

수정 Ramberg-Osgood 모델을 이용한 널말뚝의 관입속도 예측

Prediction of Penetration Rate of Sheet Pile Using Modified Ramberg-Osgood Model

이 승 현¹ Lee, Seung-Hyun

김 병 일² Kim, Byoung-Il

김 주 철³ Kim, Zu-Cheol

김 정 환⁴ Kim, Jeong-Hwan

Abstract

Dynamic soil resistances were simulated by modified Ramberg-Osgood model in order to predict penetration rate of sheet pile installed by vibratory pile driver. Various factors which characterize modified Ramberg-Osgood model were determined considering the shapes of dynamic soil resistance curves obtained from field test and standard penetration value (N value) was used as parameter that relates field test results to the suggested model. Penetration rates calculated by analytical model were smaller than those of field test and penetration times were vice versa. Therefore, predicted penetration rate and penetration time by analytical model are more conservative than those of filed test.

요 지

진동타입기에 의해 시공되는 강널말뚝의 관입속도를 예측하고자 수정 Ramberg-Osgood 모델을 적용하여 진동타입기의 주기운동에 따른 지반의 동적 저항력을 모사하고자 하였다. 수정 Ramberg-Osgood 모델을 규정짓는 다양한 인자는 현장시험을 통해 구한 동적 지반저항력곡선의 양상을 반영하여 결정하였는데 이때 매개변수로는 표준관입시험값(N값)을 이용하였다. 관입속도는 해석결과가 현장시험결과에 비해 작게 계산되었으며 관입깊이에 따른 관입 소요시간은 해석결과가 현장시험결과에 비해 크게 계산되어 해석결과가 현장시험결과에 비해 보수적인 값을 보여주었다.

Keywords : Dynamic soil resistances, Modified Ramberg-Osgood model, Penetration rate, Penetration time, Vibratory pile driver

1. 서 론

널말뚝을 시공하는 다양한 방법들 중에 진동타입기를 이용하는 방법은 상당히 보편화된 방법이라 볼 수 있으며, 국내외를 막론하고 많이 쓰이고 있다. 진동타입기의 기본 형태는 그림 1과 같다. 그림 1에서 보는 것처럼 진동타입기는 정적 상재하중(static surcharge)과 기

진체(exciter block)로 크게 구분된다. 기진체 내부에는 서로 반대방향으로 회전하는 한 쌍의 편심질량체가 있으며, 편심질량체의 회전에 따라 기진체에 작용하는 원심력의 수평성분은 상쇄되고 연직방향으로의 원심력만 배가 되어 기진체가 연직방향으로만 운동을 하게 된다. 이때 정적상재하중과 기진체 사이에는 스프링이 연결되어 있어 기진체의 진동영향이 정적상재하중으로 전

1 정희원, 선문대학교 토목공학과 부교수 (Member, Associate Prof., Dept. of Civil Eng., Sunmoon Univ.)

2 정희원, 명지대학교 토목환경공학과 교수 (Member, Prof., Dept. of Civil & Environmental Eng., Myongji Univ., bikim@mju.ac.kr, 교신저자)

3 정희원, 삼성물산 건설부문 토목ENG팀 차장 (Member, Deputy General Manager, Civil Eng. Dept., Samsung Co.)

4 정희원, 삼성물산 건설부문 해외토목사업부 차장 (Member, Deputy General Manager, Overseas Civil Eng. Project Dept., Samsung Co.)

* 본 논문에 대한 토의를 원하는 회원은 2010년 7월 31일까지 그 내용을 학회로 보내주시기 바랍니다. 저자의 검토 내용과 함께 논문집에 게재하여 드립니다.

달되지 않도록 되어 있다.

진동타입기를 이용하여 널말뚝을 시공하는 경우 관입이 용이하게 되는 주된 이유는 진동에 의해 말뚝 주면마찰력이 현저하게 감소되기 때문이라 할 수 있다. 진동타입기를 사용하여 널말뚝을 관입시키는 경우의 주된 관심사는 무엇보다 관입속도(rate of penetration)라 볼 수 있다. 따라서 해외에서도 진동타입기에 의해 시공되는 널말뚝의 관입속도를 예측할 수 있는 방법들(Holeyman, 1993; Wong 등, 1992; Vanden Berghe, 1997)이 제안된 바 있다. 본 연구에서는 널말뚝에 계측기를 부착하여 수행한 현장시험결과를 바탕으로 동적 하중전이곡선을 수정 Ramberg-Osgood 모델(Richard, 1975)을 이용하여 모

사함으로써 널말뚝의 관입속도를 예측할 수 있는 방법을 개발하고자 하였다.

2. 이론적 배경

진동타입기에 의해 시공되는 널말뚝의 거동을 해석적으로 표현하기 위해 Wong 등(1992)은 그림 2와 같은 진동모델을 고려한 바 있다. 그림 2의 좌측은 실제 진동 시스템을 나타내며 우측은 실제 진동시스템을 이상화 시킨 모델을 나타낸 것이다.

