

교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목의 연계를 위한 도구

조 한 혁 (서울대학교)

송 민 호 (서울대학교 대학원)

사범대학 교직과목인 교육방법 및 교육공학 과목과 수학교육 교과교육 과목인 수학교육과 교육공학 (또는 컴퓨터와 수학교육) 을 연계시켜 강의하는 방안을 제안한다. 현실적으로 예비교사들이 임용고사와 관련된 교직과목의 내용을 필수적으로 들어야하기에, 우리는 교육공학 관련 교직과목의 내용을 중심으로 수학교육과 교육공학을 실습으로 접목시키는 연계방안을 실시하였다. 우리는 이러한 연계 교육과 실습을 위해 먼저 웹 2.0 기반 교육공학 이론과 수학과 기반 수학실험을 위한 마이크로월드 수학실험실을 설계하였다. 또한 인터넷에 구축된 수학실험실을 기반으로 교육공학 관련 교직과목 이론과 수학교육공학 관련 교과교육 내용의 실습을 진행하며 두 과목의 연계를 시도하였다.

1. 서론

우리나라의 사범대학 수학교육과 학생은 졸업을 위해 교육학과에서 교직과목을 듣고, 수학교육과에서 교과교육 과목 및 내용 과목을 듣고, 때로는 자연과학대학 수학과에서 개설한 과목을 내용과목으로 수강한다. 이렇게 과목을 운영하는 밑바탕에는 교직과목과 수학교육과목 그리고 수학과목을 각각 수강한 후 학생들이 그것들을 잘 통합시키면 훌륭한 수학교사에게 필요한 지식이 구성된다는 기대가 있다. 그러나 이러한 기대에는 분명히 문제가 있으며, 이러한 요구는 일반교육학과 수학교과 교육학 그리고 수학에 대한 학문 영역의 폐쇄성이 있기 때문일 것이다.

교육과학부의 교사 양성 프로그램 변경에 의하여 2009년도부터 입학하는 사범대학생들은 교육공학, 교육과정, 교육평가 등 7개 이상의 교직과목과 논술 등의 교과교육과목 그리고 교육봉사와 교생실습 등의 학점을 필수적으로 이수하게 되어 있다. 이에 서울대학교 사범대학에서는 교직과목과 각 학과의 관련 교과교육과목 사이의 연계를 위하여 교육공학, 교육과정, 교육평가 교직과목을 2학점 과목으로 개설하되 각 학과에서 교과교육과 연계하여 강의하기로 하였다. 예를 들면, 수학교육과에서는 수학교육과 교육공학, 수학 교재연구 및 지도법, 그리고 통계학과 연계하여 위에서 나열한 세 가지의 교직과목을 수학교육과 전임교원이 강의하기로 하였다.

이러한 결정은 많은 우려와 기대를 낳고 있다. 우선 교직과목에서 다루는 교육학 내용을 전공하지

* 접수일(2010년 9월 17일), 심사(수정)일(2010년 10월 22일), 게재확정일자(2010년 11월 9일)

* ZDM분류 : B53

* MSC2000분류 : 97U99

* 주제어 : 교육공학, 수학교육공학, 학교수학

많은 사람이 강의를 한다는 것에 대한 우려가 높다. 그러나 관련 교과교육학의 내용이 기본적으로 해당 교직과목의 내용을 포함하고 있기에 기본을 강조한다면 큰 문제가 없을 것이다. 다음으로 일반적인 교직과목의 내용에 구체적인 교과교육 및 전공과목의 내용을 연계하여 개설한다는 것에 대한 기대도 높다. 그러나 교과교육과 전공내용을 연계하는 일도 어렵다고 하는데, 거기에 교직과목까지 연계하려면 강의를 맡은 사람의 많은 연구와 준비가 있어야 할 것이다.

구체적으로 교육방법 및 교육공학 교직과목을 수학교육공학 등과 같은 교과교육 과목과 연계하는 것을 생각해 보자. 일반적으로 교육방법 및 교육공학 교직과목은 바람직한 교육을 위한 일반적인 교육 방법과 공학적 도구의 활용을 다루며, 수학교육공학과 같은 교과교육 과목에서는 특별히 수학 지식과 관계된 교수와 학습활동과 관계된 적절한 공학적 도구를 다룬다. 그런데 일부 교육방법 및 교육공학 교직과목의 운영을 보면 학기의 절반 동안 이론을 다루고 나머지 절반은 수강생들의 전공에 따라 각 교과에 대한 파워포인트 자료를 만들어 발표를 하는 형식을 취하기도 한다. 또한 일부 수학교육공학과 같은 교과교육 과목에서도 파워포인트 외에도 GSP 등의 다양한 소프트웨어를 하나하나 소개하며 학교수학에 접근하는 형태로 진행된다. 인간이 만나는 여러 가지 문제 상황을 해결하는 도구로서 수학이 사용되며 발전하였고, 이런 관점에서 수학을 인간 활동의 결과로도 볼 수 있다. 그렇다면 수학교육과 학생에게 먼저 자신이 배우는 전공 수학에서 인간이 만든 교육공학적 도구를 통해 학습하는 경험과 느낌을 갖도록 교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목을 연계하여 운영하는 것이 바람직할 것이다.

교직과목과 교과교육 관련 과목을 연계하는 방법을 은유적으로 ‘물리적 결합에 의한 연계’와 ‘화학적 결합에 의한 연계’로 표현할 수 있다. ‘물리적 결합에 의한 연계’는 교직과목에서 다루어진 내용과 수학교육학 관련 과목에서 다루어진 내용을 혼합하되, 양쪽의 내용을 질적으로 변화시키지는 않는 접근을 의미한다. 반면 ‘화학적 결합에 의한 연계’는 혼합에 의해 양쪽의 내용이 질적으로 변화될 수 있음을 의미한다. 그러나 현행 제도에 따른 교직과목은 교사임용시험의 범위에 속하기에 그 내용체계를 각 학과에서 임의로 변경하는 것은 바람직하지 않다. 따라서 기존의 내용체계를 따르되 접근방법이나 제시되는 예들을 변용함으로써 각 학과의 교과교육 과목을 변화시키며 점차 ‘물리적 결합에 의한 연계’에서 ‘화학적 결합에 의한 연계’로 나아가는 것이 바람직할 것이다. 즉, 학생들에게 지식의 통합을 강요하기 전에 먼저 통합된 지식을 제공하는 노력을 해야 한다는 것이다.

또한 이러한 ‘화학적 결합에 의한 연계’는 교과교육의 연구영역을 넓힐 수도 있는데, 이러한 연계를 통한 연구는 computers and education, journal of computer assisted learning, educational technology and society, computers in human behavior 등 10여 가지가 국제적인 ssci 논문에서도 볼 수 있다. 이러한 저널에 게재된 수학교육 관련 연구를 살펴보면, 많은 논문들이 이론적 기반을 일반적인 교육공학 이론에 바탕을 두고 수학교육공학의 내용을 전개하였음을 보게 된다. 따라서 일반적인 교육공학과목과 교과교육의 수학교육공학 과목을 ‘화학적 결합에 의한 연계’로 묶는 것은 국제적

인 교과교육연구에도 도움이 된다.

교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목을 ‘화학적 결합에 의한 연계’ 만으로 바람직한 교사를 위한 교육과정은 완성되지 않으며, 무엇보다도 공학적 도구를 통한 교수-학습 의사소통을 다루는 교육공학의 내용이 실제로 수학을 배우는 전공내용의 현장에서 경험되어야 한다. 만일 예비교사 자신이 공학적 도구를 통해 수학을 배운 경험이 없다면 교사가 된 후 공학적 도구를 수학교실에 도입하기에 어려움이 있을 수 있다. 따라서 교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목을 먼저 사범대학의 수학교육의 현장에 도입하여 학생들이 공학적 도구로 수학을 학습할 수 있도록 환경을 제공하여야 하며, 또한 가능하다면 교육봉사나 교생실습 등에서 공학적 도구로 수학을 가르치도록 유도하는 것이 바람직한 것이다. 본 논문은 웹 2.0 및 이러닝 2.0 개념이 대두되는 현실 속에서 교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목 그리고 전공수학 과목을 연계시킬 수 있는 전략으로 도입된 공학적 도구의 디자인과 활용에 대해 고찰한다.

