韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2010. 11. 제 49권, 제 4호, 489-500.

J. Korean Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
November. 2010, Vol. 49, No. 4, 489-500.

대칭차집합이 가지는 중요성에 관한 고찰

김 부 윤 (부산대학교)
황 종 철 (부홍고등학교)
김 소 영 (남산고등학교)
정 영 우 (울산대학교)*

Ⅰ. 서 론

집합은 중학교 1학년과 고등학교 1학년 '수와 연산' 영역에서 지도되고 있는데, 주요 내용은 '집합의 개념과 표현', '두 집합 사이의 포함관계', '집합의 연산', '집합의 연산 법칙'이다. 여기서 연산으로 교집합, 합집합, 여집합, 차집합이 다루어지고 있으며, 연산 법칙으로 교환법칙, 결합법칙, 좌·우 분배법칙, 드 모르간의 법칙이 다루어지고 있다.

그런데 '이러한 내용들은 어떤 관점에서, 어떤 필요성에 의해 선정되고 구성되었을까?' 이 질문에 대한 답은 교사가 수업을 계획하고 실행하는데 있어 가장 기초적인 요소인데, 이영하·신정은(2009)는 수학 지식을 교육적인 조건에 맞게 재구성하는 것이 수학교육의 중요 과제라 강조하고 있다. 그러나 가르칠 지식에 대한 학문적 이해 없이, 그리고 교육과정 구성관점에 대한 이해 없이 올바른 교수학적 변환을 기대할 수는 없다.

중등학교에서의 집합 교육에 대한 선행연구로는 집합 단원에 수록되어 있는 용어와 내용의 기술에 대하여 언어학적인 측면을 분석하고 효율적인 집합 단원의 기술과 구성 등에 관한 방안을 고찰한 정광택(2006)의 연구와 집합을 어떻게 정의하고, 무한집합을 왜 가르치며, 공집합은 모든 집합의 부분집합인가? 에 대한 내용을 다룬 이만근(2001)의 연구, 그리고 집합 개념이 교육내용으로서 가지고 있는 문제점을 확인하고, 학문적 지식과 교육내용으로서 집합 개념의 역사를 살펴본 뒤, 집합 단원 재구성의 방향을 제시한 이경화·박경미·임재훈(2002)의 연구 등이 있다. 그러나 이들 연구들은 집합 지도의 교수학적 분석에 초점을 두고 논의하고 있을 뿐, 교육과정 구성의 기저를 이루고 있는 지도 관점에 대한 연구나 지도 내용의 학문적 고찰에 대한 직접적인 연구는 이루어지고 있지 않다.

수와 관련한 집합의 지도의의는 집합이 수의 확장과 여러 수 체계를 이해하는 수단이라는 것이다. 그러나 집합은 비단 수 체계를 위한 수단일 뿐 아니라, 수학적 개념들을 구조적 관점에서 다루려고 할 때 그 구조를 결정하게 하는 수단이 된다. 그러므로 구조를 다루는 현대수학의 영역에서 집합은 중요한 역할을 하며, 집합론은 향후 학습 내용을 이해하기 위해서도 필요하다. 물론 이를 위해서는 대수적 구조를 다루기 위한 집합의 연산에 대한 이해가 전제되어야 한다. 이만근(2001)은 교과서를 분석해 본 결과 엄격하게 집합의 정의에 의하여 어떠한 연산을 시행하는 일이 없다라고 지적하고 있다. 즉, '수와 연산' 영역에서 집합의 내용을 먼저 도입하여 수학적 개념들을 구조적 관점에서 이해하려는 의의가 제대로 반영되지 못하고 있음을 알 수 있다. 또한 중등수학에서는 수의 확장도 큰 주제인데, 수의 확장은 이전의 수 체계를 포함하여야 한다. 따라서 수 집합 사이의 포함관계도 집합 지도의 의의라 할 수 있다.

그런데 이러한 중등수학에서의 집합 내용은 포함관계에 대한 개념인 '속(lattice)'과 구조에 대한 개념인 '환'이 학문적 배경을 이루고 있다.

따라서 본 연구에서는 집합에서의 속(lattice) -

---

* 접수일(2010년 7월 31일), 수정일(1차 : 2010년 8월 30일, 2차 : 2010년 11월 21일), 게재확정일(2010년 11월 21일)
* ZDM분류 : D34
* MSC2000분류 : 97C90, 97D30
* 주제어 : 집합, 속, 환, 대칭차집합
* 교신저자

$(\wp(X), \subseteq)$ - 과 환 - $(\wp(X), \triangle, \cap)$ - 에 대한 학문적 고찰을 통하여 집합의 지도 내용에 관한 정당성 및 지도 범위를 밝히고 이를 바탕으로 중등교육과정에서의 집합 지도방향을 고찰한다.

이러한 연구는 가르칠 지식에 관한 학문적 기초를 제공함으로써 교사가 교수활동을 구성하는데 배경적 도움을 주며, 교수학적 변환을 위한 지도 관점 및 지도 범위에 대한 단초를 제공한다. 또한 교육과정의 지도 내용에 대한 정당성의 근거를 밝혀, 교수학적 측면에서 각 영역의 지도 범위 및 내용 구성에 관한 이론적 배경을 제공한다.

Ⅱ. 본 론

1. 집합 체계에 관한 이론적 고찰[1)]

집합의 지도에 있어 속(lattice)의 관점은 $(\wp(X), \subseteq)$에 관한 내용을 의미하며, 대수적 구조에 관한 관점은 $(\wp(X), \triangle, \cap)$이 환이라는 것이다. 따라서 '수와 연산' 영역에서 집합이 수 체계를 다루기 위한 수단으로 도입된다는 취지를 고려한다면 수의 확장과 관련해서는 $(\wp(X), \subseteq)$를, 수 집합의 대수적 체계와 관련해서는 $(\wp(X), \triangle, \cap)$에 관한 내용을 이해하는 것이 중요하다.

(1) 속(lattice)에 관한 이론적 고찰

정의 1 $(A, \leq)$가 반순서집합(partially ordered set)이라고 하는 것은 다음과 같은 조건을 만족할 때이다;

(1) $a \in A$에 대하여 $a \leq a$이다.
(2) $a, b \in A$에 대하여 $a \leq b$이고 $b \leq a$이면 $a = b$이다.
(3) $a, b, c \in A$에 대하여 $a \leq b$이고 $b \leq c$이면 $a \leq c$이다.