그림 2에 나타낸 진동모델에서 말뚝의 운동에 대한 지배방정식은 식 (1)과 같다.

$$m_p \frac{d^2w}{dt^2} + C_s \frac{dw}{dt} + C_t \frac{dw}{dt} + F_s + F_t = F_h(t) \quad (1)$$

식 (1)에서 m_p 는 말뚝의 질량을 나타내고 w 는 말뚝 변위, t 는 시간, C_s 는 말뚝 주면에서의 방사방향 댐핑, C_t 는 말뚝선단에서의 방사방향 댐핑, F_s 는 동적 주면마찰력, F_t 는 동적 선단저항력 그리고 $F_h(t)$ 는 실제 말뚝 머리에 전달되는 힘을 의미한다. 말뚝이 정지상태에 있다고 볼 때 진동기에 의해 이론적으로 말뚝머리에 전달

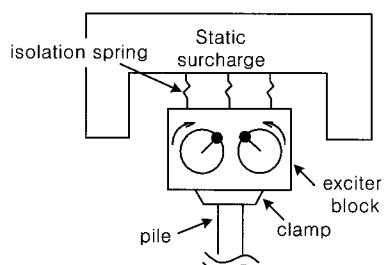
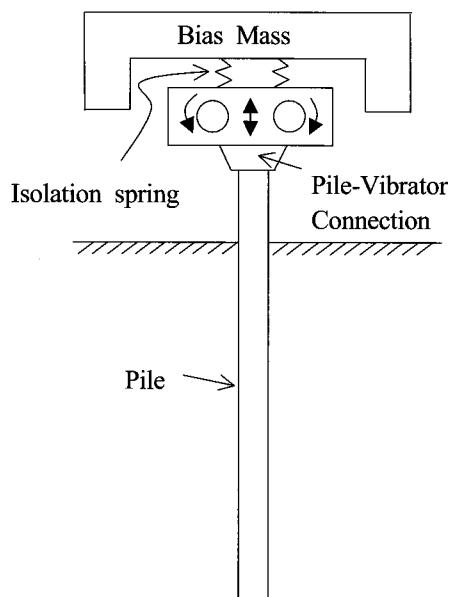
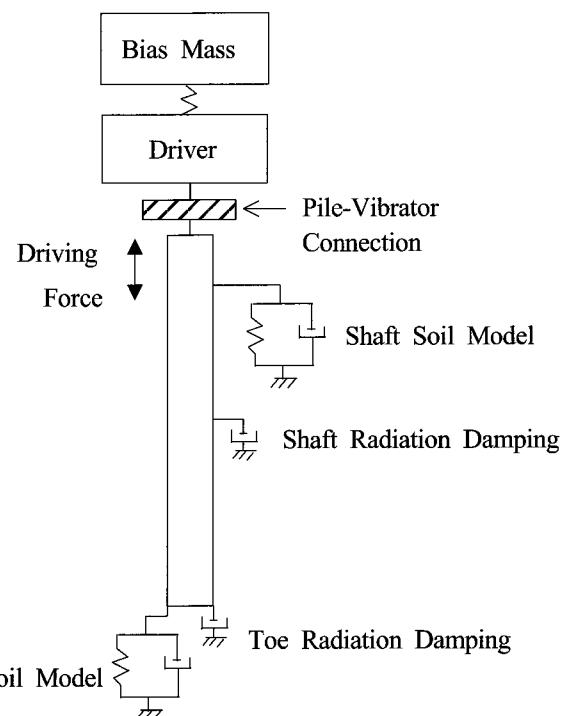


그림 1. 진동타입기의 기본형태



(Actual)



(Model)

그림 2. 진동모델

되는 힘 $F'_h(t)$ 은 시간에 의존적이며, 식 (2)와 같이 표현된다.

$$F'_h(t) = W + Mg + (m\omega^2 + MZ\omega^2)\sin\omega t \quad (2)$$

식 (2)에서 W 는 정적 상재하중을 의미하고, M 은 기진체의 질량, g 는 중력가속도, m 은 편심질량, e 는 편심질량체의 편심률, ω 는 회전각속도를 의미한다. 또한 Z 는 진동기의 자유진폭을 나타내며 식 (3)과 같이 주어진다.

$$Z = \frac{m\omega^2}{M(\omega^2 - \omega_n^2)} \quad (3)$$

식 (3)에서 ω_n 은 편심질량과 진동기-스프링 시스템의 자연각속도($=\sqrt{k/M}$), 그리고 자연각속도를 구하는 식에서 k 는 정적상재하중과 진동기를 연결하는 스프링상수(isolation spring constant)를 의미한다. 식 (2)를 통해 말뚝머리에 작용하는 이론적 힘은 진동타입기 제원과 진동수를 통해 구할 수 있으나 말뚝머리에 전달되는 실제의 힘은 말뚝-지반의 상호작용에 의해 영향을 받으므로 이론적인 힘은 식 (1)에 나타낸 실제의 힘, $F_h(t)$ 로 수정되어야 한다.

