

# 영상 잡음제거를 위한 게이버 코사인과 사인 변환의 소프트 문턱 방법

## Soft Thresholding Method Using Gabor Cosine and Sine Transform for Image Denoising

이 적 식

Juck-Sik Lee\*

### 요약

영상에 존재하는 잡음을 제거하는 방법은 공간영역과 변환영역에서 많은 연구가 되어 왔다. 초기에는 공간영역에서 저역통과필터를 많이 사용하였으나, 최근에는 변환영역에서 이산 웨이브릿 변환이 탁월한 에너지 집중도와 다분해능 성질에 기인하여 영상압축 뿐만 아니라 잡음제거에도 많이 사용되고 있다. 본 논문은 인간시각필터로 고려되는 Gabor 코사인과 사인 함수를 이용한 변환을 소프트 문턱치 기법으로 영상 잡음제거 응용에 적용하고자 한다. 기존 소프트 문턱치 기법을 이용하는 우수한 웨이브릿 변환과 PSNR 성능을 비교하고, 잡음 제거된 결과 영상을 시각적으로도 비교한다. 4가지 Gaussian 분포 잡음을 첨가한 여러 실제 영상의 실험으로부터 제안한 변환이 PSNR 성능에서 최대 1.18dB 우수하고, 시각적 인지에서도 분명한 차이를 보였다.

### Abstract

Noise removal methods for noisy images have been studied a lot in the domain of spatial and transform filtering. Low pass filtering was initially applied in the spatial domain. Recently, discrete wavelet transform has widely used for image denoising as well as image compression due to an excellent energy compaction and a property of multiresolution. In this paper, Gabor cosine and sine transform which is considered as human visual filter is applied to image denoising areas using soft thresholding technique. GCST is compared with excellent wavelet transform which uses existing soft thresholding methods from PSNR point of view. Resultant images removed noises are also visually compared. Experimental results with adding four different standard deviation levels of Gaussian distributed noises to real images show that the proposed transform has better PSNR performance of a maximum of 1.18 dB and visible perception than wavelet transform.

**Keywords** : denoising, GCST, DWT, soft thresholding

### 1. 서론

영상은 입력장치, 전송 매체, 처리과정에서 잡음의 영향을 많이 받는다. 잡음 영상 속에 포함된 정보를 추출하기 위한 영상 해석 이전에 보통 전처리 단계로 영상의 질을 향상시키는 잡음 제거 과정을 거친다. 잡음제거는 영상처리에서 매우 오랜 기간 동안 연구되어 왔으며 방법도 다양하게 존재한다. 일반적인 영상에 존재하는 잡음은 Gaussian 분포, 양자화 과정에서 발생하는 잡음은 균일 분포로 가정하고, 의료 분야에서 초음파 영상은 곱의 형태로 주어지는 반점(speckle) 잡음이 작용하고 자기공명영상은 Rician 잡음의 영향을 받는다[1]

영상에 포함된 잡음을 제거하는 방법은 크게 공간영역 또는 변환영역에서 수행된다. 공간영역에서는 여러 영상의 평균값을 이용하는 방법과 부가적인 Gaussian 잡음에 최적인 Wiener 필터 방법의 선형 필터와 중앙값을 이용하는 비선형 필터가 많이 사용되어 왔다. 변환영역 방법은 대표적으로 주파수 영역, 웨이브릿 영역, 데이터 적응 영역으로 구별된다. 주파수 영역 방법은 푸리에 변환을 이용하며 차단 주파수보다 큰 주파수 성분은 잡음으로 간주되어 차단시키고, 차단주파수보다 작은 주파수 성분은 신호 성분으로 고려하여 통과시켜서 원래 영상을 예측하는 것이다. 데이터 적응 변환은 공분산(covariance)의 고유치를 이용하는 PCA(Principal Component Analysis)와 침도와 같은 고차원 통계량을 이용하는 ICA(Independent Component Analysis) 방법이 있으며 Gaussian이 아닌 분포에도 적용 가능하며 단점으로 계산 시간이 많이 요구된다[2].

Wiener 필터의 단점은 잡음과 원래 신호의 스펙트럼에

\*경기대학교

투고 일자 : 2009. 10. 26 수정완료일자 : 2010. 1. 21

게재확정일자 : 2010. 1. 29

의존하는 것이며 이것을 극복하기 위하여 Donoho는 웨이브릿에 기초한 잡음제거 방법을 제안하였다[3]. 웨이브릿 변환은 탁월한 에너지 집중도(energy compaction), 다중분해능(multiresolution), 다중크기(multiscale) 해석의 장점 때문에 JPEG2000의 표준 영상압축 뿐만 아니라 영상 잡음제거에도 우수한 성능을 제공하여 최근에 가장 많이 연구되고 있다. 영상에 존재하는 주파수 성분을 저주파와 고주파로 구분하기 위하여 저역과 고역 통과의 두 가지 필터를 사용하며, 계층적인 구조를 갖는 서브밴드 형태로 주파수 대역을 나눈다. 일반적으로 잡음은 고주파 성질을 갖고 있으므로 고주파 대역의 계수들이 작다면 원래 신호의 중요한 특징에 큰 영향을 미치지 않게 삭제될 수 있을 것이다. 물론 이 과정에서 영상의 상세함도 동시에 제거될 수 있다.

변환영역의 서브밴드 계수들이 문턱치보다 작은 값은 잡음으로 간주되어 0으로 설정하고 나머지 계수 값으로 역웨이브릿 변환을 수행하여 원래 영상의 잡음 제거된 예측 영상을 복원한다. 문턱치를 결정하는 방법이 웨이브릿 변환을 이용한 잡음제거에서 핵심이다. Donoho가 처음으로 문턱치를 계산하는 방법[4]을 발표한 이후에 문턱치 결정에 대한 여러 가지 방법들이 제시되고 있다. 작은 계수들은 제거되고 큰 계수들은 그대로 유지하는 hard 문턱(thresholding) 방법은 큰 잡음 계수들이 제대로 제거되지 못하는 현상을 초래한다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 큰 계수들을 문턱치만큼 감소(shrink)시키는 soft 문턱 기법

$sign(x) \cdot \max(|x| - T, 0)$ 이 제안되었으며, 일반적으로 hard 기법보다 우수한 잡음 제거 능력을 보인다.