정의 2 $(A, \leq)$가 반순서집합일 때, $a, b \in A$에 대하여 $c \in A$(또는 $d \in A$)를 a와 b의 극대(supremum)(또는 극소(infimum))라고 부르는 것은 다음과 같은 경우이다;

(1) $a \leq c$이고 $b \leq c$이다. ($d \leq a$이고 $d \leq b$이다.)
(2) $a \leq x$이고 $b \leq x$인 $x \in A$에 대하여 $c \leq x$이다. ($x \leq a$이고 $x \leq b$인 $x \in A$에 대하여 $x \leq d$이다.)

a와 b의 극대와 극소를 각각 $\sup\{a, b\}$ 또는 $a \vee b$, $\inf\{a, b\}$ 또는 $a \wedge b$로 표시한다.

정의 3 $(A, \leq)$가 속(lattice)이라고 하는 것은 다음을 만족할 때이다;

(1) $(A, \leq)$는 반순서집합이다.
(2) 임의의 $a, b \in A$에 대하여 $\sup\{a, b\} \in A$이고 $\inf\{a, b\} \in A$이다.

예 1 X를 공집합이 아닌 집합이라고 하자. $\wp(X) = \{A | A \subseteq X\}$라 하면 $(\wp(X), \subseteq)$는 속(lattice)이다.

(1) $\wp(X)$는 반순서집합(partially ordered set)이다.
① 임의의 $A \in \wp(X)$에 대하여 $A \subseteq A$이다.
② 임의의 $A, B \in \wp(X)$에 대하여 $A \subseteq B$이고 $A \supseteq B$이면 $A = B$이다.
③ 임의의 $A, B, C \in \wp(X)$에 대하여 $A \subseteq B$, $B \subseteq C$이면 $A \subseteq C$이다.
(2) $A, B \in \wp(X)$에 대하여 $\sup\{A, B\} = A \cup B \in \wp(X)$, $\inf\{A, B\} = A \cap B \in \wp(X)$이다.
① $A \subseteq A \cup B$이고 $B \subseteq A \cup B$이다. 그리고 만약 $C \subseteq X$로서 $A \subseteq C$이고 $B \subseteq C$이면 $A \cup B \subseteq C$이다. 즉, $\sup\{A, B\} = A \cup B$이다.
② $A \cap B \subseteq A$이고 $A \cap B \subseteq B$이다. 만약 $D \subseteq X$로서 $D \subseteq A$이고 $D \subseteq B$이면 $D \subseteq A \cap B$이다. 즉, $\inf\{A, B\} = A \cap B$이다.

예 2 정수의 집합 $\mathbb{Z}$에 대하여 $(\mathbb{Z}, \leq)$는 속(lattice)이다.

(1) $(\mathbb{Z}, \leq)$는 반순서집합이다.
① 임의의 $a \in \mathbb{Z}$에 대하여 $a \leq a$이다.
② 임의의 $a, b \in \mathbb{Z}$에 대하여 $a \leq b$이고 $a \geq b$

1) 본 절은 Fraleigh(2000), 이홍천 역(2005), Jonson(1994), Nicholson(1999), 전영철(1994)의 내용을 기초로 하였다.

이면 $a=b$이다.

③ 임의의 $a, b, c \in \mathbb{Z}$에 대하여 $a \le b$, $b \le c$ 이면 $a \le c$이다.

(2) 임의의 $a, b \in \mathbb{Z}$에 대하여 $\sup\{a, b\} \in \mathbb{Z}$이고 $\inf\{a, b\} \in \mathbb{Z}$이다.
만약 $a \le b$라 하자. 그러면 $\sup\{a, b\}=b$이고 $\inf\{a, b\}=a$이다. 마찬가지로 $b \le a$이면 $\sup\{a, b\}=a$이고 $\inf\{a, b\}=b$이다.

예 3 정수의 집합 $\mathbb{Z}$에서 $R=\{n\mathbb{Z} | n \in \mathbb{Z}, n \ge 0\}$을 생각하자. 그러면 $(R, \subseteq)$은 속(lattice)이다.

(1) $(R, \subseteq)$는 반순서집합이다.

① 임의의 $n\mathbb{Z} \in R$에 대하여 $n\mathbb{Z} \subseteq n\mathbb{Z}$이다.

② 임의의 $m\mathbb{Z}$, $n\mathbb{Z} \in R$에 대하여 $n\mathbb{Z} \subseteq m\mathbb{Z}$이고 $n\mathbb{Z} \supseteq m\mathbb{Z}$이면 $n\mathbb{Z}=m\mathbb{Z}$이다.

③ 임의의 $l\mathbb{Z}$, $m\mathbb{Z}$, $n\mathbb{Z} \in R$에 대하여 $l\mathbb{Z} \subseteq m\mathbb{Z}$, $m\mathbb{Z} \subseteq n\mathbb{Z}$이면 $l\mathbb{Z} \subseteq n\mathbb{Z}$이다.

(2) $m\mathbb{Z}$, $n\mathbb{Z} \in R$에 대하여 d를 m과 n의 최대공약수라 하면 $\sup\{m\mathbb{Z}, n\mathbb{Z}\}=d\mathbb{Z} \in R$이다. 왜냐하면 $m\mathbb{Z} \subseteq d\mathbb{Z}$이고 $n\mathbb{Z} \subseteq d\mathbb{Z}$이며, 만약 어떤 $c \in \mathbb{Z}$에 대하여 $m\mathbb{Z} \subseteq c\mathbb{Z}$이고 $n\mathbb{Z} \subseteq c\mathbb{Z}$이면 $d\mathbb{Z} \subseteq c\mathbb{Z}$이다. 또한 l를 m과 n의 최소공배수라 하면 $\inf\{m\mathbb{Z}, n\mathbb{Z}\}=l\mathbb{Z} \in R$이다. 왜냐하면 $l\mathbb{Z} \subseteq m\mathbb{Z}$이고 $l\mathbb{Z} \subseteq n\mathbb{Z}$이며 만약 어떤 $e \in \mathbb{Z}$에 대하여 $e\mathbb{Z} \subseteq m\mathbb{Z}$이고 $e\mathbb{Z} \subseteq n\mathbb{Z}$이면 $e\mathbb{Z} \subseteq l\mathbb{Z}$이다.

예 3의 정수의 부분집합족 $(R, \subseteq)$의 속(lattice)의 개념이 중학교에서 배우는 최대공약수와 최소공배수이다. 이것은 $(\wp(X), \subseteq)$가 속(lattice)이라는 것의 구체적인 예가 되며, 이것의 의미는 $A \cup B$는 집합 A와 집합 B를 포함하는 집합 중에서 가장 작은 집합이고, $A \cap B$는 집합 A와 집합 B에 포함되는 집합 중에서 가장 큰 집합이라는 것이다.

