

읽기 자료를 활용한 수업에서 나타난 수학적 의사소통과 수학적 성향 및 태도 분석

김 수 미 (경덕중학교)

신 인 선 (한국교원대학교)*

I. 서론

사람들은 지식과 정보 및 문제에 대한 자신의 생각과 의견을 설득력 있게 표현하며 다른 사람과의 상호작용 속에서 조율하고 반성하는 의사소통 과정을 거쳐 필요한 지식과 정보를 형성하고 문제를 해결해 나간다. 따라서 의사소통은 합리적인 의사 결정을 필요로 하는 모든 교과에 요구되는 필수적인 요소이다. 이러한 인식을 바탕으로 1989년 전미수학교사협회(National Council of Teachers of Mathematics, 이하 NCTM)에서 발간한 「학교 수학을 위한 교육과정과 평가 기준」에서 수학적 의사소통을 하나의 기준으로 제시하였으며 이후 수학적 의사소통의 신장을 위한 많은 노력들이 이루어지고 있다.

국제 학업성취도 평가(TIMSS와 PISA)의 결과에 따르면 우리 나라 학생들은 수학 성취도에서 상위권을 차지하고 있음에도 불구하고 수학에 대한 자신감이나 흥미 및 가치 인식과 같은 정의적 영역에서는 국제평균에 비해 낮은 것을 볼 수 있다. 이는 학교 수학에서 수학적 내용 지식의 전수뿐 아니라 학생들의 수학에 대한 태도를 긍정적으로 바꾸고 자신감 및 효능감을 증진시킬 수 있는 적극적인 노력이 필요하다는 것을 의미한다(김경희 외, 2008). 이와 같은 수학적 의사소통과 정의적 영역에 대해 2007개정교육과정(교육인적자원부, 2007)에서는 총괄 목표에 “수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을

길러”와 “수학에 대한 긍정적 태도를 기른다”를 명시함으로써 더욱 강조하였다.

반면 우리나라 수학 수업을 살펴보면 여전히 교사의 설명식 수업이 주를 이루고 있으며 교사들이 수학적 의사소통의 필요성이나 효율성에 대한 인식은 높은 편이나 실제로 수업에서 구현하는데 어려움을 느끼고 있다(이종희·김선희, 2002). 이는 수학적 의사소통을 활성화시킬 수 있는 자료와 교수·학습 방법에 대한 구체적인 예시들이 부족하기 때문이다. 따라서 수학 교실에서 의사소통을 활성화시키고 이를 통해 수학에 대한 학생들의 태도를 긍정적으로 변화시키기 위한 다양한 자료가 개발되어야 하며 이러한 자료를 효과적으로 사용할 수 있는 구체적인 교수·학습 방법이 제시될 필요가 있다. 특히 다른 과목에 비해 수학 학습에 어려움을 겪고 있는 학생들의 특성을 고려한 적절한 교수·학습 지도가 이루어져, 수학은 어렵고 괴로운 과목이며 수학 시간은 계산 위주로 이루어지는 때분한 시간이라는 인식에서 의사소통을 통해 학습에 대한 이해를 강화하고 문제를 해결하며, 가치 있고 합리적인 사고를 가능하게 하는 교과로 이해하게 함으로써 수학에 대한 긍정적 태도를 기를 수 있도록 해야 한다.

현재 수학적 의사소통과 관련된 선행연구는 쓰기에 관련된 연구(김선희, 1998; 이숙희·김진환, 2004; 이승운·정은실, 2005; 신동로·왕경수·김경희, 2007; 박운정·권혁진 2008; Miller, 1992)에 집중되어 있다. 이는 쓰기 활동이 학습자가 정신적 표상을 만들 수 있도록 도와주며, 결과물을 통해 학습자의 사고 과정을 관찰할 수 있고 잘못된 개념과 문제점을 분석할 수 있기 때문이다(김수환, 1996). 하지만 수학과 관련된 정보를 이해하고 문제를 해결하기 위해서는 읽기 활동이 필수적이다(Borasi & Siegel, 2000; 이종희, 2002; Adams &

* 접수일(2010년 9월 30일), 수정일(2010년 11월 4일), 게재확정일(2010년 11월 8일)