웨이브릿 계수에 적용한 대표적인 soft 문턱 방법으로는 VisuShrink[3], SureShrink[5], BayesShrink[6], NormalShrink[7] 등이 있다. 웨이브릿 계수들의 통계적인 성질을 파악하여 잡음을 제거하는 방법은 개별(marginal) 분포를 이용하는 GMM(Gaussian Mixture Model)과 GGD(Generalized Gaussian Distribution)[8] 그리고 결합(joint) 분포를 이용하는 HMM(Hidden Markov Model)[9] 등이 있다. GGD가 GMM보다 정확하지만 계산 과정이 복잡하고, HMM은 분해능이 다른 계수 사이의 상호 의존성을 이용한다. VisuShrink의 문턱치는  $\sigma\sqrt{2\log N}$  ( $\sigma$ 는 잡음의 표준편차이고,  $N$ 은 데이터 개수)를 사용하였고, SureShrink은 VisuShrink의 문턱치와 SURE 문턱치[10]를 결합하여 사용하였으며 성능은 VisuShrink보다 더 좋은 결과를 얻었다. BayesShrink는 웨이브릿 계수를 GGD 분포로 모델링하여 Gaussian과 Laplacian 분포에 대해서 평균자승오차를 최소화하는 soft 문턱치  $\sigma^2/\sigma_x$ 를 유도하였고( $\sigma_x$ 는 GGD 분포의 표준편차), 4가지 영상과 각 영상에 4가지 잡음 레벨을 첨가한 실험으로부터 전체 16경우에서 3경우를 제외하고는 SureShrink보다 우수한 MSE 결과를 보였다. 아울러 최적의 선형 필터인 Wiener 필터와도 비교하였으며 한 경우를

제외하고는 모두 우수함을 보였다. NormalShrink는 GGD 분포의 형태를 결정하는 변수인  $\beta$ 를 BayesShrink의 문턱치에 포함하여  $\beta\sigma^2/\sigma_x$ 를 사용하였으며, 12가지 경우(3가지 영상과 4가지 잡음 레벨)에서 9가지 경우가 BayesShrink보다 좋은 PSNR을 얻었다. 웨이브릿 변환 계수를 이용한 대부분 잡음제거 방법은 가장 낮은 분해능과 가장 낮은 수평, 수직 주파수 성분의 서브밴드(LL)는 soft 문턱 방법을 적용하지 않고 원래 계수 그대로 역변환에 사용되었다. 그러나 기본적으로 NormalShrink 방법을 사용하면서 LL 대역에 제약 최소자승(Constrained Least Square) 필터를 적용한 논문[11]은 NormalShrink보다 더 우수한 PSNR 결과를 보여주었다. 비교적 최근에 Sendur[12]는 부모와 자식 웨이브릿 계수들 사이에 상호 의존성이 존재함을 보였으며, 그 결과를 이용하여 부모와 자식 계수를 결합확률밀도함수로 모델링하여 잡음제거 능력을 향상시켰다. 또한 Luisier[13]는 낮은 분해능의 부모 계수뿐만 아니라 같은 분해능의 동일한 위치에 해당하는 다른 서브밴드 계수들과의 상호 의존성을 파악하여 칼라 영상 잡음제거에 적용하였다. 이러한 다른 분해능 사이의 상호 의존성을 이용한 영상 잡음제거 방법은 계수 사이가 서로 독립이라고 가정한 기존 방법보다 일반적으로 우수한 성능을 보여준다.

본 논문에서 사용된 함수는 Gabor 복소함수에서 유도되었으며, Gaussian 분포함수에 복소지수함수를 곱한 이 함수는 인간시각세포의 수용영역을 표현하는 수학적 모델로 최초로 도입되었다. Gabor 함수는 복소수이기 때문에 실제적인 응용 분야에서는 실수 부분인 Gabor Cosine(GC) 또는 허수 부분인 Gabor Sine(GS) 함수가 대신 많이 쓰이며, GC와 GS를 혼합하여 기저함수를 형성한 GCS 변환(Gabor Cosine and Sine Transform: GCST)이 인간시각필터로써 제안되었다[14, 15]. GCS 함수는 현재까지 시각세포의 수용영역에 가장 유사하게 인식되는 Gaussian 미분 함수보다 결합유효폭이 탁월하며, 영상압축 분야에 적용하여 신호대 잡음비와 에너지 집중도에서도 Gaussian 미분 변환(Derivatives of Gaussian Transform: DGT)[16], 정지영상, 동영상, 영상화의 표준의 DCT, 최근의 정지영상(JPEG2000)과 동영상(MPEG-4) 표준인 DWT(Discrete Wavelet Transform)보다 우수함을 실험을 통하여 보였다.

본 논문에서는 인간시각세포의 모델로써 사용되는 Gabor 코사인과 사인 함수 변환을 soft 문턱 기법으로 영상 잡음제거 분야에 적용하여, 우수한 잡음제거 능력을 갖는 웨이브릿 변환과 성능을 비교한다. 수치적인 성능지표로는 신호대잡음비 또는 평균자승오차를 사용하지만, 제안한 변환인 GCST가 인간시각필터이므로 결과 영상의 시각적인 인지도 측면도 중요하게 다룬다.

