韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 24집 제 1호, 2010. 2. 29-48

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. E:
Communications of Mathematical Education
Vol. 24, No. 1, Feb. 2010. 29-48

학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용 연구

이 정 례 (대진대학교)

본 연구의 목적은 학교수학 교수·학습에서 성공적인 기술공학의 활용을 위하여 기술공학 활용의 현황을 분석하고 효과적인 활용 방안을 제시하는 것이다. 본 연구에서는 기술공학 활용의 필요성에 대한 이론적 배경과 활용 가능한 기술공학적 도구들을 소개하고, 고등학교 수학교과서를 중심으로 기술공학 활용의 현황과 문제점을 분석하여 그 해결 방안을 제시한다. 또한 학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용 방안을 수학의 영역별로 살펴보고, 기술공학을 활용한 모델들을 소개한다.

I. 서 론

정보화 시대를 맞이하여 국가경쟁력의 원천이 되는 것은 미래의 유망한 산업을 선도할 창의적 인재이다. 이를 인식한 세계 여러 나라에서는 창의적 인재 육성에 큰 관심을 보이고 있으며, 우리나라에서도 국가경쟁력 강화의 차원에서 논의 중인 8차 수학과 교육과정은 창의중심 미래형 교육과정을 추구한다. 수학 교수·학습에 대한 연구들 중에는 수학적 창의성에 대한 논의가 많으며, 대부분 수학적 창의성이 수학 문제해결 과정에서 나타난다는 점을 강조하고 있다. 즉, 창의적 과정이 문제해결 과정과 다르지 않으며, 문제해결 과정에 창의적 요소가 포함되고 창의적 과정에 문제해결의 요소가 포함된다고 하면서 창의적 요소와 문제해결의 요소 간의 관계를 구체화하였다(Yoshinhiko, 1997).

한편, 수학은 절대 불변의 진리로 인식되기보다는 인간의 창조적 활동으로 인식되어야 한다. 따라서 학교수학 교수·학습에서도 수학적 창의성을 신장시키기 위하여 능동적인 활동이 더욱 중시되어야 한다. 실제로 우리나라 수학과 교육과정도 학생들이 수학의 가치와 유용성을 이해하고 수학적으로 의사소통할 수 있으며 수학적으로 추론할 수 있도록 수학 교실은 능동적인 활동을 통한 적극적인 탐구와 협동의 장이 되어야 한다고 권고하고 있다. 하지만 많은 학생들에게 수학은 이해하기 어렵고 학습하기 힘든 학문으로 인식되고 있는 데, 그것은 수학교육이 추상적인 내용을 형식적으로 전개하면서 논리적으로 엄밀성을 강조하기 때문일 것이다. 또한 교육 현장에서는 교사 중심으로 문제 풀기 위주의 수업이 이루어지고 있는 것도 사실이다. 이제는 학생들이 흥미를 가지고 능동적으로 활동할 수 있는 다양한 교수·학습 방법이 필요하다고 본다.

* 접수일(2009년 12월 24일), 심사(수정)일(1차: 2010년 1월 21일, 2차: 1월 26일), 게재확정일자(2010년 2월 8일)
* ZDM분류 : U74
* MSC2000분류 : 97C80
* 주제어 : 수학 교수·학습, 기술공학의 활용, 수학적 창의성, 시각화

계산기와 컴퓨터는 학교수학 교수·학습 과정의 여러 어려움을 극복하기 위한 대안으로 생각되어 기술공학의 활용에 대한 연구가 진행되고 있다. 계산기와 컴퓨터의 여러 가지 기능은 추상적인 수학 내용을 시각화하여 지도할 수 있을 뿐 아니라, 그 시각화가 학생들의 직접적인 경험이나 통제를 통해 이루어질 수 있다는 점에서 학교수학 교수·학습에서의 어려움을 완화시켜 준다. 특히 형식적인 증명이나 개념 학습의 전 단계에서 직관적인 탐구활동은 수학의 역동적이고 발생적인 측면을 부각시킬 수 있다. 또 산술 교육을 종래의 계산 기능 위주에서 사고력 중심으로 옮겨갈 수 있게 되었으며, 학생들의 수학학습을 돕기 위한 많은 소프트웨어들이 개발되고 있다(Tall, 1991; 류희찬, 1997; 이종영, 1999).

본 연구는 학교수학 교수·학습에서 효과적인 기술공학의 활용을 위하여 현행 기술공학 활용의 현황을 조사한 후 그 문제점을 분석하고, 기술공학적 도구를 활용한 모델을 제시한다. 본 연구에서는 먼저 학교수학 교수·학습에서 기술공학 활용의 필요성에 대한 이론적 배경과 교육과정에 나타난 기술공학의 활용을 알아보고, 활용 가능한 기술공학적 도구들을 소개한다. 그리고 고등학교 수학교과서를 중심으로 기술공학 활용의 현황과 문제점을 분석하여 그 해결 방안을 제시한다. 또한 학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용을 수학의 영역별로 살펴보고 기술공학적 도구를 활용한 구체적인 모델들을 소개한다.

하지만 성공적인 기술공학의 활용을 위해서는 누구나 쉽게 기술공학적 도구를 사용할 수 있도록 인터넷 기반의 학습 환경 개선이 필요하고, 어떤 기술공학적 도구를 어느 영역에서 어떻게 활용할 것인가에 대하여 더 많은 연구가 필요하다. 학교수학 교수·학습에서 기술공학 활용의 효과에 대해서도 심층적인 논의가 있어야 하지만 다음 기회로 미루기로 하고, 본 연구는 학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용 방안을 중심으로 고찰하였다.

II. 학교수학 교수·학습에서 기술공학 활용의 필요성

1. 기술공학 활용의 이론적 배경

학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용은 그래픽(graphic), 시뮬레이션(simulation), 애니메이션(animation) 등 역동적인 동영상을 통하여 불변하는 수학적 성질들을 보여줄 수 있다는 점에서 학생들을 시각적으로 자극한다. 이러한 시각화의 중요성과 기술공학 활용의 효과에 대한 많은 연구 결과들이 있다. 수학에서의 시각화를 Zimmermann 등(1990)은 "손으로 그리든, 컴퓨터를 이용하든 관계없이 수학적 개념·원리·문제들을 기하학적으로 또는 그래프로 표현하거나 그렇게 표현된 것을 이용하는 것"이라고 정의하고 있다. Klein(1973)은 시각화의 중요성에 대해서 "논증과 관련된 그림을 계속적으로 참고하지 않고 기하학적 그림을 순전히 논리적으로 읽어가는 것은 나에게는 불가능하다"라고 하면서 수학 교수·학습은 직관적으로 전개되어야 한다고 주장한다. Bruner(1960)의 EIS 이론[1]에

서도 수학적 조작의 내면화 전략에서 시각적 자료가 매우 중요한 위치를 차지하고 있음을 말해 준다. 학교수학 교수·학습에서 시각화의 역할은 여러 가지 측면에서 살펴볼 수 있다.

첫째, 시각화는 학생들에게 학습 동기를 부여해 준다. 학습할 내용을 눈으로 직접 볼 수 있도록 시각적 자료로 제시하는 것은 학생들이 학습할 내용을 미리 경험하게 함으로써 학습에 대한 호기심과 학습의욕을 갖도록 해 준다.

둘째, 시각화는 수학적 사실을 직관적으로 이해하고 오래 기억할 수 있도록 해준다. 수학의 특성인 추상화, 형식화는 학생들이 수학을 쉽게 이해하지 못하고 오래 기억하기 어렵게 하는 요소들이다. 그러나 시각적 자료는 수학적 사실을 직관적으로 동시에 전달하므로, 추상적이고 형식적인 내용일지라도 그 사실을 직관적으로 쉽게 이해하게 된다. 또한, 그 사실에 대해 강한 믿음이 생기게 되며 오래 기억하게 된다.