2. 웹 2.0과 수학 표현

미국 교육공학회 AECT (Association for Educational Communications and Technology) 의 교육공학에 대한 정의는 시대의 변화에 따라 혁신적으로 바뀌고 있다. 예를 들어, AECT는 1994년도에 교육공학을 학습을 위한 과정과 자원을 설계, 개발, 활용, 관리, 평가하는 이론과 실제라고 정의하였다. 그런데 지식의 폭발적인 증가와 함께 지식소비자를 양성하는 교육을 넘어 지식생산자를 지향하는 평생교육의 필요성이 대두되었고, 또한 학습자가 지식을 능동적으로 구성할 수 있도록 공학적 도구를 제공하자는 구성주의 교육관이 대두되게 되었다. 이에 따라 교수자 중심의 지식 전달 도구가 아닌 학습자 중심의 학습 도구라는 개념이 제시되고, 또한 교수매체의 활용 영역은 지식 전달에서부터 학습 환경에서의 의사소통에 이르기까지의 전반적인 학습 과정을 아우르는 것으로 확대되었다. 이런 경향은 다음과 같은 2004년도에 AECT가 내린 교육공학의 새로운 정의에 잘 나타나 있다.

교육공학은 적절한 과학기술적인 과정과 자원을 창출, 활용, 관리함으로써 학습을 촉진하고 수행을 향상하기 위해 연구하고 윤리적으로 실천하는 학문이다.

가. 웹 2.0과 수학교육공학

만일 AECT가 2014년에 교육공학을 새롭게 정의한다면 어떻게 할까? 정보통신 기술의 발전과 스마트폰의 급성장, 웹 2.0 과 같은 새로운 웹 개념과 기계문명에 대항하는 사회적 운동, 그리고 아바타와 3D 등의 새로운 기술과학 및 문화적인 변화가 새로운 교육공학의 정의에 영향을 줄 것이다. 여

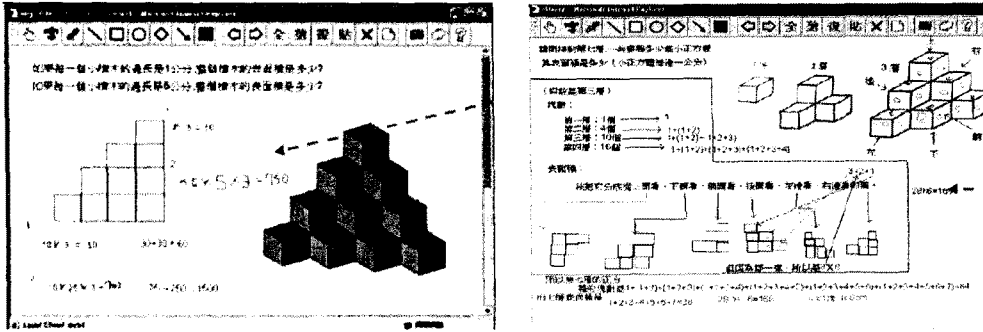
기서 웹 2.0 이라는 용어는 1999년에 이미 등장하지만 우리가 알고 있는 웹 2.0의 개념은 2004년 10월에 열린 웹 2.0 컨퍼런스를 통해 구체화되었다. 웹 2.0 개념은 닷컴 벤처 기업들의 몰락 속에서도 살아남은 구글, 이베이, 아마존 등의 인터넷 서비스의 특징들을 개념화하며 발전하기 시작하였다. 그들은 공급자가 지식을 사용자에게 순차적으로 전달하는 과거의 웹을 웹 1.0 으로 보고, 웹 2.0 에서의 인터넷을 정보의 생성과 공유 그리고 확장 등이 함께 이루어지는 하나의 완전한 플랫폼으로 보았다. 이와 같은 web 2.0 개념은 인터넷 기반 이러닝에도 영향을 주었고 이러닝 2.0 이라는 용어도 나오게 되었다. 이러닝 2.0 의 가장 큰 특징은 모든 자원과 서비스를 개방하고 공유하고 참여하여 생산한다는 정신이다. 이러한 웹 2.0 과 이러닝 2.0의 개념은 참여와 공유와 생산이 강조되는 트위터나 위키피디아와 같은 인터넷 서비스에서 잘 볼 수 있다.

따라서 웹 2.0 과 이러닝 2.0의 정신은 교육방법 및 교육공학 교직과목과 수학교육공학과 같은 교과교육 과목의 연계를 위한 교수설계에도 반영되어야 할 것이다. 즉, 학습을 조직화하고 top-down 하려는 교사 주도형의 1.0 개념을 넘어 개인적인 참여와 구성을 바탕으로 bottom-up 하려는 학습자 주도형의 2.0 개념이 반영되어야 할 것이다. 그러나 현재의 교육공학 과목에 흔히 등장하는 파워포인트는 교사를 위한 대표적인 정보 전달의 도구이며, 수학교육공학에서 다루는 대부분의 소프트웨어도 교사가 가르치는 일에 사용하려는 PC 기반의 교수용 소프트웨어이다. 따라서 학습자의 참여와 능동적인 지식 구성을 바탕으로 bottom-up 하려는 이러닝 2.0 개념이 연계되려면 새로운 공학적 도구와 아이디어가 교수설계에 반영되어야 할 것이다. 또한 예비교사가 수학을 배우는 현장에 교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목이 연계되어 학생들에게 먼저 공학적 도구로 수학을 학습하는 경험을 제공하여야 할 것이다.

웹 2.0 개념을 수학에 적용할 때 가장 먼저 대두되는 것이 수학의 고유한 언어적 (기호체계와 문법 등) 성격과 수학에서 사용되는 도형과 함수의 그래프와 같은 전문적인 이미지 처리이다. 이러한 기호체계와 이미지를 웹을 통해 의사소통시키는 것이 수학에 웹 2.0 개념을 도입하는 첫 번째 관문이 된다. TeX 소프트웨어는 Knuth에 의해 설계되었고, 독실한 기독교 신자인 Knuth는 무료로 이 소프트웨어를 공개하였는데, 수학기호를 텍스트 형태로 표현한다는 것이 혁명적인 개념이었다. 즉 TeX이 널리 쓰이게 된 것은 그것이 무료라는 것보다 복잡한 수학적 기호를 일반인이 사용하는 문자로 표현하여 의사소통이 가능하도록 한 것 때문이다. 그렇다면 수학에 등장하는 그림을 어떻게 표현하면 좋을까?

Hwang 등(2006, 2009)은 아래 <그림 1>과 같은 전자칠판을 통하여 web 2.0 개념을 수학교육에 도입하려 하였다. 여기에서 전자칠판 화이트보드는 시간과 공간의 제약을 뛰어넘어 학생들이 수학적 의사소통을 돕기 위한 수단으로 사용되며, 교실에서의 상황을 재현하고자 하는데 초점을 맞추고 있다. Hwang의 화이트보드에서는 수학적 의사소통이 학습자의 마우스 움직임을 통한 글쓰기와 도형 그리기, 그리고 음성 녹음 및 재생이라는 요소로 구성되어 있다. 이것은 교실 환경에서 칠판을 통한

판서와 학생들의 발언이라는 요소를 인터넷 공간에서 재현한 것이다.



<그림 1> 전자칠판을 이용한 교수-학습 의사소통의 예

서울대학교 사범대학에서는 지방자치단체와 교육협약을 맺고 온라인과 오프라인을 통한 교육봉사를 진행하고 있다. 예비교사들은 오프라인 멘토링과 더불어 공학적 도구를 통해 수학적 대화를 나누는 온라인 멘토링도 한다. 이를 위해 다음과 같이 전자칠판을 통해 수학을 표현하는 온라인 멘토링 시스템을 설계하여 이러한 공학적 도구를 통해 실시하고 있다.

문제 풀이 중 의문 제시	힌트 제공	풀이 진행

<그림 2> 전자칠판을 이용한 문제 풀이 지도

화이트보드와 같은 형태의 환경에서는 학생이나 교사의 의사소통이 대부분 바이너리 형태의 디지털 매체를 통해 소통이 되는데, 이것은 복잡한 수학적 기호를 일반인이 사용하는 텍스트 형태로 소통시키는 TeX의 방법과 다르다. 물론 TeX 등의 소프트웨어 환경에서도 텍스트 형태로 단순한 수학적 이미지를 표현하고 있지만 일반 학생이 쓰기에는 너무 전문적이다. 이러한 문제와 관련하여 MIT 대학의 패펠트(Papert) 등에 의해 1970년대부터 연구된 LOGO는 하나의 방법을 제시하고 있다. 패펠트(1980)는 아동들이 수학적 구조가 갖춰진 환경에서의 활동을 통하여 자연스럽게 모국어로 대화하

듯이 수학적 언어를 사용할 수 있도록 하여야 한다는 주장을 하였고, 공학과 수학을 결합시켜 기하적 도형을 아동들도 이야기 형태로 표현할 수 있도록 하는 Logo 를 개발하여 제시하였다.