2장에서는 GCST 변환을 간단히 살펴보고, 3장에서는 GCST 주파수 서브밴드의 계수들에 soft 문턱을 적용하여

잡음을 제거하는 방법을 설명하며, 4장에서는 실제 영상에 여러 Gaussian 잡음 레벨을 첨가하여 변환들의 수치적 및 시각적 성능을 비교하며, 마지막으로 결론을 맺는다.

## II. Gabor 코사인과 사인 변환

GCST의 기저함수인 GC와 GS 함수는 Gabor 복소함수  $g(x)$ 에서 유도되며 각각 다음과 같다.

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_i^2}} e^{j\omega_i x} \quad (1)$$

$$c_i(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_i^2}} \cos\omega_i x, \quad i=1,3,5,7 \quad (2)$$

$$s_i(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_i^2}} \sin\omega_i x, \quad i=2,4,6,8 \quad (3)$$

여기서  $c_i(x)$ 와  $s_i(x)$ 는 각각 Gabor 복소함수의 실수와 허수 부분에 해당한다. 8x8 DCT 또는 DGT처럼 8개의 기저 함수를 선택하였다. 가장 낮은 주파수의 저역통과필터는 직류성분을 잘 보존하도록 코사인 함수를 포함하는  $c_1(x)$ 를 사용하고, 가장 높은 주파수의 고역통과필터는 사인 함수를 포함하는  $s_8(x)$ 를 사용하였다. 나머지 6개 대역통과필터는 코사인과 사인을 교대로 사용하였다[14]. 한 위치에서 식 (2)과 (3)의 8개  $c_i(x)$ 와  $s_i(x)$  함수들은 서로 독립적이지만 직교하지 않기 때문에 직교정규화 과정을 통하여  $c_i(x)$ 와  $s_i(x)$ 를 직교정규함수  $u_i(x)$ 로 변환하였다[17]. 이러한 직교정규 기저함수를 입력신호의 길이만큼 표본화하고 이동하여 변환행렬  $U$ 를 얻으며 열 벡터(column vector)로 표시되는 1차원 신호  $x$ 는 다음과 같이 기저함수의 변환행렬로 표현된다.

$$x = Uc \quad (4)$$

여기서  $c$ 는 기저함수의 계수 벡터이다. 오차 벡터를  $Uc - x$ 로 정의하고, 최소자승오차를 갖는 계수  $\hat{c}$ 를 유도하면 다음과 같다[14].

$$\hat{c} = (U^T U)^{-1} U^T x = A^T x \quad (5)$$

여기서  $A^T = (U^T U)^{-1} U^T$ 이다. 2차원 영상  $f$ 에 위 과정을 적용하면 계수 행렬  $C$ 와 다음 관계를 갖는다[14].

$$f = UCU^T \quad (6)$$

$$\hat{C} = A^T fA \quad (7)$$

그림 1은 2차원 영상에 사용되는 GCST의 64개 기저영상이며 식 (6)에서  $U$ 에 해당하는 신호이다. 저주파 성분, 수평과 수직 방향 성분, 대각선 방향 성분을 추출하는 기저 영상을 확인할 수 있다.

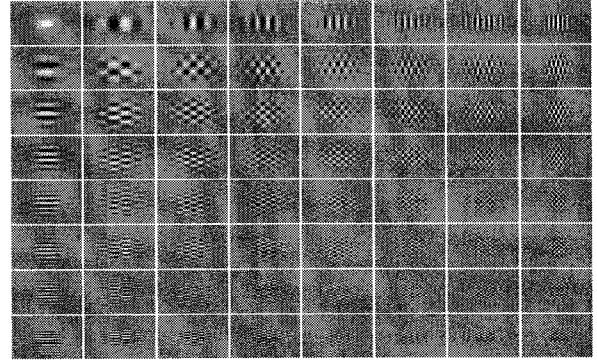


그림 1. 2차원 GCST의 기저영상

Fig. 1. Basis images of 2-dimensional GCST

## III. GCST 소프트 문턱치 선택

2차원 영상 신호를  $\{f(i,j)\}$ ,  $i,j=1,\dots,N$ 이라고 하면, 잡음  $\{e(i,j)\}$ 이 첨가되어서 관측되는 영상  $\{g(i,j)\}$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$g(i,j) = f(i,j) + e(i,j) \quad (8)$$

잡음  $\{e(i,j)\}$ 은 독립적이고 동일한 정규 분포를 가지며  $\{f(i,j)\}$ 와 역시 독립적으로 가정한다. 관측된 영상신호  $\{g(i,j)\}$ 에 포함되어 있는 잡음을 제거하여 다음 평균자승오차(MSE: Mean Squared Error)를 최소화하는 원래 영상  $\{f(i,j)\}$ 의 추정치  $\{\hat{f}(i,j)\}$ 를 얻는 것이 목표이다.

$$MSE = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [\hat{f}(i,j) - f(i,j)]^2 \quad (9)$$

$\{G(u,v)\}$ ,  $\{F(u,v)\}$ ,  $\{E(u,v)\}$ 를 각각  $\{g(i,j)\}$ ,  $\{f(i,j)\}$ ,  $\{e(i,j)\}$ 의 GCST라고 하고, 식 (7)을 적용하면

$$G = A^T gA = A^T (f+e)A = A^T fA + A^T eA = F + E \quad (10)$$

볼드체는 해당 신호의 행렬 표현을 의미한다.  $F$ 와  $E$ 가 서로 독립이므로 분산은 다음을 만족한다.

$$\sigma_G^2 = \sigma_F^2 + \sigma^2 \quad (11)$$

DWT를 이용한 잡음제거에서 잡음의 표준편차  $\sigma$ 는 가장 높은 주파수 분해능 대역의 계수들로부터 추정하여 사용하였으며 Donoho와 Johnstone이 최초로 아래 식으로 제안하였다[10].

