

論文

달 탐사선의 동역학 모델링 및 관성 모멘트 추정에 관한 연구

심상현*, 김광진*, 이상철**, 고상호**, 류동영***, 주광혁***

A Study on Dynamic Modelling and Mass Properties Estimation of the Lunar Module

Sanghyun Shim*, Kwangjin Kim*, Sangchul Lee**, Sangho Ko**, Dongyoung Rhyu***, Gwanghyeok Ju***

ABSTRACT

This paper deals with attitude determination and parameter estimation problems for a lunar module. For this we first derive equations of motion for the lunar module by considering allocation locations (configurations) of reaction thruster and a reaction wheel assembly. The lunar module is assumed as a rigid body. In order to include the effect of fuel sloshing on the dynamics of the lunar module, we model it as a spherical pendulum for a simple analysis. For estimating angular rates and moment of inertia of the module, we employ an extended Kalman filter and the least mean square algorithms, respectively. Finally we construct a dynamical model for the lunar module by combining all these elements.

Key Words : Lunar Module(달 탐사선), Sloshing(슬로싱), Reaction Wheel(반작용 휠), Reaction Thruster(반작용 추력기), Moment of Inertia(관성 모멘트), Extended Kalman Filter(확장형 칼만 필터), Least Mean Square(최소자승법)

1. 서 론

달 탐사 임무는 달 탐사선이 발사체로부터 분리되는 순간부터 달 천이궤도에 들어가지 전까지의 지구 궤도 영역, 달 천이궤도로 진입하고 달 궤도 진입 전까지의 순항 궤도영역, 그리고 달 중력권에 포획되어 달 궤도로 진입할 때부터 달 궤도에서 임무를 수행하고 임무가 종료되는 시점까지를 말한다. 이러한 달 탐사 임무를 수행하는 일련의 단계를 성공적으로 수행하기 위해서는 달 탐사선에 대한 정밀한 동역학적 모델링이 필요하다. 특히 달 탐사선의 자세제어를 위해서는 기본적인 제어토크의 영향을 고려한 강체의 회전운동

에 대한 해석이 수행 되어야 한다. 또한 탑재된 액체 연료의 거동은 탐사선의 운동에 영향을 끼칠 수 있으므로 이에 대한 고려가 필요하다.

달 탐사선의 동역학적 모델링을 위하여 자세제어를 위한 구동기의 위치 및 배치 형상과 액체의 슬로싱을 고려한 운동 방정식을 도출한다. 일반적으로 달 탐사선의 자세제어를 위한 구동기로는 반작용 휠과 반작용 추력기 등이 사용되고 있으며, 달 탐사선 질량중심으로부터의 위치 및 장착 각도 등에 대한 고려가 필요하다.¹⁾ 액체 슬로싱 효과를 달 탐사선 동역학 모델링에 적용하기 위해서는 우선적으로 액체 슬로싱 효과의 해석이 수행되어야 한다. 액체 슬로싱은 일반적으로 비선형 이론을 사용하여 이론적으로 해를 구하는 방법과 유한요소법(Finite Element Method), 경계요소법(Boundary Element Method) 및 유한차분법(Finite Difference Method) 등을 이용하여 수치 계산에 의해 해석하는 방법 등이 있으며, 단순 진자 모델이나 스프링-질량 모델 등으로 가

2010년 11월 14일 접수~2010년 12월 26일 심사완료

* 한국항공대학교 대학원 항공우주 및 기계공학과

** 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

*** 한국항공우주연구원

연락처, E-mail : slee@kau.ac.kr

경기도 고양시 덕양구 화전동 항공대길 100

정하여 해석하는 방법으로 해를 구할 수 있다.²⁾³⁾ 본 논문에서는 슬로싱 모델의 단순화 및 시뮬레이션의 용이성 등을 고려하여 구형 진자 모델을 사용한다. 달 탐사선의 동역학 모델은 최종적으로 구동기의 위치 및 액체 슬로싱을 고려하였다.

