

우리나라 교과서와 미국 MIC 교과서의 비와 비율 관련 단원 비교·분석

박희자¹⁾ · 정은실²⁾

본 연구는 우리나라 초등학교 수학 교과서와 미국 MIC 교과서의 비와 비율 관련 단원을 전반적인 비교와 구체적인 비교로 특징을 분석하였다. 이를 바탕으로 교육과정과 비와 비율 관련단원 내용의 문제점과 시사점을 찾아 수학과 교육과정 및 교과서 개발, 수학 학습지도 방법 개선의 기초 자료를 제공하는 데 그 목적을 둔다.

[주제어] MIC 교과서, 비와 비율, 현실적 수학교육

I. 서 론

커피를 탈 때나 요리를 할 때 알게 모르게 비를 사용하고 있을 뿐 아니라, 약국에서 환자에 따른 약의 양을 정할 때 비를 사용하고 있으며, 백화점에서 가격 할인을 할 때에 비율을 사용하는 등, 비와 비율은 우리 일상생활 속에서나 금융, 의학, 사회학, 통계학 등의 여러 분야에서 사용되고 있다. 실생활에서 우리는 비와 비율에 관련된 개념이나 용어를 자주 사용하고, 관련 경험을 다양하게 하고 있음에도 불구하고 그동안 여러 평가 결과에서 우리나라 학생들은 비와 비율 관련 개념을 제대로 파악하지 못하고 있음을 드러내고 있다. 이러한 결과는 교사들의 다양한 교수·학습지도 방법과도 관련이 있겠지만 가르치는 내용의 선택에는 한계가 있기 때문에 무엇보다도 교과서의 구성 내용과 가장 관련이 깊다고 볼 수 있다. 이에 각국의 수학 교과서를 비교하여 보는 것은 의미 있는 작업이라고 할 수 있을 것이다.

교과서는 교육의 기본방향과 이념을 실현하는 실질적인 도구로, 교육과정과 그것이 실제로 전개되는 교수-학습과정을 연결하여 주는 학습 자료이며, 교육과정에서 제시한 목표와 학습내용을 학생수준과 학습과정에 적합하도록 선정·조직하여 편찬한 학생용 학습 자료이다. 최근 '수학화(數學化)' 과정을 통하여 학습자들에게 수학적 지식을 구성할 수 있도록 안내하는 프로이덴탈(Hans Freudenthal)의 현실적 수학교육(RME, realistic mathematics education) 이론이 주목을 받고 있는데, 이 이론을 바탕으로 새롭게 개발된 교과서가 미국의 위스콘신 대학교(University of Wisconsin - Madison)의 교육연구센터와 네덜란드 워트레흐트대학교의 프로이덴탈 연구소가 공동 개발한 MIC(Mathematics in Context) 교과서이다.

1) [제1저자] 경남 고현초등학교

2) [교신저자] 진주교육대학교 수학교육과

이 연구에서는 여러 나라의 교과서 중에서 프로이덴탈의 현실주의 수학교육 이론을 배경으로 하고 있는 미국의 MIC 교과서와 우리나라 수학교과서의 비와 비율 관련 단원에 대해 단원 구성체제, 단원 목표, 학습 내용, 교수 방법, 평가 방법을 비교·분석해봄으로써 앞으로의 수학 교과서 구성에 대한 시사점을 얻고, 우리나라 수학 교육과정 및 교과서 개발, 교수학습방법 개선을 위한 기초 자료로 활용하고자 한다.

II. 이론적 검토

1. 비 개념의 의미

비 개념은 시대에 따라 그 의미가 조금씩 다르고, 학자마다 그 정의가 조금씩 다르므로 비 개념을 명확하게 정의하는 것은 쉽지 않다. 우리나라 교과서나 교사용 지도서에서의 비에 대한 설명도 시대에 따라 다르게 나타난다. '비'와 '비의 값'을 구별하여 정의하고 있으면서 분수의 의미를 생각할 때는 '비로서의 분수'라고 하여 '비'와 '비의 값'을 동일시하기도 하고, 어떤 때는 수로, 어떤 때는 관계로 나타나기도 하는 등 우리에게 혼란을 가져다 준다. 그러나 연구자들이 제시하고 있는 비 개념의 의미를 살펴보는 것은 비를 교과서에서 어떻게 다루고 있는지를 비교함에 있어 의미 있는 일이 될 것이다.

Bassarear(2001)은 '비'를 두 양 사이의 관계로 정의하고 있고, Curcio & Bezuk(1994)는 '비'를 독립적인 개념이 아닌 분수 개념의 하위 개념으로 '전체-부분의 개념', '몫의 개념', '비의 개념', '연산자의 개념'을 들고 있다(신재은, 2005, 재인용).

한편, Thomson과 Kaput, Maxwell-West(1994)는 주체가 곱셈적 상황을 구성하는 정신적 조작에 기초해서 비 개념을 '비' 수준과 '내면화된 비' 수준으로 나누고 내면화된 비를 강조하고 있다(유현주, 1995, 재인용). 정은실(2003a)은 비의 진정한 의미는 단순히 두 양을 비교한 정적인 결과만을 생각하는 것이 아니라, 상황이나 크기가 바뀌어도 그 안에 내재하는 관계가 같다는 구조의 불변성을 인식하는 것이므로 비 개념의 본질을 파악하기 위해서는 비례관계에 대한 이해가 필요하다고 지적하였다.

Freudenthal(1983)은 같은 양 내의, 양 사이의 관계로서의 맥락뿐만 아니라 기하학적 맥락에서도 비가 나타난다고 하며 그 예로 '닻음'을 들고 있다. 학생들의 닻음의 인식은 비와 비례성에 대한 통찰의 풍부한 직관적 근원이 된다. 또한 '닻음'의 인식은 덧셈적 비교를 할 때 이미지의 닻음이 부적절하다는 것을 인식시켜 줄 수 있고 곱셈적 관계를 이해하도록 하는데도 도움을 줄 수 있다.

비 개념에 대한 의미를 제대로 이해하지 못한 학생들은 비와 관련된 문제를 자신이 암기한 알고리즘에 의존하게 되어 내면화된 비를 경험할 수 없을 것이다. 따라서 비 개념에 대한 직관적 체험이 충분히 제공되어야 하며 비의 의미를 점진적으로 학습하고, 학습자가 내면화된 비 수준까지 이를 수 있도록 다양한 수학적 활동이 승법적인 관점에서의 비교로 어떤 상황, 맥락에서 그것을 조직하는 수단으로 비라는 관점을 택할 수 있는 안목이 생기도록 교과서의 내용이 풍부하게 구성 되어야 할 것이다.

2. 현실적 수학교육

현실적 수학교육은 1970년대 초부터 네덜란드에서 프로이덴탈의 아이디어를 지지하는

사람들이 30여 년 간 연구·실행해 온, 그리고 앞으로도 계속될 수학교육 개혁 운동이라 할 수 있다(강문봉 외, 2007). 현실적 수학교육은 수학을 인간의 활동으로 파악하는 프로이덴탈의 수학관에 그 뿌리를 두고 있다.

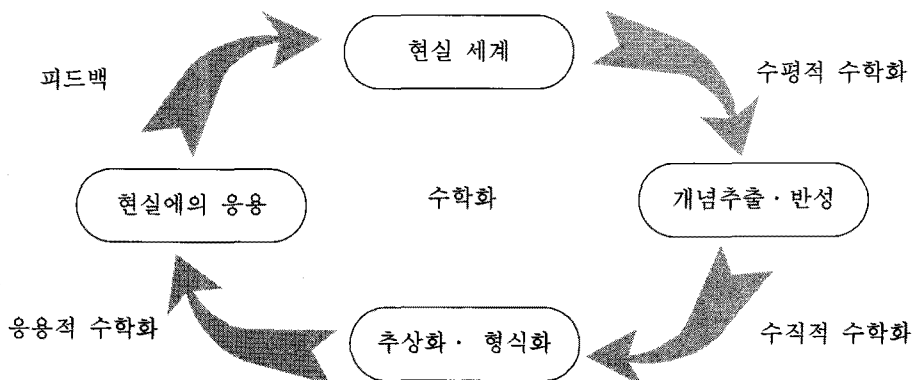
현실주의 수학교육에서 가장 염두에 두어야 하는 것은 바로 ‘현실’이라고 하는 것의 의미이다. 현실이란 개인이 어떤 단계에서 상식에 입각하여 현실적인 것으로 받아들이는 것이다. 그런 만큼, 상식이 다른 사람들에게는 현실이 서로 다를 수밖에 없다. 또, 한 사람에게 있어서도 상식의 수준이 높아지면, 현실 역시 달라지게 된다. 즉, 이 현실은 여러 가지로부터 영향을 받아 변화하는 상대적인 것으로서, 시공의 세계에 한정되는 것이 아니다. 말하자면, 현실적이란 단순한 일상생활을 의미하기보다는 그것을 포함하는 더 광범위한 세계로 아동이 체험할 수 있고, 감정이입이 될 수 있으며, 자신의 여러 가지 경험을 혼합해서 생각하고 상상력을 불러일으킬 수 있는 상황을 의미한다(강문봉 외, 2007).