셋째, 시각화는 증명할 때에도 도움이 된다. 수학적 증명은 주어진 명제들로부터 어떤 결론을 이끌어 내기 위한 논리적인 추론과정으로 인식되어 왔다. 하지만 수학자들이 정리를 만들 때에는 보통 수많은 직관에 의해 추측하고 여러 차례 수정되는 논리적 추론 과정을 거쳐서 증명을 완성한다. 그럼에도 불구하고 완성된 형태의 증명을 처음부터 형식적이고 논리적인 순서에 따라 지도하는 것은 바람직한 일이 아닐 것이다. 수학을 학습한다는 것은 수학적 지식을 습득하는 것이 아니라 수학적 사고를 경험하는 활동으로 생각한다면, 학생들의 수학적 사고가 발달될 수 있도록 증명을 지도할 때에도 시각적 자료를 먼저 제시하여 직관적으로 이해하도록 한 후 엄밀한 논리적 추론 과정을 거치는 것이 효과적이다. 나귀수(1998)는 "분석적인 방식을 과감하게 도입하여, 종합적인 방식만을 지도하는 현재의 상황에서 탈피하여 분석적 방식과 종합적인 방식이 통합된 역동적인 추론과정을 통해 증명을 지도하여야 한다"고 주장한다. 실제로 기술공학적 도구의 활용은 종합적인 방식보다는 분석적인 방식이 강하여 증명 지도의 새로운 방안이 될 수 있을 것이다.

마지막으로, 시각화는 창의적 문제해결력을 향상시킬 수 있다. 시각적 자료의 적절한 활용은 다양한 증명방법을 알게 하고, 시각화가 주는 상상력으로 인하여 수학 문제의 여러 가지 창의적 해결 방법을 생각할 수 있도록 해 준다.

2. 교육과정에 나타난 기술공학의 활용

우리나라의 수학과 교육과정은 1946년에 교수요목이 발표된 후부터 지금까지 여러 차례 변화를 겪어왔다. 기술공학의 활용은 6차 교육과정에서부터 권장되기 시작했으며, 7차 교육과정에서는 수학 교수·학습 전반에서 기술공학적 도구를 적절하게 활용하도록 하고 있다. 중·고등학교의 수학과 교육과정에서 기술공학의 활용이 강조됨에 따라, 기술공학적 도구의 활용은 우리나라 대부분 대학의

1) 인지 발달 순서에 따른 표현 양식(modes of representation)으로 활동적(Enactine) 표현, 영상적(Iconic) 표현, 상징적(Symbolic) 표현을 의미한다.

수학과에서 Maple, Mathematica, 전산수학 등의 교과목을 개설할 정도로 큰 영향을 주고 있다.

이제 각 수학과 교육과정에 나타난 기술공학 활용에 대하여 살펴보자. 1995년부터 실시된 6차 교육과정(교육부, 1992)에서는 모든 학년에 걸쳐 계산기나 컴퓨터의 이점을 최대한 활용해야 한다고 밝히고, 문제해결력을 기르는 데 역점을 두고 있다. 다시 말하자면 6차 교육과정에서는 수학의 실용성을 강조하면서 계산기와 컴퓨터 등 기술공학적 도구의 활용을 권장하고 있다.

1999년부터 실시된 7차 교육과정(교육부, 1997)에서는 "구체적인 조작활동과 사고과정을 중시하고 원리나 법칙을 학생 스스로 발견하고 해결할 수 있는 기회를 제공하여 학생으로 하여금 발견의 기쁨을 맛볼 수 있게 한다."고 밝히고 있으며, "도형에서는 직관에 의한 관찰이나 여러 가지 조작물 및 적절한 컴퓨터 프로그램을 활용하여 도형의 기초적인 성질을 알고 도형의 아름다움을 찾아볼 수 있도록 배려한다."고 제시되어 있다. 한편, 수학 교수·학습 전 과정을 통하여 적절하고 다양한 교육 기자재를 적극 활용하여 학습효과를 높이도록 권하고 '실용수학' 과목에서도 "전 영역에 걸쳐 복잡한 계산이나 문제해결을 위하여 계산기와 컴퓨터를 적극적으로 활용하며, 자료의 정리와 요약에서는 가급적 계산기나 컴퓨터 소프트웨어를 이용하도록 한다.'라고 제시되어 있다. 이와 같이 7차 교육과정에서는 교수·학습 과정에서 계산 능력 배양이 목표인 영역을 제외하고는, 복잡한 계산, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제해결력 향상 등을 위하여 가능하면 계산기나 컴퓨터를 적극 활용하도록 권하고 있다.

마지막으로 2009년부터 실시되고 있는 7차 개정 교육과정[2]은 활동을 중심으로 한 학습자 중심의 교육 환경을 요구하며, 학생의 학습능력과 창의력 신장을 위하여 교과서와 익힘책을 정보기술, 교육용 소프트웨어 등 다양한 교육매체 활용이 가능한 내용으로 구성하도록 하고 있다. 즉, 수학 교과서와 익힘책에서 "다양한 교구와 공학적 도구가 의미 있게 활용될 수 있는 학습 주제에 대해서는 그것들을 적절히 활용할 수 있도록 학습 내용을 구성한다."라고 제시되어 있다. 이에 따른 검정기준에서도 "수학과 교수·학습 과정과 활동을 창의적으로 제시하였는가?"와 "정보기술, 교육용 소프트웨어, 교구 등 각종 교육매체를 적절히 활용하였는가?"라는 항목을 찾아 볼 수 있다.

이제, 미국수학교사협회(National Council of Teachers Mathematics, NCTM)의 '학교 수학을 위한 원리와 규준(Standards)'에 나타난 기술공학의 활용에 대하여 알아보자. 교육환경변화에 따른 효과적인 수학교육을 위한 방법으로 NCTM은 'Standards, 1989'에서 "수학수업에서 계산기와 컴퓨터의 사용이 대폭 허용되어야 한다"고 강조하였고, 이러한 변화를 수학 교수·학습에 적극적으로 반영하였다. 구체적으로 말하자면 'Standards, 1989'에서 "계산기와 컴퓨터를 사용함으로써 학생들의 흥미를 유발할 수 있으며 학생들에게 의미 있는 공학적 도구를 통해 도전적으로 하게 할 수 있다"고 제시하고, "학생들은 컴퓨터 프로그램의 사용을 통해 기하학적 성질과 관계를 학습해야 한다."고 권고하고 있다. 또한 'Stands, 2000'에서는 구체적인 기술공학의 활용을 위하여 홈페이지에서 JAVA로 만들어진 자료(A collection of electronic examples)와 수학학습용 컴퓨터 언어인 LOGO를 누구나 무료로

2) 교육인적자원부 (2006). 수학과 교육과정 개정고시(제2006-75호)

활용할 수 있도록 하였다[3](류희찬 외, 2007).

3. 활용 가능한 기술공학적 도구

가. 계산기

계산기는 복잡한 계산을 쉽게 해주는 도구일 뿐 아니라, 계산기 없이는 불가능했던 실생활 또는 자연과 관련된 상황을 해결할 수 있도록 해 주고, 창의적 활동도 가능하게 하는 무한한 가능성을 지닌 수학 교수·학습 도구이다. 계산기 없이 지필 환경에서는 경험해 볼 수 없는 아름다운 수의 배열과 수의 나열에서 패턴에 대한 탐구 등 계산기를 활용하면 수 감각뿐 아니라 창의성을 향상시킬 수 있다. 한편, 계산기를 활용한 수업에서는 학생들이 적극적으로 수학적 활동에 참여하고 실제 생활과 관련된 문제를 해결하면서 수학의 가치와 유용성을 인식하게 된다.