정의 4 $(A, \le)$가 속(lattice)이고, 다음 조건을 만족할 때, $(A, \le)$를 분배속(distributive lattice)이라 한다;

$a, b, c \in A$ 이면 $a \wedge (b \vee c)=(a \wedge b) \vee (a \wedge c)$이고 $a \vee (b \wedge c)=(a \vee b) \wedge (a \vee c)$이다.

예 4 $(\wp(X), \subseteq)$는 분배속(distributive lattice)이다. 왜냐하면 A, B, $C \in \wp(X)$에 대하여

$$A \cap (B \cup C)=(A \cap B) \cup (A \cap C)$$

이고,

$$A \cup (B \cap C)=(A \cup B) \cap (A \cup C)$$

이다.

정의 5 $(A, \le)$, $(B, \le)$가 속(lattice)일 때, 함수 $\sigma: (A, \le) \to (B, \le)$와 $\tau: (B, \le) \to (A, \le)$가 다음을 만족한다고 하자;

(1) σ와 τ는 순서를 뒤집는(order-reversing) 함수이다. 즉, 임의의 a_1, $a_2 \in A$에 대하여 $a_1 \le a_2$이면 $\sigma(a_2) \le \sigma(a_1)$이고, 임의의 b_1, $b_2 \in B$에 대하여 $b_1 \le b_2$이면 $\tau(b_2) \le \tau(b_1)$이다.

(2) 임의의 $a \in A$에 대하여 $(\tau \circ \sigma)(a) \ge a$이고, $b \in B$에 대하여 $(\sigma \circ \tau)(b) \ge b$이다.

이때, 두 함수 σ와 τ를 갈로와 연결(Galois connection) (σ, τ)라 부른다. 만약 σ와 τ가 모두 일대일 대응이면, (σ, τ)를 갈로와 대응(Galois correspondence)이라고 한다.

아벨(Abel)은 5차 이상의 유리수 계수 다항식의 불가해성을 해결하는데 갈로와 연결을 이용하였으며, 그 후 이케다(Ikeda)와 나카야마(Nakayama)는 환에서 아이디얼(ideal)의 구조를 연구하기 위해 갈로와 연결을 이용하였다. 갈로와 연결의 개념은 고전대수학을 현대대수학으로 변환시키는데 있어서 주요한 도구가 된다.[2] 역사적인 관점에서 강조해야 할 갈로와 연결의 예들은 다음과 같다 :

예 5 정수의 속(lattice) $(\mathbb{Z}, \le)$에서 함수 σ와 τ를

2) 이현정(2010), p.27.

$$\sigma,\ \tau\colon (\mathbf{Z},\ \le) \to (\mathbf{Z},\ \le)$$
$$a \quad \mapsto \quad (-a)$$

로 정의하자. 그러면,

(1) $m,\ n \in \mathbf{Z}$일 때, $m \le n$이면 $\sigma(m) = (-m)$, $\sigma(n) = (-n)$이고 $(-m) \ge (-n)$이므로 σ는 순서를 뒤집는 함수이며, τ도 순서를 뒤집는 함수이다.
(2) 임의의 $a \in \mathbf{Z}$에 대하여 $\sigma(\tau(a)) = \sigma(-a) = a$이고 $\tau(\sigma(a)) = \tau(-a) = a$이므로 $(\sigma,\ \tau)$는 갈로와 연결이다. 또한 σ, τ는 모두 일대일 대응이므로 $(\sigma,\ \tau)$는 갈로와 대응이다.

예 6 X가 공집합이 아닌 집합일 때, $(\wp(X),\ \subseteq)$는 속(lattice)이다. 이제

$$\sigma : (\wp(X),\ \subseteq) \to (\wp(X),\ \subseteq)$$
$$A \quad \mapsto \quad X-A$$

$$\tau : (\wp(X),\ \subseteq) \to (\wp(X),\ \subseteq)$$
$$X-A \quad \mapsto \quad A$$

라고 두자. 그러면

(1) σ, τ는 순서를 뒤집는 함수이다. 왜냐하면 임의의 $A,\ B \in \wp(X)$에 대하여 $A \subseteq B$이면 $X-A \supseteq X-B$이며, 이것은 $\sigma(A) \supseteq \sigma(B)$를 의미한다. 그리고 $\tau(A) \supseteq \tau(B)$이다.
(2) 임의의 $A \in \wp(X)$에 대하여 $\tau(\sigma(A)) \supseteq A$이고 $\sigma(\tau(X-A)) \supseteq A$이므로 $(\sigma,\ \tau)$는 갈로와 연결이다. 실제로 σ, τ는 모두 일대일 대응이 되므로 $(\sigma,\ \tau)$는 갈로와 대응이다.

예 6의 $(\sigma,\ \tau)$가 갈로와 연결인 사실로부터 임의의 $A,\ B \in \wp(X)$에 대하여 $A \subseteq B$이면 $A^c \supseteq B^c$임을 알 수 있다. 또한 $(\sigma,\ \tau)$가 갈로와 대응인 사실로부터 임의의 $A,\ B \in \wp(X)$에 대하여 $\sup\{A,\ B\} = A \cup B$는 σ에 의하여 $\inf\{\sigma(A),\ \sigma(B)\} = \sigma(A) \cap \sigma(B)$에 대응된다. 따라서 $X-(A \cup B) = (X-A) \cap (X-B)$이다. 또한 $\inf\{A,\ B\} = A \cap B$는 σ에 의하여 $\sup\{\sigma(A),\ \sigma(B)\} = \sigma(A) \cup \sigma(B)$에 대응된다. 따라서 $X-(A \cap B) = (X-A) \cup (X-B)$이다. 이것을 '드 모르간(De Morgan)의 법칙'이라 부른다. 따라서 드 모르간의 법칙은 속(lattice)의 관점에서 다루어지는 개념이다[3].

(2) 환 $(\wp(X),\ \triangle,\ \cap)$에 관한 이론적 고찰

수의 집합이 수 체계를 이루기 위해서는 연산이 정의되어야 하고, 이들이 방정식을 풀어낼 수 있는 구조를 가져야 한다. 그러나 속(lattice)의 관점만으로는 방정식을 풀어 낼 수 있는 구조를 얻을 수 없다. 따라서 대수적 구조를 가지도록 집합에 연산을 정의하게 되는데, 중등교육과정에서 소개되는 합집합($\cup$)과 교집합($\cap$)은 방정식을 풀 수 있는 최소한의 구조인 군(group)조차 되지 않는다. 우선 $(\wp(X),\ \cup)$의 대수적 구조를 알아보자.