정영옥(2000)에 의하면, 현실적 수학교육에서 중요한 것은 단순히 학생들의 현실 세계에서 시작한다는 것뿐만이 아니라, 수업 상황 자체가 학생들의 체험의 일부가 즉, 현실화되도록 하는 것이다. 현실적 수학교육은 실세계와의 연결을 넘어, 학생들의 마음속에서 현실적인 것으로 받아들여지게 하는 것을 강조하고 있기에 ‘현실적’인 것이다. 수학화는 현실적 경청 즉, 현상을 수학적 수단인 본질로 조직하는 것을 의미하며, 수학화 과정은 현상과 본질의 교대 작용에 의한 수준 상승의 불연속적 과정이다. 프로이덴탈은 이러한 수학화의 과정을 경험시키기 위해서는 학생들에게 풍부한 맥락(context)을 제공할 것을 주장한다.

여기서 말하는 맥락이란 ‘어떤 구체적인 수업 과정에서 학생들에게 열려 있는, 수학화되어야 할 현실의 영역’을 의미한다. 이는 수학을 분석하고 학생의 현실을 분석함으로써 수학을 포함한 현상을 찾아내고, 그러한 현상을 교수학적으로 정돈한 것이라 볼 수 있다. 풍부한 맥락이라고 말하는 것은 맥락이 교수학적으로도 그리고 학생들에게도 의미가 풍부해야 한다는 것을 강조하는 것이다.

강문봉 외(2007)는 우리가 초등학생들을 지도한다면, 맥락은 아동의 현실이 되어야 한다고 주장한다. 수학적 개념, 아이디어, 구조를 개발하기 위한 맥락의 근원인 현실은 물리적 사회적 세계로 국한되는 것이 아니라, 수학의 내적 현실 또는 학생들의 상상의 현실도 포함한다. 가능하면 학생들은 매우 다양한 넓은 범위의 맥락들에 접할 수 있어야 한다. 특히, 초등 수준에서는 학생들의 직접적인 활동을 통하거나 그들의 상상의 세계를 표현하는 맥락들이 고려되어야 한다는 것이다. 또한 강문봉 외(2007)는 학생들에게 제공되는 맥락은 생명력 있는 원초적인 현실이어야 한다고 주장한다. 수학적 개념을 지도할 때는 가능한 부차적인 소음을 제거하는 것이 일반적인 원리가 되어왔지만, 일단 학습된 수학이 적용되려면 그러한 소음은 불가피하다는 것이다. 따라서 현실 세계를 수학화한다는 것은 수학적으로 가공되지 않은 여러 소음이 혼재된 원자료로서의 원초적인 현실에서 비본질적인 요소를 제거해 나가면서 침진적으로 수학적 본질을 찾고, 조직화해 나아가는 것이다. 전통적인 수학 수업에서 맥락의 역할이 단지 피상적이고 장식적인 것이었다면, 수학화해야 할 영역으로서의 맥락은 수학적으로 다듬어진 문제만이 아니라 아동들의 상상력이 작용될 수 있는 자연스런 동기를 부여할 수 있는 문제들과 학생들의 지식과 개인적 경험이 의도적으로 사용될 수 있는 문제들로 구성되는 것이 바람직하다.

맥락은 수업 초기 단계에서도 중요하지만 전반적인 수업 과정에서 다루어져야 하며, 그 단계는 다음과 같다(강문봉 외, 2007).



[그림 1] 수업에서의 수학화 과정(강문봉 외, 2007, p.90)

첫 번째 단계는, 현실 세계의 맥락 문제를 수학화하려는 관점을 가지고 직관적으로 탐구하는 단계이다. 이것은 문제의 수학적 측면들을 알아내고, 규칙성 등을 발견하는 것을 의미한다. 강한 직관적 특성을 갖는 초기의 탐구는 수학적 개념의 발견 또는 재발명으로 인도되어야 한다. 두 번째 단계는 학생들 간의 상호 작용, 학생들과 교사와의 상호 작용 그리고 학생들의 형식화·추상화 능력과 같은 요인들에 의존해서 현실 상황으로부터 수학적 개념을 추출해 내는 단계이다. 여기서 수학화 과정에 대한 반성이 필수적이다. 세 번째 단계는 형식화와 추상화의 단계로서, 예상되고 결과적으로 발생하는 수학적 개념에 대한 기술과 엄격하고 형식적인 정의가 뒤따른다. 네 번째 단계는, 개념을 새로운 문제에 적용함으로써 개념을 강화하고 일반화하는 단계이다. 맥락이 수업에서 다루어지는 과정은 [그림 1]과 같이 하나의 학습 사이클로 표현될 수 있다. MIC 교과서의 각 단원은 대체로 이러한 과정으로 수업이 이루어지도록 구성되어 있다.

Ⅲ. 연구 대상 및 방법

1. 연구 대상

본 연구는 한국과 MIC 수학 교과서의 비와 비율 관련 단원을 비교 연구하기 위하여 우리나라 교과서는 제7차 교육과정에서 사용하고 있는 6-가의 '비와 비율', '비례식', '비율그래프' 단원을 대상으로 하였으며, 미국의 수학 교과서는 네덜란드 위트레흐트대학교의 프로이덴탈 연구소와 미국의 매디슨 소재 위스콘신 대학교의 교육연구센터가 협력하여 개발한 MIC 교과서를 번역한 나온교육연구소(2004)의 <백분율은 백을 좋아해(Per Sense)>, <달은 얼마나 높이 있을까?(Grasping Sizes)>, <신문 속의 분수(Fraction Times)>, <늘었다 줄었다(More or Less)>, <비와 비율(Ratios and Rates)> 단원을 대상으로 하였다(<표 1>). 이 교과서는 전미수학교사협회(NCTM, 1989)의 '학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준'의 주장한 수학교육 방향을 근거로 현실적 수학교육을 강조한 프로이덴탈의 이론을 배경으로 만들어진 초·중학교 수학 교재이다. 교과서 외에도 단원 구성 체제, 학습 목표, 평가 방법 등을 비교하기 위하여 각 교과서별 교사용 지도서도 참고로 하였다.

<표 1> MIC 교과서의 비와 비율 관련 내용

단 계	단원명	비 고
5	백분율은 100을 좋아해(Per Sense)	나온교육연구 소(2004)
	달은 얼마나 높이 있을까?(Grasping Sizes)	
6	신문 속의 분수(Fraction Times)	
	늘었다 줄었다(More or Less)	
	비와 비율(Ratios and Rates)	

2. 연구방법 및 절차

본 연구에서의 교과서 비교 분석은 비와 비율의 지도를 위한 시사점을 도출하기 위한 것이므로 이은주(2004)가 제시한 교과서 비교 분석의 틀을 수정하여 외형적인 부분은 일부 제외하고 단원 구성 체제, 단원 목표 제시 방법, 학습 내용, 교수 학습 방법, 평가 방법을 비교·분석하여 전체적인 비교 및 비와 비율 관련단원을 중심으로 내용면에서 구체적인 특징을 비교·분석하였다. 이를 위해 자료 선정 및 수집, 자료의 기술, 자료 비교 및 분석의 네 단계를 통해 연구하고, 교육적 시사점을 도출하였다.

IV. 우리나라와 MIC 교과서의 비와 비율 관련 단원 비교

1. 단원 구성 체제의 비교

우리나라와 MIC의 두 교과서가 모두 학생의 활동을 강조하고 있고, 활동을 통해 수학적 개념을 학습하도록 하고 있다.

우리나라 교과서에서는 '활동1'에서 기본적인 수학 개념을 다루고 '활동2'에서 수준을 한 단계 상승시켜 제시하고 있지만 '활동1', '활동2'가 서로 다른 상황으로 제시되고 있어 학생들이 자신의 활동에 대해 의미를 부여하기 힘들다. 어떤 수학적 활동을 하기보다는 단지 '활동'이라는 문제를 해결하는 것에 불과하다. 따라서 '활동1,2'에서 학생들이 수학적 활동을 할 수 있도록 문제 상황을 수학적인 사고활동과 학생 상호간의 의사소통 활동이 활발하게 일어나 학생 스스로가 문제를 탐구하여 해결할 수 있는 활동으로 바뀌어야 할 필요가 있다.

반면 MIC 교과서는 단원 내에서 각 이야기 상황이 분류되어 있다. 예를 들어 <Grade-A>의 '백분율은 100을 좋아해'라는 단원에는 첫 번째 이야기 : 퍼센트, 두 번째 이야기 : 퍼센트로 비교하세요, 세 번째 이야기 : 퍼센트를 쉽게 구해 볼까?, 네 번째 이야기 : 팀으로 얼마를 남길까? 와 같이 각 단원마다 4-5개의 이야기 상황으로 분류되어 각 이야기 상황마다 그 속에 다시 짧은 문제 상황들이 나누어져 있다. 하지만 나중에 다시 앞의 상황이 나오거나 한 상황 속에서 학생들이 꾸준히 활동을 하도록 연결되어 있다. 그러므로 학생들이 자신의 활동에 대해서 의미를 부여할 수도 있고 앞에서 이해하지 못하더라도 나중에 뒷 절에 가서 다른 관점에서 같은 상황이 나중에 다시 나올 때는 좀 더 깊이 있는 이해를 할 수 있다.