브루너(Bruner)는 아동의 지능 발달을 활동적 표현(Enactive representation), 영상적 표현(Iconic representation), 상징적 표현(Symbolic representation)의 순서로 표현수단의 증대와 그 사이의 조정 능력의 증대로 보고 있다. 활동적 표현은 인지발달에서 기본이 되는 것으로, 지능의 발달과 함께 점차 내면화 되어 간다. 영상적 표현은 활동적 표현에 대한 요약자의 역할을 하는데, 행동의 기록과 비교를 가능하게 하여 인지발달에 중요한 역할을 한다. 상징적 표현은 가장 추상적인 형태로 숫자나 문자와 같은 기호의 사용으로 나타나게 되는데, 구체적인 구조의 형식적인 공통 성질을 포함한다는 것을 가리킨다 (김웅태 등, 2007).

브루너(1960)는 다양한 표현 체계를 통하여 아동이 현재 가지고 있는 관점에서 충분히 타당해 보이는 방식으로 어떤 지식도 전달할 수 있다고 주장하였고, 이 과정에서 Bruner는 EIS 라는 지식의 표현 체계를 제시하였다. Ernest(2010)는 Bruner가 그의 이론인 나선형 교육과정을 구상하면서 Peirce의 기호학을 교육적인 상황으로 재분류하여 EIS 이론을 만들고, Piaget의 아동에 대한 단계 이론을 그의 EIS 이론에 접목시키면서 Peirce와 Piaget의 연구를 조화시키려는 시도를 하였다고 설명하였다.

나. 이야기와 행동문자를 통한 수학표현

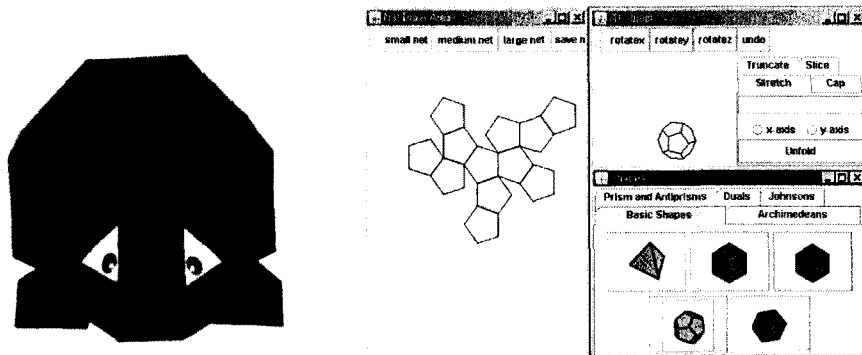
Logo에서는 기하적인 대상을 변의 길이와 각도라는 두 가지 정보로 표현하며, 어린 아이도 표현할 수 있도록 거북이라는 아바타의 행동을 텍스트 형태로 표현하며 변과 각을 나타낸다. 스마트폰 시대에 키보드는 귀찮은 존재인데, 왜 Logo에서는 문자 명령을 통해 의사소통을 하나? 교육공학에서 텍스트 형태의 표현을 강조하는 가장 큰 이유는 텍스트 형태의 표현을 통해 생각을 읽고 분석하고 반성할 수 있다는 것이다 (Noss 2001, Hoyles 등 1996, 2002, 2003). 즉 텍스트 형태의 표현은 학습자와 교육자 모두에게 서로의 생각을 볼 수 있는 창문이라는 다음과 같은 이유가 있기 때문이다.

It is not enough for the tool to merely 'be there', it must enter into user's thoughts, actions and language. Expressive power opens windows for the learner, it affords a way to construct meanings. ... If learners can express what they mean, we might get a glimpse of these meanings ourselves (Noss & Hoyles, Windows on mathematical meaning 1996).

수학교육공학을 대표하는 모델인 Logo 수학 마이크로월드에서는 거북의 행동 이야기(storytelling)를 텍스트 형태의 명령어로 표현하여 아동들도 Logo 상황 속에서 수학언어로 말할 수 있도록 한다. Logo에서는 '흰 눈이 쌓인 별판 위를 거북이가 가자, 돌자 명령에 따라 이동하면서 자국을 남기고 있다'라는 이야기를 통하여 Logo 마이크로월드의 상황을 매우 간단하게 표현할 수 있는데, Bruner는

이야기(storytelling)를 우리 지식을 조직화하기 위한 구조물이자 생각하는 방법으로 간주한다 (Bruner, 1996). 노벨상을 받은 파인만은 케플러의 법칙을 중학교 평면 기하로 풀어내어 Caltech의 신입생 물리학 시간에 소개한 것으로 유명하다. 그는 한 사람이 자신이 알고 있는 것을 간단한 원리로 풀어 설명할 수 없다면 그 사람은 그 것을 제대로 알고 있는 것이 아니라고 말한다. 파인만의 이러한 생각은 '가다'와 '돌다'라는 기본적인 행동으로 도형을 표현하는 Logo의 거북기하 (Turtle Geometry)에서도 볼 수 있다 (Abelson 등, 1980).

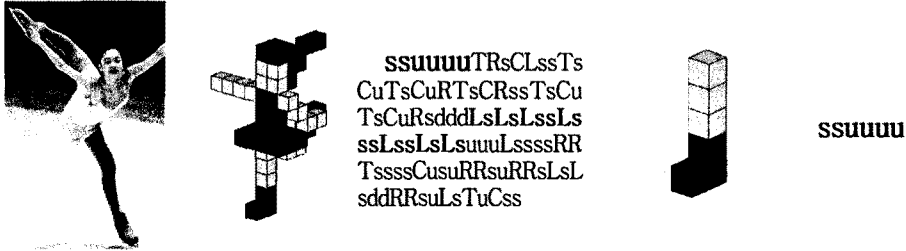
패럴트의 Logo 거북이는 진화를 거듭하고 있는데, 예를 들어 콜로라도 대학의 연구진은 거북이와 함께 수학 전개도를 그리고 이를 접어 3차원 다면체를 만드는 거북놀이를 개발하였다 (Eisenberg 등, 1997). 다음의 <그림 3>은 이러한 수학놀이를 통해 만들어진 수학 작품의 모습인데, 다음 화면에서 보듯이 다면체의 전개도를 거북이의 행동문자로 표현하는 것이 아니고 마우스로 메뉴를 선택하고 조정하는 형태이다.



<그림 3> 전개도를 만들고 이를 다면체로 접는 Logo 기반 마이크로월드

서울대 수학교육과는 교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목의 연계를 Logo를 개선시킨 자바말 (JavaMAL) 마이크로월드를 통해 전략적으로 풀어가려고 한다 (Cho 등, 2004, 2006, 2007). 자바말에서는 평면도형을 표현하는 Logo의 기본 행동을 바탕으로 거북 행동을 행동문자로 표현하여 레고 (LEGO) 장난감 등이 만들 수 있는 3차원 입체 모양을 접근할 수 있다. 예를 들어, 다음은 자바말의 거북 쌍기나무 심볼을 이용하여 김연아의 모습을 만드는 예인데, 이를 통해서 거북 쌍기나무를 표현하는 심볼들이 어떻게 사용자의 사고 과정을 드러낼 수 있는지를 살펴보자. 다음의 <그림 4>에서 오른쪽에 쓰인 심볼 표현인 'ssuuuu'을 살펴보면, 발에서부터 시작하여 위로 올라가면서 피겨 선수를 구성하였음을 알 수 있다. 즉, 피겨 선수를 표현하고 구성한 학습자는 중심축을 발로 보았으며, 발로부터 시작하여 아래에서부터 위로 만들기를 하였음을 알 수 있다. 또한 거북 심볼 표현을 보면 오른발-왼발-왼팔-치마-몸-오른팔-머리의 순서로 만들었다는 것을 알 수 있는데, 치마를 만드는 부분인 'LsLsLssLsssLssLsLs' 를 살펴보면 가운데에서 시작하여 나선을 그리면서 만들었다는 것을

알 수 있다.