(1) 임의의 $A,\ B,\ C \in \wp(X)$에 대하여 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$를 만족한다.
(2) 임의의 $A \in \wp(X)$에 대하여 어떤 $\varnothing \in \wp(X)$가 존재하여 $A \cup \varnothing = A = \varnothing \cup A$를 만족한다.
(3) 임의의 $A \in \wp(X)$에 대하여 $A \cup B = \varnothing = B \cup A$를 만족하는 B는 $\wp(X)$에 존재하지 않는다.
(4) 임의의 $A,\ B \in \wp(X)$에 대하여 $A \cup B = B \cup A$를 만족한다.

따라서 $(\wp(X),\ \cup)$는 군을 이루지 못한다.
이제$(\wp(X),\ \cap)$의 대수적 구조를 알아보자.

(1) 임의의 $A,\ B,\ C \in \wp(X)$에 대하여 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$를 만족한다.
(2) 임의의 $A \in \wp(X)$에 대하여 어떤 $U \in \wp(X)$가 존재하여 $A \cap U = A = U \cap A$를 만족한다.
(3) 임의의 $A \in \wp(X)$에 대하여 $A \cap B = U = B \cap A$를 만족하는 B는 $\wp(X)$에 존재하지 않는다.

3) 드 모르간의 법칙은 고등학교에서 연산법칙을 다룰 때 지도되고 있다. 그러나 학문적 관점 - 속(lattice)의 관점 - 에서는 중학교에서 지도되어야 할 내용이다. 이때의 지도 초점은 여집합에 의해 두 집합 사이의 포함관계가 바뀐다는 것이다.

(4) 임의의 A, $B \in \wp(X)$에 대하여 $A \cap B = B \cap A$를 만족한다.

따라서 $(\wp(X), \cap)$는 군을 이루지 못한다.

위와 같이 합집합과 교집합은 임의의 집합에 대하여 역원을 가지지 않으며, 군조차 이루지 못한다. 따라서 합집합과 교집합은 대수적 체계를 이루기 위한 적당한 연산이 아니다. 그렇다면 대수적으로 방정식을 풀 수 있도록 $\wp(X)$의 두 원소 A, B 사이의 연산을 어떻게 정의할 수 있을까?

본 연구에서는 이미 알려져 있는 구조로부터 새로운 대상물에 함수를 통하여 연산을 옮기는 방법[4]으로 이러한 연산을 구명하기로 한다.

(연산의 구명 과정[5])

공집합이 아닌 집합 X에 대하여 다음과 같은 함수들의 집합

$$T = \{f \mid f: X \to \mathbb{Z}_2\,;\text{함수}\}$$

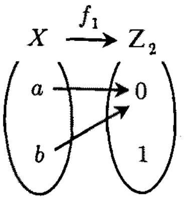
을 생각하자. 이제 이 집합에 연산을 다음과 같이 정의하자. 임의의 f, $g \in T$에 대하여

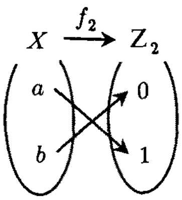
$$+ : (f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

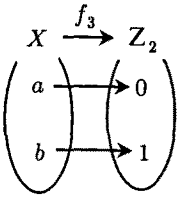
$$\circ : (f \circ g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

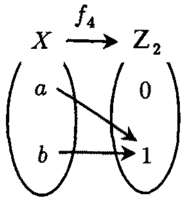
그러면 $(T, +, \circ)$는 환이다. 이제 T에 주어진 연산을 일대일 대응을 통해 $\wp(X)$로 옮겨보자.

$X = \{a, b\}$라 하자. 그러면 $\wp(X)$의 원소는 $\varnothing$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$ 4가지이다. 또한 T의 원소는 아래와 같이 표현된다.









여기서 $T \to \wp(X)$으로의 함수 중 일대일 대응의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$가지이다. 이 중에서 임의의 일대일 대응을 택하여 T의 연산 $+$, $\circ$을 $\wp(X)$로 옮기자.

이제 일대일 대응 θ: $T \to \wp(X)$를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{array}{ccc} f_1 & \to & \varnothing \\ f_2 & \to & \{a\} \\ f_3 & \to & \{b\} \\ f_4 & \to & \{a, b\} \end{array}$$

그러면 함수 $f : X \to \mathbb{Z}_2$는 X의 부분집합 B에 대응된다. 이 때,

$$B = \{x \in X \mid f(x) = 1\}$$

이고,

$$X \setminus B = \{x \in X \mid f(x) = 0\}$$

이다. 이러한 함수를 특성함수(characteristic function)라 하며, $f = \chi_B$로 나타낸다.

일반적으로, X의 원소가 n개일 때도 이것은 가능하다. $\theta : T \to \wp(X)$일 때, B_1, $B_2 \subseteq X$에 대하여

$$+ : \chi_{B_1} + \chi_{B_2} = \chi_C$$

$$\circ : \chi_{B_1} \circ \chi_{B_2} = \chi_D$$

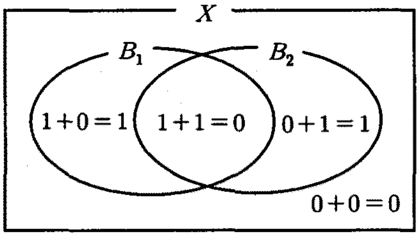
이고, 이 때, χ_{B_1}은 B_1에 대응되고, χ_{B_2}은 B_2에 대응되므로 $\chi_{B_1} + \chi_{B_2} = \chi_C$, $\chi_{B_1} \circ \chi_{B_2} = \chi_D$인 C, D를 찾는 문제가 대두된다.

우선 $(\chi_{B_1} + \chi_{B_2})(x) = \chi_{B_1}(x) + \chi_{B_2}(x)$이고, 이 때 우변의 연산은 $\mathbb{Z}_2$에서의 연산이다. $\mathbb{Z}_2$에서의 연산은 같은 수를 두 번 더하면 0이다. 즉, $1+1=0$이고, $0+0=0$이므로 이것을 벤다이어그램으로 표현하면 다

4) 이에 대한 내용은 김종태(2010) 참고.