마지막으로, 달 탐사선이 궤도 운동을 할 때, 탐사선의 운용에 따른 관성값 변화를 추정하도록 한다. 달 탐사선이 궤도 운동을 하는 동안, 연료의 슬로싱에 의한 영향은 무시할 수 있을 만큼 작다. 하지만, 연료의 소모 등으로 질량 특성이 변화하게 된다. 따라서 궤도운동 시 달 탐사선의 정밀한 자세제어를 위해서는 변화되는 질량 특성에 따른 제어기의 설계가 필요하며, 이에 따라 관성값 추정이 필요하다. 관성값은 Least Mean Square(LMS), Recursive Least Square(RLS), Extended Kalman Filter(EKF) 등을 사용하여 추정이 가능하다. 하지만, 만약 탑재된 센서가 오차를 갖고 있을 경우 추정된 관성값은 정확도가 떨어지게 된다. 따라서 센서에서 출력되는 값에 대한 보정이 병행되어야 보다 정확한 관성값을 추정할 수 있다. 본 논문에서는 달 탐사선의 궤도운동 시 관성 모멘트를 추정하기 위하여 EKF를 사용하여 달 탐사선의 각속도 및 자세각을 추정하고, LMS 기법을 통해 관성값을 추정하도록 한다.

II. 본 론

2.1 달 탐사선의 동역학 모델링

2.1.1 구동기의 배치 형상에 따른 고려요소

달 탐사선의 자세제어를 위한 구동기로는 Reaction Wheel Assembly(RWA), 반작용 추력기, 마그네틱 토커 등이 사용된다. 일반적으로 궤도기동에서는 RWA를 주로 사용하며, 달 표면의 직접 탐사를 위한 상승 또는 하강기동 시에는 반응속도가 비교적 빠른 반작용 추력기를 사용한다. 구동기에서 발생하는 토크는 구동기의 장착 위치 및 형상에 따라 다르다. 따라서 본 논문에서는 운동방정식 유도에 앞서 RWA와 반작용 추력기의 배치 형상에 따른 고려사항을 소개한다.

(1) RWA 배치 형상에 따른 고려요소

반작용 휠은 3개의 휠을 기체의 x,y,z축 방향으로 각각 배치시킴으로써 시스템의 자세제어를 가능하게 한다. 하지만, 고장 및 오작동에 대비하여 Fig. 1과 같이 4개의 휠을 피라미드형으로 장착하고 있다. 이러한 3개 또는 4개의 반작용 휠을 한 묶음으로 하여 RWA(Reaction Wheel Assembly)라고 한다. RWA에서 발생하는 각운동량은 다음과 같다.[4,5]

$$\mathbf{H}_w = \sum_{i=1}^4 C_i(\gamma, \xi) \cdot h_{wi} = C(\gamma, \xi) \cdot h_w \quad (1)$$

여기서, $\mathbf{H}_w = [H_{w_x} \ H_{w_y} \ H_{w_z}]^T$ 는 RWA의 전체 각운동량 벡터이며, h_{wi} 는 각 반작용 휠의 각운동량을 나타낸다. 또한, $h_w = [h_{w1} \ h_{w2} \ h_{w3} \ h_{w4}]^T$, $C(\gamma, \xi)$ 는 RWA의 배치 형상에 따른 형상행렬이다. 형상행렬 $C(\gamma, \xi)$ 은 다음과 같다.

$$C(\gamma, \xi) = \begin{bmatrix} \cos\gamma\sin\xi - \sin\gamma\sin\xi - \cos\gamma\sin\xi & \sin\gamma\sin\xi \\ \sin\gamma\sin\xi & \cos\gamma\sin\xi - \sin\gamma\sin\xi - \cos\gamma\sin\xi \\ \cos\xi & \cos\xi & \cos\xi & \cos\xi \end{bmatrix} \quad (2)$$