현재 우리나라 수학교육 현장에 우선적으로 필요한 기술공학적 도구는 그래픽계산기라고 할 수 있는 데, 그래픽계산기는 대수적 활동뿐 아니라 함수와 관련된 시각화에 활용될 수 있으며 여러 가지 프로그램이 내장되어 있어서 수학의 거의 모든 분야에서 활용 가능하다. 이미 선진국에서는 그래픽계산기를 수학 교수·학습에 적극 이용하고 있다. 우리나라에서도 6차 교육과정에서부터 계산기의 활용을 권장해 왔으며, 수학교육 현장에서 계산기를 활용하는 것에 관심을 갖고 있다. 또한 수학 부진아 지도와 수학 영재아 지도 등 계산기의 활용은 그 범위를 점점 넓혀가고 있다.

나. 컴퓨터 수학 프로그램

수학교육학자 뿐 아니라 수학을 직접 가르치는 사람들은 오랫동안 "어떻게 하면 학생들이 수학에 대한 흥미를 가지고, 수학을 잘 이해하도록 할 수 있을 것인가?"에 대하여 고민해 왔는데, 다□ ?문에서와 마찬가지로 수학에서도 컴퓨터의 활용을 적극 권하고 있다. 수학 교수·학습을 위한 기술공학적 도구로 폭넓게 활용되는 컴퓨터 수학 프로그램은 다음과 같은 특징이 있다.

첫째, 직접적인 조작이 가능하게 하고, 조작을 통해 수학적 대상과의 관계를 강화시켜 준다.

둘째, 그래픽 기능, 시뮬레이션 기능, 애니메이션 기능 등은 추상적이고 형식적인 수학을 직관적이고 역동적인 수학으로 만들어 준다.

셋째, 연역적 추론 위주의 수업 방식을 귀납적 탐구 활동 중심으로 변화시켜 주고, 문제 풀이 위주의 학습을 창의적 문제 해결 중심으로 변화시켜 준다.

넷째, 컴퓨터 프로그래밍을 통해 문제의 이해, 계획, 실행, 반성 과정을 거침으로써 수학적 사고력을 향상시키고 적극적인 수학적 태도를 가지도록 해 준다.

그러므로 학생들은 컴퓨터 수학 프로그램을 활용하는 활동을 통하여 수학적인 언어, 기호, 표현들을 자연스럽게 받아들이고, 표를 만들거나 그래프를 그리고 자취를 확인하면서 시각적이고 직관적으

3) http://www.nctm.org, http://illuminations.nctm.org

로 수학적 개념을 확실히 이해하게 된다.

학교수학 교수·학습에서 활용 가능한 컴퓨터 수학 프로그램으로는 도형 학습을 위한 GSP와 Cabri, 함수 학습을 위한 GrafEq, Equation Grapher, Graphmatica, 그리고 그래프마법사, 통계 학습을 위한 Excel, 그리고 수학의 전 영역에 걸쳐 활용 가능한 Maple과 Mathematica 등이 있다. 한편, 함수, 도형, 통계 관련 프로그램인 Winplot, Wingeom, Winstat 등의 Winseries도 학교수학 교수·학습에서 활용 가능한 컴퓨터 수학 프로그램들이다.

다. 인터넷

우리나라는 인터넷 국민 PC의 보급이 대규모로 이루어진 결과, 가정, 사무실, 학교 등 어느 곳에서나 고속 인터넷의 사용이 가능하게 되어 선진국들보다 좋은 정보화 여건이 되었다. 인터넷은 전 세계의 엄청난 정보를 접하게 해주는 환경을 제공할 수 있으며, 교수·학습에 있어서도 각 개인의 능력에 따른 학습뿐 아니라 쌍방향(Interactive) 교육도 가능하게 해준다.

인터넷에 적합한 쌍방향 프로그램인 JAVA는 WBI(Web Based Instruction)의 효과를 극대화했고, 최근에는 JAVA를 이용한 여러 가지 학습 자료가 개발되고 있다. 또한 컴퓨터 수학 프로그램을 사용하여 만든 동적인 다양한 교수·학습 자료들을 인터넷 웹사이트[4]에서 활용할 수 있다. 인터넷에서 활용할 수 있는 수학 교수·학습의 예로는 거북이를 통한 수학 학습용 컴퓨터 언어인 LOGO와 프로그래밍 언어인 자바수학 마이크로월드(MicroWorld)가 있다. 자바수학은 수학 학습에 적합한 로고언어를 우리나라 교육용 언어인 베이직의 문법으로 작동시키는 것과 씨언어의 명령어가 인터넷에서도 작동하도록 만들어진 것이 있으며, 실제로 인터넷 사이트에서 무료로 사용이 가능하다(조한혁, 2001).

한편, 그래픽계산기는 대수적 계산과 그래프를 그리는 기능 외에도 기하학적 기능, 통계 기능, 프로그래밍 기능 등이 첨가되어 수학 교수·학습에서 효과적으로 활용 가능하지만, 자주 바뀌는 모델과 비싼 가격뿐 아니라 매번 새로운 사용법을 익혀야 하는 문제점을 가지고 있다. 이러한 문제점을 보완한 인터넷 자바 그래픽 계산기[5]가 연구 개발되었다(이상구 외, 2001).

III. 학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용 현황

1. 기술공학의 활용 현황 분석

우리나라의 중·고등학교 수학교육은 교육과정에 따라 집필된 수학교과서를 중심으로 이루어지고

4) http://javamath.snu.ac.kr - 자바로 만든 움직이는 기하 교수·학습 자료 제시
http://www.ies.co.jp - IES(International Education Software)의 applet(작은 컴퓨터 프로그램)을 이용한 다양한 동적 기하 교수·학습 자료 제시

5) 인터넷 자바 그래픽 계산기는 http://matrix.skku.ac.kr 에서 사용할 수 있다.

있다. 따라서 학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용 현황을 알아보기 위해서는 수학교과서에 나타난 기술공학의 활용 현황을 조사해 볼 필요가 있다. 우리나라에서는 6차 교육과정부터 계산기와 컴퓨터를 활용한 수학교육이 강조되었고, 7차 교육과정과 7차 개정 교육과정에서 계산능력 배양이 목표인 영역을 제외하고는 복잡한 계산, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제해결력 향상 등을 위하여 가능하면 계산기나 컴퓨터를 적극 활용하도록 하고 있다. 이와 같이 교육과정에서 제시된 기술공학의 활용은 학생들로 하여금 흥미를 갖고 스스로 활동하면서 체험할 수 있도록 수학교과서에 적절히 반영되어야 한다.

여기서는 7차 수학과 교육과정에 의하여 집필된 고등학교 수학교과서를 중심으로 기술공학의 활용 현황을 알아보기 위하여 기술공학의 활용 현황을 과목별(수학 10-가, 수학 10-나, 수학 I, 수학 II, 미분과 적분), 단원별, 그리고 기술공학적 도구별로 조사하였다.

수학 10-가와 수학 10-나의 교과서 중에서 교육 현장에서 많이 사용되는 다음 12종에 대하여 계산기 사용을 권장하는 계산기 아이콘이 나타난 횟수와 단원별로 기술공학적 도구의 활용이 나타난 현황을 조사하였다.

A(김수환 외, 지학사), B(박윤범 외, 대한교과서), C(신현성 외, 천재교육),
D(우정호 외, 대한교과서), E(임재훈 외, 두산), F(최상기 외, 고려출판),
G(최봉대 외, 중앙교육진흥연구소), H(박규홍 외, 교학사), I(박두일 외, 교학사),
J(양승갑 외, 금성출판). K(이방수 외, 천재교육), L(이강섭 외, 지학사)

먼저, 수학 10-가와 수학 10-나에서 계산기의 사용을 권장하는 계산기 아이콘이 나타난 횟수를 조사한 것은 <표 1>과 같다.