Wong 등(1992)은 널말뚝에 대한 재하시험을 통해 Ramberg-Osgood 모델이 정적인 말뚝-지반 하중전이특성(국부변위, w 에 따른 단위 주면저항력, f , 단위 선단저항력, q)을 적절히 모사할 수 있음을 입증한 바 있는데 이를 수정하여 진동타입시의 동적 하중전이모델인 수정 Ramberg-Osgood 모델을 제안하였다. 수정 Ramberg-Osgood 모델을 적용한 재하 및 재하단계에서의 기본적인 하중전이곡선은 그림 3과 같다.

그림 3에서 w 는 진동에 따른 한 싸이클내에서의 국부변위(local displacement)를 의미하고 w_p 는 현재 변위

(present displacement), w_c 는 최종 변위 역전단계에서의 순변위(net displacement at the last reversal), 그리고 w_t 는 이전 변위 역전단계에서의 응력에 대응하는 국부변위를 의미한다. 그럼 3(a)와 관련하여 Wong 등(1992)이 적용한 수정 Ramberg-Osgood 모델에서 재하단계(reloading)에 대한 단위 주면마찰력-변위($f-w$) 관계는 식 (4)와 같이 표현된다.

$$f_{RL} = \left[\frac{E_f w}{\left(1 + \left| \frac{E_f w}{f_0} \right|^{n_f} \right)^{1/n_f}} + E_{pf} w \right] F_f - f_n \quad (4)$$

식 (4)에서 E_f 는 하중전이곡선의 초기 직선부분의 경사에서 소성영역의 경사를 뺀 값을 의미하고, f_0 는 기준값(reference value), n_f 는 형상계수(shape factor), E_{pf} 는 소성영역의 경사, F_f 는 감소계수(reduction factor), 그리고 f_n 는 최대 부주면마찰력(maximum negative skin friction)을 의미한다. 재하단계에서의 $f-w$ 관계는 그림 3(b)에 나타나 있으며 식 (5)와 같이 표현된다.

$$f_{UL} = f_c - \left[\frac{E_f (w_c - w_p)}{\left(1 + \left| \frac{E_f (w_c - w_p)}{f_0} \right|^{n_f} \right)^{1/n_f}} + E_{pf} (w_c - w_p) \right] F_f + f_n \quad (5)$$

식 (5)에서 f_c 는 이전 변위 역전단계(재하단계의 끝)에서의 단위 주면저항력을 나타낸다. 재하단계에서 제안된 단위 선단저항력-변위($q-w$)관계는 식 (6)과 같다.

$$q_{RL} = \left[\frac{E_q w}{\left(1 + \left| \frac{E_q w}{q_0} \right|^{n_q} \right)^{1/n_q}} \right] F_q (1 - e^{-Kw}) \quad (6)$$

식 (6)에서 E_q 는 하중전이곡선의 초기 직선부분의 경

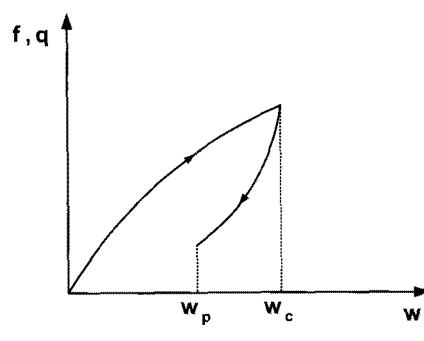
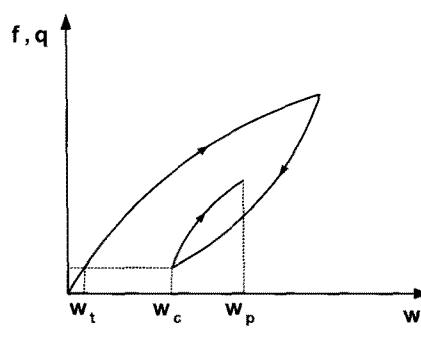


그림 3. 기본적인 동적 하중전이곡선

사에서 소성영역의 경사를 뺀 값을 의미하고, q_0 는 기준값, n_q 는 형상계수, F_q 는 감소계수를 나타낸다. 또한 식(6)에서 상수 K 는 Wong 등(1992)의 시험결과를 바탕으로 결정된 값으로 10이다. 제하단계에 대해 제안된 $q-w$ 관계는 식(7)과 같다. 식(7)에서 q_c 는 제하단계 끝에서의 단위 선단저항력을 의미한다.

$$q_{UL} = q_c - \left[\frac{E_q(w_c - w_p)}{\left(1 + \left| \frac{E_q(w_c - w_p)}{q_0} \right|^{n_q} \right)^{1/n_q}} \right] F_q [1 - e^{-K(w_c - w_p)}] \quad (7)$$