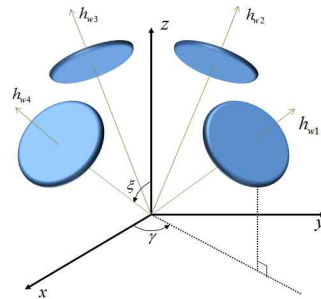


Fig. 1 Allocation of Reaction Wheel

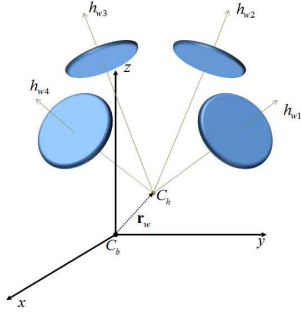
만약 Fig. 2에서 보이는 바와 같이 RWA에서 발생하는 각운동량의 작용점 C_h 와 달 탐사선의 질량중심 C_b 가 일치하지 않는다면, RWA에 의해 발생하는 각운동량은 C_b 에서 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{H}_{c_b, w} = \mathbf{H}_w + m_w \mathbf{r}_w \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_w) \quad (3)$$

여기서

m_w : RWA의 Point Mass

$\mathbf{r}_w = [r_{w_x} \ r_{w_y} \ r_{w_z}]^T$: C_h 의 위치벡터

Fig. 2 Allocation of Reaction Wheel($C_b \neq C_h$)

(2) 반작용 추력기 배치 형상에 따른 고려요소

반작용 추력기는 위성 및 우주선에 탑재된 가스제트의 방출을 통하여 추력을 얻고, 발생된 추력과 시스템의 질량 중심으로부터의 위치벡터를 곱하여 토크를 발생시킨다. 이렇게 발생된 추력 및 토크 성분을 통하여 달 탐사선의 수평이동 및 회전운동을 가능하게 한다. 연료 사용을 줄이기 위해 평상시에는 연료 소모가 필요 없는 반작용 휠을 주로 사용하다가 크고 빠른 움직임이 필요할 때에는 추력기를 사용하여 자세를 조정하게 된다. 달 탐사선의 반작용 추력기의 장착 각도가 Fig. 3과 같은 때, i 번째 반작용 추력기로부터 발생되는 추력은 다음과 같다.[6]

$$\mathbf{F}_{r,t_i} = \begin{bmatrix} F_{tx_i} \\ F_{ty_i} \\ F_{tz_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i)\cos(\beta_i) \\ \sin(\alpha_i) \\ \cos(\alpha_i)\sin(\beta_i) \end{bmatrix} F_i \quad (4)$$

이때, 반작용 추력기로부터 발생되는 총 토크는 다음과 같다.

$$\mathbf{T}_{r,t} = \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_{r,t_i} \times \mathbf{F}_{r,t_i} \quad (5)$$

여기서, \mathbf{r}_{r,t_i} 는 달 탐사선의 질량중심으로부터 i 번째 반작용 추력기까지의 위치벡터이다.

2.1.2 연료의 슬로싱 모델

슬로싱은 연료 탱크 등의 가진, 진동 등의 이유로 발생하는 유체의 출렁거림을 말한다. 저장 용기의 슬로싱 현상이 심화되면 저장 용기를 포함하는 전체 시스템 자체의 거동이 상이하게 나타나게 된다.

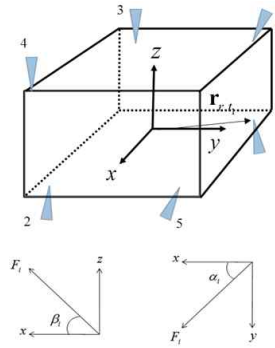


Fig. 3 Reaction Thruster Arrangement

따라서 이러한 유체역학적 거동과 슬로싱 현상에 대해 명확히 이해하고 정확한 해석이 필요하다. 본 논문에서는 Fig. 4에서 도시한 바와 같이 유동하는 액체 연료의 운동을 단순 진자운동으로 고려한다.[7]

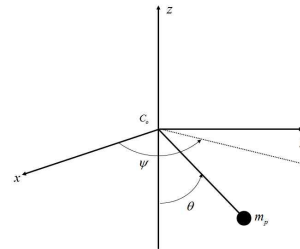


Fig. 4 Spherical pendulum model

2.1.3 달 탐사선의 운동방정식

(1) 회전운동

연료의 슬로싱 및 RWA를 제외한 주 동체의 각운동량은 다음과 같다.

