

LQ관측기를 사용한 새로운 누적방지 기법

A New Anti-windup Method Using the Linear Quadratic Observer

김 태 신, 양 지 혁, 권 오 규*
 (Tae Shin Kim, Ji-Hyuk Yang, and Oh-Kyu Kwon)

Abstract: In order to overcome some problems of existing anti-windup methods, this paper defines LQ (Linear Quadratic) observer and proposes a new anti-windup method using the LQ observer. LQ observer is derived by linear quadratic optimization in order to calculate controller states, which make the controller outputs equal to the plant inputs. And we propose an algorithm so that it can be implemented by a digital controller easily. The relationship between the design parameters and the anti-windup performance is shown via some numerical examples, which cover the cases with the anti-windup method using LQ observer designed and the case without it. Finally, the anti-windup performance of the proposed method is exemplified via comparison with the existing model-based conditioning scheme method[4].

Keywords: controller windup, anti-windup, observer, linear quadratic optimization, LQ

1. 서론

산업현장에서 사용되는 대부분의 제어시스템은 제어기, 구동기, 플랜트의 되먹임 구조로 이루어지는데, 제어기의 출력이 플랜트를 구동하는 구동기의 입력 제약조건보다 크게 발생하는 현상을 구동기포화 상태라고 한다[1,2]. 구동기가 포화 상태에 이르면 되먹임 구조에 의해 출력추종오차가 계속 해서 제어기에 전달되어 누적되는 이른바 제어기 누적현상(controller windup)이 발생되며 이로 인해 출력의 초과현상 등이 유발되어 제어성능이 악화된다. 그러므로 제어기 누적현상을 방지하는 누적방지 기법이 필요하다.

누적방지 기법에 대한 연구들이 최근까지 많이 이루어져 왔고[1-9]. [3]과 [4]와 같은 논문에는 그 동안의 연구결과들이 체계적으로 정리되어 있다. 대표적인 누적방지 기법으로는 고전적(classical) 기법, 고이득(high gain) 기법, 해너스 조절구조(hanus conditioning scheme) 기법, 모델기반 조절구조(model-based conditioning scheme) 기법 등이 있다[4]. 기존 누적방지 기법의 일반적 구조는 그림 1과 같다. 그림 1에서 Sat는 포화 특성을 갖는 구동기, K 는 선형제어기를 표현한다. 그림 1에서 보는 바와 같이 누적방지 제어기의 기본 개념은 구동기포화 발생시에 구동기 입력차 $u - y_c$ 를 보상기 R 에 의해 적절히 보상함으로써 누적이 계속해서 발생하는 것을 방지하는 것이다. 여기서 R 을 어떻게 설정하느냐에 따라 다양한 누적방지 기법들을 표현할 수 있는데[4], 대부분의 기존기법들은 R 의 설계기준이 모호하고 경험에 의존하고 있다.

기존기법 중에 최적화 기법을 사용하는 것은 모델기반 조절구조 기법으로서 $R = KG_m$ 로 설정한다[4]. 여기서 G_m 을 직접 모델(direct model)이라고 부른다. 이 기법에 의한 제어기 폐루프는 그림 2와 같으며[10], 누적방지를 위해 H_∞ 최적화를 통해 G_m 을 설계한다. 이 기법은 이전의 방법과는 달리 수학적 최적화를 기반으로 누적방지 제어기를 설계할 수 있

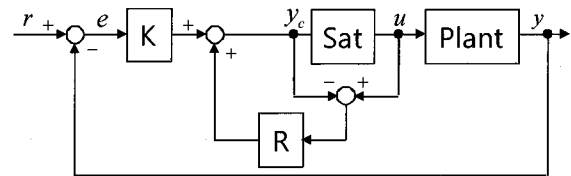


그림 1. 일반적인 누적방지 구조의 블록선도.

Fig. 1. Block diagram of a generic anti-windup scheme.

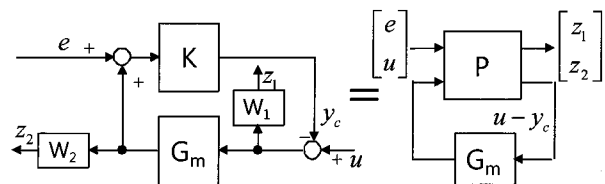


그림 2. 가중함수를 포함한 직접모델과 제어기 폐루프.

Fig. 2. Direct model and the controller closed-loop with weighting functions.

다는 장점을 갖고 있으나 다음과 같은 문제점을 안고 있다. 첫째로, 구동기포화가 발생한 다음 포화영역에서 벗어 났을 때 원래의 제어기로의 회복이 바로 이루어지지 않고 다만 점근적(asymptotically)으로 회복이 이루어진다는 점이다. 둘째로, G_m 은 보상기 W_1 과 W_2 의 차수까지 더해지므로 전체 차수가 높아진다는 점이다. 셋째로, H_∞ 최적화는 안정한 G_m 의 해를 보장하지 않으므로 만약 불안정한 G_m 이 구해지면 보상기 W_1 과 W_2 를 다시 선택하는 등의 재설계를 해야 한다는 점이다. 따라서 이러한 문제점들을 해결하기 위해 새로운 기법이 제안될 필요가 있다.