<표 1> 수학 10-가, 수학 10-나에서 계산기 아이콘이 나타난 횟수

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
수학 10-가 수학 10-나	17	7	17	35	17	17	9	8	2	16	3	8

<표 2>는 기술공학적 도구의 활용 횟수가 작은 5종을 제외한 7종에서 단원별로 나타난 기술공학적 도구의 활용 현황이다. 표에서 컴퓨터(X)는 컴퓨터 프로그램을 사용했으나 프로그램이 무엇인지를 알 수 없도록 프로그램 이름이 지워진 것을 나타내며, 계산기는 계산기의 활용을 나타낸다.

<표 2> 수학 10-가, 수학 10-나에 나타난 기술공학의 활용 현황

단 원	A	B	C	D	E	F	G
1. 집합							
2. 명제							
3. 실수							
4. 복소수				Visual Basic			
5. 다항식				컴퓨터(X)	컴퓨터(X)		
6. 유리식과 무리식							
7. 방정식			컴퓨터(X) 계산기			계산기	
8. 이차부등식과 절대부등식	계산기						
9 통계	Excel 계산기	컴퓨터(X)	컴퓨터(X)	GSP, Cabri	계산기	Excel	컴퓨터(X)
10. 평면좌표							
11. 직선의 방정식							
12. 원의 방정식	Graphmatica				컴퓨터(X)	그래프마법사	컴퓨터(X)
13. 도형의 이동		컴퓨터(X)	컴퓨터(X)				
14. 부등식의 영역						그래프마법사	
15. 함수	계산기	컴퓨터(X)				그래프마법사	계산기
16. 이차함수의 활용	컴퓨터(X)				Excel		컴퓨터(X)
17. 유리함수와 무리함수						계산기	
18. 삼각함수	GSP 계산기	컴퓨터(X)		계산기	계산기	그래프마법사	
19. 삼각형에의 응용			컴퓨터(X)		컴퓨터(X)		컴퓨터(X)
20. 순열과 조합							

수학 I , 수학II, 미분과 적분의 교과서에서는 다음 5종에 대하여 계산기 아이콘이 나타나는 횟수와 단원별로 기술공학적 도구의 활용이 나타난 현황을 조사하였다.

A(임재훈 외, 두산), B(박두일 외, 교학사), C(최용준 외, 천재교육),
D(박규홍 외, 교학사), E(이강섭 외, 지학사)

<표 3>은 수학 I, 수학 II, 미분과 적분에서 계산기 아이콘이 나타난 횟수를 조사한 것이다.

<표 3> 수학 I, 수학II, 미분과 적분에서 계산기 아이콘이 나타난 횟수

	A	B	C	D	E
수학 I	12	1	19	1	12
수학 II	1	2	2	0	2
미분과 적분	3	2	2	2	11

<표 4>, <표 5>, <표 6>은 차례로 수학 I, 수학 II, 미분과 적분에서 단원별로 기술공학적 도구의 활용 현황이다.

<표 4> 수학 I 에 나타난 기술공학의 활용 현황

단 원	A	B	C	D	E
1. 지수와 로그	컴퓨터(X)				컴퓨터(X)
2. 행렬	계산기	계산기			계산기
3. 수열	컴퓨터(X)	Maple Visual Basic	컴퓨터(X)		
4. 수열의 극한	컴퓨터(X)				
5. 지수함수와 로그함수	컴퓨터(X) 컴퓨터(X)	Equation Grapher GrafEq 그래프마법사	GrafEq		컴퓨터(X)
6. 순열과 조합		Visual Basic			
7. 확률	컴퓨터(X)				
8. 통계	Excel	컴퓨터(X) Visual Basic	Excel	Excel	Excel

<표 5> 수학 II에 나타난 기술공학의 활용 현황

단 원	A	B	C	D	E
1. 방정식과 부등식			계산기		계산기활용 GrafEq
2. 함수의 극한과 연속성	컴퓨터(X)	컴(VBA)			
3. 다항함수의 미분법	컴퓨터(X)	컴퓨터(X) Visual Basic	Visual Basic		Mathemetica Equation Grapher 계산기
4. 다항함수의 적분법	컴퓨터(X)	Maple	Maple		Equation Grapher
5. 이차곡선		GrafEq		GSP	Graphmatica
6. 공간도형과 공간좌표	컴퓨터(X)	Maple	컴퓨터(X)		
7. 벡터		Maple			

<표 6> 미분과 적분에 나타난 기술공학의 활용 현황

단 원	A	B	C	D	E
1. 삼각함수		컴퓨터(X)	Maple, Equation Grapher		
2. 함수의 극한	컴퓨터(X)	컴퓨터(X)	Maple, GrafEq		
3. 미분법	컴퓨터(X)	GrafEq	Maple, Equation Grapher	GrafEq	Mathematica Equation Grapher
4. 적분법	컴퓨터(X)	컴퓨터(X)	Maple, Excel 계산기	Equaton Grapher	Mathematica

지금까지의 조사를 토대로 현행 수학교과서에서 나타난 기술공학의 활용 현황과 문제점을 제시하면 다음과 같다.

첫째, 탐구활동, 수행과제, 문제해결, 모자이크 등에서 실생활과 관련된 문제 상황을 다루었다. 기술공학적 도구의 활용은 복잡한 계산뿐 아니라 지필 환경에서는 불가능한 그림이나 그래프를 그려주고 모의실험을 가능하게 해준다 따라서 교과서에서도 학생들이 직접 활동할 수 있도록 다양한 소재를 다루었고, 그 결과 수학의 유용성을 인식할 수 있도록 했다. 실제로 <표 1>과 <표 3>에서 알 수 있듯이 교과서에 따라 다소 차이가 있기는 하지만 계산기의 사용을 권장하는 아이콘이 자주 나타나고 있다.

둘째, 기술공학의 활용은 수학 교육 내용에 변화를 가져왔다. 복잡한 계산은 기술공학적 도구를 사용할 수 있으므로 지나치게 복잡한 계산만을 강조하는 내용은 그 비중이 줄었다. 또한 상용로그 계산이나 삼각함수의 계산에서도 계산기를 사용하여 쉽게 그 값을 구할 수 있는 내용은 약화되었다.

셋째, 기술공학적 도구의 활용은 그 횟수가 작고, 소극적 활동 중심이다. 교육과정에서는 기술공학의 활용을 권장하고 있지만, 실제로 수학교과서에서 기술공항의 활용은 매우 적을 뿐 아니라 활용 방법도 형식적이고 설명이 빈약하여 직접 실험하기에는 불편한 경우가 많다.

넷째, 사용된 기술공학적 도구가 제한적이다. 활용 가능한 기술공학적 도구가 매우 다양함에도 불구하고, 교과서에 나타난 도구는 계산기의 활용과 누구나 무료로 사용할 수 있는 몇 개의 수학 프로그램이 대부분이다. 또한 교과서 검정 기준이 엄격하여 교과서에서는 프로그램 이름이 삭제되어 있기 때문에 직접 실험하는 것이 불가능한 경우가 많다. 실제로 그래프 마법사와 Graphmatica는 프로그램 이름이 나타나 있으나, Excel, Visual Basic, GSP, Cabri 등은 프로그램 이름이 나타나 있는 경우와 지워진 상태인 경우가 모두 있었으며, 다른 프로그램들은 프로그램 이름이 전혀 나타나지 않았다. 하지만 실제로는 교과서를 편찬하는 대부분의 출판사에서 교과서에 사용된 프로그램은 자유롭게 사용할 수 있도록 배포하거나 공유할 수 있는 사이트를 개설하고 있다.