$$\mathbf{H}_b = \mathbf{I}_b \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (6)$$

여기서,

$$\mathbf{I}_b = \begin{bmatrix} I_{xx}^b & I_{xy}^b & I_{xz}^b \\ I_{xy}^b & I_{yy}^b & I_{yz}^b \\ I_{xz}^b & I_{yz}^b & I_{zz}^b \end{bmatrix}$$

: RWA를 제외한 주 동체의 관성 행렬

$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$: 달 탐사선의 각속도

Fig. 5와 같이 달 탐사선의 시스템이 구성되었을 때, 주 동체의 질량중심 C_b 에서의 각운동량은 다음과 같다.⁸⁾⁹⁾

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{c_b} &= \mathbf{H}_b + \mathbf{H}_{c_b, w} \\ &= \mathbf{I}_b \cdot \boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}_w + m_w \mathbf{r}_w \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_w) \\ &= \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}_w \end{aligned} \quad (7)$$

여기서,

\mathbf{H}_b : 주 동체의 회전운동에 의한 각운동량

\mathbf{H}_w : RWA의 구동에 의한 각운동량

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_b - m_w \mathbf{r}_w^{\times} \mathbf{r}_w^{\times}$$

$$\mathbf{r}_w^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{w_z} & r_{w_y} \\ r_{w_z} & 0 & -r_{w_x} \\ -r_{w_y} & r_{w_x} & 0 \end{bmatrix}$$

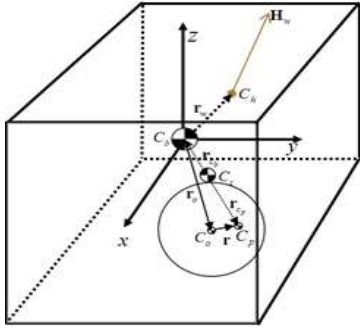


Fig. 5 System Model

또한 전체 시스템의 질량중심을 C_s , 진자의 질량중심을 C_p 라고 한다면 달 탐사선의 전체 각운동량은 다음과 같다.[10]

$$\mathbf{H}_s = \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}_w + m_b \mathbf{r}_{c_b} \times \mathbf{v}_{c_b} + m_p \mathbf{r}_{c_p} \times \mathbf{v}_{c_p} \quad (8)$$

여기서,

\mathbf{H}_s : 전체 시스템의 각운동량

m_b : 동체의 질량

m_p : 진자모델의 질량

시스템의 질량중심 C_s 에서 바라본 C_b 과 C_p 의 위치벡터 $\mathbf{r}_{c_b}, \mathbf{r}_{c_p}$ 및 속도 $\mathbf{v}_{c_b}, \mathbf{v}_{c_p}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{r}_{c_b} = -\frac{m_p}{m_b + m_p} (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}) = -\lambda \mathbf{r}_p \quad (9)$$

$$\mathbf{r}_{c_p} = \frac{m_b}{m_b + m_p} (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}) = (1 - \lambda) \mathbf{r}_p \quad (10)$$

$$\mathbf{r}_p = (\mathbf{r}_0 + \mathbf{r}) \quad (11)$$

$$\lambda = \frac{m_p}{m_b + m_p} \quad (12)$$

여기서 m_b 는 RWA를 포함한 동체의 질량이며, m_p 는 진자의 질량이다. 또한, \mathbf{r}_0 는 C_b 에서 바라본 연료탱크의 중심 C_o 까지의 위치벡터이며, $\mathbf{r} = r [\sin\theta \cos\psi \quad \sin\theta \sin\psi \quad -\cos\theta]^T$ 은 C_o 에서부터 C_p 까지의 위치벡터를 나타낸다. 식 (9)-(12)를 식 (8)에 대입하면 전체 시스템의 각운동량은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\mathbf{H}_s = \mathbf{I}_s \cdot \boldsymbol{\omega} + \mathbf{H}_w + \mathbf{H}_p \quad (13)$$