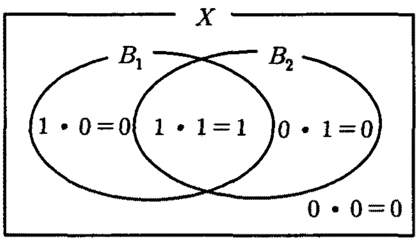
5) 박영희(2010) 참고.

음과 같다 :



결국, $B_1 \setminus B_2$ 영역과 $B_2 \setminus B_1$ 영역에서 1이 되므로 $(B_1 \setminus B_2) \cup (B_2 \setminus B_1)$이 C이다.

이제 D를 찾아보자. $(\chi_{B_1} \circ \chi_{B_2})(x) = \chi_D(x)$에서 $(\chi_{B_1} \circ \chi_{B_2})(x) = \chi_{B_1}(x) \cdot \chi_{B_2}(x)$이므로 $\chi_{B_1}(x) = 1$이고, $\chi_{B_2}(x) = 1$인 경우에만 1이다. 이것을 벤다이어그램으로 표현하면 다음과 같다 :



따라서 $B_1 \cap B_2$가 D이다.

그러므로 T의 $+$ 연산은 일대일 대응에 의해 $(B_1 \setminus B_2) \cup (B_2 \setminus B_1)$ 연산으로, $\circ$ 연산은 $B_1 \cap B_2$ 연산으로 옮길 수 있었다. 이때, 옮겨진 합 연산 $(B_1 \setminus B_2) \cup (B_2 \setminus B_1)$를 $B_1 \triangle B_2$로 나타내며, '대칭차(symmetric difference)'라 부른다.

이처럼 $\wp(X)$가 환 구조를 가지도록 연산을 주기 위해 이미 환 구조를 가지고 있는 $(T, +, \circ)$의 연산 '$+$'과 '$\circ$'을 일대일 대응을 이용하여 $\wp(X)$로 옮겨 연산 '대칭차'와 '교집합'을 정의할 수 있었다.

이제 $(\wp(X), \triangle, \cap)$가 환이 된다는 것을 증명해보자. 먼저 $(\wp(X), \triangle)$가 군임을 보이자.

$\wp(X)$의 두 원소 A, B에 대하여 연산 $\triangle$을 $A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$로 정의하자.

(1) 임의의 $A, B, C \in \wp(X)$에 대하여 $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$를 만족한다.

(2) 임의의 $A \in \wp(X)$에 대하여 어떤 $\varnothing \in \wp(X)$가 존재하여 $A \triangle \varnothing = A = \varnothing \triangle A$를 만족한다.

(3) 임의의 $A \in \wp(X)$에 대하여 어떤 $B \in \wp(X)$가 존재하여 $A \triangle B = \varnothing = B \triangle A$를 만족한다.

(4) 임의의 $A, B \in \wp(X)$에 대하여 $A \triangle B = B \triangle A$를 만족한다.

그러므로 $(\wp(X), \triangle)$는 가환군이다. 또한 임의의 $A, B, C \in \wp(X)$에 대하여

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

를 만족하며,

$$A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$$
$$(A \triangle B) \cap C = (A \cap C) \triangle (B \cap C)$$

이므로 $(\wp(X), \triangle, \cap)$는 환이 된다.

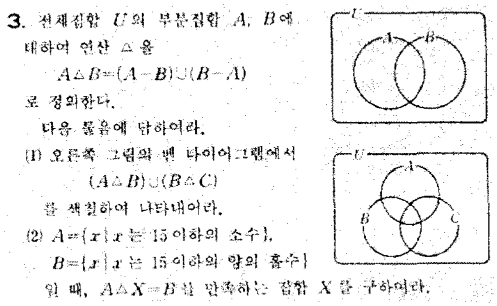
2. 대칭차집합의 지도 실제

개정 수학과 교육과정(2008, 2009)에서 집합은 '수와 연산' 영역에서 다뤄지고 있으며, 중학교에서 집합을 지도하는 의의로 '집합의 개념을 이해하고 간단한 집합의 연산을 함으로써 방정식과 부등식의 해집합이나 함수의 정의역, 공역, 치역 등의 수학적 개념, 여러 개념들 사이의 포함관계 등을 이해하고 표현하는 도구로 활용될 수 있다.'를, 고등학교에서는 '집합의 포함관계와 연산법칙은 현대 수학의 기초에 대한 이해를 바탕으로 논리적 사고를 유도하는데 기본이 된다.'를 밝히고 있다. 따라서 이러한 지도 의의에 따라, 중학교에서는 집합의 개념, 집합의 표현, 포함관계 그리고 간단한 연산이 다루어지고 있으며, 이는 중학교 전 과정에 걸친 수의 확장 과정의 기초가 된다. 그리고 이러한 내용은 속(lattice)의 관점이 그 배경을 이루고 있음을 보여준다. 고등학교에서는 포함관계와 연산을 다시 다루며, 연산 법칙이 새로이 다루어지는데, 이는 '실수' 단원[6]을 이해하는 기초가 된다.

6) 실수 단원의 지도 내용은 실수체에 관한 것으로 실수에서의

이는 중학교에서의 속(lattice) 관점을 반복하면서 환의 관점이 도입됨을 보여준다.

그러나 교육과정과 교과서의 내용을 살펴보면, '수와 연산' 영역 뿐 아니라 다른 영역에서의 개념이나 표현의 도구 - 예를 들어, 해집합, 정의역, 치역, 도형의 포함관계 등 - 로서 속(lattice)의 개념이 비교적 충분히 활용되고 있는데 비해, 환에 대한 내용은 충분하지 못함을 알 수 있다. 즉, 실수는 체의 구조를 이루는데, 그 이전의 구조인 환을 이루기 위한 연산과 연산 법칙에 대한 개념이 충분히 다루어지고 있지 못하다. 고등학교에서는 연산으로서 '교집합', '합집합', '여집합', '차집합'을 다루고 있지만, 환을 이루기 위한 대칭차집합은 제시되고 있지 않다. 다시 말해, 중등교육과정에서는 집합을 수의 확장과 관련한 속(lattice)의 관점과 수 체계와 관련한 환의 관점에서 내용을 구성하고 있으나 군의 구조조차 이루지 못하는 연산만을 다루고 있는 것이다. 결과적으로 수 체계의 구조를 다루는 수단으로서 집합을 도입한다는 의의를 제대로 살리지 못하고 있다. 단지 일부 교과서에서는 대칭차집합에 대한 내용을 연습문제나 심화내용으로 다루고 있지만, 이 또한 대칭차집합을 다루는 목적성이 강조되지는 않고 있다.