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median}(|G(u,v)|)}{0.6745} \quad (12)$$

여기서  $G(u,v)$ 는 가장 높은 분해능과 수평, 수직 방향으로 가장 높은 주파수 대역에 속하는 성분이다. 가장 높은 주파수 분해능 대역이 영상신호 성분이 가장 적게 포함되고, 중앙값을 이용한 추정치가 완전하지는 않지만 좋은 추정치를 제공함을 실험적으로 보였다.

Chang[6]의 BayesShrink 알고리즘은 DWT의 계수들이 GGD를 따른다고 가정하여 Bayes 위험도를 최소화하는 소프트 적용 문턱값을 유도하였다. Gaussian 일반화 분포는 다음과 같이 표현된다.

$$GGD(x) = C(\sigma_x, \beta) \exp\{-[\alpha(\sigma_x, \beta) |x|]^\beta\},$$

$$-\infty < x < \infty, 0 < \sigma_x, 0 < \beta \quad (13)$$

여기서  $\alpha(\sigma_x, \beta) = \frac{1}{\sigma_x} \sqrt{\frac{\Gamma(3/\beta)}{\Gamma(1/\beta)}}$ ,  $C(\sigma_x, \beta) = \frac{\beta \alpha(\sigma_x, \beta)}{2\Gamma(1/\beta)}$ ,

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty e^{-u} u^{t-1} du \text{이다.}$$

변수  $\sigma_x$ 는 표준편차이고,  $\beta$ 는 함수 형태를 결정하는 변수이다. 4가지 영상에 대해서 DWT를 3 레벨까지 분해하여 각각 9개 서브밴드의 GGD 변수들인 표준편차  $\sigma_x$ 와 형태 변수  $\beta$ 를 추정하였다. 그 결과 DWT 계수들이 GGD 모델에 잘 부합됨을 보였고, 특히 GGD의 두 가지 특별한 경우인  $\beta=1$ (Laplacian 분포)과  $\beta=2$ (Gaussian 분포)에서 소프트 문턱값이 다음과 같이 주어짐을 보였다.

$$T_B = \frac{\sigma^2}{\sigma_x} \quad (14)$$

Kaur[7]의 NormalShrink 알고리즘은 BayesShrink 알고리즘에  $\beta$ 를 포함하도록 소프트 문턱값을 아래 식처럼 변수를 추정하여 사용하였다. 문턱치  $T_N$ 는 서브밴드 특성에 따라서 변화되도록 수정하였다.

$$T_N = \beta \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_x} \quad (15)$$

여기서  $\beta$ 는 크기 변수로 대역에 따라서 다음과 같다.

$$\beta = \sqrt{\log\left(\frac{L_k}{J}\right)} \quad (16)$$

여기서  $J$ 는 대역 분할 수이고,  $L_k$ 는  $k$ 번째 크기에서 서브밴드의 픽셀 수이다. 가장 낮은 주파수 성분의 서브밴드를 제외한 다른 모든 서브밴드에서 계수들의 평균값은 거의 0이므로, 현재 고려되는 서브밴드의 표준편차  $\hat{\sigma}_G$ 는 다음 식으로 계산된다. 참고적으로 이것은 그림 2, 3, 4로부터 제안한 변환인 GCST의 계수에서도 평균값을 0으로 고려할 수 있음을 볼 수 있다.

$$\hat{\sigma}_G = \sqrt{\frac{1}{M^2} \sum_{u=1}^M \sum_{v=1}^M G^2(u, v)} \quad (17)$$

GCST는 분할되는 형태와 특성이 DWT와 약간 다르기 때문에 위의 변수를 조정할 필요가 있다. 우선 중앙값을 이용하는 잡음의 표준편차 계산식에서 분모의 0.6745는 DWT에는 적합하지만 GCST에서는 그대로 적용하기 어렵다. 그래서 많은 컴퓨터 실험을 통하여 0.6161을 얻었다. 그리고 GCST는 8개의 기저함수로 입력 영상을 8x8로 동일한 크기의 서브대역으로 분할하므로 512x512 입력 영상에 대해서 대역 분할 수  $J$ 는 3이고, 모든 서브대역의 크기는 64x64이다. 그러므로  $\beta = \sqrt{\log\left(\frac{64 \times 64}{3}\right)} = 1.7707$ 이다.

위에서 언급한 소프트 문턱값을 GCST에 적용하려면 GCST 계수가 GGD 분포로 근사화 가능함을 먼저 보여야 한다. 그림 2, 3, 4는 각각 Lena, Barbara, Goldhill 영상의 8x8 = 64개 GCST 서브밴드 중에서 위 왼쪽부터 (1,2), (1,8), (2,1) 그리고 아래 왼쪽부터 (4,4), (8,1), (8,8)에 해당하는 계수의 히스토그램과 GGD로 근사한 그래프를 동시에 나타내었다. 여기서 (1,2) 계수는 그림 1에서 첫 번째 행, 두 번째 열에 해당하는 기저영상을 사용하여 GCST 변환하여 얻은 서브밴드 계수이다. 서브밴드 (1,2)는 가장 낮은 수직방향 주파수 성분을, (2,1)은 가장 낮은 수평방향 주파수 성분을 의미하며 저주파 성분의 크기가 넓은 범위에 걸쳐서 분포됨을 알 수 있다. 그리고 아래 왼쪽 (4,4)는 대각선 방향의 중간주파수, 오른쪽 (8,8)은 대각선 방향으로 최대 주파수 성분을 나타낸다. 고주파로 갈수록 크기 범위가 작아지고 계수값이 0인 확률이 증가함을 볼 수 있다. 그래프 내부에 표시된 표준편차  $\sigma_x$ 와  $\beta$ 는 GGD의 변수들이며 GCST 계수들도 GGD 분포로 근사화할 수 있음을 볼 수 있다. 앞에서 설명한 내용을 기반으로 제안한 GCST를 이용한 soft 문턱 방법의 영상 잡음제거 순서는 아래와 같이 수행된다.