우리나라의 '문제를 해결하여 봅시다.'와 MIC 교과서의 '다시 생각하기'와 '생각문제'는

모두 그 단원에서 학습한 내용을 바탕으로 문제해결력과 응용력을 기르기 위한 것이다. 이것은 심화문제라고 할 수 있는데 이는 주어진 상황에서 반드시 구해야하는 문제라기보다는 주로 수학적 개념을 익히기 위해 만들어진 문제가 대부분이다. 그래서 실제로 우리나라 교과서에서의 학생들은 문제 상황을 받아들일 때 문제를 먼저 읽기보다는 숫자나 수학적 개념을 말로 설명해 놓은 부분을 먼저 읽는 경우가 많으며 문제를 다 읽지 않더라도 답을 구하기도 한다.

이에 비해 MIC 교과서에서는 문제를 해결할 때 단순히 특정한 번호의 문제를 해결하기 어렵게 구성되어 있다. 즉, 바로 앞 번호의 문제를 해결해야 다음 문제를 해결할 수 있게 되어있다. 이런 과정을 통해 학생들은 점진적으로 수학적 개념을 내면화하게 되는 것이다. 따라서 MIC 교과서에서는 학생들에게 풍부하게 주어지는 현실 상황의 문제들을 해결해나가는 활동으로 수학화가 이루어질 수 있도록 단원 구성이 되어있다.

우리나라 교과서는 단원 구성이 개념을 중심으로 문제들이 구성되어 있고, MIC 교과서는 커다란 상황 속에서 맥락을 중심으로 문제들이 구성되어 하나의 단원이 이루어지고 있음을 알 수 있다.

2. 단원 목표의 비교

우리나라 교과서의 학습 목표 제시 방법은 총괄평가에서 활용할 수 있는 타일러의 수업 목표 진술 방식을 따른다. 그래서 '비의 뜻을 이해하고, 두 수의 비를 기호를 써서 나타낼 수 있다.'와 같이 한 진술문 속에 구체적인 '내용'과 '행동'으로 진술된다. 그리고 학생에게 기대되는 행동을 세분화하여 나타내도록 하고 있다.

MIC교과서에서 제시하는 목표는 3가지 수준으로 이루어져 있다. 제1수준은 '개념 및 절차적 지식'으로 정의, 대상기호, 표준 알고리즘, 계산 과정 등과 같은 전통적인 수학적 기능과 지식을 포함한다. 제2수준은 '이유 찾기, 의사소통, 생각하기 개념 구성하기'로서 개념을 통합하고 다른 영역의 개념과 관련짓고 수학적 필요에 의한 의사소통을 하고, 수학적 사고를 분명하게 표현하는 것을 포함한다. 마지막 제3수준은 '모델링하기, 비정형화된 문제 해결하기, 분석하기, 일반화하기'로서 창조하기, 상황을 모델링하기, 수학화하기, 일반화하기, 그리고 자료를 해석하고 조직화하기 등을 포함하고 있다. MIC에서 세 수준으로 나누어 제시하는 목표는 NCTM의 네 가지 기준의 목표 문제해결 능력, 의사소통 능력, 추리력, 수학적 연결성을 모두 포함하고 있다. MIC 교과서의 각 이야기에는 서로 다른 목표가 설정되는 것이 아니라 같은 목표가 각 이야기에서 반복적으로 나타나고 있음을 알 수 있다. 이 학습 목표는 학생들에게 직접적으로 제시되지 않고 '교사 안내서'에 제시되어 있다.

우리나라의 교과서 6-가 단계의 비와 비율 관련단원의 학습 목표를 살펴보면, 교육과정 상에는 MIC 교과서의 목표 설정과 유사하게 3가지 목표가 있음에도 불구하고, 모두 MIC 교과서 목표의 제1수준에 머물러 있음을 알 수 있다. 학습목표 상에는 교육과정에 나타나는 두 번째 목표 의사소통 능력과 합리적인 문제해결 능력에 관한 것과 세 번째 목표인 태도에 관한 것은 나타나지 않는다. 그리고 각 차시 안에서 학습목표가 각각 설정되어 있고, 이를 달성하도록 되어있어 각 차시별 내용이 단절되어 있음을 알 수 있다. 학생들은 첫 번째와 두 번째 목표인 지식·이해와 의사소통능력과 문제해결력 신장에 관한 목표를 달성해야 세 번째 태도에 대한 목표를 이행할 수 있지만, 역으로 세 번째 태도에 관한 목표가 없이 즉, 흥미와 관심 없이 앞의 두 목표를 달성하는 것도 어렵다. 그러므로 우리나라

라의 교과서도 지식·이해에 치중한 목표보다는 더 나아가 의사소통 능력과 문제해결력 신장 및 태도에 관한 학습목표도 설정되어야 하겠다.

3. 학습 내용의 비교

가. 비 개념 비교

수학화 수업의 단계 측면에서 보면 현실적 문제 상황에서 학생 간, 학생과 교사간의 상호 작용을 통하여 수학적 개념을 추출해야 한다. 그리고 개념을 새로운 문제에 적용함으로써 개념을 강화하고 일반화해야 한다.

우리나라 수학교과서에서는 6-가 단계 6. 비와 비율 단원에서 비가 처음 도입되면서 1차시의 '두 수의 비 알아보기'에서 약속하기를 통해 남학생 수 3명과 여학생 수 5명을 비교하기 위하여 기호 ':'를 사용하여 '3 : 5'로 나타내고, '3 대 5'라고 읽도록 약속하고 있다. 이것을 '5에 대한 3의 비' 또는 '3의 5에 대한 비'라 약속하고 간단히 '3과 5의 비'라고 정리를 하고 있다. 비를 나타낼 때 사용하는 표현 방법과 비를 읽는 방법, 그리고 비를 표현하는 방법을 기술하고 있지만 비에 대한 부가적인 설명은 없이 형식적이고 탈맥락적으로 도입하고 있는 것이다. 또 비 개념에서 핵심적인 사고인 승법적 사고를 유도하고 있지 않다. 또 2차시의 '비율과 비의 값 알아보기'의 약속하기에서는 '기준량에 대한 비교하는 양의 크기'를 '비율'로 규정하고 '기준량을 1로 볼 때의 비율'을 '비의 값'이라고 하며, 비율을 아래와 같이 분수로 나타내고 있다.

$$\text{비율} = \frac{(\text{비교하는양})}{(\text{기준량})}$$

이는 비 개념의 본질을 인식하게 하는 사고 교육보다는 비 그 자체의 외형적 표현과 기계적 알고리즘에 치우쳐 있음을 알 수 있다. 현실과 관련 있는 것처럼 보이는 '생활에서 알아보기' 문제 하나를 제시한 후에는 순수하게 수에 의한 비를 연습한다든지, 현실과 관련이 없는 비의 값, 비례식 등과 같은 수학적 대상을 가지고 연습하는 것 등 비에 대한 학습 지도가 알고리즘에 지나치게 집중되어 있기 때문에 학생들은 비록 능숙하게 계산은 할 지라도 그 개념의 진정한 의미를 제대로 파악하지 못하고 있다.

MIC 교과서에서는 Grade A 단계의 '달은 얼마나 높이 있을까?' 단원의 두 번째 이야기 - 머리와 키의 비에서 '비'라는 용어가 처음 도입되고 있는데 동철 선생님의 어릴 때 사진과 현재 사진을 제시한 후 키에 대한 머리 길이를 분수로 나타내게 한 다음 아기 때와 현재의 값을 비교하고 차이점을 설명하도록 하고 있다.

그런 후 인형을 학습 자료로 사용하여 인형의 머리 길이와 키를 비교하는 것을 '머리와 키의 비'라고 하며 '비'라는 말을 처음 도입하고 있으며, 이 때 키가 머리 길이의 3배가 되면 머리와 키의 비를 '1대 3'으로 나타낸다고 설명하고 있다. 즉 분수를 비의 값으로 연결하여 지도하고 있다. 그러나 이때까지도 비를 나타내는 기호 ':'는 사용하지 않고, Grade B 단계의 '비와 비율' 단원 넷째 이야기의 정리 단계인 다시 생각하기에서 비 기호 사용을 간단하게 나타내고 있다.

비 개념에 대한 의미를 제대로 이해하지 못한 학생들은 비와 관련된 문제를 자신이 암기한 알고리즘에 의존하게 되어 내면화된 비를 경험할 수 없을 것이다. 따라서 비와 관련된 문제풀이에 앞서 비 개념에 대한 직관적 체험이 충분히 제공되어 비의 의미를 점진적으로 학습하고 내면화된 비 수준까지 이를 수 있도록 교과서에서 풍부한 문제 상황이 제

공되어야 할 필요가 있다.