3. 전체집합 U의 부분집합 A, B에 대하여 연산 △을

$A \triangle B = (A-B) \cup (B-A)$

로 정의한다.

다음 물음에 답하여라.

(1) 오른쪽 그림의 벤 다이어그램에서

$(A \triangle B) \cup (B \triangle C)$

를 색칠하여 나타내어라.

(2) $A=\{x \mid x$는 15 이하의 소수$\}$,

$B=\{x \mid x$는 15 이하의 양의 홀수$\}$

일 때, $A \triangle X = B$를 만족하는 집합 X를 구하여라.

<그림 1> 조태근 외(1995)

또한 국가 차원의 시험에서도 이러한 내용이 다루어지기도 했다.

<2003. 10. 고등학교 1학년 전국연합학력평가>

6. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 연산 ◉를 $A◉B=(A-B)\cup(B-A)$로 정의할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $A◉B=B◉A$

ㄴ. $A◉B=(A\cup B)-(A\cap B)$

ㄷ. $A^C◉B^C=A◉B$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

<2004. 9. 고등학교 1학년 전국연합학력평가>

25. 두 집합 A, B에 대하여 연산 △를

$$A\triangle B=(A\cup B)-(A\cap B)$$

로 정의한다.

$$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\},$$
$$A\triangle B=\{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7\}$$

라 할 때, 집합 B에 속하는 모든 원소의 합을 구하시오. [3점]

<2005. 9. 고등학교 1학년 전국연합학력평가>

4. 두 집합 A, B에 대하여 다음 중

$$(A\cup B)-(A\cap B)=\varnothing$$

이기 위한 필요충분조건인 것은? [3점]

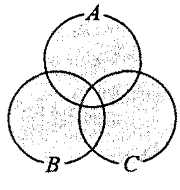
① $A=B$ ② $A\subset B$ ③ $B\subset A$
④ $A\cap B=\varnothing$ ⑤ $A\cup B=\varnothing$

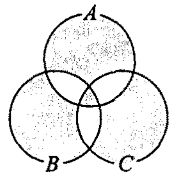
<2008. 3. 고등학교 2학년 전국연합학력평가>

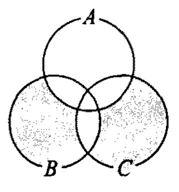
5. 두 집합 X, Y에 대하여 연산 △를

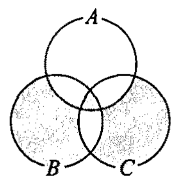
$$X\triangle Y=(X-Y)\cup(Y-X)$$

라고 정의할 때, 집합 $\{A\cap(B\cup C)\}\triangle(B\triangle C)$를 벤 다이어그램으로 나타낸 것은? [3점]

①


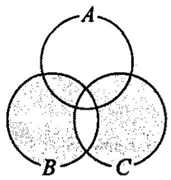
②


③


④


연산과 연산법칙이 주요 내용이다.

⑤



이런 문제들은 대칭차집합의 정의나 표현과 관련된 것이 주를 이루고 있다. 특히 2004년의 문제 25는 방정식의 형태이지만 구체적인 원소를 주고 있어 벤다이어그램을 이용하여 풀 수 있는 문제로 정의와 관련된 문제라 할 수 있다.

이와 같이 환의 구조를 위한 중요한 연산인 대칭차집합은 중등학교 수학의 지도 내용으로 다루어지지 않고, 주변지식으로 다루어져 왔을 뿐이다. 나아가 개정 수학과교육과정에 따른 교과서에는 전혀 다루지 않고 있으며, 다음과 같이 문제로 다루고 있는 익힘책이 있을 뿐이다.

★★★
01 두 집합 A, B에 대하여 연산 ★를 $A \star B=(A \cap B^c) \cup (B \cap A^c)$으로 정의할 때, 다음 보기 중 항상 참인 것을 모두 찾아라.

보기
ㄱ. $A \star B=\varnothing$이면 $A=B$이다.
ㄴ. $(A \star B) \star A=A$
ㄷ. $(A \star B) \star A=A \star (B \star A)$

<그림 2> 최용준 외(2008)

3. 교육과정에 대한 제안

집합의 지도에 대한 연구에서 이만근(2001)은 '일상적인 문제의 풀이 과정에서 자연스럽게 도입되는 방정식, 부등식, 함수, 도형 단원 등과는 달리, 집합은 형식적이고 논리적으로 우리의 사고를 정리하고 명확하게 표현하려는 의도에서 도입된 것이지만, 이렇게 도입된 논리는 뒤따라 나오는 다른 학습 내용과 연계되지 못함으로서 단절되고 고립된 단원이 되고 만다. 따라서 중학교 1학년에서 집합을 도입한 것은 지나친 일이라고 결론지을 수 밖에 없다.'고 밝히고 있다. 또한 한국교육과정평가원(2000)에서는 '집합은 중학교의 다른 영역의 내용과의 연계성이 비교적 적을 뿐만 아니라 기본적인 연산은 중학교에서 도입하고 그 연산의 성질과 법칙은 고등학교에서 다루기 때문에 고등학교에서 다시 반복 설명하여야 하는 불편함이 있으며, 집합의 원소의 개수를 구하는 문제 등은 중학교 학생들이 이해하기 어렵다. 따라서 우선 중학교에서는 집합의 뜻과 표현 정도만 간단히 다루도록 하거나 집합에 관한 내용을 고등학교에서 모두 다루는 방안에 대하여 좀 더 논의할 필요가 있다'고 지적 하였다. 또한 이경화 · 박경미 · 임재훈(2002)은 집합 단원을 재구성할 것을 주장하며, 두 가지 방안을 제시하였는데, 제1안은 집합 개념의 도입 시기와 방법을 고려한 것으로 다음과 같다.

수 집합의 확장 상황에서 집합 개념의 도입

↓

포함 관계의 이해

↓

연산의 의미와 방법, 논리와 집합의 관계 이해

↓

집합적 사고양식의 이해

제2안은 집합론의 본질인 무한집합의 이해를 초보적인 수준에서 경험하도록 고려한 것으로 다음과 같다.

수 집합의 확장 상황에서 집합 개념의 도입

↓

포함 관계의 이해

↓

무한 집합의 이해

이처럼 집합 단원의 도입시기와 도입내용 및 전개에 대한 연구에서 집합 단원의 재구성이 주장되고 있지만, 이것은 교수학적 측면이나 학습자의 인지적 측면 또는 집합 개념의 발생적 측면을 고려해서 도출된 것 일뿐, 교육과정 구성의 또 다른 측면인 현대수학의 학문적 고려는 간과되고 있다.