<그림 4> 물리적 대상과 거북 행동문자를 통한 심볼릭 표현

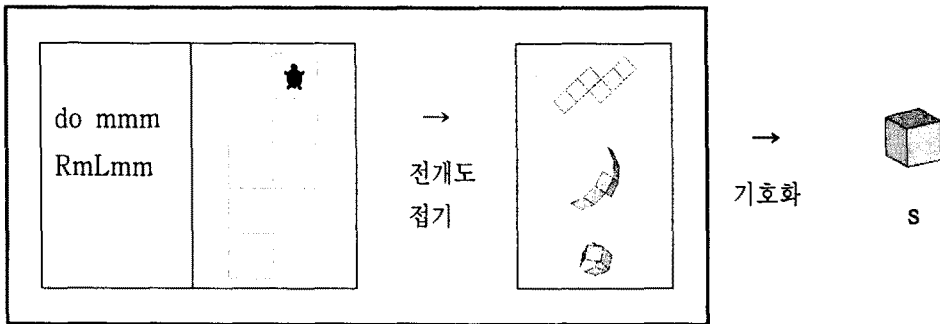
Ernest(2010)는 ‘모든 인간 활동은, 수학적 활동과 학습을 포함하여 신체적인 활동이다’라고 언급하면서, 수학적 활동의 기저에 신체동조적(Embodied)인 관점이 숨어 있음을 지적하였다. 예를 들어, ‘등호(=)’ 기호는 몸의 균형이라는 신체 활동으로 이해될 수 있다. 신체적인 활동은 인간이 가지고 있는 가장 기본적인 경험이기 때문에, 신체적인 활동에 대한 비유를 통해서 어떤 개념을 설명하는 것은 학습자에게 매우 효과적일 수 있다. Ernest는 수학적 지식은 신체동조적인 표현과 같은 많은 은유와 관계 속에서 지식 망과의 연계를 통하여 점차 증대하고 풍부해진다고 설명하였다. 또한, 인공물을 통한 활동의 중요성을 강조하면서 활동이 학습자에게 내면화되어 도구로 작용하도록 유도하는 것과 수학교육을 semiotic 접근으로 바라보는 접근도 있다 (Presmeg 2003, 2006a, 2006b). Ernest(2010)는 또한 수학적 활동을 기호 조작의 관점에서 보고 수학을 언어에 비유하였고, 수학교육에 있어 기호학적 관점의 중요성은, 유치원과 초등학교 학생들로 하여금 수, 셈, 대수에 관한 긍정적인 자세를 유지하도록 해주고, 학교 입학 전의 수학적 인지의 개발을 좀 더 명확하게 접근하기 위한 널리 알려진 전략이라는 점이라며 기호학이 가지는 중요성을 강조하였다.

3. 교육공학 관련 교과목의 연계 전략 및 도구

2010년도 가을학기에 처음으로 시도된 교육방법 및 교육공학 교직과목과 수학교육과 교육공학 교과교육 과목의 연계를 위해, 각각 2학점인 교직과목을 화요일 목요일 6교시에 배치하고 교과교육 과목을 7교시에 배치시켰다. 교직과목은 백영균 외 8인이 저술한 유비쿼터스 시대의 교육방법 및 교육공학 교과서를 따라 강의형태로 진행하였고, 교과교육 과목은 중등학교 수학과 대학교 이산수학에 등장하는 수학적 대상을 만들며 탐구하는 Learning by making 컴퓨터 실습의 형태로 진행하였다. 대부분의 교직과목 교과서에서는 교육공학과 관련하여 교수매체에 대한 이해, 멀티미디어 교육, 원격교육과 이러닝, 에듀테인먼트와 U-러닝 등을 다루는데, 이러한 교직과목의 내용과 연계된 Learning by making 컴퓨터 실습을 위해 우리는 MIT 대학에서 시작된 LOGO와 이와 관련된 구성주의


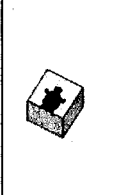
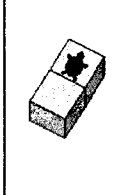
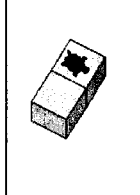
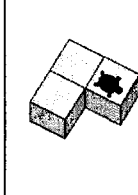
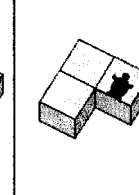
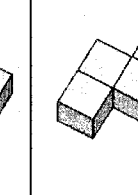
(constructionism) 이론을 연계전략과 도구로 삼았다. 또한 만들기 콘테스트 등을 통해 특별히 2011년부터 학교에 도입하려는 창의적 체험활동의 정신을 교육공학 관련 교과목 연계에도 도입하였다.

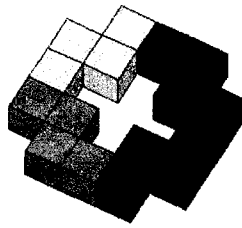
레고(LEGO) 장난감을 만드는 레고 회사는 MIT의 연구팀에 연구비를 지원하여 LOGO의 아이디어를 담은 레고 마인드스톰(lego mindstorm)을 개발하였다. LEGO에서는 기본이 되는 블록으로 모든 것을 만들려고 한다. 이러한 정신은 기본이 되는 공리로 부터 모든 기하를 구성하려는 유클리드 기하에서도 볼 수 있으며, 또한 아바타 거북이의 기본적인 행동 (가자와 돌자)을 통해 모든 도형을 그리려는 Logo의 정신이다. 우리는 LEGO 블록에 해당하는 정육면체를 거북전개도를 접어 문자 s로 표현할 수 있도록 다음과 같은 공학적 도구를 개발하였고, 이를 교육공학 관련 교과목의 연계에 사용하기로 하였다. 거북전개도와 쌓기나무로 연계시킨 가장 큰 이유는 Logo의 아이디어를 따라 2차원 전개도와 3차원 입체에 대한 텍스트 형태의 정보를 생성시키고, 이러한 정보를 공유하고 확대시켜 다양한 곡선 및 쌓기나무 작품을 만들 수 있기 때문이다. 거북전개도는 다면체와 함수의 곡선 등과 관련해서, 그리고 쌓기나무로 만든 입체는 수열의 합이나 도형의 탐구를 위해 학교 수학의 여러 곳에 활용될 수 있다. 다음은 거북전개도의 기본인 정사각형 발판(m)을 통해 쌓기나무의 기본인 정육면체 블럭(s)을 만드는 과정을 보여주고 있다.



<그림 5> 거북전개도를 접은 정육면체와 이를 나타내는 기호

거북 쌓기나무는 거북이가 평면을 이동하고 승강기를 타고 위와 아래로 이동하는 은유를 이용해서 쌓기나무를 하나씩 붙여나가면서 입체도형을 만들도록 설계되었다. 승강기 은유에서는 거북이가 움직일 때마다 자신의 주위를 둘러싸는 3차원 입체도형인 쌓기나무를 만들게 된다. 즉, 거북이가 s (앞으로 이동), L, R(좌, 우로 90도 회전)을 이용하여 쌓기나무를 만들 때에는 거북이 전개도에서 다각형 면을 만들면서 이동하는 과정과 동일하며, 정사각형 발판 대신에 쌓기나무(정육면체) 발판을 놓는다고 생각하면 된다.

						
초기 상태	s	s	R	s	L	s

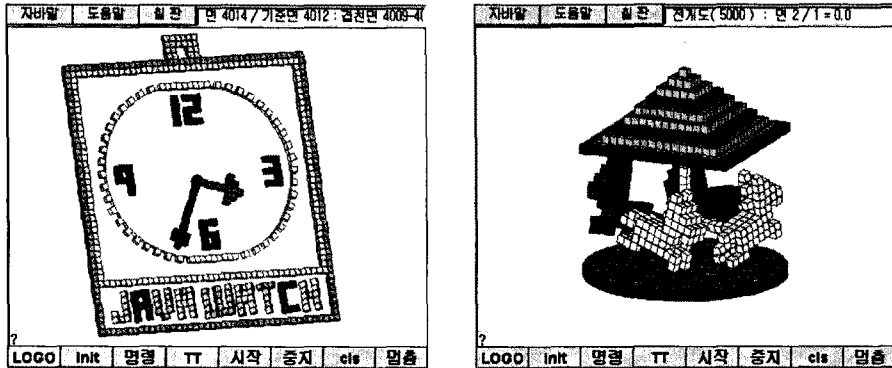


```
반복 4 {
  do ssRsLs
  do R
}
```

<그림 6> 쌓기나무 도형을 거북명령으로 표현하고 만들기

여기에 3차원 공간상의 이동을 위하여 거북이가 층을 이동할 수 있는 명령어가 필요하다. 이를 위하여 자바말에서는 u(한 층 올라가기)와 d(한 층 내려가기) 행동 문자를 사용하여 거북이가 마치 엘리베이터를 타듯이 한 층 올라가거나 내려가면서 쌓기나무를 만들도록 설계되었다.

