함수의 관계식을 다시 상황으로 재해석하거나 그래프로 번역함에 있어 오류가 일어날 수 있고 일차함수의 개념정의에 동 떨어진 그릇된 개념이미지를 형성시킬 수 있다.

Ⅳ. 교과서에 제시된 실상황과 연계한 함수 표상에 대한 비판적 검토

본 장에서는 중학교 수학1 교과서의 함수의 활용 영역과 중학교 2학년의 수학 <8-가> 교과서나 교사용 지도서의 일차함수의 활용에서 주어지는 실생활의 문제에 대한 모델링 과정의 표상으로 제시하는 일차함수의 관계식과 그 그래프가 적절한가를 논한다. 이러한 논의의 중심에는 정의역이 있을 수 있다. 이러한 논의의 대상이 될 수 있는 문제들이 <8-가>의 여러 수학교과서에 산재해 있다. 여기서 대표적인 몇 가지의 함수활용 문제를 살펴보고 상황, 표, 함수관계식, 그래프 등의 표상들 간의 번역활동에 내포된 모델링과정이나 해석과정의 관점에서 논한다.

1. 휴대폰 요금에 관한 문제

함수(특히 일차함수)관계를 익히게 하기 위한 매우 적절한 문제로 보고 여러 교과서에서는 일차함수의 활용부분에 휴대폰의 요금 문제를 도입하고 있다. 여기에서는 두 개의 사례를 들어본다(<그림 Ⅳ-1>).

<그림 Ⅳ-1>의 두 상황은 일차함수 관계를 익히기 좋은 단순한 문제로 보이지만 숙고해야 할 문제이다. 현재 대다수 학생들이 휴대폰을 소유하고 있어 요금체제에 관심을 가진다.

상황 [1]은 휴대폰 요금은 10초 단위로 요금이 결정되고 기본요금이 없음을 암시한다. 휴대폰 요금은 몇 통화를 하였는가에 따라 요금이 결정된다. 이러한 점을 감안한다면 위에서 제시된 관계식은 요금 상황을 바르게 번역하고 있다고 볼 수 없다. 이에 대하여 $y=2.1x$ 와 더불어 정의역으로 $\{0, 10, 20, 30, 40, \cdots\}$을 명시하면 특별한 사용시간에 대한 요금을 잘 나타내고 있다고 볼 수 있으나, 35초사용이나 58초사용에 대한 요금을 정확하게 산출해내지 못한다. 이 상황을 함수로 모델링하는 적절한 함수는 $y=21\lceil \frac{x}{10} \rceil$ (x는 음이 아닌 수)이며 일차함수가 아니다. 여기서 $\lceil a \rceil$는 a보다 작지 않는 최소의 정수를 나타낸다.

[1] 휴대폰의 사용 시간에 따른 요금: 한 통화당 요금이 10초에 21원인 휴대 전화를 x초 동안 사용할 때의 사용요금이 y원이면 이 상황의 함수 관계식은 $y=2.1x$이다 (웅진씽크빅 중학교수학1, 160쪽).

[2]

일차함수를 활용하여 실생활의 문제를 해결하여 보자.

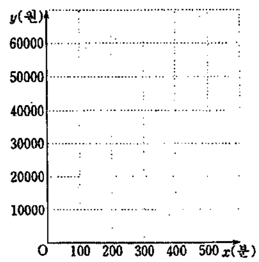
일차함수를 이용하면 실생활과 관련된 문제를 해결할 수 있다.

다음 표는 어느 통신 회사가 제시하는 휴대폰 요금 제도의 일부분이다. 표를 보고 물음에 답하여라. (단, 평상시 통화료를 기준으로 한다.)