이 논문에서는 위에서 제기한 기존의 누적방지를 위한 H_∞ 최적화를 통한 모델기반 조절구조 기법의 문제점들을 해결하고, 수리적인 최적화 기법에 의해서 체계적으로 설계할 수 있는 기법을 제안하고자 한다. 제안되는 기법에서는 구동기포화 발생 시에 제어기의 상태를 제어기의 출력이 플랜트 입력과 같도록 만들어주는 'LQ관측기'에 의해 추정된 상태

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수: 2009. 11. 12., 수정: 2009. 12. 3., 채택확정: 2009. 12. 7.

김태신, 양지혁, 권오규: 인하대학교 전기공학과

(wtigerw@daum.net/zerolzuck@daum.net/okkwon@inha.ac.kr)

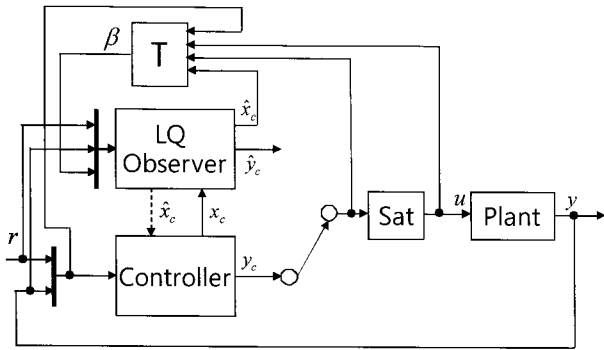


그림 3. LQ관측기를 사용한 누적방지 구조의 블록선도.
Fig. 3. Block diagram of the anti-windup scheme using LQ observer.

로 대체함으로써 누적방지를 달성한다. 여기서 ‘LQ관측기’란 플랜트의 입력을 실제 제어기의 출력으로 봤을 때의 제어기의 상태를 LQ최적화 기법을 사용하여 추정하는 관측기를 지칭한 것이다.

II. LQ관측기를 사용한 누적방지 기법

이 절에서는 기존의 누적방지를 위한 H_∞ 최적화를 통한 모델기반 조절구조 기법의 문제점들을 해결할 수 있는 LQ관측기를 사용한 누적방지 기법을 제안한다. 제안되는 방법은 그림 3과 같은 구조를 갖는다. 그림 3에서 점선은 구동기포화가 발생할 때 동작된다는 것을 의미한다. 즉, LQ관측기에 의해서 추정된 상태, \hat{x}_c 이 구동기포화가 발생할 시에 제어기의 상태, x_c 를 대신하기 위해 전달되는 구조를 나타낸 것이다. 여기서, x_c 를 대신하는 \hat{x}_c 은 구동기포화 발생시에 제어기 출력, y_c 가 플랜트 입력, u 와 같도록 만들어 주는 역할을 하고, \hat{y}_c 은 \hat{x}_c 을 제어기의 상태로 대체하여 동작시켰을 때의 출력, β 는 \hat{y}_c 를 u 와 같게 만드는 LQ관측기의 입력력을 의미한다. r 은 기준입력이고, T 는 정적 되먹임 이득행렬이다.

1. 문제 설정

제어기가 다양한 선형제어기법의 형태를 최대한 표현할 수 있도록 다음과 같은 2자유도를 갖는 상태공간 모델로 제어기를 표현한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= Ax_c + B_1r + B_2y \\ y_c &= Cx_c + D_1r + D_2y \end{aligned} \tag{1}$$

제안하는 기법에서는 구동기포화 발생시에 $y_c = u$ 가 되도록 하는 x_c 를 대신하는 \hat{x}_c 를 추정할 수 있는 LQ관측기를 설계하는 것이 핵심문제가 된다. 이것을 위해 LQ관측기의 형태를 다음과 같이 놓는다.

$$\dot{\hat{x}}_c = A\hat{x}_c + B_1r + B_2y + B_3\beta \tag{2}$$

여기서 x_c 를 대신하여 \hat{x}_c 사용하여 식 (1)로부터 제어기의 출력을 구하면 $C\hat{x}_c + D_1r + D_2y$ 이 되고 이것을 \hat{y}_c 으로 정의하여 사용한다.