나. 문제 상황의 다양성 비교

문제 상황의 다양성 관점에서 구체적인 내용을 살펴보니 우리나라 교과서에 제시된 비와 비율 관련 상황은 30개로, MIC 교과서에 제시된 상황 90여개에 비해 절대적으로 적다는 것을 알 수 있다. 또한 우리나라 교과서에서는 비를 도입하기 위해 제시된 맥락이 승법적인 상황보다는 가법적인 상황에 가까워 적절하지 않고, 비율의 필요성에 대한 맥락을 제시하지 못하고 있다. 제시된 두 양인 남학생 3명과 여학생 5명 사이에는 비 관계가 내포되어 있지 않으며, 왜 자원봉사자 수에 대한 여자 수의 비율을 구해야 하는지의 필요성이 부각되지 못하고 있는 것이다. 구체적으로 비에 관한 과제는 측정, 측정, 가격, 길이, 속력, 기하적 맥락과 기타 시각적 맥락 등 다양한 상황이 포함되어야 한다는 정은실(2003b)의 지적을 고려해 볼 때, 우리나라 교과서는 수량 비교에 치중되어 있으며 닳음비나 측정 등과 같은 기하적 맥락과 관련된 문제는 전혀 찾아볼 수 없다. 반면, MIC 교과서는 수의 비교뿐만 아니라 측정, 가격, 기하적 맥락, 정보수집, 개념형성, 의사소통, 그리기, 측정, 속력, 길이와 높이, 기타 시각적 맥락 등 다양한 상황이 풍부하게 제시되어 있다.

다. 학습요소별 비교

우리나라와 MIC 교과서의 비와 비율 관련 단원 내용을 학습 요소별로 비교 분석하여 보았다. 우리나라에서는 비와 관련 있는 분수, 소수, 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈, 분수와 소수의 크기 비교 등의 내용은 이미 4-나에서 비와 몫으로서 분수, 분수와 소수의 비교, 5-가에서 분수의 곱셈, 5-나에서 분수, 소수의 곱셈과 나눗셈, 6-가에서 소수와 분수의 관계와 크기 비교에서 배경 지식을 이미 습득한다. 그런 후에 비와 비율 단원에서 비의 값과 비율, 할푼리를 학습하고, 비례식 단원에서 비례식을, 비율 그래프 단원에서 비율 그래프를 학습하도록 구성되어 있다.

우리나라 교과서에서는 비와 비율 관련 개념을 중심으로 학습지도 내용이 구성되어 있고, 각 단원의 앞부분 약속하기를 통해 개념을 익히고, 각 개념들을 다 익히고 난 다음에는 단원의 끝부분에서는 습득한 개념들을 활용하여 문제를 해결하는 방향으로 이루어져 있다. 또한 각 차시에서는 해당 차시의 개념을 익힌 후에 익히기 문제를 이용하여 문제를 해결하도록 학습내용이 구성되어 있어 학생들이 수학적 개념들의 필요성을 실생활 속에서 알기가 힘들고, 알고리즘만 익히면 문제를 해결할 수 있도록 구성되어 있어 학습에 흥미를 가지기 쉽지 않도록 학습내용이 이루어져 있다.

MIC 교과서에서는 Grade A 단계, 즉 우리나라의 3~5학년 단계 단원인 ‘똑같이 나누어 요’에서 분수를 학습하면서 부분과 전체의 관계를 경험하고, ‘숫자로 말해요’ 단원에서 소수점의 의미를 알기 위해 돈과 기준이 되는 분수에 대한 이해를 확장하여 소수와 분수 그리고 나눗셈은 같은 의미를 표현하는 것임을 알도록 하여 비와 비율 학습을 위한 배경 지식을 습득하게 된다.

MIC 교과서에서는 학습 지도 내용이 우리나라 교과서처럼 각 차시마다 분절되지 않고 반복되어 학습하고 있다. 학습 지도 내용들은 학생들의 활동을 중심으로 구성되어 있어 교과서에 제시된 문제해결을 위해서 새로운 개념의 도입과 학생들간 상호 의사소통이 원활하게 이루어지도록 할 수밖에 없는 구성으로 되어 있다.

우리나라 교과서에서는 비, 백분율, 할푼리, 분수·소수·백분율과의 관계, 비례식, 비의 성질, 띠그래프, 원그래프의 8개 요소로 학습 지도 내용이 이루어져 있으나 MIC 교과서는 백분율 어렵하기, 표준 퍼센트³⁾ 이용하기, 분수·비율·백분율의 관계 인지하기를 통해 퍼센트의 특징을 알고 어떤 상황에서 사용되는지를 알아, 퍼센트가 비교하는 표준화된 수단임을 학생 스스로 이해하도록 하고 있다. 백분율 어렵하기와 표준 퍼센트는 일상생활에서 매우 유용하게 사용되는 것들로 학생들에게 친밀감을 주어 흥미를 가지기에 충분한 내용들로 이루어져 있다. 또한 비율 이용하여 길이, 무게의 비교, 거리 측정 등과 같은 측정 등의 풍부한 상황의 제시와 함께 각 이야기의 제목들도 학생들의 관심을 끌 수 있는 문학적인 문구로 구성되어 있어 궁극적으로 학습 흥미를 불러일으킨다.

라. 시각적 모델의 활용성

초등학생들에게 있어 비와 비율관련 개념은 복잡하고 어려운 개념이기 때문에 시각적 모델의 사용이 강조되고 있다. 우리나라와 MIC 교과서에서는 비와 비율관련 개념 지도를 위해 어떠한 시각적 모델을 사용하고 있는지 비교·분석하였다.

비와 비율 관련 지도를 위해 우리나라 교과서에서 사용하고 있는 시각적 모델은 표, 그림, 모눈종이, 비율 그래프 등으로 제시되어 있으나 비의 성질을 이용한 숫자 계산 위주로 되어 있어 시각적 모델이 부족하고, 표와 그래프의 관계를 직관적으로 알기 어렵게 제시하고 있어 학생들의 학습에 많은 혼돈을 가져오고 있다. 따라서 비와 비율 관련 지도의 효과를 높이기 위해서는 더 많은 시각적 모델의 제시가 필요하다.

MIC 교과서에서 제시된 시각적 모델은 각 상황별로 표, 그림, 비율표, 원그래프 측정기⁴⁾, 확대·축소된 그림 등 각 상황마다 여러 개의 시각적 모델이 사용되고 있음을 알 수 있었다. 또 띠그래프의 눈금을 실수와 퍼센트를 함께 나타내어 학생들이 쉽게 비교 가능하도록 배려하였다. 그 외에도 MIC 교과서에서는 학생들의 활동 상황과 관련있고 상상력을 불러일으킬 수 있는 다양한 삽화를 구성하여 수학 교과서에 대한 친밀감과 끊임없는 흥미를 지속시킬 수 있는 시각적 모델 사용으로 학생들간의 의사소통과 자기주도적인 학습이 이루어질 수 있도록 제시되어 있었다.

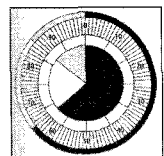
마. 승법적 사고로의 접근 가능성

비례성에 대한 인식 획득을 위해서는 가법적 사고가 아니라 승법적 사고로의 자연스러운 이행이 이루어져야 한다. 따라서 교과서 역시 가법적 사고에서 승법적 사고로의 이행이 가능하도록 구성되는 것이 바람직하다. 이러한 관점에서 우리나라 교과서와 MIC 교과서를 비교·분석해보면 다음과 같다.

비 개념을 도입하는 6-가 비와 비율의 첫 차시에 제시된 상황을 예를 들어보면, 철수네 모듬에는 남학생이 3명, 여학생이 5명이다. 3명과 5명은 비 개념의 지도에서 요구되는 승

3) 표준 퍼센트: 1%, 20%, 25%, 50%, 60%, 75%, 80% 등의 분수로 나타내거나 어렵을 하기에 좋은 비율을 말한다.

4) 새로운 원자력 발전소 건설에 반대하는 사람의 %를 조사하여 원그래프로 나타낸 오른쪽 그림을 '원그래프 측정기'라고 한다. 원의 바깥을 100등분하여 조사 결과를 쉽게 나타낼 수 있도록 시각적 모델을 제시하고 있다.



법적 비교보다는 오히려 여학생이 2명 많다는 가법적 비교를 하기 쉬운 상황이다. 승법적 비교인 '여학생이 남학생보다 5/3배이다'라는 대답을 학생들이 찾아내기는 쉽지 않다. 차라리 여학생을 6명으로 했다면 여학생은 남학생의 2배라는 승법적 관계를 쉽게 찾아낼 수 있을 것이다. 그런데 뒤이어 나오는 '약속'을 보면 이 물음의 의도는 그런 승법적 비교가 아니라 비의 외형적 표현에 더 관심이 많아 보인다.

약속 : 남학생 수와 여학생 수를 비교하기 위하여 기호 : 를 사용합니다. 남학생 수 3명과 여학생 수 5명을 비교하는 것을 3 : 5로 나타내고, 3대 5라고 읽습니다. 이것을 5에 대한 3의 비 또는 3의 5에 대한 비라 하고 간단히 3과 5의 비라고 합니다.(교육과학기술부. 2010. 6-가, p.86)

처음부터 비의 외형적 표현인 기호 ':' 를 써서 나타낸 것이 비임을 약속하고 있는 것처럼 보인다.