2010년 가을학기에 최초로 시도된 연계강의는 먼저 교육공학과 수학교육공학과에 대한 이해로부터 시작하여 곧바로 교육공학과 관련된 교육매체에 대한 단원의 내용을 다루었다. 우리는 교육공학의 교육매체, 이러닝, 웹 2.0, 에듀테인먼트 등의 내용을 구체적인 수학활동과 연계시키기 위한 전략으로 먼저 강의사이트인 www.javamath.com에서 거북 쌓기나무로 창의적인 작품을 만드는 컨테스트를 하였다. 이는 교육공학 관련 교과목의 연계를 위한 도구를 자기주도적인 창의적 체험활동을 통해 익히도록 계획된 것이며, 학생들은 온라인 게시판에 올려진 거북 행동문자와 애니메이션을 일으키는 기본적인 내용에 대한 동영상 자료와 사용설명서 그리고 여름방학 동안 교원연수에서 실시되었던 거북 명령 컨테스트에서 입상한 작품과 텍스트 명령에 대한 자료를 통해 컨테스트에 참가하였다. 학생들은 컨테스트 작품을 10일 동안 제작하였는데, 다음은 이 컨테스트에서 각각 금상과 은상을 받은 작품의 모습이다. 두 작품 모두 애니메이션이 작동되어 시계가 돌아가고, 회전목마도 돌아갈 수 있도록 제작되었다. 학생들은 거북 행동문자를 기반으로 하는 심볼릭 표현을 텍스트 형태로 게시판에 저장을 하였고, 실행 단추를 누르면 텍스트 형태의 거북 명령이 실행되어 아래와 같은 쌓기나무 작품이 만들어지도록 하였다.



<그림 7> 거북명령 기반 마이크로월드에서 쌓기나무 컨테스트로 만든 작품들

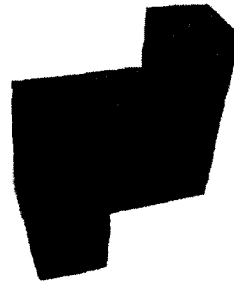
이러한 만들기 컨테스트를 먼저 실시한 이유는 Learning by making 또는 Learning by design 이라는 구성주의 (constructionism) 전략에 따른 것으로 (Ackerman, 2001, 2004, Papert, 1991), 공학적 도구에 몰입하여 그 도구를 먼저 자신의 인지적 도구로 쓸 수 있을 때 수학 학습을 위해 그 도구를 올바르게 쓸 수 있다는 생각에 기초하고 있다. 또한 지식전달의 도구를 넘어 지식을 생성하고 공유하고 확장하는 웹 2.0 개념을 먼저 경험하고, 이를 바탕으로 교육공학에 접근하도록 하려는 것이다. 거북 전개도와 쌓기나무를 교육공학 관련 교과목의 연계도구로 도입된 또 다른 이유는 전개도와 쌓기나무가 학교수학의 여러 곳에서 창의적인 수학학습을 위해 활용될 수 있기 때문이다. 제7차 교육과정부터 공간지각력의 신장을 도형 영역의 주된 목표로 설정하였으며, 이러한 공간지각력의 신장을 위하여 초등학교 교과서에 도입된 도구 중에 하나가 다음 <그림 8>과 같은 쌓기나무이다(교육부, 1998). 쌓기나무는 정육면체를 모은 것으로 관련된 구체적인 교구의 사용으로 어린 학생들도 쉽게 공간적 구조를 파악할 수 있다 (Clements, 1999, Zimmermann 등, 1991, Casey 2008). 쌓기나무와 관련된 수학내용은 2학년 수학교과서에 처음 등장한다.

[활동] 쌓기나무 3, 4, 5, 6개로 여러 가지 모양을 만들어 보세요.



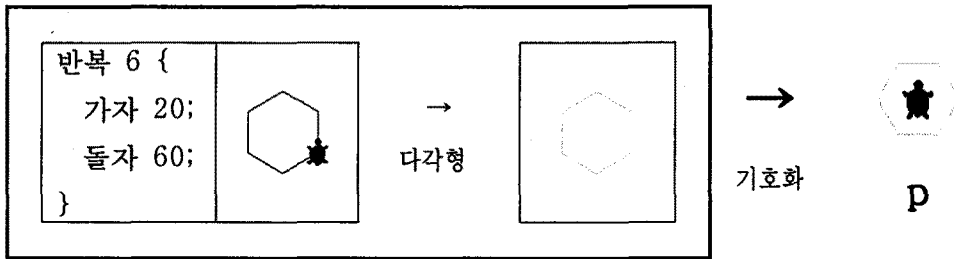
[놀이] 2명이 한 모형을 만듭니다.

- 1 한 사람이 가림판 뒤에서 쌓기나무 3개로 모양을 만듭니다.
- 2 모양을 만들고 나서, 다른 사람에게 쌓은 모양을 설명합니다.
- 3 설명을 듣고 쌓기나무로 같은 모양을 만듭니다.
- 4 가림판으로 가려진 모양과 똑같은 모양을 만든 사람이 이깁니다.



<그림 8> 쌓기나무와 쌓기나무를 활용한 초등수학의 내용

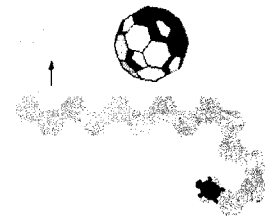
Logo를 통해 거북전개도를 얻고 그 전개도를 접어 3차원 입체를 만드는 전략을 다면체를 구성하는 상황에도 적용시킬 수 있도록 설계하였다. 다면체는 많은 수학적 탐구를 유발시키는 수학적 대상이지만 적절한 수학적 표현이 부족하여 학교수학과 영재교육 등에서 다루기 어려운 수학적 대상이었다. 우리는 3차원 대상인 다면체를 수학교육의 현장에서 접근할 수 있도록 전개도를 만들고 이를 접어 다면체를 만드는 다음과 같은 공학적 도구를 개발하였고, 이것을 적용하여 이산수학 강의에서 3차원 다면체 그래프에 대한 경로 문제와 색칠 문제 등을 다룰 수 있었다. 그리고 이를 통해 교육공학과 수학교육공학을 연계시키려 하였다. 다음은 정사각형 발판(m) 대신에 정육각형 발판(p)를 사용하여 축구공 전개도를 만드는 과정을 보여주고 있다.



<그림 9> 거북 다각형과 다각형의 면에 대한 기호

Logo에서의 거북이가 움직이면서 다각형을 만드는 과정을 p라는 기호로 표현하는 기호 체인의 과정을 볼 수 있다. 그리고 이렇게 만들어진 기호 p를 이용해서 거북이가 pLpLpLpLp 명령을 실행하여 발판들을 연결해서 전개도를 만드는 과정을 보여준다. 아래 그림은 정육각형 모양을 따라서 만든 전개도를 접어서 구멍 뚫린 축구공을 만든 모습이다. 화살표는 시작할 때의 거북이 위치와 방향을 가리킨다.

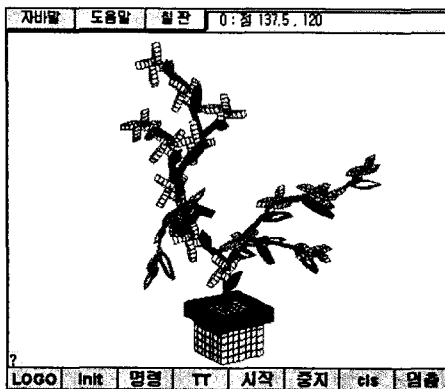
초기 상태	do p	do L	do p	do pLpLpLpLp	



```
do pLpLpLp LpR
do pLp LpRpL
do pRp
do LpRpL pRp
do RpL pRpRpRp
```

<그림 10> 거북 전개도와 축구공 전개도에 대한 텍스트 형태의 표현

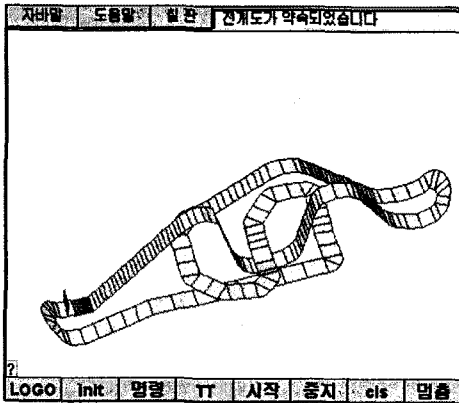
연계도구로 택한 거북 전개도와 쌓기나무는 중등수학의 최고봉인 확률통계와 미분적분을 창의적 체험활동으로 접근할 수 있도록 설계하였는데, 예를 들어 공학적 에듀테인먼트 개념을 확률통계와 미분적분 학습과 연계시키기 위해 거북 전개도에 린덴마이어 시스템의 아이디어를 연결하여 설계하였다. 먼저 확률통계와 연계시키는 활동으로 다음과 같이 쌓기나무로 만든 화분에 문자 점화식 명령을 통해 확률적인 나무를 만드는 컨테스트를 에듀테인먼트 단원에서 시행하였다 (마침 개교기념일이 10월에 있기에 개교기념일 나무심기 컨테스트라고 불렀다). 다음에서 b='a'는 Baby 토끼 한 쌍이 Adult 토끼 한 쌍이 되는 법칙으로, a='...b.a'는 Adult가 Baby를 낳는다는 법칙으로 이해하면 다음의 그림을 피보나치 나무라고 할 수 있다.



```
b = 'a'
a = 'mmm[<<<<있]
      mmm [꽃]m[<<<<b]YZa'
Y = '<< , >>'
Z = 'o , O'
do_7 b
```