여기서, $\mathbf{I}_s = \mathbf{I} - \lambda m_b \mathbf{r}_p^{\times} \mathbf{r}_p^{\times}$, $\mathbf{H}_p = \lambda m_b \mathbf{r}_p^{\times} \dot{\mathbf{r}}_p$ 이다. 시스템의 회전 운동방정식은 시스템의 각운동량을 시간에 대해 미분함으로써 구할 수 있다. 자세제어를 위한 외부 토크는 다음과 같다.

$$\mathbf{T}_{ex} = \mathbf{T}_{m,t} + \mathbf{T}_{r,t} \quad (14)$$

여기서,

$\mathbf{T}_{m,t} = \mathbf{r}_{c_b} \times \mathbf{F}_{m,t}$: 주 추력기에 의해 발생하는

외부 토크

$\mathbf{T}_{r,t}$: 반작용 추력기에 의해 발생하는 외부 토크

달탐사선을 강체로 가정했을 때, 운동방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \mathbf{I}_s \cdot \dot{\boldsymbol{\omega}} + \dot{\mathbf{H}}_w + \dot{\mathbf{H}}_p \\ & - (\mathbf{H}_s^{\times} + \lambda m_b r^2 (\dot{\mathbf{u}}_r^{\times} \mathbf{u}_p^{\times} + \mathbf{u}_p^{\times} \dot{\mathbf{u}}_r^{\times})) \cdot \boldsymbol{\omega} \\ & = \mathbf{T}_{r,t} + \mathbf{T}_{m,t} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서,

$$\mathbf{u}_r = \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad \mathbf{u}_p = \frac{\mathbf{r}_p}{r}$$

(2) 병진운동

시스템에 가해지는 총 힘인 F_{total} 은 반작용 추력기에서 발생하는 추력의 합과 주 추력기에서 발생하는 추력의 합으로 나타낼 수 있다. 본 논문에서는 기타 외부 외란에 대한 요소는 무시하며, 주 추력기는 시스템의 z축을 따라 장착되어 토크를 발생시키지 않는다고 가정한다. 따라서, 달 탐사선의 병진운동에 대한 방정식은 다음과 같이 유도 될 수 있다.

$$F_{total} = F_{m,t} + F_{r,t} = m_s \dot{V}_s + \omega \times (m_s V_s) \quad (16)$$

여기서,

$F_{m,t} = [0 \ 0 \ F_{m,t}]^T$: 주 추력기에서 발생하는 총 추력

$F_{r,t} = [F_{r,t_x} \ F_{r,t_y} \ F_{r,t_z}]^T$: 반작용 추력기에서 발생하는 총 추력

$m_s = m_b + m_p$: 달 탐사선의 총 질량

$V_s = [V_x \ V_y \ V_z]^T$: 달 탐사선의 선속도

2.1.4 달 탐사선의 동역학 모델

식(15-16)을 통하여 달 탐사선의 동역학적 모델을 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} I_s^{-1}(\mathbf{H}_s^x + \lambda m_b r^2 (\dot{\mathbf{u}}_r^x \mathbf{u}_p^x + \mathbf{u}_p^x \dot{\mathbf{u}}_r^x)) & 0 \\ 0 & \omega^x \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} I_s^{-1} \cdot \mathbf{r}_{r,t_1}^x & \dots & I_s^{-1} \cdot \mathbf{r}_{r,t_N}^x & I_s^{-1} \cdot C(\gamma, \xi) & I_s^{-1} \cdot \mathbf{r}_{c_b}^x \\ \frac{1}{m_s} & \dots & \frac{1}{m_s} & 0 & 0 & \frac{1}{m_s} \end{bmatrix} U \quad (17)$$

여기서,

$$X = \begin{bmatrix} \omega \\ V_s \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} F_{r,t_1} \\ \vdots \\ F_{r,t_N} \\ \dot{H}_w \\ \dot{H}_p \\ F_{m,t} \end{bmatrix}, \quad \omega^x = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

2.1.5 시뮬레이션 및 결과

시뮬레이션을 위하여 다음과 같이 초기 조건을 설정한다.