사과와 딸기의 수를 비교하는 상황 역시 사과 8개와 딸기 7개의 비교로 승법적 사고와는 관련 없는 상황이다. 오히려 사과가 딸기보다 한 개 더 많다는 가법적 사고가 유발될 수 있는 시각적 모델이 제시되어 있다. 우리나라의 교과서는 비 개념의 본질을 인식하게 하는 사고 교육보다는 비 자체의 외형적 표현과 기계적 알고리즘에 치우쳐 있음을 알 수 있다. 승법적 사고로의 접근은 '비례식' 단원에 와서야 제시되기 때문에 학생들은 비 개념에 대한 이해를 바탕으로 비례 추론을 통해 문제 해결을 하기 보다는 알고리즘에 의존하여 문제를 풀기 쉽고 학생들에게 혼란을 가져올 수 있다. 따라서 학생들이 승법적 사고를 하도록 유도하기 위해서는 정은실(2003a)의 말처럼 비례식을 배우기 전에 비 개념을 명시적으로 가르치기 보다는 저학년 때부터 직관적인 이해가 가능하도록 다양한 프로그램의 개발로 문제 해결을 통해 비에 대한 개념을 파악하게 하는 것이 필요하다고 본다.

다음은 MIC 교과서에 제시된 문제 상황이다.

(1) 다음 표를 완성해 보세요. cm를 단위로 하여, 연필의 실제 길이와 상의 크기를 재어 보세요.

단위		
연필	1	6
cm		

(2) 연필의 실제 길이가 10cm, 5cm, 7.5cm일 때, 상의 크기는 각각 얼마일까요?

(3) 길이가 15cm인 자를 실물화상기에 올려놓았습니다. 자 옆에는 길이가 1cm인 거미가 있었습니다. 스크린에 비친 자의 길이는 얼마일까요? 거미의 길이는 얼마일까요?

(4) 아래의 표에 적힌 수를 살펴봅시다. 1과 6을 시작으로 표에 적힌 두 수의 관계를 설명해 보세요.

	1	4	5	7.5	10	15	20
	6	24	30	45	60	90	120

(5) 표의 윗줄과 아랫줄은 어떤 관계인가요?

[그림 2] 실물화상기에 비친 스크린 상의 크기

Grade-A: ‘달은 얼마나 높이 있을까?’ 단원의 첫 번째 이야기에 제시된 상황으로 실제 연필의 길이가 10cm 일 때 상의 크기가 6배라면 상에 나타난 연필의 크기는 얼마인지를 구하는 승법적 사고를 해야하는 상황이다. 이처럼 MIC 교과서에서는 거의 모든 상황이 승법적 사고와 관련되어 있다. 즉, 비 지도의 초기부터 분수를 비의 값으로 연결하여 다양한 상황과 활동 속에서 자연스럽게 승법적 사고를 하도록 교과서 내용이 구성되어 있다. 비례에 대한 인식이 승법적 사고를 기초로 이루어진다는 점을 감안해 볼 때 비 개념 지도를 할 때에는 초기부터 승법적 사고를 경험할 수 있도록 문제 상황을 제시해 주는 것이 더 효과적일 것이다.

4. 교수 학습 방법의 비교

가. 학생 역할 중심 측면

우리나라와 MIC 교과서의 교수 학습 방법을 여러 가지 측면에서 비교해 보았다.

첫째, 수학적 개념을 도입할 때 우리나라 교과서는 학습에 있어서 재발명의 의미는 거의 없고, 주로 간단한 활동을 한 후 왜 그렇게 생각했는지에 대해 설명하게 한다. 바로 다음 ‘약속’에서 개념을 바로 설명하고, 학생들은 그 내용을 받아들여 알고리즘에 의한 익히기 문제를 해결하는 과정으로 이루어져 있다. 기본적으로 교과서의 질문에 따라서 대답해 나가며 문제를 해결할 수 있는 흐름으로 구성되어 있다. 하지만 학생 자신의 전략과 해결 방법을 집단이나 학급 전체에 발표하고 의견을 공유하는 기회가 교과서에 나타나 있지 않아 교사 위주의 수업으로 흐르기 쉽다.

반면, MIC 교과서에서는 학생들에게 의미 있는 수학을 재발명하도록 하고 있다. 알고리즘과 규칙을 암기하기보다는 학생들이 스스로 그것을 발견할 수 있도록 한다. 학생들은 자신의 주요한 지식과 경험을 토대로 수학을 이해하고 다른 학생들이나 교사와의 상호작용과 반성을 통해서 그 이해의 범위를 확장해 나간다. 이 때 교사는 지식을 전달하는 것이 아니라 학생들이 배워왔던 것을 서로 연관지어 종합할 수 있도록 도와주는 역할을 담당해야 한다. 예를 들어 ‘비와 비율’ 단원에서 시내에 과속 차량이 늘어나자 경찰이 대책으로 신호등과 정지표지판을 세우기로 한 상황이 제시된다. 하지만 재정상 꼭 필요한 한 지역에만 세워야 한다. 그래서 이를 결정하기 위하여 하나의 자료를 보여준다.

경찰은 네 지역의 과속 차량 수를 조사하기 위해 아침 1시간 동안 자동차의 속도를 기록하는 장비를 설치했습니다. 경찰은 이 자료를 토대로 연구보고서를 작성하여 시 의회에 제출하려고 합니다.

	과속 차량 수	과속하지 않은 차량 수
1 지역	11	15
2 지역	42	20
3 지역	30	29
4 지역	4	0

?

- (1) 위의 표를 보고 어떤 결론을 내릴 수 있나요?
- (2) 경찰은 시 의회에 어떤 내용의 보고서를 제출할까요?

[그림 3] 과속차량과 과속하지 않은 차량 수

이러한 상황에서 학생들이 문제를 해결하기 위해서는 자연스럽게 '비'의 개념을 사용할 수밖에 없는 맥락을 제공하여 학습해나가게 한다.

둘째, 현실경험과 관련된 맥락을 통하여 학습을 지원하고 동기를 부여하는 측면에서 우리나라 교과서는 현실세계 맥락의 문제 해결은 각 단원의 마지막 차시에 '실생활 적용하기'로 따로 설정되어 있다. 6-가 6. 비와 비율에서 실생활 적용하기를 살펴보면, 진수네 가족이 주말여행을 하려고 하는데 어디로 가야 비를 맞지 않고 재미있게 여행을 할 수 있는지 각 지역의 비율 확률을 알아보는 현실 세계 맥락에서 각 지역별로 비율 확률(%) 그래프가 함께 제시된다. 그래프를 보고 학생들은 각 도시의 비율 확률이 낮은 지역을 조사하는 개념적 추출·반성 단계를 거친다. 그래서 학생들이 오전과 오후에 비율 확률이 가장 낮은 지역을 파악하여 비율과 확률의 상관관계를 받아들이는 현실세계로의 응용이 가능하게 한다. 그러나 수확화의 한 과정인 형식화·추상화 단계는 학생들이 거치지 못하고 있다. 또한 문제를 읽고 답하는 형식으로 이루어져 있어 학생들의 수학적 사고활동을 촉진하는 수확화의 과정을 거치지 못하고 있다.

MIC 교과서는 현실적 상황을 출발점으로 사용하며 이러한 맥락 속에서 학생들이 수학을 사용할 수 있는 다양한 상황을 제공한다. 예를 들면, '비와 비율' 단원에서 자동차 공해 문제로 도시의 스모그 현상과 스모그로 인해 식물이 시들어 가고, 빌딩과 동상이 녹슬어 가며, 사람들에게 호흡기 질병이 발생한다는 것이다. 학생들은 정말 그런지 도로를 달리는 자동차 수를 세어보는 개념 추출·반성단계를 거친다. 자동차 한 대에 평균 몇 명이 타는지 10대의 자동차 수와 12명의 사람 수가 그려진 그림을 보고 자동차 수를 줄이기 위해 어떤 노력을 해야 하는 지 의논하는 추상화·형식화 단계를 거쳐, 공기오염을 줄이기 위한 대책 마련으로 현실세계 응용의 단계에 이르기까지 실생활의 맥락을 통해 학생들은 수확화의 전과정을 경험하며 비와 비율 관련 개념들을 학습해 나간다.

비교해 보면, 우리나라 교과서 탐구활동의 상황은 짧은 맥락으로 수확화 수업의 4단계를 완전하게 거치기가 힘들도록 교과서가 구성되어 있다. 그러나 MIC 교과서의 맥락은 큰 테두리 안에서 학생들이 현실 세계의 맥락 속에서 문제 해결을 위한 개념추출·반성의 단계를 거쳐 추상화·형식화 단계에 이르고, 실생활에서 일어날 수 있는 문제들의 해결책 마련으로 현실에서의 응용으로까지 이르게 된다. 수학 학습의 필요성과 유용성을 스스로 알게 되며 정서적인 내면화까지 이르게 하는 과정을 거치게 되는 것이다.