<그림 11> 확률과 점화식의 개념으로 만들어진 피보나치 나무

또한 미분적분과 연계시키는 활동으로 거북전개도의 면의 각도와 변화를 조절하여 다양한 곡선을 그릴 수 있도록 설계하였는데, 다음은 서울대학교 영재센터 학생이 거북전개도의 면을 면화시키며 만든 청룡열차의 모습이다. 이러한 Learning by making 활동 후에는 모래로 만든 이차곡선을 거북전개도로 만드는 활동 등을 통해 수학화를 시도하였다.



```

..... ; ffv=12; repeat 8 (do m)
ffv=a; do >mmmmm<<m<<;
ffv=3.4; do mOmOmOmOm
ffv=4; do <<<m;
ffv=4.1; do m; ..... ;
    
```

<그림 12> 면의 길이와 각도의 변화를 통해 만들어진 청룡열차 곡선

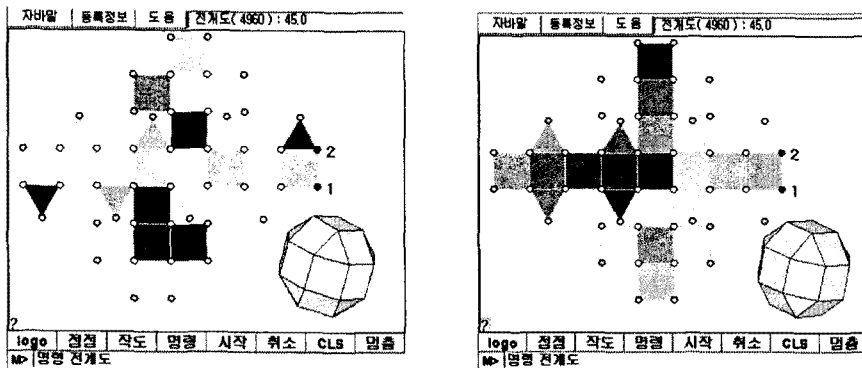
기본적인 거북 행동문자를 통해 쌓기나무와 다면체를 텍스트 형태의 정보로 표현하고 구성하는 기본적인 정신은 자연수를 기본이 되는 소수로 인수분해하거나, 유한차원 벡터공간을 기본이 되는 basis 벡터들의 합으로 표현하는 등 수학에서 흔히 볼 수 있는 것이다. 차이점이라면 정수론이나 선형대수학에서는 잘 발달된 기호 체계를 통해 이러한 인수분해 또는 일차결합이 표현되지만 학교수학에서 다루는 입체도형에서는 그러한 기호체계가 잘 발달되지 않았다는 것이다. 고등학교 학교수학에서 정사영 단원을 학생들이 어려워하는데, 그 이유들 중 하나가 공간 도형을 머리에 시각화시키고 또한 그것을 조작하는 정신적 활동에 메모리가 많이 필요하기 때문이다. 우리는 웹 2.0 개념이 수학에 도입될 수 있도록 쌓기나무 입체와 다면체를 거북행동 문자를 기본으로 텍스트 형태로 표현하고 구성할 수 있는 공학적 도구를 개발하였고, 이를 교육공학 관련 교과목의 연계와 수학 학습에 적용하는 전략을 사용하였다.

4. 교육공학 관련 교과목과 수학 과목의 연계 전략과 도구

앞에서도 계속 지적한 바와 같이 교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목만을 연계시켜서는 바람직한 교사를 위한 교육과정은 완성되지 않으며, 무엇보다도 공학적 도구를 통한 교수 학습과 의사소통을 다루는 교육공학적 정신이 실제로 수학을 배우는 전공내용의 현장에서 경험되어야 한다

(Wilensky, 1991, 2003). 이에 따라, 우리는 학교수학이 지향하는 확률통계와 미분적분을 거북 마이크로월드를 통해 접근할 수 있도록 거북명령을 새롭게 디자인하였고, 이를 교육공학 관련 교과목의 연계도구로 활용하였다. 이러한 연계도구는 패럴트의 구성주의 철학에 따라 기존의 수학교육에서 불가능하였던 새로운 학습 환경을 만들 수도 있다.

예를 들어, 중학교 교육과정에 나오는 정다면체의 정의를 시발점으로 하여 아르키메데스 다면체 등으로 확장하는 수학적 탐구 과정을 살펴보자. 그동안 3차원 대상인 다면체를 구성적인 방법으로 접근하는 적절한 표현과 도구가 부족하여 학교에서는 직관을 통한 설명적 정의 (descriptive definition) 로 시작하였다. 예를 들어, 중등학교에서 정다면체와 아르키메데스 다면체를 정의할 때에 “각 꼭지점에 인접하는 다각형의 배열 패턴이 모두 같다”라고 하는데 여기에는 논리적인 결함이 숨어있다. 1930년경에 Miller는 우연히 아르키메데스 다면체인 다음 왼쪽과 같은 Rhombic cuboctahedron을 만들다가 실수로 다음 오른쪽과 같은 다면체를 만들게 되었다.



<그림 13> Rhombic cuboctahedron과 아르키메데스 다면체가 아닌 Miller 다면체

문제는 위의 오른쪽에 있는 다면체 (Miller 다면체로 불린다) 도 왼쪽 다면체와 같이 각 꼭지점에서 같은 배열 패턴을 가진다는 것이다. 이러한 반례는 다면체를 현대대수학의 대칭군으로 정의하도록 방향을 잡아주었으며, 다면체의 대칭군과 다면체를 그래프로 바꾼 polyhedral graph 그리고 현대대수학의 군의 작용 (group action)을 공학적 도구를 통한 다면체 구성으로 접근한다면 교육공학에서 강조하는 구성주의 학습을 기대할 수도 있을 것이다. 각 다면체의 대칭군과 전개도를 바탕으로 대칭성을 고려하여 서로 다르게 색칠하는 문제는 폴리야의 enumeration polynomial을 통해, 대칭성을 고려하지 않는 proper 색칠문제 (인접한 것에는 다른 색을 칠하는 문제)에 대해서는 four color 정리를 기반으로 꼭지점의 차수와 다면체를 이루는 면의 종류 등을 parameter 와 chromatic polynomial을 통해 탐구할 수 있다.

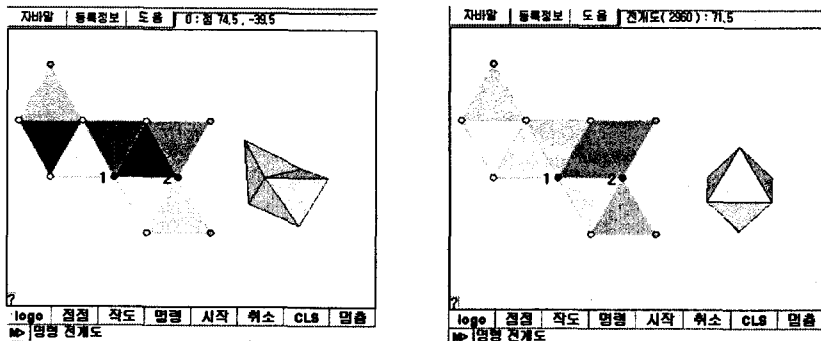
또한 거북 상황을 통해 전개도를 Learning by making 전략으로 바라보면 시각적 대상과 거북 행동문자를 기반으로 하는 텍스트 형태를 조화시켜 새로운 수학 학습을 유발할 수 있다. 예를 들어,

정12면체의 전개도는 43380 종류가 있지만, 적절한 표현수단이 없기에 대표적인 전개도만 다루어진다. 만일 거북 행동문자를 통해 43380개의 전개도를 문자식으로 표현한다면 대수방정식의 연구에서와 같이 새로운 분석과 연구를 유도할 수도 있을 것이다. 구체적으로 다음과 같은 정육면체의 전개도를 살펴보자. 거북 행동문자를 통한 표현식과 시각적인 전개도를 연계시키는 새로운 학습상황은 다음에서 제기하는 문제와 전개도 구성에서 보듯이 기존의 교육과정에서 볼 수 없는, 거북 전개도이기 때문에 의미를 가지는 새로운 유형의 수학적 탐구를 생성시킬 수 있다.