- 초기조건

$$I_b = \begin{bmatrix} 503 & 0 & 0 \\ 0 & 385 & -5 \\ 0 & -5 & 420 \end{bmatrix}, \quad I_w = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.17 \end{bmatrix}$$

$m_b = 1000kg, \quad m_p = 100kg, \quad r = 15cm$

시뮬레이션은 연료탱크의 중심의 위치벡터 r_0 를 변화하며, 그에 따른 영향을 확인한다.

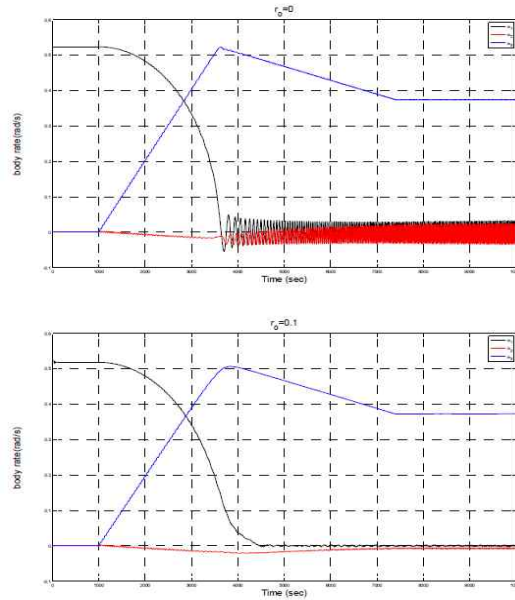


Fig. 6 r_0 변화에 따른 영향

시뮬레이션 결과 연료탱크 질량중심의 위치가 동체의 질량 중심에서 멀어질수록 요동이 감소함을 확인할 수 있었다.

2.2 달 탐사선의 관성값 추정 알고리즘

달 탐사선의 운용에 따른 연료 소모 등에 의한 질량 특성 변화를 파악하여 정밀한 제어기의 설계를 하는데 있어 관성모멘트의 추정이 필요하다. 이를 위하여, 이미 알고 있는 입력 값에 대한 반응을 측정하여 관성 모멘트를 추정할 수 있다. 하지만, 반응을 측정하는데 있어 잡음이 있다면, 추정된 관성 모멘트는 큰 오차를 갖게 된다. 이에 따라 측정값의 잡음을 감소시키기 위한 보정이 필요하다. 본 논문에서는 측정된 각속도 값의 잡음을 EKF를 이용하여 감소시킨 뒤, LMS 기법을 통하여 관성모멘트를 추정한다.¹¹⁾

2.2.1 잡음 감소 기법

자세제어를 위한 구동기의 입력 값에 대한 달 탐사선의 반응은 자이로 기반의 센서 데이터를 통하여 측정이 가능하다. 하지만 이들 센서에 잡음이 포함된 경우 이에 대한 보정이 필요하다. 이를 위하여 본 논문에서는 EKF를 사용하여 잡음 신호에 대한 보정을 하도록 한다.

달 탐사선의 모델은 다음과 같은 형태로 정의할 수 있다.[12]

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) + s(t) \quad (18)$$

여기서,

$s(t) = N\{0, Q(t)\}$: system noises

식 (20)을 1차 테일러 급수로 전개하여, 시스템 행렬 Φ 를 구할 수 있다.

$$f(x(t), t) \approx f(\hat{x}(t), t) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} \delta x \quad (19)$$

$$F(\hat{x}(t), t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} \quad (20)$$

$$\Phi = [I + F(\hat{x}(t), t)\delta t] \quad (21)$$

센서 모델은 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$z = h(x(t), t) + v(t) \quad (22)$$

여기서, $v(t) = Z\{0, R(t)\}$ 는 평균이 0이고, 분산이 $R(t)$ 인 센서의 백색 잡음 성분이다. 측정 행렬 $H(\hat{x}(t), t)$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$h(\hat{x}(t), t) \approx h(\hat{x}(t), t) + \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} \delta x \quad (23)$$

$$H(\hat{x}(t), t) = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} \quad (24)$$

최종적인 EKF 알고리즘은 다음과 같다.