2. 기술공학 활용의 문제점 분석

현대는 정보화 사회이므로 학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용이 권장되고 있으며, 네트워크와 인터넷의 발달로 인하여 다양한 기술공학적 도구의 활용이 수월해졌다. 기술공학의 활용은 학교의 정규수업뿐 아니라, 재량활동과 부진아 지도에 효과적이고 영재아를 위한 영재수업에서도 필수적임을 누구도 부인하지 않는다. 그러나 실제로 기술공학의 활용이 정착되기 위해서는 해결해야 하는 문제들이 많다. 수학 교과교실이 마련되지 못하여 실습이 불가능하고, 시간의 제약이나 경제적인 이유로 교사가 보여주는 것으로 만족하는 경우가 많으며, 심지어는 수업에서는 기술공학의 활용을 전혀 다루지 않는 경우도 있다. 또한 기술공학적 도구를 효율적으로 활용할 수 있는 교사가 많지 않아서 실제 교육현장에서는 활용되지 못하고 있는 것도 사실이다. 이러한 학교수학 교수·학습에서 나타난 기술공학 활용의 문제점을 해결하기 위하여 몇 가지 측면에서 그 해결 방안을 제시해 보자.

첫째, 교사의 역할이 중요하다. 수학 교수·학습을 위한 기술공학의 활용 과정에서 절차적 지식을 개념적 지식으로 만들지 못하거나, 조작적 개념을 구조적 개념으로 발전시키지 못한다면, 기술공학의 활용은 의미를 가지지 못할 것이다. 기술공학의 도움으로 직관적으로 알게 된 수학적 사실을 무조건 신뢰하게 된다면 학생들은 수학적으로 엄밀하게 증명할 필요성을 느끼지 못할 수도 있고, 수학적 사실을 시각적으로 확인하는 수준에서 기술공학을 활용한다면 기술공학적 활동이 형식적인 수학 학습을 하는 데 방해 요인이 될 수도 있다. 이러한 점에서 기술공학을 활용할 때에는 교사의 역할이 중요하다.

둘째, 기술공학적 도구의 활용을 위한 환경 개선이 필요하다. 교육현장에서 기술공학의 활용을 정착시키려면 정보화 교육 환경이 PC 개념에서 네트워크와 인터넷 개념으로 바뀌어야 한다. 즉, 학교와 가정이 인터넷으로 연결되어 시간과 장소를 초월해서 교수·학습이 이루어질 수 있는 환경이어야 한다. 이러한 환경에서는 각 학생들이 기술공학적 도구와 시각화 자료를 자유롭게 활용할 수 있고, 새로운 프로그램은 한 곳에서만 새로 설치하면 되므로 매우 편리하다.

셋째, 국가 차원의 적극적인 지원이 요구된다. 기술공학의 활용을 위한 기술공학적 도구를 모두가 무료로 사용할 수 있도록 국가 차원의 적극적인 지원이 있어야 한다. 특히 인터넷 사이트에서 컴퓨터 수학 프로그램을 자유롭게 사용하도록 하고, 시각화 자료의 개발을 지원하여 개발된 자료는 인터넷을 통하여 수업 시간뿐 아니라 집에서도 반복하여 활용할 수 있도록 해야 한다. 아울러 부진아 또는 영재아 지도를 위한 자료 개발도 적극 지원할 필요가 있다.

넷째, 폭넓은 심층 연구가 필요하다. 기술공학적 도구의 활용은 긍정적 측면이 많은 반면, 계산능력의 약화, 대수적 연산에 대한 가치 상실, 수학적 엄밀성의 경시 등 여러 가지 부정적인 측면도 발생할 수 있다. 기술공학의 활용에 대한 지금까지의 연구는 대부분 "어떤 기술공학적 도구로 어떻게 수학을 가르칠 것인가?"에 대한 것이었다. 그러나 수학 교수·학습에서 기술공학 활용이 성공하려면 기술공학 활용의 필요성과 효과에 대한 심층적인 연구가 폭넓게 이루어져야 할 것이다.

IV. 학교수학 교수 · 학습에서 기술공학의 활용 방안

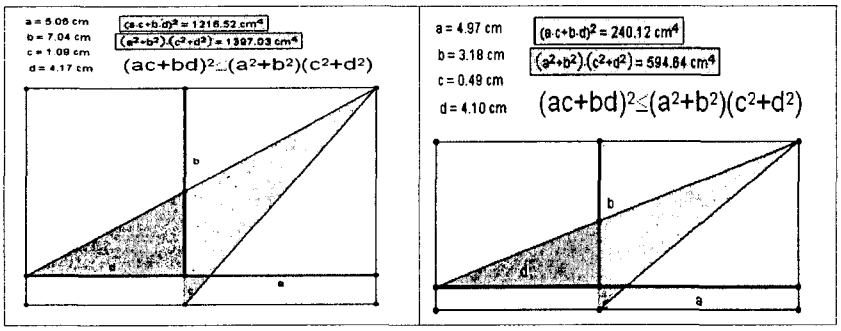
1. 영역별 기술공학의 활용 방안

이 절에서는 대수, 해석, 기하 영역에서 기술공학의 활용에 대하여 알아보고, 구체적인 활용 방안을 살펴보자.

가. 대수

대수는 대수 자체의 내용뿐 아니라, 수학의 여러 영역의 기초를 제공한다는 점에서 중요하며, 수학과 교육과정에서도 큰 비중을 차지하고 있다. 류희찬(2005)은 현재의 대수 교육이 대수식을 변환하고 조작하는 기능 중심을 강조하고 있기 때문에 여러 가지 문제점이 있으며, 이를 개선하기 위해서는 탐구형 소프트웨어를 이용한 탐구 활동을 강화해야 한다고 하였다. 예를 들면, 대수 교육에서 CAS(Computer Algebra System) 계산기의 활용에 대한 많은 연구가 있다(Pomerantz, 1997). 연구 결과에 의하면 CAS 계산기의 활용은 개념 이해를 돕고, 학습에 대한 태도를 향상시킬 수 있으며, 수학의 시각적 측면을 강화시키고, 학생들 스스로 수학적 법칙·원리를 발견하여 타당성을 확인하는 능동적 탐구학습을 강화할 수 있다고 한다. 비록 CAS 계산기의 활용이 학생들의 연산 능력을 다소 저하시킨다고 하더라도 수학적 잠재력을 이끌어낼 수 있으며, CAS 계산기의 SMG(Symbolic Math Guide) 기능은 방정식을 해결하는 절차를 제공함으로써 학생들의 문제해결 능력을 강화시키는 효과가 있다고 하였다. 한편, 대수가 수학의 기초임에도 불구하고 학교 현장에서는 방정식, 부등식 등의 대수적 개념을 잘 이해하지 못하거나 풀이 방법을 몰라서 학습 부진을 나타내는 학생들이 많다(김차숙, 2003). 학습 부진아에게 대수적 개념을 이해시키기 위해서는 새로운 교수·학습 방법의 도입이 필요한 데, 그 대안의 하나로 CAS 계산기가 활용되고 있다.

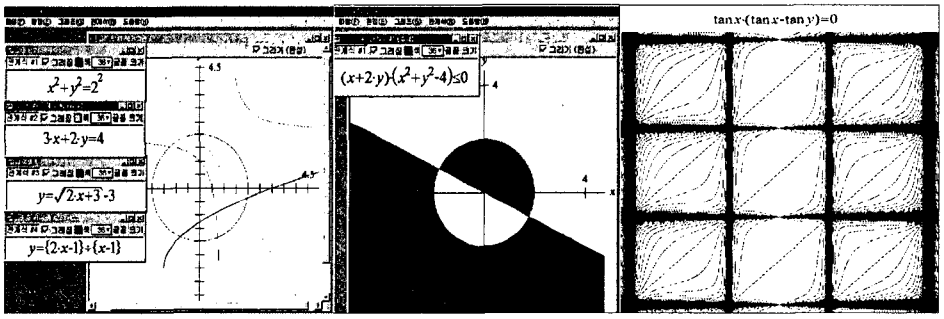
여기서는 대수 영역에서 코시-슈바르츠의 부등식을 생각해 보자. 다음은 GSP의 측정기능과 계산기능을 이용하여 네 양수 a, b, c, d에 대한 부등식 $(ac+bd)^2 \leq (a^2+b^2)(c^2+d^2)$이 성립함을 보여주는 그림이다.