(a) do mmRmmlmLm	(b) do mmLmRRmm do LmRRmLm	(c) do mmRmLmRmLm	(d) do mmmRRmRmmm

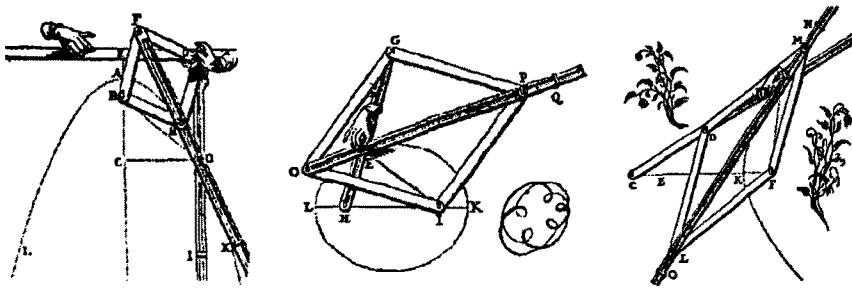
<그림 14> 다양한 정육면체 전개도와 거북 전개도 명령

- 문제 1. 위의 전개도에서 a, c와 같이 거북이가 발판을 여섯 번만 사용하고 정육면체의 전개도를 만드는 경우는 모두 몇 가지인가?
- 문제 2. c와 같이 문제 1의 전개도 중에서 거북이 처음 만든 발판과 마지막 발판이 서로 접해있는 경우를 해밀턴 전개도라고 하자. 정육면체의 해밀턴 전개도는 몇 가지인가?
- 문제 3. 정육면체 전개도를 만들 때, R 또는 L의 방향 변환 횟수의 최솟값을 구하여라.
- 문제 4. 정팔면체 전개도로 정팔면체와 전혀 다른 다면체를 만들 수 있는가?



<그림 15> 같은 전개도에서 만들어지는 두 가지 입체 도형

수학사를 보면 그리스 시대의 수학에서는 구성이 전제되지 않는 수학적 대상에 대한 연구를 기피하였다. 그리스 시대의 이차곡선 연구도 원뿔을 통한 실질적인 구성을 전제로 연구가 개진되었다. 중세의 수학에서도 이차곡선을 그리는 도구가 소개되고 있는데, 데카르트의 해석기하학의 등장과 함께 주어진 식으로 기하적 대상을 표현하는 방법으로 실질적인 구성을 피해갈 수 있었다. 다음은 프랑스로 쓰인 데카르트의 해석기하학 책을 라틴어로 번역하여 널리 알린 Van Schooten(1615-1660)의 저서인 “Instruments of conic sections”에 나오는 원추 곡선을 그리는 도구이다.



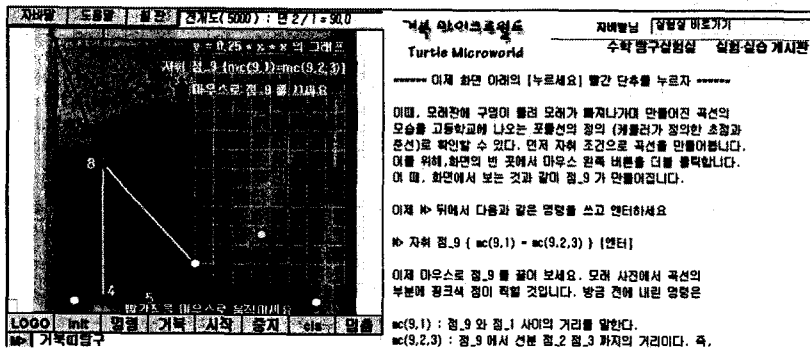
<그림 16> Van Schooten 의 저서에 나오는 이차곡선 작도 도구

거북 상황을 통해 쌓기나무를 Learning by making 전략으로 바라보면 학교수학에 나오는 여러 문제를 구성주의 관점에서 접근할 수 있다. Bruner(1996)는 적절한 표현 도구를 통해, “어떤 주제가든지 그 지적 성격에 충실한 형태로 어떤 발달 단계에 있는 어떤 연령의 그 어느 아동에게도 가르칠 수 있다.”고 하면서 나선형 교육과정을 제안하였다. 예를 들어, 현행 고등학교에 등장하는 수열의 귀납적 정의의 내용을 저학년 학생이 쌓기나무로 구성하며 접근하는 다음과 같은 Proof without word 방법을 생각할 수 있다.

자바일	도움말	실관	전제도(5000) : 연 2/1 = 900
워프터키를 누른 상태에서 마우스 오른쪽을 드래그하여 맞추세요 그냥 마우스 오른쪽으로 화면에서 드래그하면 업체가 회전합니다.			
* $1^3+2^3+3^3+4^3=1+(3+5)+(7+9+11)+(13+15+17+19)=$ $= 1^3+2^3+3^3+4^3=(1+2+3+4)^2$ ● 원리 설명을 보세요			
LOGO	init	말씀	TT 시차 문자 eib 명송

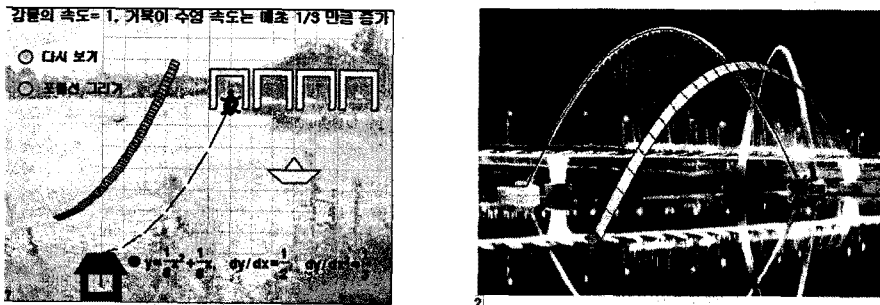
<그림 17> 쌓기나무를 통한 홀수의 합과 세제곱수의 합에 대한 탐구

이러한 접근은 연속적으로 중학교에 등장하는 이차함수에 대한 새로운 접근을 가능케 한다. 예를 들어, 중학교 과학에서는 공을 던지면 중력가속도가 일정하게 작용하며 자취가 포물선을 그린다고 소개되는데, 옆의 수학교실에서는 이차함수를 $y = ax^2 + bx + c$ 꼴의 함수라고 소개한다. 심지어 중학교 교사 중에는 포물선과 이차함수가 같은 것이라는 사실조차 인식을 못하고 있는 것을 교원연수를 통해 알 수도 있는데, 우리는 중학교 2학년 학생에게 다음과 같이 모래를 통해 곡선을 만들고, 1부터 연속한 n 개의 홀수의 합이 n^2 이라는 쌓기나무 설명과 함께 모래 곡선이 $y = an^2$ 꼴로 표시될 수 있다는 탐구를 시도하였다. 다음은 이러한 과정에 사용된 학습자료 화면의 모습이다.



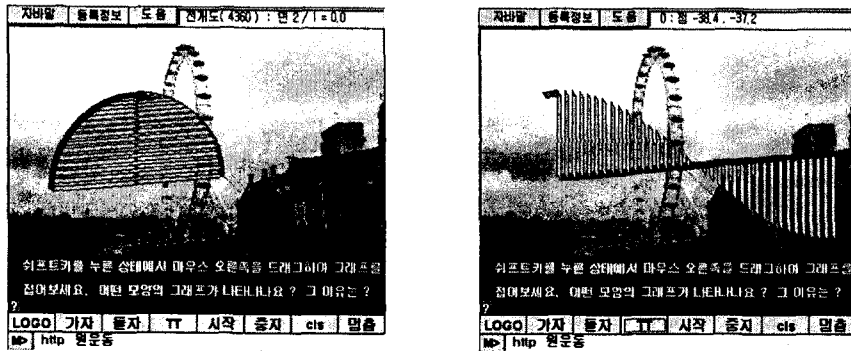
<그림 18> 모래곡선을 홀수 개의 쌓기나무들의 합으로 표현하여 이차함수 확인

이렇게 막대 그래프 형태로 이차함수 형태의 그래프는 거북띠라는 또 다른 공학적 도구를 통해 다음과 같이 격은선 그래프 형태로 표현될 수 있다.