식(1)에 나타낸 지반저항력 F_s 와 F_t 는 f 와 q 에 말뚝의 주면면적과 선단면적을 각각 곱하여 결정된다. 말뚝 주면에서의 방사방향 댐핑(radiation damping), C_s 는 말뚝 진동타입시 인접지반으로의 탄성파의 전달로 인한 에너지손실을 모사하는 것이다. 탄성체에 대한 동역학이론(elasto-dynamic theory)을 이용하여 Novak 등(1978)은 말뚝의 단위 길이당 방사방향 댐핑계수를 제안한 바 있는데 방사방향 댐핑계수 C_s 는 식(8)과 같이 간단한 형태로 표현된다.

$$C_s = 2\pi r_0 \sqrt{\rho_s G_s} \quad (8)$$

식(8)에서 r_0 는 널말뚝의 등가 반지름을 나타내고, $\rho_s (=G_s/v_s^2)$ 는 지반의 질량밀도를 나타내는데 ρ_s 를 구하는 식에서 G_s 는 흙의 전단탄성계수를 의미하고 v_s 는 말뚝 인접지반에서의 전단파 속도를 의미한다. 말뚝선단에서의 방사방향 댐핑은 반무한 탄성지반의 표면에 놓인 강체 디스크의 연직진동에 대한 해석으로부터 진동수와 무관한 형태로 식(9)와 같이 근사화시킬 수 있다.

$$C_t = \frac{3.4r_0^2 \sqrt{\rho_s G_s}}{(1-\nu_s)} \quad (9)$$

식(9)에서 ν_s 는 지반의 포아송비를 의미한다. 식(1)에 나타낸 2차 상미분방정식은 모든 계수들(m_p , C_s , C_t , F_s , F_t , F_h)이 정량화 되면 수치해석적으로 풀 수 있다. 수치해석을 위해 식(1)은 식(10) 및 (11)과 같은 두 개의 일차미분방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{dw}{dt} = v \quad (10)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m_p} (F_h - F_s - F_t - C_s v - C_t v) = g(t, w, v) \quad (11)$$

식(10)과 식(11)에 나타낸 미분방정식의 해는 Runge-Kutta 방법을 이용하여 구할 수도 있으며, 그 해는 식(12) 및 (13)과 같이 표현된다.

$$w_{i+1} = w_i + \left[\frac{1}{6} (k_{1,w} + 2k_{2,w} + 2k_{3,w} + k_{4,w}) \right] h \quad (12)$$

$$v_{i+1} = v_i + \left[\frac{1}{6} (k_{1,v} + 2k_{2,v} + 2k_{3,v} + k_{4,v}) \right] h \quad (13)$$

식(12) 및 (13)에서 h 는 시간단계(time step)를 나타내고 아래첨자 i 는 증분(increment number)을 나타내는데 나머지 각 항들은 다음과 같다.

$$k_{1,w} = v_i, \quad k_{1,v} = g(t_i, w_i, v_i) \quad (14)$$

$$k_{2,w} = v_i + \frac{1}{2} h k_{1,v}, \\ k_{2,v} = g(t_i + \frac{1}{2} h, w_i + \frac{1}{2} h k_{1,w}, v_i + \frac{1}{2} h k_{1,v}) \quad (15)$$

$$k_{3,w} = v_i + \frac{1}{2} h k_{2,v}, \\ k_{3,v} = g(t_i + \frac{1}{2} h, w_i + \frac{1}{2} h k_{2,w}, v_i + \frac{1}{2} h k_{2,v}) \quad (16)$$

$$k_{4,w} = v_i + h k_{3,v}, \quad k_{4,v} = g(t_i + h, w_i + h k_{3,w}, v_i + h k_{3,v}) \quad (17)$$

식(1)의 미분방정식을 풀어 변위를 구하게 되면 수정 Ramberg-Osgood 모델을 적용하여 동적 지반저항력을 결정하고 결정된 동적 지반저항력을 식(1)에 다시 적용하여 다음 시간 단계에서의 해를 구하게 된다.

3. 현장시험

널말뚝의 관입속도 예측기법의 개발과 관련하여 수정 Ramberg-Osgood 모델의 적합성을 검증하고 동적 하중전이특성을 파악하기 위해 현장시험을 수행하였다. 현장지반은 지표면으로부터 매립층, 퇴적층, 풍화토 순으로 분포되어 있는 사질토지반으로 현장시험에 앞서 6m 간격으로 표준관입시험을 2개소에 대하여 실시하였다. 표준관입시험결과는 그림 4(a)에 나타나 있으며, 표준관입시험을 통해 6m 깊이에서 채취한 시료의 입도분포곡선은 그림 4(b)에 나타나 있다. 그림 3에서 BH-1 및 BH-2는 공번호를 의미한다. 현장시험시 시험널말뚝은 BH-1에서 1.5m 떨어진 위치에 시공하였다.