LQ관측기의 형태를 식 (2)와 같이 놓았다면, 이 관측기를 설계하는 문제는 \hat{y}_c 과 u 를 같도록 만드는 β 를 구하기 위한 이득행렬 T 를 구하는 것이 된다. 문제를 LQ최적화 기법을 적용하여 풀기 위해서 식 (3)과 같은 가격함수를 정의한다. 앞으로는 표기 편의상 대부분의 경우에 시간함수를 의미하는 t 를 생략하기로 한다.

$$\begin{aligned} J(\hat{y}_c(t), \beta(t), t_f) &= \frac{1}{2} \int_0^{t_f} z_e(t)^T W_e z_e(t) + \beta^T W_\beta \beta(t) dt + \frac{1}{2} z_e(t_f)^T P z_e(t_f) \end{aligned} \tag{3}$$

$$z_e(t) = \hat{y}_c(t) - u(t) \tag{4}$$

여기서 W_e 와 W_β 는 상수 양한정 가중행렬, t_f 는 종단시간, P 는 양반한정 가중행렬이다. 식 (3)을 최소화 하는 것은 u 와 가까운 \hat{y}_c 이 되도록 하는 0에 가까운 β 를 구하겠다는 의미이다. 여기서 $\hat{y}_c \cong u$ 이 되면 이 때의 \hat{x}_c 을 식 (1)의 x_c 에 대입하면 $y_c = \hat{y}_c$ 이 되므로 $y_c \cong u$ 가 되며, 따라서 누적방지를 이룰 수 있게 된다.

2. 제안하는 누적방지 기법

식 (2)는 가격함수 식 (3)을 최소화 하는데 있어서 제약조건이 된다. 그러므로 동적 라그랑지 곱셈자(dynamic Lagrange multiplier) $\lambda(t)$ 의 도입을 통해 다음과 같이 결합할 수 있다.

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [H(t) - \lambda(t)^T \dot{\hat{x}}_c] dt + \phi(t_f) \tag{5}$$

여기서 $\phi(t_f) = \frac{1}{2} z_e(t_f)^T P z_e(t_f)$ 이고, 식 (5)를 최소화 하기 위한 해밀토니안(Hamiltonian), $H(t)$ 는 다음과 같이 주어진다:

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2} [(\hat{y}_c - u)^T W_e (\hat{y}_c - u) + \beta^T W_\beta \beta] \\ &+ \lambda^T (A\hat{x}_c + B_1r + B_2y + B_3\beta) \end{aligned} \tag{6}$$

가격함수 식 (5)를 최소화 하기 위한 1차 필요조건은 다음과 같다:

$$\dot{\hat{x}}_c = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \tag{7}$$

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial \hat{x}_c} \tag{8}$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial \beta} \tag{9}$$

$$\lambda(t_f) = \frac{\partial \phi}{\partial \hat{x}_c(t_f)} \tag{10}$$

식 (7)과 (8)은 각각 상태와 상보상태(co-state) 방정식을 구성하며, 식 (10)은 상보상태 방정식의 종단조건이다.

정리 1: 제안하는 식 (2)와 같은 LQ관측기에서 \hat{y}_c 과 u 를 같도록 하는 입력, β 가 식 (11)를 통해 구해진다고 하면

$$\beta = T[\hat{x}_c \quad r \quad y \quad u]^T \tag{11}$$

$t_f \rightarrow \infty$ 때 식 (11)의 T 는 다음과 같이 구해진다.

$$T = \begin{bmatrix} (-W_\beta^{-1}B_3^T\Pi)^T \\ (W_\beta^{-1}B_3^TM(\Pi B_1 + C^TW_eD_1))^T \\ (W_\beta^{-1}B_3^TM(\Pi B_2 + C^TW_eD_2))^T \\ (-W_\beta^{-1}B_3^TMC^TW_e)^T \end{bmatrix}^T$$

여기서 Π 는 다음과 같은 대수 리카티 방정식의 해이며,

$$\Pi A + A^T\Pi + \Pi\tilde{B}\Pi + \tilde{C} = 0 \quad (12)$$

$M = (\Pi\tilde{B} + A^T)^{-1}$, $\tilde{B} = -B_3W_\beta^{-1}B_3^T$, $\tilde{C} = C^TW_eC$ 이다.

증명: 식 (7)을 정리하면 식 (2)와 같게 되고, 식 (8)과 (9)를 정리면 각각 식 (13)과 (14)가 유도된다.

$$-\dot{\lambda} = A^T\lambda + C^TW_eC\hat{x}_c + C^TW_eD_1r + C^TW_eD_2y - C^TW_eu \quad (13)$$

$$\beta = -W_\beta^{-1}B_3^T\lambda \quad (14)$$

식 (2)와 (13)에 식 (14)를 대입해서 하나로 정리하면 다음과 같은 식 (15)을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_c \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \tilde{B} \\ -\tilde{C} & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_c \\ \lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ -C^TW_eD_1 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} B_2 \\ -C^TW_eD_2 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} 0 \\ C^TW_e \end{bmatrix} u \quad (15)$$

식 (15)을 풀기 위해 λ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\lambda(t) = \Pi(t)\hat{x}_c(t) - g(t) \quad (16)$$

$$\dot{\lambda}(t) = \dot{\Pi}(t)\hat{x}_c(t) + \Pi(t)\dot{\hat{x}}_c(t) - \dot{g}(t) \quad (17)$$

식 (15)의 $\dot{\hat{x}}_c$ 에 관한 식에 식 (16)을 대입하고 이를 다시 식 (17)의 $\dot{\hat{x}}_c$ 에 대입해서 정리하면 다음과 같은 식 (18)을 얻는다.