셋째, 우리나라 교과서에서의 활동1,2처럼 간단한 모델의 제시는 학생들에게 수학적 사고 기능이나 수학에 대한 흥미를 높이지 못하고 있지만, MIC 교과서에서는 다양한 모델을 제시하여 학생들이 서로 다른 추상적 수준에서 수학을 이해할 수 있도록 한다. 학생들은 다양한 모델을 이용하여 현실적 삶의 문제와 같은 구체적이고 덜 추상적인 문제해결 전략으로부터 추상적인 수준의 문제해결 전략으로 나아갈 수 있도록 한다. 이 때 모델은 구체적인 세계와 수학적 지식과 같은 추상적인 세계 사이를 연결해 주는 역할을 한다. 즉 현실적 상황에서 얻은 개념적 수학을 형식화 시켜 수학적 사고기능이 발달하고 보다 높은 수준의 학습으로 발전시켜 나가는 것이다.

넷째, 우리나라 교과서에서의 활동은 학생들의 다양한 전략을 수용하지 못하고 있다. 각 차시별 학습내용은 분절되어 있고, 정해진 활동과 정확한 답을 요구하고 있기 때문이다. 그러나 MIC 교과서에서는 학생들의 다양한 전략을 존중한다. 학생들이 각 단원 이전에 배운 수학의 선수 지식을 이용하여 그들 자신의 방법으로 문제를 해결할 수 있도록 한 다음 학생들이 자신의 전략과 다른 학생들의 전략을 비교하고 분석함으로써 적절한 문제해결 전략을 선택하는 과정을 통해서 수학에 대한 이해를 풍부하게 한다.

나. 교사 역할 중심 측면

우리나라 수학 교과서는 교사의 학창시절 이미 학습한 내용들로 구성되어 생소하거나 새로운 내용이 거의 없다. 문제에 나와 있는 상황이 학생들이 전혀 이해 할 수 없을 만한 상황도 없으며, 약속하기의 수학적 개념이나 알고리즘을 익혔다면 굳이 교사의 도움이 필요한 상황이 별로 없다. 교사는 학생들과 같이 배우는 입장이기 보다는 모두 알고 있는 내용들이기 때문에 안내자나 조력자이기 보다는 가르치는 입장이 되기 쉬워 학생들의 오류를 발견하기가 쉽지 않다.

이에 비해 MIC 교과서에서 교사와 학생, 학생과 학생간의 상호작용은 수학적 지식을 쌓아 나가는데 핵심적인 부분이다. 수학적 지식을 창조하는데 있어 교사와 학생 사이, 학생과 학생 사이, 교사와 교사 사이의 상호작용을 필수적인 부분으로 본다. MIC 교과서에서는 학생들이 문제해결 해법을 발견하기 전에 발견을 위한 상호작용의 자연스러운 방법을 제공하고 있다. 교과서에서 다양한 상황의 문제들은 해답을 찾기 전이나 후, 또는 문제를 푸는 과정에서 학생들이 서로의 생각을 나누고 공유할 수 있도록 해주는 자연스런 방법을 제공해준다. 교사는 학생들에게 조력자와 안내자가 되어주어야 한다. MIC 교과서에 나오는 많은 수학적 개념과 모델들은 학생뿐만 아니라 교사들에게도 생소할 수 있다. 이 개념들을 이해하고, 학생들에게 어떻게 안내하고 조력자로서의 역할을 할 것인가를 알기 위해서 교사는 학생들과 마찬가지로 많은 공부를 하고 학생들을 위한 자료를 준비해야 한다. 수학에 몰입해 다른 교사와 공동으로 작업하기도 하고, 수학에 대한 기존의 이해를 재고해 보기도 해야 한다. 이와 같이 교사들도 학생들처럼 수학적 개념을 배우는 과정을 새로 거치게 된다. 이처럼 교사들도 학생들과 같은 적극적인 문제 해결과정을 통해 교사들은 학생들이 어떤 어려움을 갖게 되는지 이해하게 된다. 교사들도 이런 과정을 겪게 된다면 학습자료 준비에 좀 적극적인 자세로 임하게 될 것이고, 학생들이 겪을 오류를 줄일 수 있는 노력을 하게 될 것이다.

5. 평가 방법의 비교

우리나라의 제7차 교육 과정에서 제시하고 있는 평가는 수업 목표에 충실하게 맞춘 평가로서 획일적인 방법보다는 다양한 평가를 지향하며, 수학 수업 과정에 진단평가, 형성평가, 총괄평가 등의 적절한 평가 방식을 택하여 실시하도록 하고 있다.

MIC 교과서는 NCTM(1989)의 표준과 평가 원리를 지지하면서 추론하기, 이해하기, 대화하기와 같은 활동을 강조하고 이를 평가하기 위해 관찰, 상호작용에서의 반응 결과 자기평가 등 다양한 평가 방법들을 강조하고 있다. MIC 교과서는 교사가 수업 중에 평가를 할 수 있도록 교과서 내에 비형식적인 평가를 위한 문제를 포함하고 있다. 그리고 각 이야기의 마지막 요약 부분에서는 새로운 맥락 문제를 제시하고 이것도 비형식적인 평가를 교사가 활용할 수 있도록 되어 있다. 그리고 단원의 마지막 평가 부분에서 좀더 형식적인 평가를 하는데 수업 목표와 그에 따른 구체적인 평가 문제를 제공한다. MIC 교과서에서는 수학 수업에서 학생들이 도달해야할 목표를 3가지 기준으로 나누고, 이에 따른 비형식적인 평가 문항을 제시하고 있다. 이 때 수업에서 학생들이 기본적인 수학적 지식과 계산과정을 잘 이해하고 숙달할 수 있도록 할 뿐만 아니라 수학적 개념을 형성시켜 나가는 과정 속에서 문제 해결력, 비판하기, 추론하기, 이해하기, 대화하기와 같은 활동을 강조하고 이를 평가하기 위해 관찰과 상호작용에서의 반응 결과 등 다양한 평가방법들을 강조하고 있다.

또 같은 문제를 가지고 서로 다른 수준에서 평가를 하고 있다.

그러나 우리나라의 경우 평가 방법 면에서의 다양성과 수업 과정 중의 다양한 전략을 평가하기란 교과서의 내용상 어려움이 많다. 학생들의 문제해결 과정에서의 태도와 다양한 전략을 평가할 수 있는 방향으로 내용 구성이 이루어져야 할 것이다.

V. MIC 교과서의 내용 전개상 특징 및 그 시사점

본 장에서는 이제까지 살펴본 MIC 교과서의 비와 비율 관련 단원을 중심으로 특징을 살펴보고, 각각의 특징에 따라 우리나라 교과서의 시사점을 찾아보았다.

1. 맥락 중심의 내용 구성

MIC 교과서에서는 모든 단원이 커다란 맥락 속에서 이루어진다. 그리고 그 속에 작은 상황들이 다시 주어져서 각각의 학습 목표에 맞게 학습이 이루어지도록 되어있다. 이것은 학생들이 가지고 있는 수학적 지식을 이용하여 현실 상황의 문제를 비형식적으로 해결해 나가는 과정 속에서 비와 비율과 관련하여 자신의 자료를 정리해보면서 자신의 해결 전략을 구상하도록 하는 것이다. 그리고 자신의 해결 전략이 완성되면 그것을 그룹이나 교실 전체에서 다른 동료 학생들에게 설명하거나 다른 학생들의 해결 전략에 대한 설명을 들으면서, 자신의 해결 전략에 대해 다시 한 번 생각해보고 더 나은 해결책을 찾아 나갈 수 있도록 구성되어 있다(개념적 추출·반성). 예를 들어 학생들은 신문 기사를 써야하는 상황이 주어졌을 때 여러 가지 자료를 수집한 결과를 바탕으로 비와 비율 관련 용어를 사용하여 수학적 글쓰기로 기사를 작성한다. 수학적 글쓰기 과정에서 학생들은 자신이 사용한 비나 비율, 띠그래프, 원그래프의 쓰임이 맞는지에 대해 그룹별 및 학급 전체 학생들과 토론을 한다.

이에 비해 우리나라 교과서는 상황 중심이라기보다는 문제 속에 있는 수학적 개념 중심이라 하겠다. 예를 들어, 6-가 단계의 7. 비례식 단원에서 비의 성질을 알아보는 문제를 살펴보자. 여기서는 2:3의 전향과 후향에 0이 아닌 같은 수를 곱해도 비의 값은 변하지 않는다는 것을 알게 한다. 학생들은 문제를 풀어나가면서 이 문제의 필요성이나 유용성에 대해서는 생각할 수 없고, 느끼지도 못한다. 단지 주어진 지시문에 의해서 곱해 보고 비의 값을 구하며 비의 성질을 알아간다. 그러나 학생들은 자신이 푼 문제의 의미가 무엇인지 왜 풀었는지에 대한 반성이 필요하지가 않다.

우리나라 교과서에서도 비례식의 성질을 알려주는 규칙이나 알고리즘을 중심으로 문제를 만들지 않고, 비례식이 필요한 상황을 제시하여 학생들이 현실 세계에서 비례식을 사용할 수 있고, 유용성을 알게 된다면 학생들은 비와 비율의 중요성도 느끼고 수학과학습에 한층 더 흥미를 가지고 학습에 임하게 될 것이다.