현장시험에 사용된 강널말뚝은 SPIII(D)으로서 길이는 12m이며, 단면의 형상은 U형이다. 널말뚝 제원은 표 1에서와 같다. 한편, 현장시험에 사용된 진동해머는 전

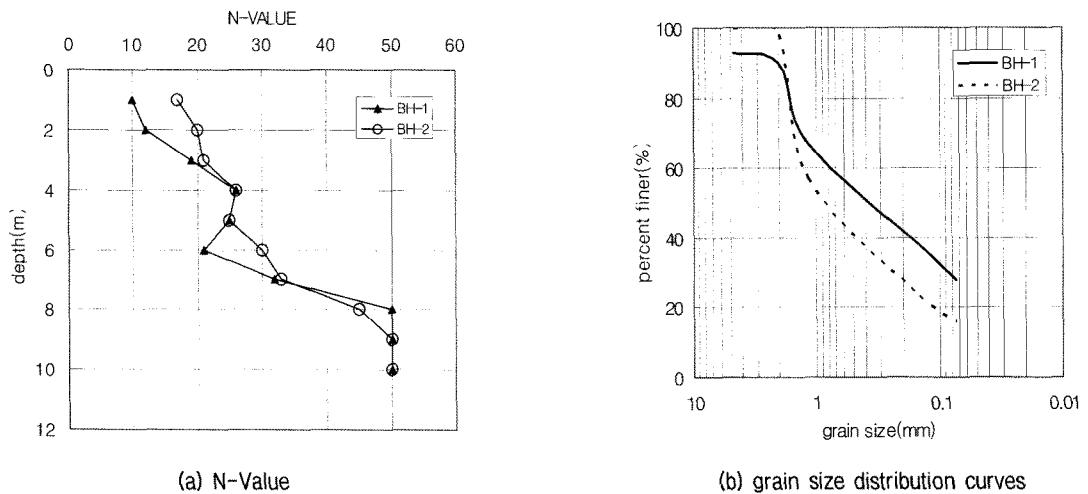


그림 4. N값 분포 및 입도분포곡선

표 1. 현장시험에 사용된 강널말뚝 제원

Section type	표준단면치수			단면적 (cm ²)	둘레길이 (cm)	편심거리 (cm)	단위중량 (kg/m)	단면2차모멘트 (cm ⁴)	단면계수 (cm ³)
	B (mm)	H (mm)	t (mm)						
SPIIIA(D)	400	150	13	76.4	119.2	3.8	60.0	3060	279

표 2. 현장시험에 사용된 진동타입기 해머 제원

편심모멘트(kg·cm)	2200	공운전시 가속도(g)	10.8
진동수(cpm)	1500	모터출력(kW)	60
기진력(ton)	55.4	총중량(kg-f)	5500
공운전시 진폭(mm)	4.3	진동중량(kg-f)	4800

기식이며 모델명은 SVS-80으로서 그 제원은 표 2에서와 같다.

현장시험에는 변형률계, 가속도계, 깊이측정장치(depth measuring drum) 등의 계측기를 강널말뚝에 부착하여 진동타입시 강널말뚝에 발생하는 응력과 강널말뚝의 가속도 및 시간에 따른 관입깊이를 측정하였다. 각각의 계측기 설치위치는 그림 5와 같다. 그림 5에서 보는 바와 같이 말뚝두부와 선단부에 가속도계를 설치하였고, 변형률계는 말뚝두부에 2개를 설치하였다. 또한 선단부에는 변형률계를 총 8개 설치하였는데 복부에 4개 좌우측 플랜지부에 각각 2개씩 설치하였다.

시험을 통해 측정한 계측자료로부터 말뚝두부에 설치한 가속도계를 시간에 대해 두 번 적분하여 변위를 구하고 널말뚝의 두부와 선단부에 설치한 변형률계 계측결과분석을 통해 말뚝 주면 및 선단에서의 동적 지반 저항력을 구한 다음 널말뚝의 변위에 따른 동적 지반저항력의 관계를 나타내는 하중전이곡선을 구했는데 널말뚝의 관입깊이 3m에서의 동적 하중전이곡선은 그림

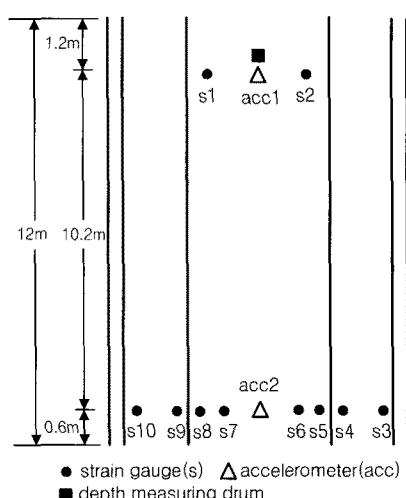


그림 5. 계측기 및 설치위치

6과 같다. 그림 6(a)은 주면마찰에 대한 하중전이곡선을 나타내고 그림 6(b)은 선단저항에 대한 하중전이곡선을 나타낸다.