- 1) 식 (10)으로 잡음 영상  $g$ 의 GCST 계수를 계산
- 2) 잡음의 표준편차 추정,  $\hat{\sigma} = \frac{\text{median}(|G(u, v)_{(8,8)}|)}{0.6161}$
- 3) 63개의 서브밴드  $G(u, v)$ 에 대해서
  - a) 잡음 영상의 표준편차 계산,

$$\hat{\sigma}_G = \sqrt{\frac{1}{64^2} \sum_{u=1}^{64} \sum_{v=1}^{64} G^2(u, v)}$$

- b) 원래 영상의 표준편차 계산,

$$\hat{\sigma}_F = \sqrt{\max(\hat{\sigma}_G^2 - \hat{\sigma}^2, 0)}$$

- c) GCST 문턱값 계산,  $T_{CCSR} = 1.7707 \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_F}$

- d) 잡음영상의 GCST 계수에 soft 문턱 적용,  $\text{sign}(G(u, v)) \cdot \max(|G(u, v)| - T_{CCSR}, 0)$

- 4) 식 (6)으로 잡음 제거된 계수를 역변환하여  $\hat{f}$  계산하여 영상 복원

순서 3)의 과정 b)에서  $\hat{\sigma} > \hat{\sigma}_G$ 인 경우는 잡음이 신호보다 매우 강하므로  $\hat{\sigma}_F$ 를 0으로 결정한다. 즉, 해당 서브밴드들 복원에서 제외하기 위하여 문턱값을 무한대로 설정하고, 이때 모든 계수는 0이 된다. 실제 잡음영상의 컴퓨터 실험에서 이러한 경우가 고주파 서브밴드에서 종종 발생함을 볼 수 있었다.

IV. 실험 결과

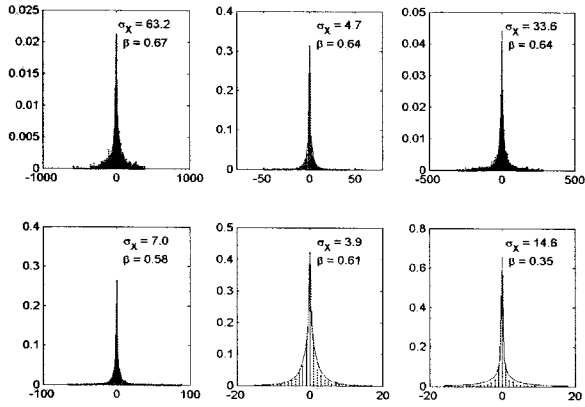


그림 2. Lena 영상의 GCST 계수 히스토그램

Fig. 2. Histogram of GCST coefficients for Lena image

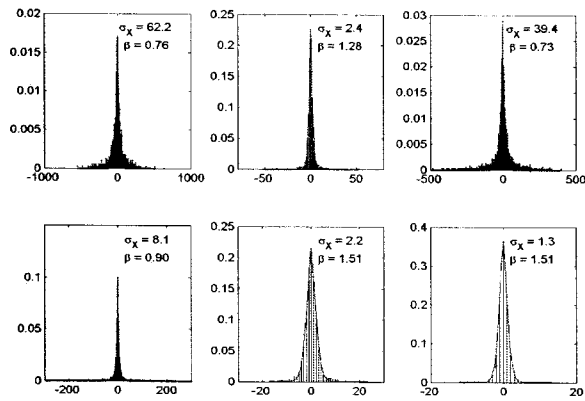


그림 3. Barbara 영상의 GCST 계수 히스토그램

Fig. 3. Histogram of GCST coefficients for Barbara image

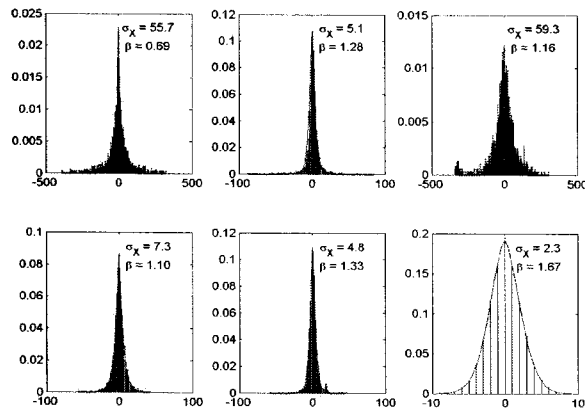


그림 4. Goldhill 영상의 GCST 계수 히스토그램

Fig. 4. Histogram of GCST coefficients for Goldhill image

실험에 사용된 원래 영상은 그림 5에 나타나 있으며 각각 Lena, Barbara, Goldhill 영상이며, 크기는 모두 512x512이다. 첨가된 Gaussian 잡음의 표준편차는 10, 20, 30, 35를 사용하였으며 그중에서 3가지 잡음 영상을 그림 6에 보여준다.

가장 좋은 성능을 측정하여 기준으로 사용하기 위해서 원래 영상을 안다는 가정하에서 최적 soft 문턱값  $T_{OS}$ 는 각각의 서브밴드에서 다음과 같이 계산하였다.

$$T_{OS} = \arg \min_T \sum_{u=1}^M \sum_{v=1}^M [\eta_T(G(u,v)) - F(u,v)]^2 \quad (18)$$

soft 문턱값과 hard 문턱값의 잡음제거 성능을 비교하기 위해서 가장 좋은 hard 문턱값  $T_{OT}$ 를 역시 각각의 서브밴드에 대해서 다음과 같이 계산하였다.

$$T_{OT} = \arg \min_T \sum_{u=1}^M \sum_{v=1}^M [\psi_T(G(u,v)) - F(u,v)]^2 \quad (19)$$