<그림 19> 거북띠의 길이와 각에 대한 변화를 통해 다양한 함수의 곡선 만들기

거북띠는 다음과 같이 삼각함수 등의 그래프를 구성주의 관점에서 Learning by making 전략으로 접근할 수 있도록 하는 공학적 도구이며, 이러한 공학적 도구를 바탕으로 교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목 그리고 수학을 연계시키는 전략을 2010학년도 가을에 적용하고 있다.



<그림 20> 거북띠의 길이와 각에 대한 변화를 통해 다양한 함수의 그래프 만들기

5. 마치는 글

2010년 6월 7일부터 20일까지 국립과천과학관 주최로 “온라인 수학게임대회”가 진행되었다. 이 게임대회는 초중학교 수학의 5개 영역에서 문항을 출제한 후, 그 문제들을 토폴 시험과 흡사한 온라인 CAT 환경으로 만들어 학생들이 수학적지식을 소비하며 경쟁하는 방식으로 진행되었다. 외국에서도 수학게임대회가 열리는데, 지난 5월 30일까지 미국 버지니아 등에서 Globaloria 대회가 www.worldwideforum.org에서 열렸다. 이 대회에서는 참가자들이 수학적지식을 생산할 수 있는 수학게임을 만든 후, 이를 온라인에서 서로 유통시키고 평가를 받는 놀이의 형태로 진행되었다. 미국에서 열린 대회의 배경에는 구성주의 (constructionism) 교육관이 있는데, 이는 서로 공유할 수 있는 무엇을 만드는 놀이를 통해 의미있는 학습을 유도할 수 있다는 것이다. 이러한 Globaloria 대회의 배경에는 MIT 대학의 패팰트가 거북이를 아바타로 등장시킨 수학놀이 마이크로월드인 로고에서 제시된 교육관이다.

우리는 이번 11월에 서울대학교 사범대학과 학관협력사업을 진행하는 시흥시와 함께 “온라인 창의대회”를 개최할 예정이며, 거북 행동문자를 바탕으로 텍스트 형태로 쌓기나무 작품을 만들어 제출하는 형식으로 진행할 것이다. 웹 2.0 의 새로운 ICT 환경에서 새로운 공학적 도구를 통해 수학교육과 연구가 새로운 매체를 통해 활성화되기를 기대한다. 이를 위해 사범대학에서부터 교육공학 관련 교직과목과 교과교육 과목을 연계시켜 지식을 전달하는 과거의 모습을 지양하고 지식과 창의력을 생산하고 공유하고 확산시키도록 교과목 연계를 위한 연구와 개선의 노력이 있어야 할 것이다. 무엇보다도 예비교사 스스로가 공학적 도구를 통해 수학을 체험하고 학습하는 경험을 사범대에서 얻을 수 있도록 교과목들이 서로 창의적으로 연계되도록 개선되어야 할 것이다.

Acknowledgement: 본 연구는 서울대학교 과학교육연구소를 통한 집담회와 거창 및 시흥시와의 학관협력사업, 그리고 여러분의 조언을 통해 이루어졌습니다.

참고문헌

- 김응태·박한식·우정호 (2007). 수학교육학개론, 서울대학교출판부.
- 교육부 (1998). 초등학교 교육과정 해설(IV), 서울: 대한교과서주식회사.
- Abelson, H., & diSessa, A. (1980). *Turtle geometry*. Cambridge, MA : MIT Press.
- Ackermann, E. K. (2001). *Piaget's constructivism, Papert's constructionism: What's the difference*, Future of learning group publication., MIT Media Lab, <http://learning.media.mit.edu/publications.html>
- Ackermann, E. K. (2004). *Constructing knowledge and transforming the world*. In M. Tokoro and L. Steels(Eds.), *A learning zone of one's own : Sharing representations and flow in collaborative learning environments*. Amsterdam : IOS Press.
- Burner, J. (1996). 교육의 문화 (강현석, 이자현 역). 서울: 교육과학사.
- Casey, B. M., Andrews, N., Schindler, H., Kersh, J. E., Samper, A., & Copley, J. (2008). The Development of Spatial Skills Through Interventions Involving Block Building Activities, *Cognition and Instruction* 26, 269-309.
- Cho, H., Han, H., Jin, M., Kim, H., & Song, M. (2004). Designing a microworld: activities and programs for gifted students and enhancing mathematical creativity, *Proceedings of ICMET SG4*, 110-120.
- Cho, H., Kim, H. & Song, M. (2006). The qualitative approach to the graphs of functions in a microworld, *The SNU Journal of Education Research* 15, 129-140.
- Cho, H., Kim, H., & Song, M. (2007). *Mediating model between Logo and DGS for planar curves*, PME Conference 2007.
- Clements, D. (1999). 'Concrete' manipulatives, concrete Ideas, *Contemporary Issues in Early Childhood* 1(1), 45-60.
- Eisenberg, M., & Nishioka, A. (1997). Orihedra: Mathematical Sculptures in paper, *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 1, 225-261.
- Ernest, P. (2010). Mathematics and Metaphor, *An International Journal of Complexity and Education* 7(1), 98-104
- Healy, L., & Hoyles, C. (1996). Seeing, doing and expressing: An evaluation of task sequences for supporting algebraic thinking. In L. Puig and A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME International Conference* 3, 67-74.
- Hoyles, C., & Noss, R. (2003). "What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education?" In Bishop, A.J., Clements, M.A., Keitel, C., Kilpatrick, J., Leung,

- F.K.S. (eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 323-349
- Hwang, W. Y., Chen, N. S., & Hsu, R. L. (2006) Development and evaluation of multimedia whiteboard system for improving mathematical problem solving, *Computers and Education* 46(2), 105-121.
- Hwang, W. Y., Huang, J. H., & Dong, J. J. (2009). A Study of Multi-Representation of Geometry Problem Solving with Virtual Manipulatives and Whiteboard System, *Educational Technology & Society* 12(3), 229-247.
- Kaput J., Hoyles, C., & Noss R. (2002). Developing New Notations for a Learnable Mathematics in the Computational Era. In English, L. (Ed.) *Handbook of International Research in Mathematics Education*. London: Lawrence Erlbaum. 51-75
- Noss, R. (2001) For a Learnable Mathematics in the Digital Culture. *Educational Studies in Mathematics* 48, 21-46.
- Noss, R. & Hoyles. (1996) *Windows on mathematical meaning*, Springer-Verlag.
- Papert, S. (1980) *Mindstorms : children, computers, and powerful ideas*. Cambridge, Massachusetts : Perseus Publishing.
- Papert, S. (1991). *Situating Constructionism*, In I. Harel and S. Papert(Eds.), *Constructionism*, 1-12. Norwood, NJ : Ablex.
- Presmeg, N. (2003). Creativity, mathematizing, and didactizing: *Leen Streefland's work continues*. *Educational Studies in Mathematics* 54, 127-137.
- Presmeg, N. (2006a). *Research on visualization in learning and teaching mathematics*, In Angel Gutierrez and Paolo Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education : past, present and future*.
- Presmeg, N. (2006b). Semiotics and the "Connections" Standard: Significance of Semiotics for Teachers of Mathematics, *Educational Studies in Mathematics* 61, 163-182.
- Wilensky, U. (1991) *Abstract mediations on the concrete and concrete implications for mathematics education*, In I. Harel and S. Papert(Eds.), *Constructionism*, 193-203. Norwood, NJ : Ablex.
- Wilensky, U. (2003). Statistical Mechanics for Secondary School : The GasLab Multi-Agent Modeling Toolkit, *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 8(1).
- Zimmermann, W., & Cunningham, S. (1991). Editors' Introduction: What is Mathematical Visualization? In Walter Zimmermann and Steve Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, 1-7.

On the design of instruments for integrating general educational technology course and educational technology in mathematics education course

Han Hyuk Cho

Dept. of Math. Education, Seoul National University, Seoul 151-748, Korea

E-mail : hancho@snu.ac.kr

Min Ho Song

Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity, Seoul 135-847, Korea

E-mail : mino@snu.ac.kr

To get an undergraduate degree from mathematics education department, a student not only take a general educational technology course from education department, but also take an educational technology in mathematics education course from mathematics education department. We believe that these two courses can be integrated for preparing better mathematics teachers. For this purpose, we design an educational technology tool called JavaMAL microworld, and study strategy to integrate two courses harmoniously.

This kind of approach is good for internationalization of researches on mathematics education by Korean researchers since most SSCI journal prefer an integrated approach in the educational technology related papers. In short, integrating general educational technology course and educational technology in mathematics education course is not only good to student but to professors. But just integrating two courses is not enough. Students must understand the needs and the usefulness of educational technology tool in the learning and teaching of mathematics, and must have such experience from their mathematics courses.

* ZDM Classification : B53

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U99

* Key Words : educational technology, mathematics education, microworld