2. 학생활동 강조

MIC 교과서의 비와 비율 관련 단원에서는 비와 비율을 구하는 방법에 대해 학생 스스로 이해하고 발견해 나가도록 하기 위해 학생의 실제적인 활동을 강조하는데 이를 위해 학생들이 직접적으로 자료 수집, 자료 분석 등의 활동을 한다. 예를 들면, 자동차 공해로

도시의 스모그가 심해지자 자동차 수를 줄이기 위해 자동차당 평균 사람 수를 구하고, 자동차 수를 줄이기 위해 어떻게 할 것인가를 토론 한 후 포스터를 그려 홍보하고 카풀 자동차를 늘려갈 때 자동차가 얼마나 줄어들 것인가에 대한 통계적 방법을 이용해 정리하고, 각자 분석한다.

우리나라 교과서는 몇 개의 활동을 중심으로 비와 비율 개념을 형성해 나가도록 하고 있다. 교과서의 전체 단원에 '활동'이 1~3개 주어진다. 그런데 이 '활동'이 학생들이 직접 하는 활동이라기 보다는 활동이 이루어진 상황을 제시하고 이 제시된 문제를 풀어나가도록 되어 있다. 자료를 모으는 과정이나 어떤 상황은 생략되고 단지 결과나 알고리즘이나 규칙 위주의 문제가 주어지고 이를 보고 학생들은 정보를 알아낸다.

6-가 비와 비율 단원에서는 두 수의 비, 비율과 비의 값, 백분율에 대해서 학습하는데 이 탐구활동을 통해 비율 확률(%) 그래프를 보고 백분율이 높은 지역은 비율 확률이 높으므로 비율 확률이 낮은 지역으로 여행 목적지를 정해야 비를 맞지 않고 재미있게 여행을 할 수 있다는 것이다. 학생들은 단지 이 탐구 활동을 통해서 이미 학습한 백분율의 개념을 알고 여행지를 탐색하는 과정이지만 백분율을 공부하지 않은 학생도 막대가 긴 쪽은 확률이 높다는 것을 직관적으로 알 수 있는 상황이라서 탐구 활동이라고 보기가 어렵다.

따라서 학생들이 구체적인 활동을 해 나가면서 초기 수학자들이 경험했을 것 같은 재발명의 기회를 주기 위한 수행과제나 탐구 활동을 주어서 수학적 힘을 기를 수 있도록 활동 중심의 문제개발이 필요하다.

3. 의사소통을 통한 비판적 사고 기르기

MIC 교과서는 다른 사람과 자신의 생각에 대한 비판적 사고를 기르기 위해 의사소통을 중시하고, 대부분의 문제에서 자신의 의견을 말하고, 이유를 설명하도록 한다. 예를 들어, 어떤 문제에서 분수를 소수로 바꾸어야 하는 상황이 생겼을 때 자신이 직접 적절한 기준을 정하고 분수를 소수로 어떻게 바꾸어야 하는지, 또 소수를 분수로 어떻게 바꿀 수 있는지 설명하도록 한다. 그런 후 자신들이 선택한 방법의 장단점을 이야기하고, 자신의 방법이 더 정확하다는 이유를 이야기하도록 한다.

우리나라 교과서의 비와 비율 관련 단원에서는 '토의' 부분은 거의 생략되어 있고, '비와 비율' 단원의 과제 학습에서 모둠별로 역할을 정하여 6학년 학생을 대상으로 한 가지 주제를 정하여 조사활동을 한 후 발표하도록 되어 있다. 이 과제를 해결하는 동안 토의활동이 일어날 수 있을 것이라 짐작된다. 그러나 학생들이 비와 비율 관련 단원을 학습하는 전 과정 동안 어떤 상황에서 비와 비율이 사용될 수 있는지 좀 더 구체적인 상황이 제시되어 비와 비율의 필요성을 스스로 인식할 수 있도록 학생들의 토론 상황이 제시되어야 할 것이다.

VI. 요약·결론 및 제언

본 논문에서는 우리나라 교과서와 MIC 교과서의 비와 비율 관련 단원을 중심으로 비교·분석하였다. 이를 위해 단원의 구성 체제, 단원 학습 목표, 학습 내용, 교수학습 방법 및 평가 방법과 MIC 교과서의 내용상 특징을 비교·분석해 보았다.

우리나라와 MIC 교과서의 비와 비율 관련 단원의 전체적인 비교를 통해 다음과 같은

사실을 알 수 있었다.

먼저 단원의 구성 체제에서 우리나라의 초등학교 교과서는 활동별로 되어 있었고, 좀 더 세분화하면 기본과정→잘 공부했는지 알아보기 → 다시 알아보기와 좀 더 알아보기, 실생활에 적용하기로 구성되어 있고, MIC 교과서는 학생들에게 보내는 편지 → 이야기 안의 맥락문제 → 다시 생각하기 → 생각문제 활동의 간단한 구성으로 되어 있었다.

우리나라 교과서의 단원 목표는 행동과 내용을 중심으로 제시되어 있어서 학생들이 무엇을 배울지에 대해 명확하게 알 수 있도록 간단명료하게 나와 있다. 이에 비해 MIC 교과서에서는 학생들에게 제시되지 않고, 교사 안내서에 학습 목표들이 여러 단원에 걸쳐 반복적으로 나타나는 것을 알 수 있었다. 여기에서 가장 큰 차이점은 우리나라 교과서의 학습 목표는 제1수준에 머물러 있는데 반해, MIC 교과서에서는 제1수준에서 제3수준에 이르기 까지 골고루 다양하게 반복적으로 제시되고 있다는 것이다.

단원 도입에 있어서도 차이를 보이고 있는데 우리나라의 교과서는 일상생활과 관련된 내용으로 도입이 이루어지고 있고, MIC 교과서는 전체적인 상황에 대한 설명과 상황 이해를 위한 간단한 내용의 질문으로 도입부분이 이루어져 있었다. 내용의 흐름에 있어서 우리나라 교과서는 알고리즘이나 개념 중심의 문제들로 이루어져 있었고, MIC 교과서는 커다란 상황 속에서 세부적인 질문들이 수학적 개념을 점진적으로 제시되고 있었다. 마무리 단계에 있어서 우리나라의 교과서는 재미있는 놀이, 연습문제 및 종합 문제로 이루어져 있고, MIC 교과서는 하나의 이야기 전체에서 배운 수학적인 개념의 간단한 요약과 학생들이 맥락 문제를 해결하는 과정에서 알게 되는 핵심 내용을 설명식으로 제시하고, 요약 문제를 2개나 3개 정도 새로운 맥락 문제로 제시되고 있었다.

학습내용에 있어 비 개념의 도입은 우리나라의 교과서에서는 비의 외형적인 기호 ‘:’에 중점을 두고 지도를 하고 있는 반면, MIC 교과서에서는 외형적인 비의 기호보다는 학생들이 다양한 상황 속에서 비의 유용성을 알고 비 개념이 형성되었을 때 표준화된 읽는 방법이나 기호를 안내하여 내면화에 더 중점을 두고 있음을 알 수 있었다.

문제 상황의 다양성 면에서도 많은 차이가 있는데 우리나라 교과서는 수, 측정, 통계, 점수, 확률, 가격비교 등 몇 되지 않는 상황을 다루고 있지만 MIC 교과서에서는 측정, 가격, 기하적 맥락, 시각적 맥락, 닭음비, 축척, 정보수집, 글쓰기, 그리기, 의사소통 등의 다양하고 풍부한 문제 상황이 제공되고 있었다.

학습내용에 있어서도 차이가 있는데 우리나라 교과서에서는 비, 백분율, 할푼리, 분수·소수·할푼리·백분율과의 관계, 비례식, 비의 성질, 띠그래프, 원그래프의 8개의 학습 지도 내용으로 이루어져 있으나, MIC 교과서는 백분율 어렵하기, 표준 퍼센트 이용하기, 분수·비율·백분율의 관계 인지하기를 통해 퍼센트의 특징을 알고 어떤 상황에서 사용되는지를 알게 하고 퍼센트가 비교하는 표준화된 수단임을 알게 할 뿐만 아니라 수감각의 개발, 절대비교와 상대비교, 상수와 변수의 관계 등이 지도되고 있어 우리나라에서는 지도되고 있지 않은 요소들이 있어 비와 비율을 실생활에서 더 풍부하게 활용할 수 있도록 지도되고 있었다.

시각적 모델의 활용 면에서도 MIC 교과서는 우리나라 교과서에는 없는 원그래프 측정기, 확대·축소된 그림, 지도, 이야기 속의 그림 등을 제시하여 학생들의 활동을 돕고 있을 뿐만 아니라 창의력과 상상력을 불러일으킬 수 있는 다양한 모델들이 제시되고 있었다.