Predict cycle;

$$\hat{x}_{k+1|k} = \Phi_{k|k} \hat{x}_k$$

$$P_{k+1|k} = \Phi_k P_{k|k} \Phi_k^T + Q_k \quad (25)$$

Filtered cycle;

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1|k+1} &= \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} [z_{k+1} - h_{k+1}(\hat{x}_{k+1|k})] \\ K_{k+1} &= P_{k+1|k} H_{k+1}^T [H_{k+1} P_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1} \\ P_{k+1|k+1} &= [I - K_{k+1} H_{k+1}] P_{k+1|k} \end{aligned} \quad (26)$$

여기서,

k : Indicate the Discrete Time Step

$k+1|k$: Prediction Step of the EKF

$k+1|k+1$: Filtering or Update Cycle of the EKF

2.2.2 관성 모멘트 추정

달 탐사선이 궤도운동을 할 때, 슬로싱에 대한 영향은 무시할 수 있을 정도로 작다. 따라서 본 논문에서는 궤도운동 시 슬로싱에 대한 영향은 무시하도록 한다. 슬로싱에 대한 영향을 무시할 때, 식 (19)는 회전운동에 대해 다음과 같이 표현 가능하다. [13]

$$I \cdot \dot{\omega} + \omega \times I_s \cdot \omega + \omega \times H_w = T_{r,t} - \dot{H}_w \quad (27)$$

궤도 운동 시 관성 모멘트 추정문제는 LMS를 통하여 해결 가능하다. LMS를 위한 시스템의 모델을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$b = AX \quad (28)$$

여기서,

$$b = -\omega \times H_w - \dot{H}_w + T_{r,t}$$

$$A = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_1 & -\hat{\omega}_2 \hat{\omega}_3 & \hat{\omega}_2 \hat{\omega}_3 & \hat{\omega}_2 - \hat{\omega}_1 \hat{\omega}_3 & \hat{\omega}_3 + \hat{\omega}_1 \hat{\omega}_2 & \hat{\omega}_2^2 - \hat{\omega}_3^2 \\ \hat{\omega}_1 \hat{\omega}_3 & \hat{\omega}_2 & -\hat{\omega}_1 \hat{\omega}_3 & \hat{\omega}_1 + \hat{\omega}_2 \hat{\omega}_3 & \hat{\omega}_3^2 - \hat{\omega}_1^2 & \hat{\omega}_3 - \hat{\omega}_1 \hat{\omega}_2 \\ -\hat{\omega}_1 \hat{\omega}_2 & \hat{\omega}_1 \hat{\omega}_2 & \hat{\omega}_3 & \hat{\omega}_1^2 - \hat{\omega}_2^2 & \hat{\omega}_1 - \hat{\omega}_2 \hat{\omega}_3 & \hat{\omega}_2 + \hat{\omega}_1 \hat{\omega}_3 \end{bmatrix}$$

$$X = [I_{xx} \quad I_{yy} \quad I_{zz} \quad I_{xy} \quad I_{xz} \quad I_{yz}]^T$$

최소화 문제를 해결하기 위한 residual cost function J 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} J &= (b - Ax)^T (b - Ax) \\ &= b^T b - b^T Ax - x^T A^T b + x^T A^T Ax \\ &= b^T b - 2b^T Ax + x^T A^T Ax \end{aligned} \quad (29)$$

최소자승법을 통한 추정값 \hat{x} 은 다음과 같다.

$$\frac{dJ(x)}{dx} = -2b^T A + 2A^T A x = 0$$

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A b \quad (30)$$

2.2.3 관성 모멘트 추정 시뮬레이션 및 결과

EKF 및 LMS를 통한 관성 모멘트 추정 결과는 Table 1과 같다.

Table 1 Estimation Result

	True	Nominal	Estimation	Error (%)
I_{xx}	14.2000	12.7800	14.2729	0.5137
I_{yy}	17.3000	15.5700	16.5732	4.2009
I_{zz}	20.3000	18.2700	20.1009	0.9806

관성 모멘트의 초기 오차는 10%이며, 시뮬레이션 결과 각각 약 0.54%, 4.20%, 0.98%로 오차가 감소함을 확인 할 수 있었다.