그림 6(a)에서 보는 것처럼 주면마찰에 대한 하중전

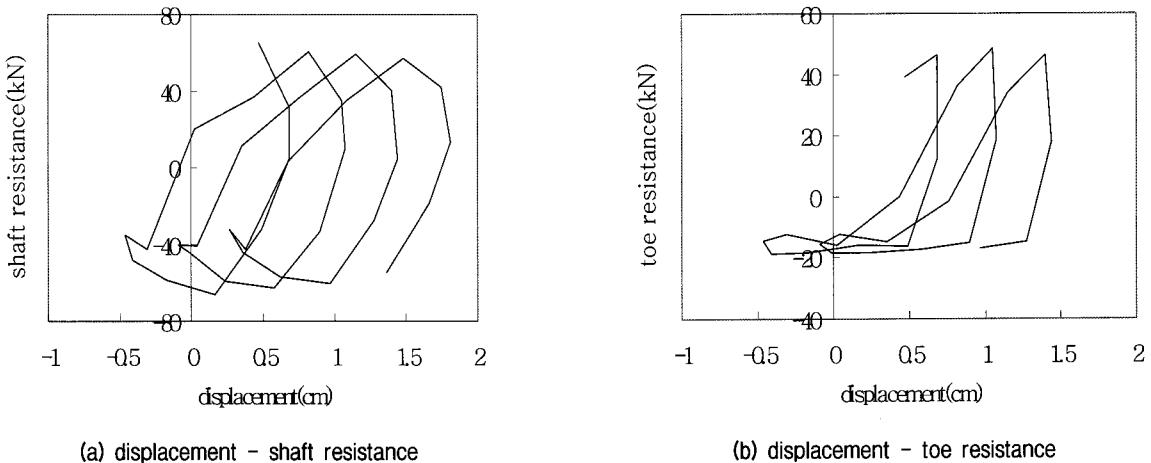


그림 6. 하중전이곡선(관입깊이=3m)

이곡선은 관입깊이에 따라 대체적으로 상향과 하향의 주면마찰력이 대칭적으로 발현되는 반복성을 보여준다. 그림 6(a)의 하단부에 나타나 있는 뼈죽이 솟은 부분은 노이즈의 영향을 반영한 결과로 추정된다. 또한 그림 6(b)를 통해 알 수 있듯이 선단저항에 대한 하중전이곡선은 톱니형태의 반복성을 보여주고 있는데 제하(unloading) 후 다시 재하(reloading)되는 과정에서 일정 변위가 발생 할 때까지는 선단저항의 증가가 거의 발생하지 않음을 알 수 있다.

4. 해석기법의 개발

진동타입기에 의해 시공되는 널말뚝의 관입속도를 예측할 수 있는 해석기법의 개발을 위해 식 (1)에 나타낸 지배 미분방정식에 수정 Ramberg-Osgood 모델을 적용하여 동적 지반저항력을 결정하고 Runge-Kutta 방법을 이용하여 해를 구한 다음 관입깊이별로 관입속도와 관입에 소요되는 시간을 계산하도록 코딩하였다(VIBROPILE 프로그램). 또한 적용한 해석기법이 실제의 널말뚝의 진동타입거동과 상관성을 갖도록 현장시험결과를 수정 Ramberg-Osgood 모델에 반영하였다. 그림 6에 나타낸 바와 같이 현장시험결과를 통해 구한 하중전이곡선을 수정 Ramberg-Osgood 모델에 반영할 때는 매개변수로서 그림 4에 나타낸 깊이에 따른 N 값 분포를 사용하였다. 이때 매개변수로 사용되는 관입깊이에 따른 N 값은 깊이에 따른 가중평균값을 이용하였다.

이상에서 나타낸 내용을 바탕으로 개발된 VIBROPILE 프로그램의 계산과정을 개략적으로 나타내면 그림 7과

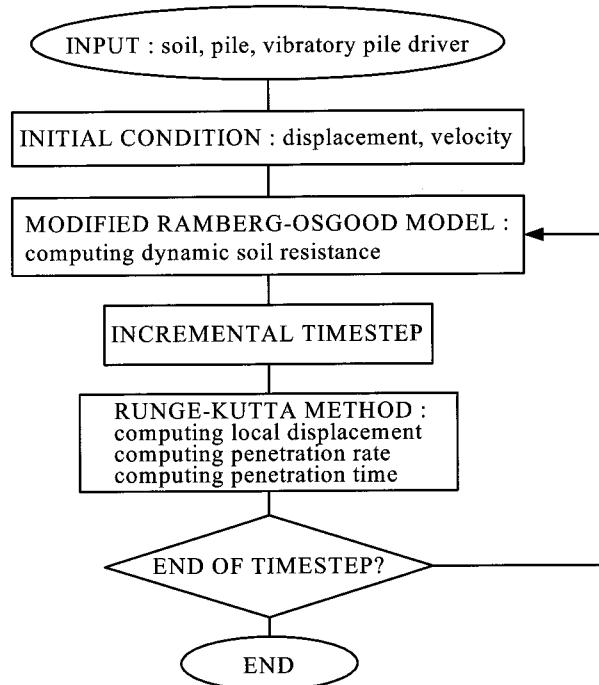


그림 7. 개발된 VIBROPILE 프로그램의 계산 흐름도

같다.