비와 비율 관련 단원의 점진적 지도 가능성 면에서는 우리나라 교과서에서는 처음부터 승법적 사고가 가능한 문제 상황이 아니라 가법적 상황을 제시하여 비를 이해하는데 혼란을 줄 수 있었으나 점차 승법적 사고가 가능한 문제 상황이 주어졌다. 그러나 MIC 교과서

에서는 처음부터 승법적 사고를 경험할 수 있도록 문제상황을 주어 학습 효과를 올릴 수 있도록 하였다.

교수학습 방법에 있어서는 MIC 교과서의 교수학습 방법을 중심으로 우리나라 교수학습 방법과의 비교를 통해 다음과 같은 사실을 알 수 있었다. 먼저 학생들에게 수학을 재발명 하도록 하기 위해 수학적 개념의 초기 상태와 비슷한 형식에서 좀 더 다듬어서 제공한다. 그러므로 학생들은 수학자가 비와 비율을 처음 발명했을 때와 유사하게 수학적 개념을 형성시켜 나가는 수학적 재발명의 단계를 거치게 된다. 반면에 우리나라 교과서에서는 탐구 활동을 한 후 바로 수학적 개념에 대한 설명이 뒤따라 나온다. 학생들이 수학적 개념을 스스로 탐구하여 재발명하기 보다는 완성된 개념을 이해하는 방식이라 할 수 있다.

MIC 교과서에서 모든 문제들은 주어진 상황 속에서 해결해야 하는 문제들로 제시된다. 이 때 상황은 현실 상황뿐만 아니라 학생들이 상상할 수 있는 가상의 상황 등 다양하게 주어진다. 이는 실생활에서 응용력을 높이고 수학의 필요성 및 유용성을 느낄 수 있다. 우리나라 교과서는 실생활의 상황들이 짧거나 단순하고, 문제 위주의 상황이거나 꾸며낸 상황이라는 것을 알 수 있었다.

MIC 교과서에서는 추상적인 수학을 학생들이 좀 더 쉽게 느끼도록 하기 위해 비형식적인 모델에서부터 출발해서 다양한 모델들을 점진적으로 제공하면서 형식적인 모델에 이른다. 학생들은 다양한 모델을 통해 사고의 유연성과 수학적 개념을 확실하게 학습할 수 있다. 우리나라의 교과서는 다양한 모델보다는 어떤 수학적 개념을 학습할 때, 수학 교과서에서 많이 나오는 대표적인 문제들을 제시했다.

MIC 교과서는 학생과 학생, 학생과 교사, 교사 간의 상호 작용을 중요시 여기고, 비판적 사고를 기르는데 중점을 두고 있다. 상황 속에서 주어지는 문제들이 대부분 '다른 사람과 비교하시오, 자신의 의견을 말하시오. 왜 그런지 설명하시오' 등의 다른 사람들과 함께 토론하는 문제들이 많이 주어진다. 우리나라 교과서는 다른 사람과 비교하는 문제는 거의 생략되어 있고, 활동을 하고난 후 '왜 그렇게 생각하나요?'를 통해 발표하는 것으로 활동 상황을 점검하는 정도이며 문제 자체가 토론으로서는 적합하지 않고, 토론에 대해서는 교과서에서 비중 있게 다루어지지 않고 있었다.

MIC 교과서에서는 학생들의 다양한 전략을 중요시 여겼다. 대부분의 문제들이 답이 여러 개이고, 한 문제에 대해서 다른 사람과 다른 방법으로 푸는 것을 비교해 보는 등의 활동을 통해 학생들이 다양한 전략을 생각할 수 있도록 하고 있다. 교사 안내서의 문제에 대한 답에는 '문제에 대한 설명'을 통해 학생들의 평가 관점과 함께 학생이 쓸 수 있는 가능한 답들을 제시한다. 우리나라 교과서에는 대부분이 한 개의 답이 제시되고 조금 다른 방법으로 푸는 답이 한 개정도 더 제시되는 경우가 더 나아가기에서 보여주곤 한다.

우리나라 교과서에서는 평가 문제를 제시하지 않고 단원의 끝부분에 '문제를 해결하여 봅시다.'에서 그 동안 학습한 알고리즘과 규칙을 적용하여 문제를 해결할 수 있도록 하고 있다. 그러나 MIC 교과서의 평가 방법은 3수준에 따른 다양성을 추구한다. 그리고 수업 중간에 이루어지는 비형식적인 평가가 특징이다. 3수준의 평가 목표가 있고 이에 맞게 수업 중간에 비형식적인 평가가 맥락 문제로 실시되어 학습의 결과보다는 과정을 중시하는 평가가 이루어지고 있었다.

이에 우리나라 초등학교 비와 비율 관련 단원에서는 다음과 같은 점이 보충되어야 한다.

첫째, 알고리즘과 규칙에 의해 해결하는 문제보다는 복잡한 비와 비율 관련 상황을 나타내는 다양한 문제들이 개발되어야 한다.

둘째, 의사소통이 활발하게 일어날 수 있는 상황이 제시되어 학생들의 합리적인 판단능력을 기를 수 있도록 해야 한다.

셋째, 학생들의 활동이 필요한 문제 상황이 많이 개발되어야 한다.

넷째, 풍부한 시각적 모델의 제시로 비와 비율 상황을 학생들이 쉽게 받아들이고, 흥미와 적극적인 학습태도를 지속시킬 수 있도록 해야 한다.

참 고 문 헌

- 강문봉 외 (2007). 초등수학교육의 이해(제2판). 서울 : 경문사.
- 교육과학기술부 (1997). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제1997- 15호.
- 교육과학기술부 (2002a). 수학 6- 가, 6- 나. 두산동아(주).
- 교육과학기술부 (2002b). 초등학교 수학과 교사용 지도서 6- 가. 두산동아(주).
- 나온교육연구소(역) (2004a). 수학으로 보는 세상-백분율은 100을 좋아해. 나온교육연구소.
- 나온교육연구소(역) (2004b). 수학으로 보는 세상-달은 얼마나 높이 있을까. 나온교육연구소.
- 나온교육연구소(역) (2004c). 수학으로 보는 세상-신문 속의 분수. 나온교육연구소.
- 나온교육연구소(역) (2004d). 수학으로 보는 세상-늘었다 줄었다. 나온교육연구소.
- 나온교육연구소(역) (2004e). 수학으로 보는 세상-비와 비율. 나온교육연구소.
- 나온교육연구소(역) (2004f). 수학으로 보는 세상-백분율은 100을 좋아해 교사용 지도서. 나온교육연구소.
- 나온교육연구소(역) (2004g). 수학으로 보는 세상-달은 얼마나 높이 있을까 교사용 지도서. 나온교육연구소.
- 나온교육연구소(역) (2004h). 수학으로 보는 세상-신문 속의 분수 교사용 지도서. 나온교육연구소.
- 나온교육연구소(역) (2004i). 수학으로 보는 세상-늘었다 줄었다 교사용 지도서. 나온교육연구소.
- 나온교육연구소(역) (2004j). 수학으로 보는 세상-비와 비율 교사용 지도서. 나온교육연구소.
- 류희찬, 조완영, 이경화, 나귀수, 김남균, 방정숙 역 (2007). 학교수학을 위한 원리와 기준. NCTM(2000). *Principles and Standard for School Mathematics*. 경문사.
- 신재은 (2005). 초등학생을 위한 비 개념 지도방안. 경인교육대학교 대학원 석사학위논문.
- 유현주 (1995). 유리수 개념의 교수현상학적 분석에 의한 학습지도 방향에 관한 연구. 서울대학교대학원 박사학위논문.
- 정영옥 (1997). Freudenthal의 수학적 학습- 지도론 연구. 서울대학교 박사학위논문.
- 정은실 (2003a). 비 개념에 대한 역사적, 수학적, 심리적 분석. *대한수학교육학회지 학교 수학*, 5(4), 421-440.
- 정은실 (2003b) 비 개념에 대한 교육적 분석. *대한수학교육학회지 수학교육학 연구*, 13(3), 247-265.
- Freudenthal (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. D. Reidel Publishing Company.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Restne, Va.: NCTM.

<Abstract>

A Comparative Analysis on Units about Ratio and Rate between Korean Mathematics Textbook and MIC Textbook

Park, Hee-Ja⁵⁾; & Jeong, Eun-Sil⁶⁾

This study analyzed the characteristics of units about ratio and rate between Korean mathematics textbooks and MIC of America. With bases to this, I would find the problems and suggested point of curriculums about ratio and rate in order to propose the basic materials of developing mathematic curriculum and textbook and improving the mathematic teaching method.

With bases to this, Korean mathematics textbooks should be supplemented as follows.

A. Develop the various problems with meaningful situation rather than the problems which can be solved with algorithms and rules.

B. Develop the students' rational judgement competence with the situation that can induce the active communication.

C. Develop the problem situation that need the student's activity.

D. Let the students easily take the situation about ratio and rate with suggesting much visual mode and sustain their interest and positive learning attitude.

Keywords: MIC textbook, ratio, rate, realistic mathematics education

논문접수: 2010. 08. 13

논문심사: 2010. 10. 09

게재확정: 2010. 11. 15

5) 4hjpark@hanmail.net

6) esjeong@cue.ac.kr