* ZDM분류 : D43

* MSC2000분류 : 97D99

* 주제어 : 읽기자료, 읽기 전략, 수학적 의사소통, 수학적 성향·태도

† 교신저자

Lowery, 2007). 현재 초등에서는 동화나 도서 읽기를 통한 연구(정주선·최미숙, 2006; Casey, Kersh & Young, 2004; Adams & Lowery, 2007)들이 있으나 중등에서 읽기를 활용한 연구(이종희, 2002; 김현화, 2003; Bintz & Moore, 2002; Carter & Dean, 2006)들은 쓰기에 비해 다양하지 못한 편이다. 이종희·김선희(2003)는 교과서나 다른 여러 읽기 자료로부터 학생들은 중요한 수학적 내용을 이해하고 읽는 과정에서 문제 해결전략을 확인할 수 있고 읽기의 주제나 문제를 통해 학생들의 학습 동기를 유발할 수 있으며 수학적 의사소통을 증진시킬 수 있다고 하였다. 이에 학생들의 수학에 대한 이해와 학습 동기 유발을 위해서는 수학 교수·학습에 읽기를 적절히 활용할 필요가 있다. 하지만 많은 연구에서 수학 텍스트 읽기는 일반 언어의 읽기와는 달라 읽기를 활용한 교수·학습을 적용하기가 어렵다고 하였다(Borasi, Siegel, Fonzi, & Smith, 1998; Adams, 2003). 따라서 교수·학습 활동에 읽기를 효과적으로 활용하기 위해서는 학생들의 특성을 고려한 읽기 자료의 개발이 필요하며 적절한 읽기 전략을 활용한 교수·학습 방법에 대한 구체적인 예시가 필요하다.

이러한 관점에서 본 연구자는 국어에 비해 수학 학업 성취도가 떨어지는 학생을 대상으로 읽기 자료와 읽기 전략을 활용한 수업에서 이루어지는 수학적 의사소통의 특징과 학생들에게 나타나는 수학적 성향 및 태도를 살펴보고자 하였다. 이를 통해 수학적 의사소통을 활성화시키고 학생들의 수학적 성향과 태도를 긍정적으로 변화시킬 수 있는 교수·학습 과정에 대한 예시를 제공하고자 한다.

II. 문헌 검토

1. 수학적 의사소통

인간은 의사소통을 통하여 정보를 제공하고, 교육하고 학습하며, 설득하고 합의하면서 살아간다(이종희·김선희, 2003). 학생들은 학교에서 이루어지는 의사소통을 통하여 아이디어, 추론 등을 전달하며 토론 과정을 통하여 오류를 수정하고 사고를 명확히 할 수 있다. 하지만 일상 언어를 통하여 이루어지는 일반적인 의사소통과는

달리 수학적 의사소통은 일상 언어뿐 아니라 추상화, 형식화된 수학적 용어와 기호 등을 필요로 한다(이종희, 2002; Adams, 2003). 이러한 수학적 의사소통의 수단을 Susan(1998)은 일상 언어, 수학적 구두 언어, 기호적 언어, 시각적 표현, 말로 이루어지지 않았지만 공유된 가정, 비수학적 언어 6가지로 분류하였고(홍우주, 2008, 재인용), 이종희·김선희(2003)는 여기에 수학적 내용을 구체물이나 신체를 이용하여 표현하는 신체적 활동을 포함하여 7가지로 제시하였다. 그리고 의사소통의 방식을 말하기, 듣기, 읽기, 쓰기, 신체적 활동으로 분류하였고 대상은 교사와 동료, 자기 자신이 될 수 있으며, 수학에 관한 정보나 아이디어, 느낌, 기호 등을 의사소통 할 수 있다고 하였다. 즉 수학적 의사소통은 교사와 학생, 학생과 학생, 학생 자신이 수학적 사고와 전략을 일상 언어, 수학적 용어와 기호, 시각적 표현과 같은 의사소통의 수단과 말하기, 듣기, 쓰기, 읽기의 의사소통 방식을 통해 공유하고 분석·평가하며 수정하는 모든 활동을 말한다(NCTM, 2000; 이종희·김선희, 2003).

수학적 의사소통을 통해 학생들은 수학의 아이디어를 공유하고 이해를 명확히 할 수 있고, 편안한 학습 환경 속에서 자신과 수학에 대한 의견을 제시함으로써 수학 학습에 대한 흥미와 자신감과 책임감을 발전시킬 수 있으며, 교사는 학생들의 사고 과정과 이해 정도에 대한 정보를 얻을 수 있으며 효과적인 교수활동을 계획할 수 있다(Rowan, Mumme, & Shepherd, 1990; Thompson, 2007).

2. 수학적 의사소통으로서 읽기

읽기는 문자가 발명된 이래 지금까지 삶을 영위하는 중요한 수단이 되어 왔으며, 학교 교육의 기본이 되어 왔다. 읽기 능력은 모든 학습의 기초가 되는 동시에 학습 효과에 직접적으로 영향을 미친다(김명순, 2000). 읽기 능력은 있으나 수학적 능력이 부족한 학생들에게 적절한 학습 지도가 이루어지면 읽기 능력과 수학적 능력이 모두 부족한 학생들에 비해 문장해결 능력이 향상된다는 최근 수학 교육 연구 결과들(Jordan, Hanich & Kaplan, 2003; Reikerás, 2004) 살펴보면 읽기가 수학 학습에 영향을 미치는 것을 확인할 수 있다.