요금제	기본료 (원/월)	평상 (원/분)	할인 (원/분)	심야 (원/분)	비 고
A	16000	120	78	72	평상 월~토 08:00~21:00
B	22000	78	66	54	할인 월~토 21:00~24:00, 06:00~08:00
C	12900	210	156	108	공휴일 06:00~24:00
D	45000 (300분 무료)	120	84	60	심야 24:00~06:00

(1) 휴대폰을 한 달 동안 x분 사용한 사용료를 y원이라고 할 때, 각각의 요금 제도 A, B, C, D에 대하여 x, y 사이의 관계를 일차함수의 식으로 나타내어라.

(2) 위에서 구한 각각의 일차함수를 오른쪽 좌표평면 위에 그래프로 그려라.



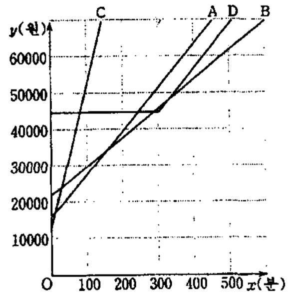
(두레교육, 수학 <8-가>, 131쪽)

<그림 Ⅳ-1> 휴대폰 요금에 대한 문제

심화과정의 문제로 제시한 상황 [2]에 대해 교사용 지도서에서는 (1)과 (2)의 답으로 <그림 Ⅳ-2>와 같이 주고 있다. 각 상황에 대한 함수관계식을 찾고 그 정의역을 지적하고 있지만 이 관계식에 대한 정의역으로는 적절치 못하다. 각 경우에 주어진 정의역 조건에 x가 정수라는 사실을 첨가하여 정의역을 제한한다면 분단위의 요금이 산출되며 이에 대한 그래프는 완전한 직선이 아니라 이산

적으로 나타날 것이다. 여기서도 상황 [1]에서처럼 일차함수의 표현과 일차함수의 그래프는 실제의 휴대폰 요금 체제를 반영하고 있지 않고 있어 일차함수로의 모델링하는 것은 적절하지 못하다. 정의역을 수 전체의 집합이나 구간으로 하면 상황 [1]과 같이 계단형의 함수(step function)로 모델링하는 것이 적절할 것이다.

답 A : $y=120x+16000$ (단, $x \geq 0$)
B : $y=78x+22000$ (단, $x \geq 0$)
C : $y=210x+12900$ (단, $x \geq 0$)
D : $y=45000$ (단, $0 \leq x \leq 300$)
$y=120x+9000$ (단, $300 < x$)



<그림 IV-2> 교사용지도서에 제시된 상황 [2]에 대한 답

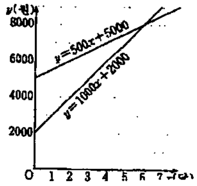
2. 저축에 관한 문제

<그림 IV-3>에 제시한 바와 같이 저축에 대한 문제는 휴대폰의 요금문제와 유사한 문제점을 가지고 있다. 일차함수식으로 표현하고자 한다면 정의역을 음인 아닌 정수로 명시하여야 하며 그 그래프는 이산적인 점들로 구성된다. 만약 이들 좌표를 일차함수로 그래프로 회귀한다면 직선위에 모두 놓이게 된다. 정의역을 음이 아닌 수를 한다면 일차함수의 관계식은 이 저축 상황에 적합하지 않고 그 그래프 또한 저축에 관한 상황문제를 바르게 표상한 그래프는 아니다.

예제 2 현재 형과 동생의 저금통에는 각각 2000원, 5000원이 들어 있다. 이 달부터 형은 매달 1000원씩, 동생은 매달 500원씩 저축하기로 하였다. x달 후의 저금통에 있는 저금액을 y원이라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.
(1) 형과 동생의 저금액 y를 각각 x에 관한 식으로 나타내어라.
(2) (1)에서 각각 구한 관계식의 그래프를 같은 좌표평면 위에 그려라.