$$\dot{\lambda} = (\dot{\Pi} + \Pi A + \Pi\tilde{B}\Pi)\hat{x}_c - \Pi\tilde{B}g + \Pi B_1r + \Pi B_2y - \dot{g} \quad (18)$$

식 (15)의 $\dot{\lambda}$ 에 관한 식에 식 (16)을 대입해서 정리하면 식 (19)를 얻는다.

$$\dot{\lambda} = -(\tilde{C} + A^T\Pi)\hat{x}_c + A^Tg - C^TW_eD_1r - C^TW_eD_2y + C^TW_eu \quad (19)$$

식 (18)과 (19)의 계수비교에 의해 식 (20)과 (21)를 얻는다.

$$-\dot{\Pi} = \Pi A + A^T\Pi + \Pi\tilde{B}\Pi + \tilde{C} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} -\dot{g} &= (\Pi\tilde{B} + A^T)g - (\Pi B_1 + C^TW_eD_1)r \\ &\quad - (\Pi B_2 + C^TW_eD_2)y + C^TW_eu \end{aligned} \quad (21)$$

식 (20)과 (21)에서 유한구간에서의 해를 얻으려면 식 (10)과 $t = t_f$ 일 때의 식 (16)에서 얻는 중단경계 조건들의 계수비교를 통해 최종적인 중단경계 조건 $\Pi(t_f)$ 와 $g(t_f)$ 를 얻을 수 있다. 그러나 사전에 $y(t_f)$ 나 $u(t_f)$ 를 알고 있다는 가정 하에서 거꾸로 문제를 풀어야 하므로 실제 적용은 불가능하므로 실제 적용이 가능한 무한구간 해 즉, $t_f \rightarrow \infty$ 일 때의 해를 얻는 방식으로 유도한다. 식 (20)의 무한구간 해는 식 (12)

를 통해 구할 수 있다. 무한구간에서 g 를 구하기 위해 식 (21)을 살펴보면 이 식이 정상상태 해를 갖기 위해서는 $\Pi\tilde{B} + \tilde{A}^T$ 가 허위츠(Hurwitz) 이어야 하는데 이것은 앞서 식 (12)의 해, Π 를 구했다면 대수 리카티 방정식 해의 안정화 성질에 의해서 만족하게 되므로 식 (21)은 $t_f \rightarrow \infty$ 일 때 정상상태 해를 갖게 된다[11]. 그러므로 식 (21)에서 $\dot{g} = 0$ 으로 놓을 수 있고, 식 (22)와 같이 정리가 가능하다.

$$g = -(\Pi\tilde{B} + A^T)^{-1} \begin{bmatrix} -(\Pi B_1 + C^TW_eD_1)^T \\ -(\Pi B_2 + C^TW_eD_2)^T \\ (C^TW_e)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} r \\ y \\ u \end{bmatrix} \quad (22)$$

식 (22)를 식 (16)에 대입해 λ 에 대해 정리한 후 다시 식 (14)에 대입해 정리하면 식 (23)과 같이 정리된다.

$$\beta = T[\hat{x}_c \quad r \quad y \quad u]^T \quad (23)$$

여기서

$$T = \begin{bmatrix} (-W_\beta^{-1}B_3^T\Pi)^T \\ (W_\beta^{-1}B_3^TM(\Pi B_1 + C^TW_eD_1))^T \\ (W_\beta^{-1}B_3^TM(\Pi B_2 + C^TW_eD_2))^T \\ (-W_\beta^{-1}B_3^TMC^TW_e)^T \end{bmatrix}^T$$

이고, Π 는 식 (12)의 해이다. 이상으로 정리 1의 증명은 완료된다. \square

식 (23)을 식 (2)에 대입해서 정리하면 다음과 같은 LQ관측기를 얻을 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}_c = A_o\hat{x}_c + B_{o1}r + B_{o2}y + B_{o3}u \quad (24)$$

여기서

$$A_o = A - B_3W_\beta^{-1}B_3^T\Pi,$$

$$B_{o1} = B_1 + B_3W_\beta^{-1}B_3^TM(\Pi B_1 + C^TW_eD_1),$$

$$B_{o2} = B_2 + B_3W_\beta^{-1}B_3^TM(\Pi B_2 + C^TW_eD_2),$$

$$B_{o3} = -B_3W_\beta^{-1}B_3^TMC^TW_e.$$

식 (24)에서 B_3 , W_e , W_β 는 LQ관측기의 설계변수가 된다. B_3 의 선택은 설계의 편의성을 위해 $B_3\beta = \beta$ 가 되도록 단 위행렬로 놓는다. LQ관측기가 적절히 설계되었다면 그림 3과 같은 구조로써 누적방지를 이룰 수 있다. 이를 디지털 제어기에서 쉽게 구현할 수 있도록 그림 4와 같은 알고리즘으로 정리할 수 있다.