개발된 프로그램의 실행을 통해 구한 관입깊이 3m에 대응하는 시간에 따른 변위이력은 그림 8과 같고 하중전이곡선은 그림 9과 같다.

그림 8에 나타낸 바와 같이 시간에 따른 변위이력은 진동타입기의 주기운동에 따라 주기성을 보임을 알 수 있다. 그림 9에 나타낸 하중전이곡선의 형상은 그림 6에 나타낸 바와 같은 실제의 하중전이곡선 형상과 유사함을 알 수 있다. 관입깊이별 관입속도를 해석값과 시험값을 비교하여 나타내면 그림 10과 같다.

그림 10에 나타낸 바와 같이 관입깊이에 따른 관입속도를 통해 볼 때 해석결과는 전체적으로 시험결과와 유사한 관입속도 분포양상을 보여줌을 알 수 있으며, 해석

결과값이 시험값보다는 보수적인 결과를 보여줌을 알 수 있다. 관입깊이별 관입에 소요되는 시간을 해석결과와 시험결과를 비교하여 나타내면 그림 11과 같다.

그림 11을 통해 알 수 있듯이 해석결과에 의한 관입소요시간은 시험 값에 비해 보수적인 결과를 보여줌을 알 수 있는데 이는 그림 10의 결과와 직접적인 관련이 있기 때문이다. 관입소요시간은 관입깊이 5m에 대하여 해석결과에 의한 경우가 시험 값에 비해 약 50초 정도 크게 나타났다.

이상에서 나타낸 바와 같이 개발된 해석 프로그램은 시험 값과 유사한 경향을 보여줌을 알 수 있으나 지반의 동적 저항력의 모사를 위해 적용한 수정 Ramberg-Osgood 모델에 있어서 모델 매개변수를 지반의 N값만으로만 관련지어진 측면과 다양한 지반조건, 진동타입기 조건,

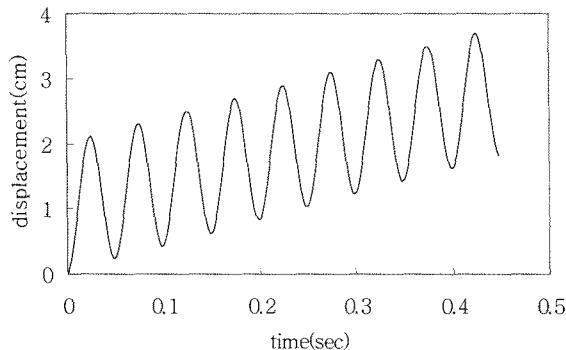
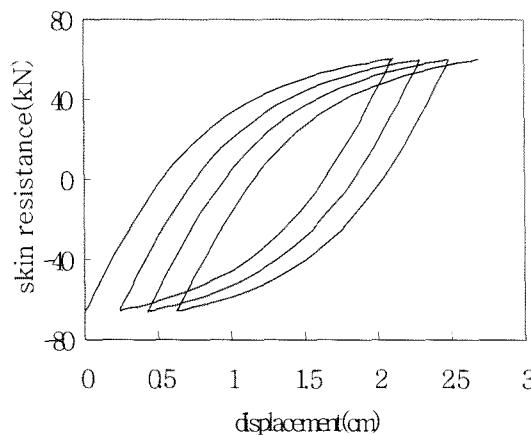
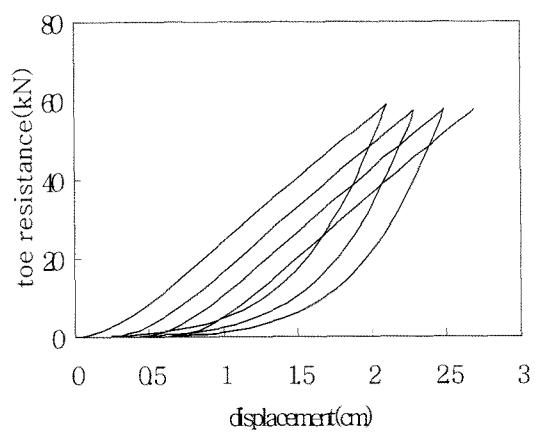