나. 해석

중 · 고등학교에서 해석 영역은 규칙성 찾기, 수열, 수열의 극한, 그리고 여러 가지 함수이며, 심화 과정의 함수의 극한과 연속, 미분과 적분 등 매우 중요한 영역을 차지한다. 지필 환경에서는 불가능한 여러 가지 활동 즉, 표를 만들고, 반복 기능으로 규칙성을 찾고, 그래프를 그리고, 미분과 적분의 결과를 확인해 보는 등 기술공학의 활용은 다양하다. 실제로 대부분의 고등학교 수학교과서에서 수열, 수열의 극한, 함수와 그래프, 함수의 극한, 미분과 적분 등에서 기술공학의 활용을 다루고 있는데, 주로 Equation Grapher, Graphmatica, GrafEq, Mathematica, Maple, GSP 등 다양한 프로그램을 사용하였다.

양함수, 음함수, 매개변수함수, 극좌표 형태의 함수 등 여러 가지 함수를 학습하는 데 있어서 어떤 함수든지 식만 입력하면 그래프를 그려 주고 부등식의 영역도 나타내어 주는 프로그램인 GrafEq를 사용하면 편리하다. 다음은 GrafEq로 여러 가지 함수의 그래프를 동시에 그려서 비교해 보고 부등식의 영역을 나타냈으며 삼각방정식으로 아름다운 무늬를 만든 것이다.



이와 같이 함수학습에서 기술공학을 활용하면 시각화가 가능하므로 학생들은 흥미를 가지고 적극적으로 학습활동을 할 수 있게 된다.

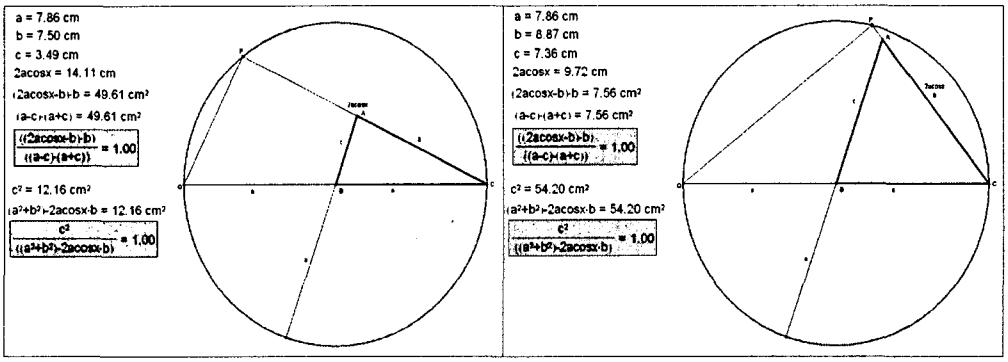
다. 기하

기하 교육의 목적 중의 하나는 기하학적 직관능력과 그것을 바탕으로 한 논리적인 추론능력을 향상시키는 것이다. 직관과 관련된 시각적 요소는 기하의 교수 · 학습에서 중요한 역할을 한다. 직관은 핵심적인 연결 관계를 즉각적으로 파악하는 거의 무의식적인 매우 신속한 인지 과정이며 특히 시각적인 요소와 밀접하게 관련지어 나타나는 경우가 많다(우정호, 1998). 학생들은 시각적인 요소 때문에 기하를 학습하면서 어려움을 겪는데, 중 · 고등학교 기하는 대부분 도형을 그림으로 나타내어 설명하므로 시각화가 가장 많이 이용되는 영역이다. 근래에는 Cabri, GSP, LOGO 등 도형 학습을 위한 여러 가지 컴퓨터 소프트웨어가 개발 · 보급되어 있으며, 현장에서도 이를 이용한 교육이 시도되고 있다.

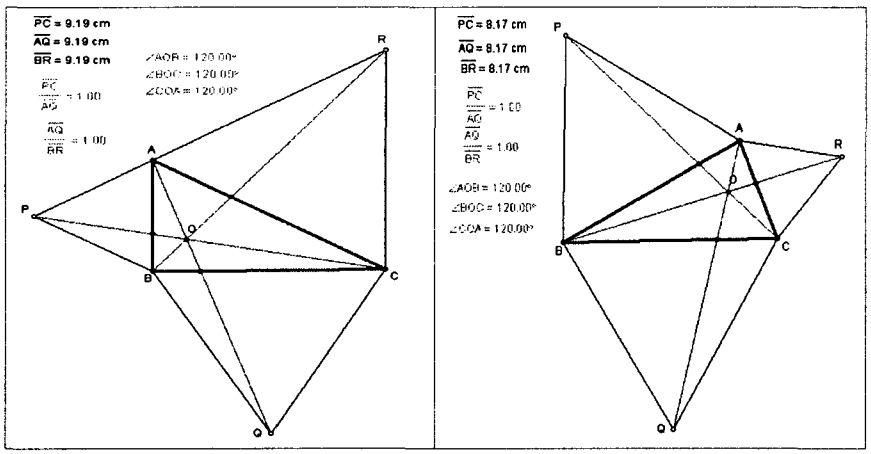
도형학습 프로그램으로 도형을 그리는 과정에서는 도형이 나타내려는 관계를 인식하여야 한다. 즉,

그림을 그리기 위해서는 도형의 정의를 명확하게 알아야 하고, 도형의 요소들 사이의 관계에 대한 이해도 필요하다. 또한 컴퓨터 프로그램을 사용하면 도형의 가변적인 요소를 바꾸어 가면서 원하는 성질은 보존할 수 있으므로 도형의 성질을 직접 확인할 수 있다. 이러한 과정을 통해 학생들은 도형에 나타난 관계를 의식하고 여러 가지 성질을 이해할 수 있게 되므로 기술공학적 도구의 활용은 효율적인 학습 환경을 제공해 준다고 할 수 있다.

이제 기하 교수·학습에서 활용할 수 있는 예를 알아보자. 도형의 성질의 이해 또는 도형에 관한 정리의 시각적 증명을 위해서는 인터넷에서 동영상으로 제공되는 역동적인 자료들을 관찰하거나, 직접 만들어 볼 수도 있다. 다음은 GSP의 측정기능과 계산기능을 이용하여 코사인 제2법칙을 탐구할 수 있는 그림으로, 삼각형의 모양을 마음대로 바꾸어도 성립함을 확인할 수 있다.



다음 그림은 임의로 주어진 삼각형 ABC에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 세 개의 정삼각형 PBA, QCB, RAC를 그리면, $\overline{PC}$, $\overline{QA}$, $\overline{RB}$는 한 점 O에서 만나고, 이때 세 개의 각 ∠AOB, ∠BOC, ∠COA는 모두 120°임을 확인할 수 있는 것이다.