이 논문에서 제안된 누적방지 기법은 앞에서 언급한 H_o 최적화를 통한 모델기반 조절구조 기법과는 달리, 구동기의 포화가 발생하여 포화영역에서 벗어났을 때 원래의 제어기로의 회복이 바로 이루어진다. 이것은 포화 발생시에 LQ관측기를 사용하여 즉각 대응하는 기법을 채택했기 때문이다. 또한 LQ최적화 기법의 특성상 LQ관측기의 차수는 증가하지 않고, 플랜트의 차수가 아니라 제어기의 차수와 동일하게 된다. 따라서 기존의 모델기반 조절구조 기법에서처럼 추가적

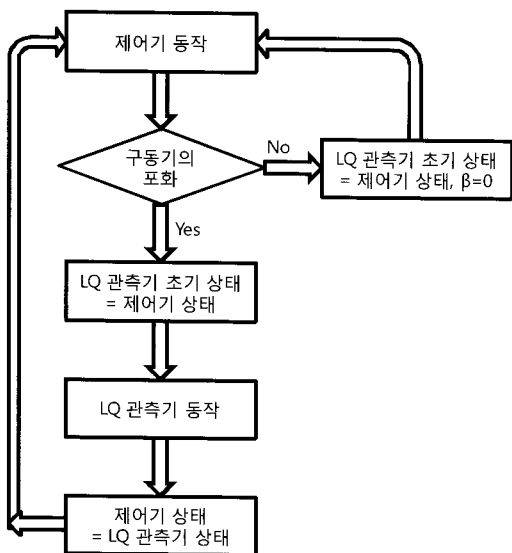


그림 4. LQ관측기를 사용한 누적방지 제어 알고리즘.
Fig. 4. An algorithm for the anti-windup control using LQ observer.

인 차수의 증대는 발생하지 않는다. 아울러 LQ관측기는 리카티 방정식 해의 안정화 성질에 의해 안정성이 보장된다. 따라서 이 논문에서 제안하는 기법은 H_∞ 최적화를 통한 모델기반 조절구조 기법의 문제점들을 해결할 수 있고, LQ최적화에 기초하여 체계적으로 누적방지 제어를 설계할 수 있는 장점을 가진다.

III. 수치 예제

누적방지 기법은 제어기 출력과 플랜트 입력 차이의 크기 제한과 같은 특별한 조건이 없을 경우 안정한 플랜트에 적용 시에만 전체 폐로(closed-loop) 시스템의 안정성(global stability)과 그 성능이 보장된다[6-9]. 따라서 누적방지 기법의 정성적 성능평가를 위해서 안정한 선형모델을 제어대상 플랜트로 놓는 것이 일반적이다. 그러므로 제안된 누적방지 기법의 성능검증과 직접모델을 이용한 누적방지 기법과의 성능비교를 위해 다음과 같은 안정한 플랜트에 적용해 보기로 한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= A_p x_p + B_p u \\ y_p &= C_p x_p \end{aligned} \tag{25}$$

식 (25)의 u 는 그림 3에서 표시된 u 와 같다.

여기서 $A_p = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B_p = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C_p = [0 \ 0 \ 1]$ 이고,

구동기의 제약조건은 $0 \leq u \leq 2$ 로 한다.

식 (25)와 같은 플랜트를 제어하기 설계된 LQ를 식 (1)과 같이 표현하면 식 (26)과 같다[2,12].

$$\begin{aligned} A &= 0, \quad B_1 = 1, \quad B_2 = [0 \ 0 \ -1], \\ C &= 14.14, \quad D_1 = 0, \quad D_2 = [-2.58 \ -11.05 \ -18.96]. \end{aligned} \tag{26}$$

식 (26)의 제어를 위한 LQ관측기를 설계하기 위해 $B_3 = 1$, $W_e = 0.1$, $W_\beta = 10$ 일 때 식 (24)로부터 식 (27)과 같은 LQ관측기가 설계된다.

$$A_o = -1.41, \quad B_{o1} = 0, \quad B_{o2} = [0.26 \ 1.10 \ 1.90], \quad B_{o3} = 0.10 \tag{27}$$

식 (26)의 제어를 위한 LQ관측기를 설계하기 위해 $B_3 = 1$, $W_e = 10$, $W_\beta = 0.1$ 일 때 식 (24)로부터 식 (28)과 같은 LQ관측기가 설계된다.

$$A_o = -141.4, \quad B_{o1} = 0, \quad B_{o2} = [25.8 \ 110.5 \ 189.6], \quad B_{o3} = 10.0 \tag{28}$$

그림 5는 식 (26)과 같은 LQ제어기가 설계 되었을 때 누적방지 보상을 하지 않은 경우와 각각 식 (27)과 식 (28)과 같은 LQ관측기를 사용하여 제안된 방법으로 누적방지 보상을 한 경우에 대해서 제어기의 출력을 비교한 그래프이다. 우선, 누적방지 보상을 하지 않고 설계된 LQ제어기만으로 제어한 경우 제어기 출력이 약 20까지 올라가 제어기 누적현상이 크게 나타나지만, 제안된 누적방지 기법을 적용한 결과 그 현상이 크게 줄어든 것을 확인할 수 있다. $W_e = 10$, $W_\beta = 0.1$ 인 경우, 설계된 식 (28)의 LQ관측기를 사용한 경우 제어기의 출력이 구동기의 제약조건인 2 근방에서 머물게 된 것을 통해 누적현상이 거의 사라진 것을 확인할 수 있다. 또한 W_e 가 증가하고, W_β 는 감소함에 따라 누적현상이 줄어드는 것을 확인할 수 있는데, 일반적으로 제안된 제어 알고리즘에서 설계변수와 누적방지 성능의 관계는 W_e 의 고유값들을 크게 하고, W_β 의 고유값들을 작게 할수록 누적방지 성능이 향상된다.