따라서 학문적 이해를 바탕으로 중등학교 수학과 교육과정에서 집합 단원에 어떤 내용을 다루며, 언제 도입할 것인가에 대해 다음과 같이 제안한다. 이는 교육과정

에서 밝히고 있는 집합 지도의 의의와 지도 내용을 바탕으로 이의 배경이 되는 집합에 관한 학문적 관점을 고려한 것이다.

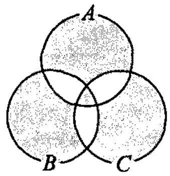
① 중학교 '수와 연산' 영역에서 집합을 도입하는 의의는 수 집합의 확장 상황과 그 수 집합에 대한 이해 수단으로서의 의미를 가지기 때문에 집합의 정의와 표현을 다루고 난 후, 포함 관계를 이해하고, 두 집합 사이의 연산인 합집합과 교집합 의미를 경험하게 해야 한다. 이 개념은 이 후 두 정수의 최대공약수와 최소공배수의 의미와 관련된다.

② 고등학교에서는 실수의 체 구조에 관한 내용이 '수와 연산' 영역의 중요한 주제이므로, 중학교에서 다룬 기본적인 연산 이외에 대칭차집합을 도입하여, 연산의 의미와 연산 법칙을 통한 대수적 구조를 강조하여 집합적 사고의 이해를 돕도록 하여야 한다. 지금까지 대칭차집합은 교육과정의 지도 내용에 포함된 적이 없었으나 실제적으로 교실에서 가르쳐왔으며, 국가 수준의 평가에서도 다루어지고 있다. 따라서 대칭차집합의 학문적 의의 및 교육의 실제를 고려한다면, 대칭차집합은 수학과 교육과정에 명시되어, 중학교에서 다룬 기본 연산과 함께 고등학교에서 추가하여 지도하도록 해야 한다.

③ 고등학교에서 대칭차집합은 방정식을 풀기 위한 환의 관점에서 의의가 있으므로 정의 및 표현과 더불어 다음 내용까지는 적어도 다루어져야 한다. 왜냐하면 이는 '수와 연산'영역 이후에 다루어지는 '문자와 식' 영역의 방정식 단원과 직접적으로 연계되며, 나아가 함수나 다른 수학적 개념들의 구조를 다루는 수단이 되기 때문이다.

> X가 공집합이 아닌 집합이고, $\wp(X) = \{A|A \subseteq X\}$라 하면 $(\wp(X), \triangle)$는 군이 된다. 즉, 결합법칙, 교환법칙이 성립하며, 항등원과 역원이 존재한다.
>
> 그리고 $X\triangle A = B = A\triangle X$ 형의 일차방정식을 풀 수 있다.

이 주제는 다음과 같은 문제로 학생들에게 제시될 수 있다.

> 1. X가 공집합이 아닌 집합이고, A, $B \subset X$에 대하여 연산 $\triangle$을
>
> $$A\triangle B = (A\cup B) - (A\cap B)$$
>
> 로 정의할 때, 보기에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
>
> 보기
>
> ㄱ. $A\triangle A = \varnothing$
> ㄴ. $A\triangle \varnothing = A$
> ㄷ. $A\triangle B = B\triangle A$
> ㄹ. $(A\triangle B)\triangle C = A\triangle(B\triangle C)$
>
> ① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ, ㄹ
> ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ
>
> (풀이)
> ㄱ. $A\triangle A = (A\cup A) - (A\cap A) = \varnothing$ (참)
> ㄴ. $A\triangle \varnothing = (A\cup \varnothing) - (A\cap \varnothing) = A$ (참)
> ㄷ. $A\triangle B = (A\cup B) - (A\cap B)$
> $= (B\cup A) - (B\cap A) = B\triangle A$ (참)
> ㄹ. 좌변과 우변을 각각 벤 다이어그램으로 나타내면 아래 그림과 같으므로
>
> 
>
>
> $(A\triangle B)\triangle C = A\triangle(B\triangle C)$ (참)

> 2. X가 공집합이 아닌 집합이고, A, $B \subset X$일 때, $Y\triangle A = B$인 $Y \subseteq X$를 구하여라.
>
> (풀이) $\triangle$에 대한 A의 역원을 A^{-1}라 하면
> $A^{-1} = A$이므로 $Y\triangle A = B$의 양변에
> A^{-1}를 적용하면
> $(Y\triangle A)\triangle A^{-1} = B\triangle A^{-1}$
> 이 된다. 이것은
> $(Y\triangle A)\triangle A = B\triangle A$
> $Y\triangle(A\triangle A) = B\triangle A$
> $Y\triangle \varnothing = B\triangle A$
> $Y = B\triangle A$이 된다.

그 후, 좌·우 분배법칙을 융통성 있게 심화내용이나 심화문제로 다룰 수 있다.

결론적으로, 중등학교 수학과 교육과정에서의 집합의 지도 범위는 대칭차집합까지를 연산으로 다루며, 집합에 대한 간단한 방정식 문제를 다루는 것이 포함되어야 한다. 이는 수 체계에서 연산이 가지는 의미를 보다 분명하게 해주며 이후의 실수체에 대한 기초가 된다. 또한 방정식의 해법과 관련하여 구명된 개념인 군, 환, 체의 의미 있는 이해가 가능하며 이를 바탕으로 집합적 사고 양식을 습득할 수 있다.

Ⅲ. 결 론

본 연구에서는 중등학교의 '수와 연산' 영역에서 도입되고 있는 집합의 지도 의의와 지도 내용을 고려하여 집합에 대한 두 가지 관점에 대해 학문적 고찰을 하였다. 그리고 교육의 실제에 대한 자료 수집을 통해 집합 단원의 지도 내용에 대한 문제점과 개선 방안을 제안하였다.

집합을 바라보는 두 관점인 속(lattice)과 환의 개념은 수의 확장 상황과 수 체계의 구조와 관련된 것으로, 중학교에서는 속(lattice)의 관점이, 고등학교에서는 환의 관점이 반영되어 있음을 알 수 있다. 그러나 교육실제에서는 중학교에서는 비교적 속(lattice)의 관점이 잘 반영되고 있는데 반하여, 고등학교에서는 환의 관점에서 중요한 의의를 가지는 대칭차집합이 교육과정에 도입되지 않고, 교과서 등에서 단지 주변 지식으로 다루어지고 있음을 알 수 있다. 반면, 국가 차원의 평가에서는 대칭차집합의 정의를 다루고 있다. 즉, 수 체계의 구조를 다룰 수단으로서의 집합 개념은 충분히 살리지 못하고 있다.