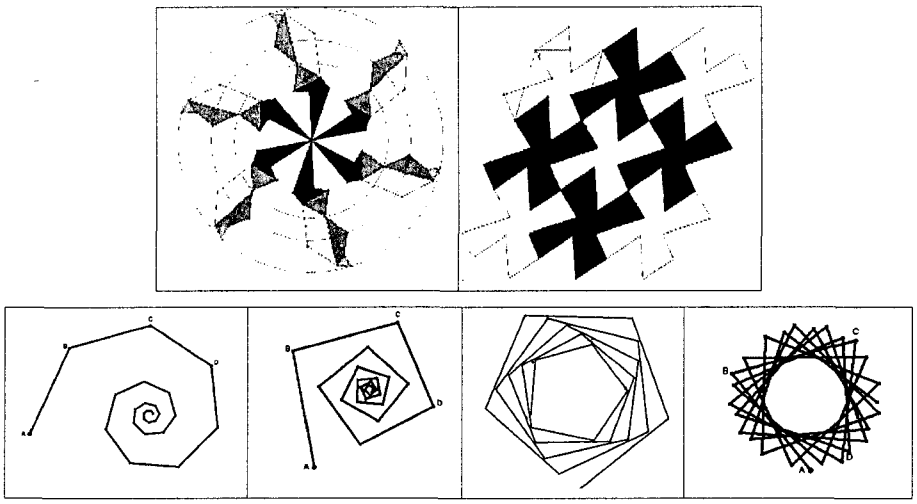


2. 기술공학을 활용한 모델

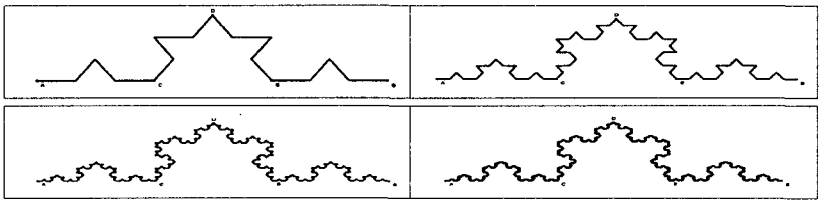
학교수학 교수·학습에 있어서 기술공학적 도구를 정규수업뿐 아니라, 수학 특별반 수업이나 수학 영재수업에서도 활용하면 학생들이 능동적이고 창의적으로 학습할 수 있다. 여기서는 컴퓨터 수학 프로그램인 GSP, Maple, GrafEq를 활용할 수 있는 수학 교수·학습 모델을 소개한다(이정례 외, 2006; 이정례 외, 2007).

가. GSP의 활용

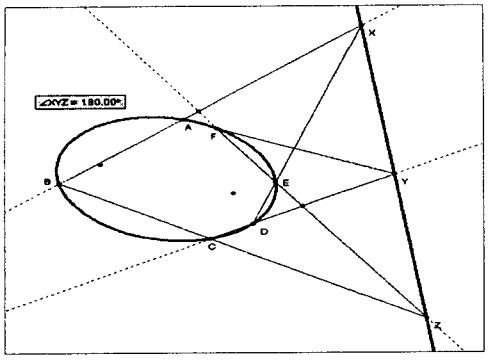
GSP의 다양한 기능들을 반복적으로 이용하면 다음과 같이 만화경이나 테셀레이션 등 학생들이 흥미로워 하는 여러 가지 신기한 도형들을 만들 수 있다.



다음은 매력적인 프랙탈 도형 중 눈송이 곡선인데, GSP의 반복 기능을 이용하여 만들 수 있으며, Shift 키와 + 키, - 키를 사용하여 개체의 수를 변화시킬 수 있다.



다음은 이차곡선의 성질 중 "육각형이 타원에 내접할 때, 세 쌍의 대변의 교점들은 한 직선 위에 있다"는 파스칼의 신비한 육각형 정리를 확인해 볼 수 있는 그림이다.

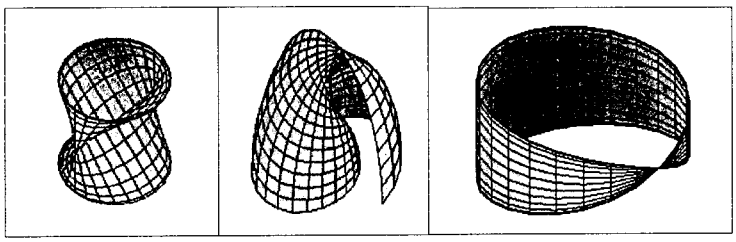


나. Maple의 활용

수학이라면 무엇이든지 해결할 수 있도록 만들어진 컴퓨터 수학 프로그램인 Maple은 대부분의 수학 교수·학습에 활용가능하다. 다음은 Maple의 그래픽 기능을 써서 삼각함수만으로 구현할 수 있는 다양한 입체도형들이다.

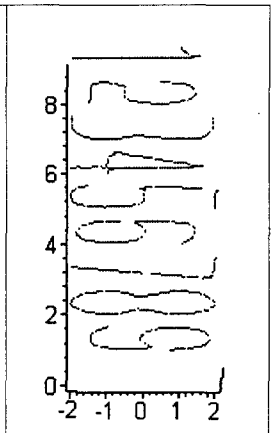
```
> plot3d([sin(s),cos(s)*sin(t),sin(t)], s=-Pi..Pi, t=-Pi..Pi);
> plot3d([s*sin(s)*cos(t), s*cos(s)*cos(t),s*sin(t)],s=0..2*Pi, t=0..Pi);
```

```
> f:=plot3d([sin(t),cos(t),(2^(-abs(t))-1)*abs(t)/(-t)*sin(s)],t=-Pi..Pi,s=-Pi..Pi):
> display(f):
```



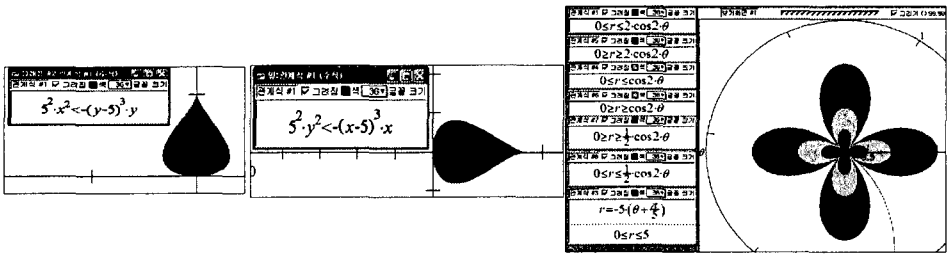
다음은 아라비아 숫자를 구현해 주는 함수식을 찾고 각각의 숫자를 Maple로 그린 후, 9개의 숫자를 쌓아 놓은 모습이며, 마우스로 그래프를 움직이면 다양하게 변하는 모습을 볼 수 있다.

```
> g0:=(z-1)*(z-2)*(z-3)*(z-4)*(z-5)*(z-6)*(z-7)*(z-8)*(z-9):
> g1:=z*(z-2)*(z-3)*(z-4)*(z-5)*(z-6)*(z-7)*(z-8)*(z-9):
> g2:=z*(z-1)*(z-3)*(z-4)*(z-5)*(z-6)*(z-7)*(z-8)*(z-9):
> g3:=z*(z-1)*(z-2)*(z-4)*(z-5)*(z-6)*(z-7)*(z-8)*(z-9):
> g4:=z*(z-1)*(z-2)*(z-3)*(z-5)*(z-6)*(z-7)*(z-8)*(z-9):
> g5:=z*(z-1)*(z-2)*(z-3)*(z-4)*(z-6)*(z-7)*(z-8)*(z-9):
> g6:=z*(z-1)*(z-2)*(z-3)*(z-4)*(z-5)*(z-7)*(z-8)*(z-9):
> g7:=z*(z-1)*(z-2)*(z-3)*(z-4)*(z-5)*(z-6)*(z-8)*(z-9):
> g8:=z*(z-1)*(z-2)*(z-3)*(z-4)*(z-5)*(z-6)*(z-7)*(z-9):
> g9:=z*(z-1)*(z-2)*(z-3)*(z-4)*(z-5)*(z-6)*(z-7)*(z-8):
> f0:=(x^2+y^2/4-1):
> f1:=(x*((x-1)^2+(y-2)^2-1)):
> f2:=(y-sqrt(1-x^2)-0.5)*(y-(x)^5+0.5)*(y-1.5):
> f3:=((sqrt(x-1))^8/16+(abs(y)-1)^4-1):
> f4:=(y-1)*(x-0.5)*(y-2*x-1):
> f5:=(y-2)*(y-10*x-9.5)*((x+0.1)^4+(y-1)^2-1):
> f6:=(x^2+(y-0.9)^2-1)*((x^4+(y+0.5)^4/16)*(y-x)/abs(y-x)-1):
> f7:=(y-2)*(y-4*x-2):
> f8:=(x^2-(abs(y)-1)^2-1):
> f9:=(x^2+(0.9-y)^2-1)*((x^4+(0.5-y)^4/16)*(x-y)/abs(x-y)-1):
>
> final:=implicitplot3d(f0*g0+f9*g1+f8*g2-f7*g3+f6*g4+f5*g5+f4*g6-f3*g7-f2*g8-f1*g9=0,x=-1..1,y=-2..2.1,z=0..9):
> display(final,scaling=constrained,style=contour,color=navy,axes=framed).
```



다. GrafEq의 활용

컴퓨터 수학 프로그램을 활용하면 함수를 이용한 여러 가지 수학 디자인이 가능하다. 수학 디자인을 할 때에는 원하는 디자인이 되도록 하기 위하여 여러 가지 함수를 생각해야 한다. 다음은 GrafEq를 사용하여 꽃잎, 풀잎 등 자연을 구현할 수 있음을 보여준 것이다.