(한서출판사, 수학 <8-가>, 130쪽)

풀이
(1) 형은 매달 1000원씩 저금하므로 x달 동안 $1000x$원이 증가하고, 동생은 매달 500원씩 저금하므로 $500x$원이 증가한다. 또,
(x달 후의 저금액)
=(처음의 저금액)+(x달 동안 증가한 저금액)
이므로 형과 동생의 저금액 y는 각각
$y=2000+1000x$, $y=5000+500x$
이다.
(2) $y=2000+1000x$,
$y=5000+500x$
는 x의 값의 범위가 $x \geq 0$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



<그림 IV-3> 저축에 대한 문제

위의 문제뿐 아니라 보험료와 관련한 문제, 견인료문제 등에서도 관계식에만 치중하고 정의역을

고려하지 않음으로 표상간의 모델링과정의 번역들이 상호 맞지 않는 경우가 있었다. 이러한 문제들은 근본적으로 정의역이 이산적인 집합이거나 유한 집합으로 보면 일차함수가 분명하나 수 전체의 집합이나 하나의 구간을 정의역으로 볼 때 일차함수가 아닌 계단형의 함수가 됨에도 불구하고 정의역을 수 전체 집합 혹은 하나의 구간을 가지는 일차함수로 잘못된 번역이다. 정의역을 함수와 별개의 개념으로 다루고 있고 이들을 함수개념의 하위개념임에도 이를 소홀히 다루기 때문이다.

V. 결 론

본 연구에서는 개정된 7차 교육과정의 중학교 1학년 수학과 현행 수학 <8-가> 교과서나 교사용 지도서를 중심으로 함수와 일차함수 개념을 도입하는 과정과 이들의 활용에서 정의역의 역할에 대해 분석하였다.

NCTM(1989, 2000)은 학생들이 함수 개념을 이해하기 위해서는 수학적 상황과 구조를 대수 기호를 이용하여 표현하고 분석할 수 있어야 하고 수학적 모델을 활용하여 양사이의 관계를 표현하고 이해할 수 있어야 하며 또한 언어적 표현, 표, 방정식, 그래프 등 함수를 다양한 수단으로 표현할 수 있어야 하고 이러한 표상들 간에 번역할 수 있어야 함을 강조하고 있다. 7차 교육과정(교육부, 1998)과 개정된 7차 교육과정(교육인적자원부, 2007)에서도 함수영역에서 이 점을 반영시키고 있다.

함수 개념은 하위의 개념으로 "정의역, 공역, 법칙(함수 rule)"를 가진다. 함수 개념이 제대로 형성되기 위해선 이러한 세 개의 하위 개념이 함께 숙지되어질 때 가능할 것이다. 학생들이 함수를 어려워하는 이유를 여러 하위 개념을 함께 숙지 못하는 점에서 찾을 수도 있다. 그러나 함수의 개념에서 3가지 하위 개념 중 어느 것도 떼어 버릴 수 없는 개념이다.

학교수학에서는 함수를 관계식에 의한 종속관계와 집합에 기초한 일의성과 임의성에 의한 대응관계의 두 유형으로 도입되어 진다. 대체로 중등학교에서 다루어지는 함수는 종속관계에 대응관계를 다소 가미시키고 있으나 고등학교 수학에서는 종속관계뿐만 아니라 대응관계가 함수의 엄연한 정의로 자리잡는다. 대응관계에 의한 함수의 정의에서는 함수의 3대 구성요소인 "정의역, 공역, 법칙(함수 rule)"이 뚜렷하게 나타날 수 있으나 두 변수가 취하는 값이 수인 종속관계에서 뚜렷하지 않을 수도 있다. 맥락적으로 정의역을 알 수 있다면 정의역을 명시적으로 나타내지 않아도 좋으나 그렇지 않다면 함수개념적 관점에서 정의역을 명시적으로 나타내는 것이 바람직하다.

중학교 수학1 교과서와 수학 <8-가> 교과서의 함수의 활용과 일차함수의 활용에서는 순한 관계식 $y=ax$, $y=\frac{a}{x}$, $y=ax+b$ $(a \neq 0)$만으로 함수를 나타내며 정의역을 고려하지 않는 면이 있다. 이는 함수의 개념형성에 정의역을 격리시키고 함수의 두 관점인 종속관계와 대응관계의 연결을 어렵게 만든다. 나아가 함수의 수학 개념적 본질의 이해를 어렵게 하는 면이 있다.