그림 6은 누적방지 보상을 하지 않은 경우와 제안된 방법으로 누적방지 보상을 한 경우에 대해서 플랜트 출력을 비교한 그래프인데, 누적방지 성능이 향상될수록 상향초과 하향초과 현상이 모두 감소하는 것을 확인할 수 있다.

기존의 직접모델을 사용한 누적방지 기법과의 성능비교를 하기 위해 제안된 누적방지 기법의 LQ관측기는 식 (28)을 사용하고, 직접모델 G_m 의 설계를 위해 그림 2에서 W_1 은 다음과 같이 놓는다.

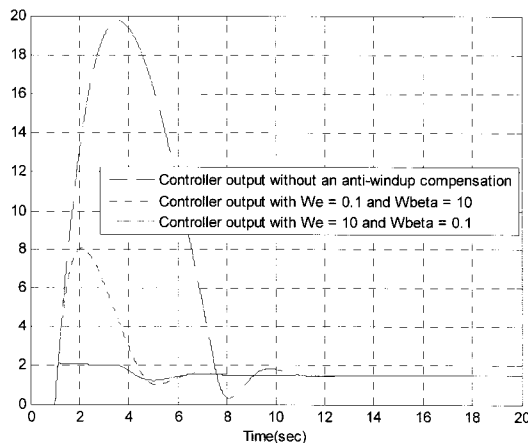


그림 5. LQ관측기를 사용한 누적방지 기법을 적용한 경우들과 적용하지 않은 경우의 제어기 출력 비교.

Fig. 5. Controller outputs comparison between the cases with the anti-windup method using LQ observer applied and the case without it.

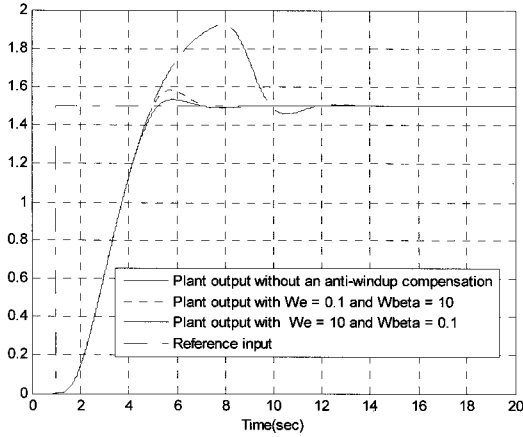


그림 6. LQ관측기를 사용한 누적방지 기법을 적용한 경우들과 적용하지 않은 경우의 플랜트 출력 비교
 Fig. 6. Plant outputs comparison between the cases with the anti-windup method using LQ observer applied and the case without it.

$$W_1 = \frac{3 \times 10^{-7}}{s + 0.5} \quad (29)$$

이 경우에 그림 2에서 W_2 는 1행 4열의 행렬이 되는데, 각 성분은 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} W_2(1,1) &= \frac{0.001s}{s+100}, & W_2(1,2) &= \frac{0.001s}{s+80}, \\ W_2(1,3) &= \frac{0.001s}{s+80}, & W_2(1,4) &= \frac{0.001s}{s+100} \end{aligned} \quad (30)$$

여기서 제어기가 2자유도를 가진 식 (1)과 같은 형태로 표현되었기 때문에 그림 2에서 $e = [r^T \ x_p^T]^T$ 이 된다.

설계변수 W_1 과 W_2 를 식 (29)와 식 (30)과 같이 정했다면 G_m 은 다음과 같이 구해진다. 여기서 G_m 은 4행 1열의 행렬이고 $G_m(1,1)$ 은 G_m 의 1행 1열을 의미한다.

$$G_m(1,1) = \frac{5.136s^3 + 461.2s^2 + 448.9s + 0.6043}{s^4 + 94.06s^3 + 167.1s^2 + 60.32s + 0.08101} \quad (31)$$

$$G_m(2,1) = \frac{3.843s^3 + 341.6s^2 + 389.4s + 0.5244}{s^4 + 94.06s^3 + 167.1s^2 + 60.32s + 0.08101} \quad (32)$$

$$G_m(3,1) = \frac{-1.669s^3 - 165.2s^2 - 194.4s - 0.2617}{s^4 + 94.06s^3 + 167.1s^2 + 60.32s + 0.08101} \quad (33)$$

$$G_m(4,1) = \frac{-7.31s^3 - 681s^2 - 692.6s - 0.9323}{s^4 + 94.06s^3 + 167.1s^2 + 60.32s + 0.08101} \quad (34)$$

여기서 G_m 은 안정한 극점인 $-92.26, -1.3, -0.5, -0.0013$ 을 갖기 때문에 설계조건에 타당하다. 따라서 구동기의 포화가 벗어나면 원래의 제어기로 점근적으로 회복된다.