수학 디자인을 할 때에는 필요한 곡선이나 영역을 나타낼 때 먼저 어떤 함수를 어떻게 이용해야 원하는 그림이 나타날 것인지를 예상한 후 GrafEq로 그리고 수정하는 과정을 거치는 데, 이러한 과정에서 깊이 있는 함수 학습이 가능하다.

V. 결 론

국제 학업성취도 평가인 PISA[6]-2003과 PISA-2006의 결과에 의하면, 우리나라 학생들은 높은 수학 학업성취도에 비하여 수학이나 수학 학습에 대한 자신감과 흥미 등 정의적인 면에서 지나치게 저조한 결과를 보이고 있다(이미경 외, 2004; 이미경 외, 2007). 이와 같은 수학에 대한 부정적 태도는

6) Programme for International Student Assessment

결국 수학 기피와 이공계 대학 지원 기피 현상으로 이어지면서 심각한 문제를 야기하고 있다. 한편, 학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용은 학생들이 직접 조작하고 확인하는 능동적인 활동을 통하여 수학에 흥미를 느끼게 하므로 학생들의 수학에 대한 태도의 변화를 기대할 수 있다. 기술공학을 활용한 시각적 자료를 이용하여 수학적 내용을 제시하는 것은 학생들이 수학적 개념을 이해하고 형식화하는 데 도움이 된다. 더 나아가 현대 사회에서 필수적인 요소인 컴퓨터 활용 능력을 길러 줄 뿐 아니라, 창의적인 문제해결도 가능하게 해 준다.

본 연구에서는 고등학교 수학교과서를 분석하여 학교수학 교수·학습에서 기술공학의 활용 현황과 문제점으로 수학교과서에서 기술공학의 활용 횟수가 적으며 소극적 활동 중심이라는 것과 사용된 기술공학적 도구가 매우 제한적임을 제시하였다. 또한 효율적인 기술공학의 활용을 위해서는 교사의 역할이 중요하며, 정보화 교육 환경의 개선과 국가 차원의 적극적인 지원이 필요함을 주장하였다. 다시 말하자면 학생들이 기술공학의 활용으로 얻은 경험을 수학적 사고로 발전시키기 위해서 교사의 역할이 중요하고, 네트워크와 인터넷 환경에서 누구나 기술공학적 도구를 자유롭게 활용할 수 있도록 해야 하며, 국가가 기술공학을 활용한 자료 개발을 적극 지원하여 정규 수업뿐 아니라 부진아와 영재아의 지도에서도 쉽게 활용할 수 있도록 해야 한다. 또한 기술공학의 활용이 결실을 맺기 위해서는 좀 더 심층적이고 폭넓은 연구가 이루어져야 할 것이다. 한편, 본 연구에서는 학교수학 교수·학습에서 수학 영역별로 기술공학의 활용 방안과 몇 가지 활용 모델을 제시하였다.

참 고 문 헌

교육부 (1992). 제 6차 수학과 교육과정, 서울: 대한교과서주식회사.

교육부 (1997). 제 7차 수학과 교육과정, 서울: 대한교과서주식회사.

김차숙 (2003). 중학교 1학년 학생들의 일차방정식에 대한 오류 분석과 교정에 관한 연구, 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

나귀수 (1998). 증명의 본질과 지도 실제의 분석: 중학교 기하 단원을 중심으로. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

류희찬 (1997). 수학교육에서의 컴퓨터 활용: 현황과 과제, 청람수학교육, 6, 충북: 한국교원대학교 수학교육연구소.

류희찬 (2005). CAS를 활용한 대수교육의 의미와 방법. 청람수학교육, 18, 충북: 한국교원대학교 수학교육연구소.

류희찬 · 조완영 · 이경화 · 나귀수 · 김남균 · 방정숙 공역 (2007). 학교수학을 위한 원리와 규준. 서울: 경문사.

우정호 (1998). 학교수학의 교육적 기초. 서울: 서울대학교 출판부.

이미경 · 곽영순 · 민경석 · 채선희 · 최성연 · 최미숙 · 나귀수 (2004). PISA 2003 결과 분석 연구 -

수학적 소양, 읽기 소양, 과학적 소양 수준 및 배경 변인 분석, 한국교육과정평가원.

이미경·손원숙·노언경 (2007). PISA 2006 결과 분석 연구 -과학적 소양, 읽기 소양, 수학적 소양 수준 및 배경 변인 분석. 한국교육과정평가원.

이상구·양정모·Wellman, R. (2001). 7차 교육과정의 수학에서의 공학적 도구의 이용에 관하여, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **11(1)**, pp.355-365.

이정례·김혜영·강랑휘·김진우·박종일·박현빈 (2006). 함수를 이용한 수학의 유용성 연구, 대진대학교 교육대학원 논총 **9**, pp.1-16.

이정례·김혜영·박혜송·이희중·최정환·홍선우 (2007). 함수적 접근을 통한 곡선의 수학적 탐구, 대진논총 **14**, pp.39-58.

이종영 (1999). 컴퓨터 기반 수학 학습-지도 환경에 대한 교수학적 분석, 서울대학교 대학원 박사학위 논문.

조한혁. (2001). 인터넷 기반 마이크로월드 자바수학의 설계, 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, **11(1)**, pp.339-353.

Bruner, J. S. (1960). *The Process of education*, NY: Vintage.

Klein, M. (1973). *Why Johny can't add: the failure of the new math.* st. Martin press.

NCTM (1989). *The Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Pomerantz, H. (1997). *The role of calculators in math education.* The Urban Systematic Initiative/Comprehensive Partnership for Mathematics and Science Achievenment Superintendents Forum. Unpublished manuscript.

Tall, D. (1991). Interrelationships between mind and computer: Processes. In L. F. David (Ed.), *Advanced educational technologies for mathematics and Science,* Springer-Verlag.

Yoshinhiko H. (1997). The Methods of fostering creativity through mathematical problem solving. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,* **29(3)**, pp.86-87.

Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1990). *Visualization in teaching and learning mathematics,* MAA.

A Study on the Use of Technology in Teaching-learning School Mathematics

Jung Rye Lee
Daejin University
E-mail : jrlee@daejin.ac.kr

The purpose of this paper is to discuss about the use of technology in teaching-learning school mathematics. In this paper, we study the theoretical background of teaching-learning school mathematics by the use of technology. For the purpose of successful use of technology in teaching-learning school mathematics, we research the present states of it appeared in textbooks of high school mathematics And we give suggestions for the effective use of technology in teaching-learning school mathematics.

Furthermore, we introduce models for teaching-learning school mathematics in areas of mathematics by the use of computer programs such as GSP, Maple, and GrafEq.

* ZDM Classification : U74
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C80
* Key Words : teaching-learning mathematics, the use of technology, mathematical creativity, visualization