본 연구에서는 정의역을 배제한 관계식의 표현을 비판적으로 검토하였고 이에 따른 문제점을 실

상황에 대한 함수표현과 그래프 그리기 등 함수에 대한 다양한 표상과 번역활동에서 찾았다. 다양한 표상과 번역활동은 함수의 개념과 개념이미지를 형성시키는 데 중요한 역할을 함을 함의한다. 번역에서 중요한 것은 다양한 표상들 사이에 동치성이 보장되어야 한다는 것이다.

수학 <8-가> 교과서에서 일차함수를 도입하는 과정에서 일차함수를 나타내는 관계식 $y = ax + b$에만 치중하고 정의역을 명시적으로 다루지 않은 교과서가 많았고, 일차함수의 활용에서 실생활의 문제를 함수식으로 모델링하고 그래프로 번역하는 과정에서 정의역을 소홀이 하고 있었다. 이로 인한 문제점을 많은 교과서에 일차함수로 모델링하고자 도입한 휴대폰의 요금문제나 저축에 대한 문제에서 대표적으로 볼 수 있었다. 교과서나 지도서에서 이 문제들의 답으로 제시한 일차함수의 관계식(정의역이 명시되지 않거나 정의역 명시가 잘못됨)과 그 관계식을 번역한 그래프(직선)는 이 문제 상황의 수학적 모델로 적절치 않았다. 이러한 것들은 정의역을 배제시키고는 근본적으로 일차함수의 관계식으로 모델링될 수 없는 문제들이다. 이와 같은 잘못된 표상번역의 발단에는 일차함수의 개념에서 배제해서는 안 되는 정의역을 일차함수 관계식에서 배제하거나 소홀이 다루는 것에 있다고 판단된다. 이산적인 정의역에서 성립되는 관계식(제한된 정의역을 가진 일차함수)을 어떤 근거나 검증도 없이 관계식만 고려하고 정의역을 임의로 확대시켜선 안 된다.

많은 교과서에서 사례로써 제시하는 문제들에 대해서 표상과 번역과정을 보다 엄격히 점검해 볼 필요가 있다고 본다. 일차함수의 개념에도 정의역을 일차함수 개념정의에 보다 명시적으로 넣도록 하고 관계식, 그래프 등의 다양한 표상에서도 잘 나타날 수 있도록 하는 것이 바람직하다. 이는 함수에 대한 개념정의와 개념이미지의 형성에도 영향을 미칠 것이다. 정의역을 배제하고 일차식에 치중하여 일차함수의 개념을 익힌 학생들은 일차함수의 그래프가 직선밖에 없다고 인지할 것이고 정의역을 변화시키면서 이에 따른 함수 표현을 숙지한 학생들은 일차함수에 대한 그래프 이미지를 달리할 것으로 생각한다. 교과서는 교사의 교수학적 지식에 가장 중요하게 영향을 줄 수 있을 뿐 아니라 학생들의 수학적 개념형성과 사고에도 중대한 영향을 주기 때문에 교과서에 사용되는 개념 및 기호표현, 실생활의 사례는 심도 있는 논의를 거친 다음 도입되어야 한다고 사료된다. 또한 인지적 측면이나 현장교육적인 관점에서의 후속연구가 따르기를 기대한다.

참 고 문 헌

교육부 (1998). 수학과 교육과정. 서울: 대한 교과서 주식회사.

교육인적자원부 (2007). 초·중등학교 교육과정. 교육인적자원부.

김춘희 (2007). 그래프를 활용한 함수지도와 함수개념형성에 관한 연구. 한국교원대학교 대학원 석사학위 논문.

김홍종외 3인 (2008). 중학교 수학 1. 성지출판.

박교식 (1992). 함수 개념 지도의 교수현상학적 접근. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

박교식 (1999). 우리나라 제 7차 수학과 교육과정의 7-가 단계 내용 중 함수부분에 관한 비판적 고찰. 학교수학, **1(2)**, pp.401-415. 서울: 대한수학교육학회.