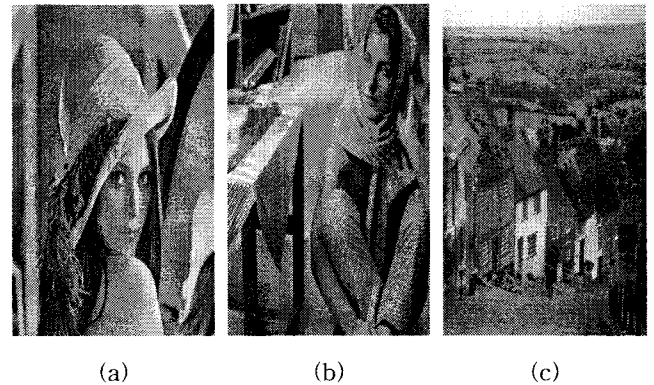


그림 5. 원래 영상 (a) Lena, (b) Barbara, (c) Goldhill  
Fig. 5. Original image (a) Lena, (b) Barbara, (c) Goldhill

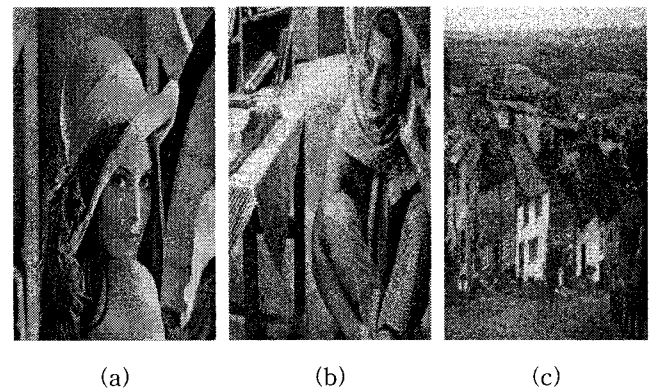


그림 6. 잡음 영상 (a) Lena  $\sigma=20$ , (b) Barbara  $\sigma=30$ , (c) Goldhill  $\sigma=35$   
Fig. 6. Noisy images (a) Lena  $\sigma=20$ , (b) Barbara  $\sigma=30$ , (c) Goldhill  $\sigma=35$

4.1 PSNR 성능

문턱값으로  $T_{OS}$ 와  $T_{OT}$ 를 사용한 잡음제거 방법을 각각 OracleShrink와 OracleThresh라고 한다. 여러 가지 잡음제거 방법에 대한 PSNR 성능 비교는 표 1에 나타내었다. DWT OracleShrink, BayesShrink, Wiener, DWT OracleThresh의 PSNR은 Chang[6]의 MSE 데이터를 데시벨로 환산한 값이며, NormalShrink의 데이터는 Kaur의 논문[7]에서 발췌한 것이다. 제안한 방법인 GCSTShrink에 대한 PSNR은 보다 높은 정확도를 제공하기 위해서 동일한 표준편차에서 10번의 잡음을 생성하여 얻은 10개의 값들을 평균한 것이다.

원래 영상을 아는 경우, 식 (18)과 (19)에서  $F(u,v)$ 가 주어지므로 가장 우수한 성능을 나타내는 soft 문턱값을 사용한 OracleShrink와 hard 문턱값을 사용한 OracleThresh를 계산할 수 있다. 두 기준되는 문턱값의 경우에서 GCST가 DWT보다 모든 영상과 잡음 레벨에서 우수한 결과를 나타내었고, PSNR의 최대 차이는 OracleShrink에서 1.18dB (Barbara,  $\sigma=20$ ), OracleThresh에서 1.48dB (Barbara,  $\sigma=35$ )를 나타내었다. 특히 GCST의 soft 문턱 방법인 GCSTShrink가 hard 문턱값의 가장 좋은 OracleThresh보다 모든 경우에서 PSNR이 우수하다는 사실은 soft 문턱치 방법이 hard 문턱치 방법보다 우수함을 말해준다.

잡음이 첨가되지 않은 원래 영상을 모르는 실제적 경우, 소프트 문턱값에서 3영상과 4가지 잡음레벨의 전체 12가지 경우에서 Chang의 BayesShrink는 선형필터인 Wiener보다 11가지 경우에 우수하고, Kaur의 NormalShrink는 BayesShrink보다 8가지 경우에서 우수하였다.

GCSTShrink는 Chang의 BayesShrink과 Kaur의 NormalShrink보다 모든 경우에서 PSNR 성능이 우수함을 확인할 수 있다. GCSTShrink는 비교된 다른 3가지 방법보다 PSNR이 최소 0.04dB에서 최대 1.18dB까지 우수한 성능 차이를 보여준다. 더욱이 Goldhill 영상의  $\sigma=35$ 인 경우를 제외한 모든 경우에서 GCSTShrink가 DWT의 OracleShrink보다 더 좋은 PSNR 성능을 보여준 것은 주목할 일이다. 그러므로 GCST가 DWT보다 우수한 잡음제거 능력을 보유함을 알 수 있다.

선형 필터와 비교를 위해서 첨가된 Gaussian 잡음에 최적적인 Wiener 필터(window 크기는 3x3 사용)를 표에 포함시켰다. Lena,  $\sigma=10$ 인 경우는 Wiener 필터가 BayesShrink와 NormalShrink보다 약간 더 좋지만 다른 모든 경우에는 비선형 웨이브릿 변환 방법이 우수하다. GCST 방법인 GCSTShrink는 모든 경우에서 Wiener 필터보다도 우수하며 최대 3dB까지 성능 차이를 볼 수 있다.