그림 7은 LQ관측기를 사용한 누적방지 기법과 [4]의 직접모형을 사용한 누적방지 기법을 적용했을 때의 각각의 제어기 출력을 비교한 것이다. 그림 7을 보면 두 기법 모두 제어기 출력을 구동기의 제약조건인 2 근방에서 비슷하게 유지시키므로 만족스러운 누적방지 성능을 갖는다고 볼 수 있다. 오히려 직접모형을 사용한 기법이 좀더 빠른 속도로 누적에서 벗어나는 것을 확인 할 수 있다. 그런데 각각의 경우에

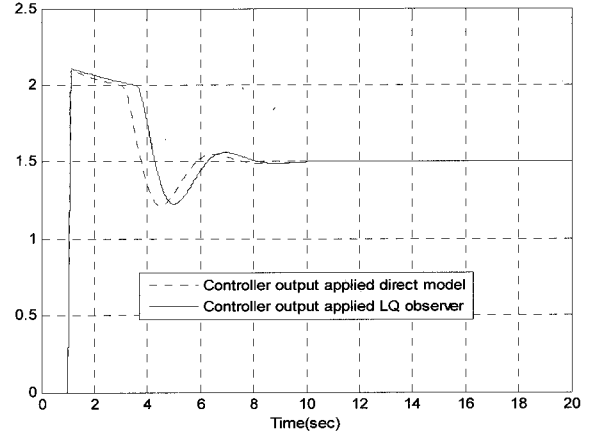


그림 7. LQ관측기를 사용한 누적방지와 직접모형을 사용한 누적방지의 제어기 출력 비교
 Fig. 7. Controller outputs comparison between the anti-windup applied LQ observer and applied direct model.

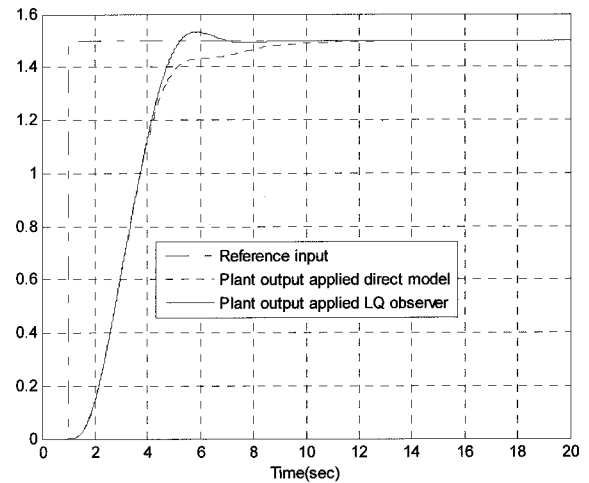


그림 8. LQ관측기를 사용한 누적방지와 직접모형을 사용한 누적방지의 플랜트 출력 비교
 Fig. 8. Plant outputs comparison between the anti-windup applied LQ observer and applied direct model.

대한 플랜트 출력을 나타낸 그림 8을 관찰해보면 직접모형을 사용한 경우 플랜트 출력의 정착시간이 LQ관측기를 사용한 경우보다 많이 긴 것을 볼 수 있다. 이것은 앞서 언급했던 구동기의 포화가 끝난 이후의 원래의 제어기로의 회복과 관계가 있다. 이것을 확인하기 위해 그림 9를 살펴보자. 그림 9에서 위의 그래프는 직접모형의 입력을 보여준다. 이것은 구동기의 포화가 발생될 때만 발생하게 된다. 그림 9에서 아래 그래프는 누적을 보상하기 위한 직접모형의 출력을 나타낸다. 구동기의 포화는 3초 이전에 끝나는데 비해 보상을 위한 직접모형의 출력은 약 12초까지 계속해서 발생하는 것을 확인 할 수 있다. 즉, 원래의 제어기로의 회복시간이 최소한 9초 이상 걸린다는 것이다. 이러한 과도한 보상이 결국 제어기의 출력을 계속 감소시켜 플랜트 출력응답의 정착시간을 길어지게 하는 원인을 야기한다. 또한 이 예제에서 사용된 LQ관측기 식 (28)의 차수를 살펴보면 1차임에 반하여 설계된 직접모형 G_m 의 차수는 4차라는 점도 특기할 사항이다.