박윤범외 3인 (2008). 중학교 수학 1. 웅진씽크빅.

윤성식외 5인 (2008). 중학교 수학 1. 더텍스트.

이경화 · 신보미 (2005). 상위집단 학생들의 함수의 연속 개념 이해. 수학교육학연구, **15(1)**, pp.39-56. 서울: 대한수학교육학회.

이남숙 (1997). 개념정의와 개념이미지간의 격차 발생원인에 관한 고찰. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.

이종희 · 김부미 · 김성준 (2004). 일차함수 활용문제 해결을 위한 강의식, 모델링, 과제 기반 표현변환 학습의 교수학적 효과 분석. 수학교육학연구, **14(1)**, pp.39-69. 서울: 대한수학교육학회.

황석근 · 이재돈 (2002). 수학 8-가. 한서출판사.

박재용외 7인 (2002). 수학 8-가. 두레교육.

Cha, I. (1999). *Prospective Secondary Mathematics Teachers' conceptions of Function: Mathematical and Pedagogical Understandings.* Unpublished doctoral dissertation, The University of Michigan.

Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol system of algebra. In C. Kieran & S. Wagner(eds.) *A research agenda for the teaching and learning of algebra.* NCTM, Reston, VA and Erlbaum, Hillsdale NJ.

Kelly, B. (1996). *Investigating advanced algebra with the TI-92.* Brendan Kelly Publishing Inc, Ontario.

Janvier, G. (1987). Translation processes in Mathematics Education. In C. Janvier(ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp.27-32). Hillsdale, NJ:Erlbaum.

Mayes (1995). The application of a computer algebra system as a tool in college algebra. *School science and mathematics,* **95(2)**, pp.61-68.

National Council of Teachers of Mathematics (1992). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향.(구광조 · 오병승 · 류희찬 역). 서울: 경문사. (영어원작은 1989년 출판).

National Council of Teachers of Mathematics (2007). 학교수학을 위한 원리와 규준. (류희찬 · 조완영 · 이경화 · 나귀수 · 김남균 · 방정숙 역). 서울: 경문사. (영어원작은 2000년 출판).

Santos, F. F. (2003). *Examining the effects of a writing to learn mathematics approach on students' understanding of the function concept.* Unpublished doctoral dissertation, Columbia University.

Sfard, A. (1987). Two conceptions of mathematical notions: Operational and structural, *Proceedings of the 11th internal conference for the psychology of mathematics education, Montreal,* Canada, **3**, pp.162-169.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics,* **22**, pp.1-36.

Sfard, A. (1992). Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification-the case of function. In E. Dubinsky & G. Harel (Eds). *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy.* Washington, DC: Mathematical Association of America.

Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education.* **20(4)**, pp.356-366.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *Int. J. Math Educ.Stud. Maths,* **14(3)**, pp.293-305.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning mathematics. In Tall, D. (Ed.), *Advanced mathematical thinking*(pp.65-81), Kluwer.

A Review of the Role of Domain in Representational Activities for Forming the Concept of Linear Functions

Kim, Jin-Hwan
Department of Mathematics Education, Yeungnam University, Gyungsan, Korea, 712-749
E-mail : kimjh@ynu.ac.kr

The purpose of this study is to encourage the role of domain to consider the teaching of the concept of functions in modeling real situations. To do this, it is analyzed that how to introduce the concept of functions and linear functions in textbooks treated in the 1st grade and the 2nd grade of middle school. This study also reviewed the role of domain in representational activities for modeling real situations using linear functions. In these reviews, it found that many textbooks do not consider the domain in the equations of functions and these graphs and several text books used linear functions for modeling real situations which are not represented by linear functions contextually. It is concluded that the domain of function is an important concept that will be considered any representational activities for functions.

* ZDM Classification : U23
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20
* Key Words : function, linear function, domain, concept definition, concept image, representation.