표 1. 영상과 잡음 표준편차에 대한 PSNR(dB)

Table 1. PSNR(dB) for images and noise standard deviations

	OracleShrink		GCST	Normal	Bayes	Wiener	OracleThresh	
	GCST	DWT	Shrink	Shrink	Shrink		GCST	DWT
Lena								
$\sigma=10$	34.30	33.61	34.22	33.54	33.41	33.58	33.25	32.70
$\sigma=20$	30.77	30.38	30.71	30.35	30.23	28.99	29.79	29.52
$\sigma=30$	28.80	28.60	28.75	28.53	28.49	25.69	27.85	27.71
$\sigma=35$	28.05	27.95	28.00	27.89	27.86	24.39	27.16	27.07
Barbara								
$\sigma=10$	32.48	31.51	32.32	31.37	31.03	29.82	31.32	30.49
$\sigma=20$	28.59	27.41	28.51	27.33	27.28	26.79	27.51	26.34
$\sigma=30$	26.48	25.33	26.46	25.23	25.28	24.30	25.54	24.10
$\sigma=35$	25.72	24.58	25.71	24.54	24.52	23.24	24.84	23.36
Goldhill								
$\sigma=10$	32.20	31.97	32.04	31.71	31.90	31.81	31.11	30.80
$\sigma=20$	28.99	28.77	28.88	28.66	28.66	28.26	28.05	27.78
$\sigma=30$	27.32	27.17	27.25	27.10	27.11	25.35	26.45	26.31
$\sigma=35$	26.71	26.65	26.64	26.51	26.61	24.15	25.90	25.77

4.2 잡음 제거된 출력 영상

시각적인 잡음제거 효과를 판단하기 위하여 GCST와 DWT의 결과 영상들을 비교하고자 한다. DWT는 미국 연방수사국(FBI)에서 지문 영상 압축으로 사용되는 이중직교 웨이브릿 D79를 사용하여 잡음 제거된 출력 영상을 얻었다. D79는 저주파 성분을 합성할 때 7개의 필터 계수  $h(n)$ 을, 해석할 때 9개의 필터 계수  $\tilde{h}(n)$ 을 사용한다. 고주파 성분에 대한 합성 필터 계수  $g(n)$ 과 해석 필터 계수  $\tilde{g}(n)$ 은 저주파 계수로 얻을 수 있으며 다음과 같다[18].

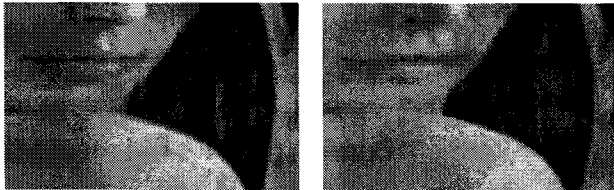
$$g(n) = (-1)^n \tilde{h}(1-n), \quad \tilde{g}(n) = (-1)^n h(1-n) \quad (20)$$

잡음의 표준편차가 10인 경우, 잡음 제거된 대부분 출력 영상에서 차이를 쉽게 구별하기 어려웠다. 그림 7의 Lena 출력영상은 잡음의 표준편차가 20인 경우이며 분명한 차이를 확인하기 위하여 잡음 제거된 512x512 영상의 한 부분을 확대하여 보여준 것이다. GCST와 DWT 결과 영상의 PSNR은 각각 30.71dB, 30.58dB이며, DWT의 경우는 표 1의 BayesShrink보다 약 0.35dB가 높다. GCST보다 0.13dB 적은 DWT의 결과 영상에서 입술 부분이 smoothing 되어 있고 머리카락 부근에서 흰 부분이 잘 나타나 있지 않다.

그림 8은 표준편차가 30인 Barbara 결과영상을 확대한 것이며, 줄무늬 스카프에서 DWT는 GCST에 비해서 많이 왜곡되어 계단 모양 형태로 변형되어 나타남을 볼 수 있다.

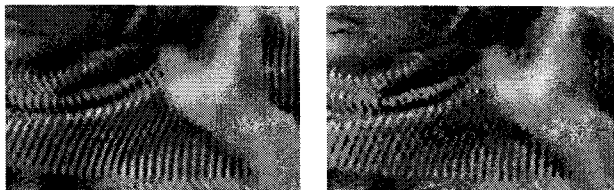
그림 9는 표준편차가 35인 Goldhill 결과영상에서 창문 부분을 확대한 것으로 GCST에서는 창살들이 비교적 눈에 잘 인식되지만 DWT에서는 그러하지 못하다. GCST의 영상에는 수직성분들이 다소 강조되어 나타나 보인다.

그림 6의 잡음 영상이 너무 작기 때문에 비교를 위하여 Barbara와 Goldhill 잡음 영상을 확대하여 그림 10에 나타내었으며, 그림 8과 9의 잡음제거된 영상을 그림 10과 비교하면 상당히 많은 잡음이 제거되었음을 볼 수 있다.



(a) (b)

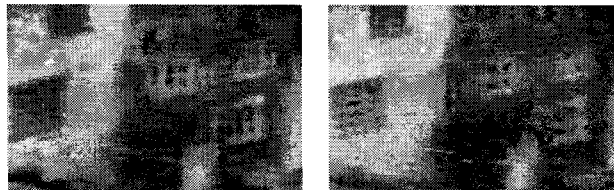
그림 7. Lena 잡음제거 영상  $\sigma=20$ , (a) GCST, (b) DWT  
Fig. 7. Noise removed image of Lena  $\sigma=20$ , (a) GCST, (b) DWT



(a) (b)

그림 8. Barbara 잡음제거 영상  $\sigma=30$ , (a) GCST, (b) DWT

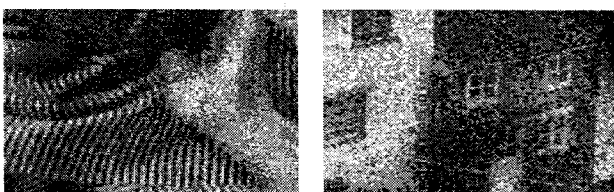
Fig. 8. Noise removed image of Barbara  $\sigma=30$ , (a) GCST, (b) DWT



(a) (b)