이경화(2003)에 의하면 인간은 읽기를 통하여 폭넓은 대리 경험의 기회를 얻을 수 있고, 일상생활이나 학습에 필요한 정보나 지식을 제공받으며, 삶을 살아가는데 필요한 논리적 사고력, 창의적 사고력, 의사 결정 능력과 같은 고등 정신 능력을 기를 수 있다고 한다. Adams & Lowery(2007)는 “수학을 ‘한다(doing)’는 것은 궁극적으로 수학을 읽은 결과이다”라고 하면서 수학 학습에서 읽기의 중요성을 강조하였으며 많은 학자들(Adams, 2003; Lager, 2006; Schleppegrell, 2007)은 성공적인 수학 학습을 위해서는 수학을 잘 읽고 해석하는 능력이 필요하다고 하였다. Borasi & Siegel(2000)은 교과서뿐 아니라 수학과 관련된 문헌들을 읽는 과정에서 학생들은 중요한 수학적 아이디어를 이해하고 수학을 사회적·역사적 사실들에 적용하며, 수학적 결과가 어떻게 성취되었는지 생각해 봄으로써 과정을 더 잘 이해하고 특정한 문제 해결 전략을 확인할 수 있다고 하였으며, 읽기의 주제나 문제는 학생들의 흥미를 자극하고 탐구를 위한 방향을 제시하며 성취되어야 할 목표를 명확히 하고 학생들의 반성을 유도하고 탐구사회 내에서의 의사소통을 증진시키므로 읽기가 탐구 지향 수학 수업의 가치 있는 수단이 된다는 것을 확인하였다. 따라서 논리적이고 합리적이며 비판적인 수학적 사고력의 함양이라는 수학 교육의 궁극적인 목표 달성과 학습의 증진을 위해서는 수학 학습에서 읽기가 다양하게 활용되어야 할 필요가 있다.

하지만 수학 텍스트 읽기는 일반 언어의 읽기와는 달라 읽기를 활용한 교수·학습을 적용하기가 어렵다(Pimm, 1987; Borasi, Siegel, Fonzi, & Smith, 1998; Thompson & Rubenstein, 2000; Darper, 2002; Adams, 2003; Eerde, & Hajor, 2005). Pimm(1987)은 “수학은 기호적 표기, 구어, 문어, 그래프와 다이어그램과 같은 시각적 표현들로 이루어져 있으며, 순서, 위치, 상대적 크기, 구성과 같은 다양한 문법적 규칙을 사용한다”고 하였다. 즉 일상 언어를 사용하는 다른 교과와 달리 수학은 숫자와 기호, 다이어그램, 그림과 식 등으로 이루어진 상징적인 언어를 사용하고 수학적 규칙과 원리에 의해 전개된다(Holliday, 1978; Adams, 2003). 이러한 어려움을 인식하고 있음에도 불구하고 「학교 수학의 원리와 기준」(NCTM, 2000)에서는 수학을 학습하는데 읽기를 활용할 것을 강조하고 있다. 이는 효과적인 수학 학습이

이루어지기 위해서는 수학 내용을 정확히 이해하고 해석하는 읽기와 쓰기가 필요하다는 사실을 인식하기 때문이다(이종희, 2002; Adams, 2003; Carter & Dean, 2006; Thompson, 2007). 따라서 수학 학습에서 읽기를 효과적으로 적용하기 위해서는 적절한 교수·학습 자료와 전략들이 개발되고 활용되어야 한다.

박경숙·임두순·박효정(1989)은 학습 전략이란 “학습자가 학습할 내용을 효과적으로 이해하고 기존의 기억 체계 속에 저장되어 있는 정보들과 관계를 지어 효율적으로 기억·파지하게 하여 당면하는 문제 상황에서 적절하게 정보들을 탐색·인출·적용시켜 해결책을 찾는 일련의 과정”이라고 정의하고 읽기 전략은 학습 전략 중에서 가장 비중이 크고 보편적이며 일단 학습되고 난 후에도 지속적이고 창의적 적용이 가능하므로 학습 효과는 매우 크다고 하였다. 따라서 수학 학습에서 읽기를 적용하기 위해서는 적절한 읽기 전략이 적용될 필요가 있다.