III. 결 론

본 논문에서는 한국형 달 탐사선의 동역학적 모델링과 관성모멘트 추정 기법에 대해 소개하였다. 달 탐사선의 동역학적 모델링은 미션 수행을 위한 개념설계 및 시뮬레이터의 개발에 근간이 되는 기술이다. 따라서 달 탐사 임무를 성공적으로 수행하기 위해서는 탐사선의 정밀한 동역학적 모델링에 대한 연구가 필요하다. 이를 위하여 본 논문에서는 구동기의 위치 및 배치형상, 연료의 슬로싱을 고려한 달 탐사선의 동역학 방정식을 유도하였으며, 수치적 시뮬레이션을 통하여 연료의 슬로싱이 달 탐사선에 미치는 영향을 확인하였다. 또한, 관성모멘트의 추정을 위하여 EKF와 LMS 알고리즘을 사용하는 기법을 소개하였다. 본 논문에서 제시하는 달 탐사선의 동역학 모델링 및 관성모멘트 추정 연구를 통하여 향후 국내 달 탐사 프로젝트를 추진할 시 개념설계 및 시뮬레이터 개발에 참고 자료로 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

이 연구는 한국항공우주연구원 지원으로 수행되는 「달 탐사선 개념설계 및 달 임무 시뮬레이터 개발」 과제의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] Raymond Kristiansen, and David Hagen, "Modelling of Actuator Dynamics for Spacecraft Attitude Control", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 32, May 2009, pp
- [2] E. de Weerd, Evan Kampen, D. van Gemert, Q.P. Chu and J.A. Mulder, "Adaptive Nonlinear Dynamic Inversion for Spacecraft Attitude Control with Fuel Sloshing", AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Honolulu, Hawaii, Aug. 18-21, 2008
- [3] 강자영, "로켓비행체의 액체연료 슬로시 모델링 및 SPM을 이용한 해석", 한국항공우주학회, Vol.13, pp.34-42
- [4] 박영웅, 남문경, 방효충, "반작용휠의 피라미드형 배치를 가진 정지궤도위성의 휠모멘텀 관리 연구", 한국항공우주학회 학술발표회, 2002, pp.723~727
- [5] 황재혁, 오화석, 이성춘, 나병철, "인공위성의 이상모드시 선형 운동방정식을 이용한 자세제어", 한국항공우주학회, Vol. 26, 1998, pp.107~112
- [6] Marcel J. SIDI, "Spacecraft Dynamics and Control", Cambridge University press.(1997)
- [7] J.-Y. Kang, and S. Lee, "Attitude Acquisition of a Satellite with a Partially Filled Liquid Tank", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 31, May 2008, pp. 790-793.
- [8] Scott R. Ploen, Fred Y. Hadaegh, and Daniel P. Scharf, "Rigid Body Equations of Motion for Modeling and Control of Spacecraft Formations - Part 1: Absolute Equations of Motion," American Control Conference, June 2004, pp. 3646~3653
- 9) Peter E. Crouch, "Spacecraft Attitude Control and Stabilization: Applications of Geometric Control Theory to Rigid Body Models", IEEE Transactions, Vol. AC-29, April 1984, pp.321~331
- 10) Ja-Young Kang, and John E. Cochran Jr., "Resonant Motion of a Spin-Stabilized Thrusting Spacecraft", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.27, May 2004, pp. 356~364
- 11) Dong Hoon Kim, Sungwook Yang, Dong-Ik Cheon, Sangchul Lee, and Hwa-Suk Oh, "Combined estimation method for inertia properties of STSAT-3", Journal of Mechanical Science and Technology, Vol. 24, Number 8, pp. 1737-1741

- [12] E.J. Lefferts, F.L. Markley, and M.D. Shuster, "Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.5, Sep. 1982, pp. 417~429.
- [13] Edward Wilson, David W. Sutter, and Robert W. Mah, "Motion-Based Mass-and Thruster-Property Identification for Thruster-Controlled Spacecraft", *AIAA Conference*, Sep. 2005