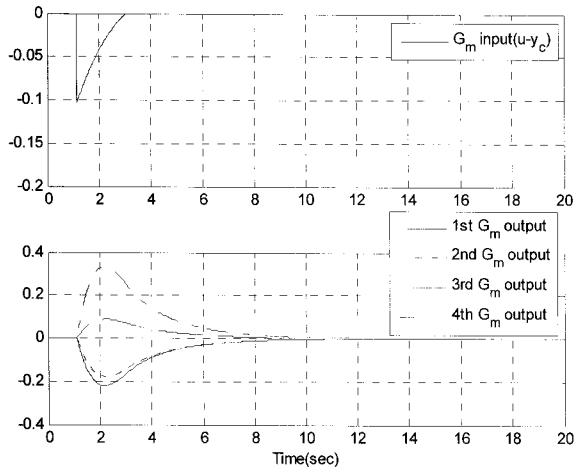


그림 9. 모델기반 조절구조 기법을 사용한 경우에 직접모델 입력과 출력의 비교.

Fig. 9. Comparison between the direct model input and outputs in the case of the model-based conditioning scheme method.

IV. 결론

이 논문에서는 LQ최적화 기법을 사용하여 유도되는 LQ관측기를 사용하여 새로운 누적방지 기법을 제안하였다. 또한 제안된 누적방지 기법을 디지털 제어기로 쉽게 구현하는 알고리즘을 제시하고 그 성능을 수치예제를 통해 검증하였다.

이 논문에서 제안된 LQ관측기를 사용한 누적방지 기법은 기존의 H_∞ 최적화를 통한 모델기반 조절구조 기법이 지니고 있는 문제점인 구동기포화 영역에서 벗어났을 때 원래의 제어기로 바로 회복되지 않는 점, 제어기의 차수가 증가할 수 있는 점, H_∞ 최적화가 직접모델 G_m 의 안정성을 보장하지 않는 점 등의 기존의 문제점을 모두 해결하는 장점을 갖는다. 또한 제안된 기법은 기존의 직접모델을 이용한 기법에 비해 설계가 단순하고 설계변수와 누적방지 성능관계가 비교적 명확하다는 장점을 갖는다.

추후 연구과제로는 누적현상을 사전에 차단할 수 있는 기준입력에 대한 형성필터를 설계하는 방법을 최적화 이론에 근거하여 연구하는 것 등을 생각할 수 있다.

참고문헌

- [1] 이영삼, 이명의, 권오규, “누적방지 무충돌 전환 제어기의 설계와 비선형 보일러 시스템 적용,” 제어·자동화

- 시스템공학 논문지, 제6권 제4호, pp. 247-253, 2000.
- [2] 김태신, 권오규, “누적방지 무충돌전환을 위한 새로운 통합형 기법,” 제어·로봇·시스템학회 논문지, 제15권 제7호, pp. 655-660, 2009.
- [3] M. V. Kothare, P. J. Campo, M. Morari, and C. N. Nett, “A unified framework for the study of anti-windup designs,” *Automatica*, vol. 30, no. 12, pp. 1869-1883, 1994.
- [4] C. Edwards and I. Postlethwaite, “Anti-windup and bumpless transfer schemes,” *Automatica*, vol. 34, no. 2, pp. 199-210, 1998.
- [5] L. Zaccarian and A. R. Teel, “A common framework for anti-windup, bumpless transfer and reliable designs,” *Automatica*, vol. 38, pp. 1735-1744, 2002.
- [6] C. Barbu, R. Reginatto, A. R. Teel, and L. Zaccarian, “Anti-windup for exponentially unstable linear systems with inputs limited in magnitude and rate,” *Proceedings of the American Control Conference*, Chicago, Illinois pp. 1230-1234, Jun. 2000.
- [7] G. Grimm, J. Hatfield, I. Postlethwaite, A. R. Teel, M. C. Turner, and L. Zaccarian, “Antiwindup for stable linear systems with input saturation: An LMI-based synthesis,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 48, no. 9, pp. 1509-1525, 2003.
- [8] S. Crawshaw and G. Vinnicombe, “Anti-windup for local stability of unstable plants,” *Proceedings of the American Control Conference Anchorage, AK* pp. 645-650, May 2002.
- [9] L. Zaccarian and A. R. Teel, “The L2 (l2) bumpless transfer problem for linear plants: Its definition and solution,” *Automatica*, vol. 41, no. 7, pp. 1273-1280, 2005.
- [10] K. Zhou and J. C. Doyle *Essentials of Robust Control*, prentice Hall International Editions, pp. 165-170, 1998.
- [11] M. C. Turner and D. J. Walker, “Linear quadratic bumpless transfer,” *Automatica*, vol. 36, pp. 1089-1101, 2000.
- [12] 김태신, 양지혁, 권태완, 권오규, “입력 불일치 해소에 의한 개선형 무충돌전환,” 제어·로봇·시스템학회 논문지, 제15권 제7호, pp. 655-660, 2009.

김 태 신

제어·로봇·시스템학회 논문지 제15권 제7호 참조.

양 지 혁

제어·로봇·시스템학회 논문지 제15권 제10호 참조.

권 오 규

제어·로봇·시스템학회 논문지 제15권 제7호 참조.