그림 9. Goldhill 잡음제거 영상  $\sigma=35$ , (a) GCST, (b) DWT

Fig. 9. Noise removed image of Goldhill  $\sigma=35$ , (a) GCST, (b) DWT



(a) (b)

그림 10. 확대한 잡음 영상, (a) Barbara  $\sigma=30$ , (b) Goldhill  $\sigma=35$

Fig. 10. Expanded Noise image, (a) Barbara  $\sigma=30$ , (b) Goldhill  $\sigma=35$

## V. 결론

Gabor 코사인파와 사인 함수를 이용한 변환을 소프트 문턱치 방법으로 영상 잡음제거에 적용하였다. 3가지 실제 영상에 대해서 4가지 Gaussian 분포 잡음을 첨가하여 잡음제거 실험을 수행하였다. 기존 소프트 문턱치 방법을 이용하여 우수한 성능을 보인 웨이브릿 변환과 PSNR 성능을 비교하였고, 잡음 제거된 결과 영상을 시각적으로도 비교하였다. GCST의 soft 문턱 방법인 GCSTShrink가 hard 문턱의 가장 좋은 OracleThresh보다 모든 경우에서 PSNR이 우수하다는 사실은 soft 문턱 방법이 hard 문턱 방법보다 우수함을 말해준다. 더욱이 GCSTShrink가 DWT의 OracleShrink보다 더 좋은 PSNR 성능을 보여준 것은 GCST가 DWT보다 우수한 잡음제거 능력을 보유함을 알 수 있다. 원래 영상을 모르는 실제 경우의 soft 문턱 실험 결과로부터 제한한 변환(GCSTShrink)의 PSNR 성능이 다른 DWT(NormalShrink 또는 BayesShrink)보다 최대 1.18dB 우수하였으며, 시각적 인지도 면에서도 차이를 확인할 수 있었다.

## 참고 문헌

- [1] M. C. Motwani, M. C. Gadiya, and R. C. Motwani, "Survey of Image Denoising Techniques," Proceedings of GSPx 2004, Santa Clara Convention Center, Santa Clara, pp. 21-27, Sept. 27-30, 2004.
- [2] P. Gruber, F. J. Theis, A. M. Tome, and E. W. Lang, "Automatic Denoising Using Local Independent Component Analysis," Fourth Int'l ICSC Symp. on Eng. in Intelligent Systems 2004, Madeira, Portugal, pp. 127-130, Feb. 29-Mar. 2, 2004.
- [3] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Ideal Spatial Adaption via Wavelet Shrinkage," Biometrika, vol. 81, pp. 425-455, Sept. 1994.
- [4] D. L. Donoho, "De-noising by Soft-Thresholding," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 41, no. 3, pp. 613-627, May 1995.
- [5] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Ideal Spatial Adaption via Wavelet Shrinkage," Biometrika, vol. 81, pp. 425-455, Sept. 1994.
- [6] S. G. Chang, B. Yu, and M. Vattereli, "Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression," IEEE Trans. on Image Processing, vol. 9, pp. 1532-1546, Sept. 2000.
- [7] L. Kaur, S. Gupta, and R. C. Chauhan, "Image Denoising Using Wavelet Thresholding," Indian Conf. on CVGIP, Space Applications Centre, Ahmedabad, India, pp. 77-80, Dec. 16-18, 2002.
- [8] P. Moulin and J. Liu, "Analysis of Multiresolution Image Denoising Schemes Using Generalized

- Gaussian and Complexity Priors," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 45, no. 3, pp. 909-919, Apr. 1999.
- [9] J. Romberg, H. Choi, and R. G. Baraniuk, "Bayesian Wavelet Domain Image Modeling Using Hidden Markov Models," IEEE Trans. on Image Processing, vol. 10, pp. 1056-1068, July 2001.
- [10] D. L. Donoho and I. M. Johnstone, "Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage," Journal of the American Statistical Assoc., vol. 90, no. 432, pp. 1200-1224, Dec. 1995.
- [11] Y. H. Lee and S. B. Rhee, "Wavelet-based Image Denoising with Optimal Filter," International Journal of Information Processing Systems, vol. 1, no. 1, pp. 32-35, 2005.
- [12] L. Sendur and I. W. Selesnick, "Bivariate Shrinkage Functions for Wavelet-Based Denoising Exploiting Interscale Dependency," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 50, no. 11, pp. 2744-2756, Nov. 2002.
- [13] F. Luisier and T. Blu, "SURE-LET Multichannel Image Denoising: Interscale Orthonormal Wavelet Thresholding," IEEE Trans. on Image Processing, vol. 17, no. 4, pp. 482-492, Apr. 2008.
- [14] 이적식, "Gabor 코사인파와 사인 변환," 전자공학회논문지, 제39권 SP편 제4호, pp. 408-417, 2002년 7월.
- [15] 이적식, "GCST를 이용한 인간시각필터의 영상 잡음 제거," 한국신호처리·시스템학회 논문지, 제9권 4호, pp. 253-260, 2008년 10월.
- [16] J. A. Bloom and T. R. Reed, "A Gaussian derivative-based transform," IEEE Trans. on Image Processing, vol. 5, no. 3, pp. 551-553, Mar. 1996.
- [17] L. E. Franks, Signal Theory, Dowden & Culver, pp. 35-38, 1981.
- [18] C. S. Burrus, R. A. Gopinah, and H. Guo, Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms, New Jersey, Prentice Hall, pp. 110-120, 1998.



이 적 식 (Juck-Sik Lee)

1979년 경북대학교 전자공학과(학사)  
 1986년 Texas A&M Univ., Elec. Eng.(석사)  
 1991년 Texas A&M Univ., Elec. Eng.(박사)

1993년 5월 미국 University of Southern California  
 전기공학과(박사)

1994년 3월~ 현재 한국외국어대학교 디지털정보공학과 교수  
 ※주관심분야 : 지능형 이동로봇의 설계, 분석 및 제어