그러므로 본 연구에서는 '수와 연산' 영역에서 환의 관점에 대한 지도 범위로 대칭차집합을 지도하여야 할 정당성을 밝혔다. 또한 중학교에서는 속(lattice)의 관점을, 고등학교에서는 환의 관점을 살려 지도하기 위하여 포함관계, 최대공약수와 최소공배수의 개념이 교집합과 합집합의 개념과 관련됨을 그리고 대칭차집합이 방정식을 해결하기 위한 환 개념을 위한 연산임을 경험하도록 할 것을 역설하였다.

교육과정의 지도 내용의 범주나 교수학적 변환은 학습자의 인지 및 심리적 발달을 고려하여 도입 시기나 방법을 정하여야 하지만, 또 하나의 요소로 학문적 개념이나 학문적 구조를 고려하여 지도 목적에 맞는 지도 내용을 선정하고 구성할 필요가 있다. 그런 의미에서 가르칠 지식의 학문적 지식에 대한 고찰이 중요하다 할 수 있다. 이러한 연구는 가르칠 지식에 대한 학문적 지식을 이해하기 위한 것으로 교사의 교과지식에의 전문성을 위한 활동이다. 예를 들어, 집합의 환으로의 관점에 대한 교사의 이해는 대학에서 배웠던 특성함수의 의의나 준동형사상, 위로의 함수, 일대일함수 등에 대한 의의 및 중요성을 알 수 있게 하며, 대학수학과 중등수학의 관련성에 대한 이해를 할 수 있게 한다.

따라서 이러한 연구를 통하여 교사의 전문성 신장을 위한 교재연구의 필요성을 제시하고, 교육과정 및 교수활동의 자원을 제공하며, 교육과정 구성의 관점과 범위의 정당성을 부여할 수 있으며, 교사의 올바른 교수학적 변환의 기초를 제공할 수 있다. 즉, 교육과정에서 지도의 범위를 정하는 기초를 제공하며, 교사로 하여금 교육과정을 비판적 시각에서 볼 수 있게 한다.

본 연구에서는 '수와 연산' 영역에서의 논의로 주제를 한정하였지만, 다른 영역에서의 집합 지도의 의의 및 관련성에 대한 연구도 필요하다. 또한 더 많은 영역과 내용의 학문적·이론적 배경에 대한 연구가 이루어져야 할 것이며, 그 기본 원칙은 교육과정에서 다루어지고 있는 내용들의 정당화를 밝히려는데 맞추어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

교육과학기술부 (2008). 중학교 교육과정 해설(Ⅲ) 수학, 과학, 기술·가정, 서울: 대한교과서주식회사.

교육과학기술부 (2009). 고등학교 교육과정 해설 ⑤, 서울: (주) 미래엔 컬처그룹.

김종태 (2010). 등식의 성질과 연산의 정의에 관한 연구, 부산대학교 대학원 박사학위논문.

박영희 (2010). Representation 관점에서 본 함수개념의 연구, 부산대학교 교육대학원 석사학위논문.

이만근 (2001), 집합교육의 개선에 대한 몇 가지 제언, 대한수학교육학회지 <수학교육학연구>, 11(1), 103-111.

이경화·박경미·임재훈 (2002). 교육 내용으로서의 집합 개념에 대한 비판적 고찰, 대한수학교육학회지 <수학

교육학연구>, 12(1), 125-143.

이영하 · 신정은 (2009). 교수공학 친화적, 실용적, 교수학적 변환의 실제적 연구 (10-나 삼각함수 단원을 중심으로), 대한수학교육학회지 <학교수학>, 11(1), 111-129.

이현정 (2010). 순열과 조합이론의 대수학적 고찰에 관한 연구, 부산대학교 대학원 박사학위논문.

이홍천 역 (2005). 집합론, 경문사(Y. F. Lin & S. Y. T. Lin(1974), *Set Theory : An Intuitive Approach*, Houghton Mifflin Harcourt.)

조태근 · 채윤기 · 손규현 · 김철언 · 임성모 · 정상권 · 이재학 (1995). 고등학교 공통수학, 서울: 금성교과서(주).

전영철 (1994). 연산으로서 대칭차의 중요성에 대하여, 부산수학교육학회 <수학교육연구>, 11, 73-84.

정광택 (2006). 중학교 수학교과서 7-가의 집합 단원 기술에 관한 언어학적 고찰, 대한수학교육학회지 <학교수학>, 8(2), 177-213.

최용준 · 김덕환 · 이한주 · 위경아 · 김윤경 (2008). 고등학교 수학 익힘책, 천재문화.

한국교육과정평가원 (2000). 수학과 교육 목표 및 내용 체계화 연구, 한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2000-3.

F. W. Anderson & K. R. Fuller (1973). *Rings and Categories of Modules*, Springer-Verlag.

J. B. Fraleigh (2000). *A First Course In Abstract Algebra*, Addison-Wesley.

T. W. Jonson (1994). *Abstract Algebra Theory and Application*, PWS Publishing Company.

W. L. Nicholson (1999). *Introduction to Abstract Algebra*, A Wiley-Interscience Publication.

A Study on Significance of Symmetric Difference

Kim, Boo-yoon
Dept. of Mathematics Education, Pusan National University, 609-735, Korea
E-mail : Kimby@pusan.ac.kr

Hwang, Jong-chul
Buhung Highschool, 612-839, Korea
E-mail : oecuoe@empal.com

Kim, So-young
Nam San Highschool, 609-813, Korea
E-mail : ksy813@hanmail.net

Chung, Young-woo*
Dept. of Mathematics, University of Ulsan, 680-749, Korea
E-mail : nahime02@ulsan.ac.kr

This study makes clear justification of contents of set in secondary school through the scientific consideration and contents consideration of curriculum about two points - lattice and ring - of set deal with 'number and operation'. In this process, we make clear the greatest common divisor, the · least common multiple and operation of set, especially the meaning of symmetric difference, we suggest direction about constitution of contents of set in secondary school. This study helps to raise the specificity on the elements of textbook and presents the first step about the range of teaching in a construct of curriculum.

* ZDM Classification : D34
* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C90, 97D30
* Key Words : set, lattice, ring, symmetric difference
* Corresponding author