그림 8. 시간에 따른 변위이력(관입깊이=3m)



(a) displacement - shaft resistance



(b) displacement - toe resistance

그림 9. 하중전이곡선(관입깊이=3m)

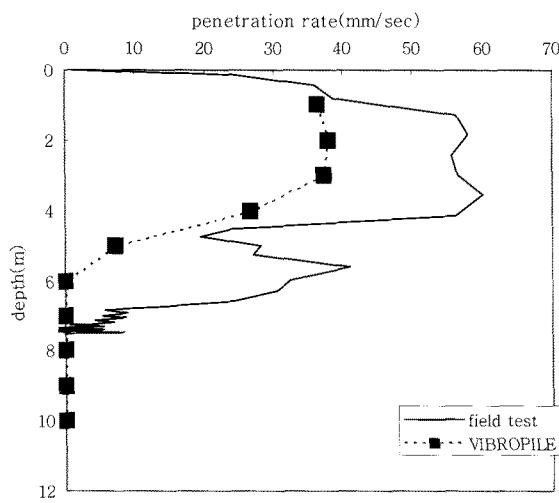


그림 10. 관입속도의 비교

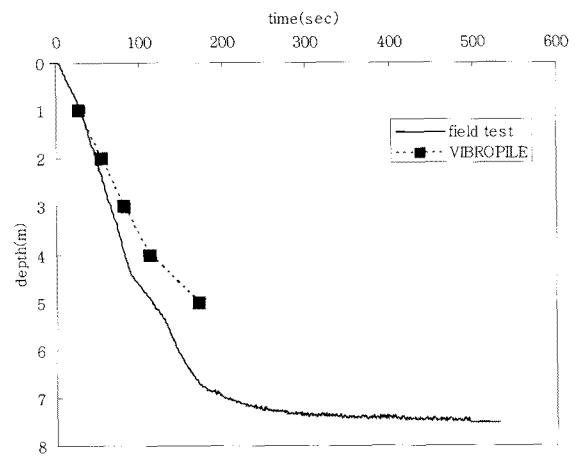


그림 11. 관입깊이별 관입 소요시간의 비교

말뚝의 종류에 따른 해석결과의 적용에 있어서의 신뢰성 검토를 위한 시험결과의 부족 등이 해석결과와 시험결과 사이의 오차에 영향을 미친 것으로 볼 수 있다.

5. 결 론

진동타입기에 의해 시공되는 강널말뚝의 관입속도를 예측하고자 지반의 동적 저항력을 모사할 수 있는 수정 Ramberg-Osgood 모델을 적용하고 해석모델의 개발 및 검증을 위해 실시된 표준관입시험의 N값을 매개변수로 하여 제안된 모델과 현장시험결과를 근사화 시키도록 하였다. 해석결과와 현장시험결과의 비교분석을 통해 볼 때 관입깊이에 따른 관입속도 및 관입 소요시간은 전체적으로 해석결과 및 현장시험결과에 있어 큰 차이를 나타낸다고 볼 수 없다. 관입속도는 해석결과가 현장시험결과에 비해 작게 계산되었으며, 관입깊이에 따른 관입 소요시간은 해석결과가 현장시험결과에 비해 크게 계산되어 해석결과가 현장시험결과에 비해 보수적인 값을 보여주었다. 그러나 본 연구를 통해 개발된 프로그램은 하나의 현장시험결과를 해석모델에 반영한 것으로 향후 현장시험결과의 축적을 통해 보다 신뢰성 있는 프로그램의 개발이 가능하리라 본다.

감사의 글

이 논문은 삼성물산 건설부문의 지원으로 이루어진 연구 성과의 일부이며, 연구를 지원해준 삼성물산 건설부문에 감사의 뜻을 전합니다.

참 고 문 헌

1. Holeyman, A. (1993), *An Analytical Model-Based Computer Program to Evaluate the Penetration Speed of Vibratory Driven Sheet Piles*, Research report prepared for BBRI, HYPERVIB1, pp.23.
2. Novak, M., Nogami, T. and Aboul-Ella, F. (1978), "Dynamic soil reactions for plane strain case", *J. Eng. Mech. Div., ASCE*, 104(4), pp.953-959.
3. Richard, Ralph M. and Abbott, Barry J. (1975), "Versatile elastic-plastic stress-strain formula", *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol.101, No. EM4, August, 1975.
4. Vanden Berghe, J-F. and Holeyman, A. (1997), "Comparison of two models to evaluate the behavior of a vibratory driven sheet pile", *XIth Young Geotechnical Engineers Conference and Computers*, September 24-27, 1997, Madrid, Spain, pp.60-72.
5. Wong, D., O'Neill, M. W., and Vipulanandan, C. (1992), "Modelling of Vibratory Pile Driving in Sand", *International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, Vol.16, No.4, pp.189-210.

(접수일자 2009. 9. 16, 심사완료일 2010. 1. 7)