Borasi & Siegel(2000)은 교류적, 상호작용적 관점에서 Rosenblatt의 접근을 기초로 하여 읽으면서 말하기(say something), 저자가 되기(cloning an author), 그림 그리기(sketch-to-stretch) 전략을 제시하였다. 읽으면서 말하기 전략은 글과 독자 그리고 또 다른 독자로 구성되어 글을 읽어 나가면서 의문점이나 질문, 느낌 등을 공유하고, 자신의 배경 지식과 경험을 이야기해 나가면서 자신의 말로 글을 재구성할 수 있도록 한다. 저자가 되기 전략은 글을 읽으면서 중요한 아이디어들을 카드에 적어두고, 읽기가 끝나면 적어둔 카드의 아이디어들의 관계를 살펴 카드를 배열해 나간다. 이때 동료들과 토론을 통해 카드는 수정되거나 재배열 될 수 있다. 그림 그리기 전략은 글을 읽고 난 후 글의 내용을 해석하여 그림으로 그려보는 것으로 글을 읽으면서 알게 된 것, 느낌, 생각을 그림으로 나타내고, 친구들과 토론하며 공유할 수 있다.

이종희(2002)는 Borasi & Siegel(2000)의 읽기 전략을 기초하여 읽기를 활용한 수학 학습 지도에서 활용할 수 있는 읽기 전략을 읽는 자료의 내용을 더 심도 있게 독자 스스로 구성해 보는 기회를 주는 읽은 ‘내용 재구성하기 전략’, 읽기 자료를 빨리 훑어보고 예상하기와 같은 ‘내용 예측하기 전략’, 읽기 내용을 구성원들과 토론해보는 ‘읽기 협동학습 전략’, 읽은 내용에서 제시된 아이디어

여끼리의 관계를 구조화 시키는 '텍스트 구조 파악하기 전략', 읽은 내용과 느낌이나 생각을 그림으로 나타내보는 '그림으로 확장하기 전략', 절차를 읽고 똑같이 실행하는 '행동으로 옮기기 전략'으로 제시하였다.

Hopkins(2007)는 프로젝트와 문제 해결을 통한 개념의 통합이 수업의 기본적인 기술이 되고 있으므로 교사들은 효과적으로 읽고 쓰는 방법과 자료를 수학 수업에 활용할 수 있어야 하고, 학생들이 배워야 하는 지식과 수학을 하는 과정을 가치 있게 여길 수 있도록 하는 방법에 관심을 가져야 한다. 따라서 그는 Cambourne(1988; Hopkins, 2007, 재인용)이 제시한 8가지 읽고 쓰기 전략인 '몰입(immersion)', '설명(demonstration)', '참여(engagement)', '기대(expectations)', '책임감(responsibility)', '접근(approximation)', '사용(use)', '반응(response)'을 수학 학습에 적용할 것을 주장하였다. 이는 학생들이 수학에 완전히 몰입하고 수학의 구조를 이해할 수 있는 끊임없는 설명을 통해 적극적으로 참여하며, 수학을 사용할 수 있다고 기대되어지고 수학에 참여하는 방법에 대한 책임을 가지게 하며, 수학을 완성된 형태 이전의 비형식적인 내용을 이용하여 접근할 수 있도록 하고 공동체 안에서 사용하며 전 과정에 대해 반응(feedback)할 때 학습할 수 있다고 하였다.

이종희·김선희(2003)는 수학 내용의 읽기 과정에서 교사는 이전 지식, 수학 내용의 구조, 읽기 전략 등을 활용할 수 있도록 하며, 읽기 자료는 학습자 상호간의 활동이 가능하고 문제 해결 전략에 대한 토의를 통해 의미 구성이 가능하며 다른 의사소통의 방식과의 통합이 가능하도록 개발되어야 한다고 하였으며, 읽기를 활용한 교수·학습 활동에서 교사가 고려해야 할 점을 다음과 같이 제시하였다. 첫째, 수학 텍스트를 해석해야 하는 학생들의 일상 언어 수준을 고려해야 한다. 학생들이 처음 접하는 수학 기호나 다이어그램, 그래프는 일상용어의 설명을 통하여 도입되고 있으므로 학습자가 일상 언어를 유창하게 사용하는지, 수학 용어를 일상 언어로 번역하는 능력이 있는지를 살펴보아야 한다. 둘째, 일상 언어 이외의 기호, 그래프, 다이어그램 등이 비선형적이고 이차원적으로 제시된 수학의 언어적 특성과 숫자는 문자에 곱해질 때 문자 앞에 쓴다는 등의 특수한 구문론적 구조

에 주의를 기울여 읽기가 활용되어야 한다(Adams, 2003). 셋째, 수학 기호를 기호 자체만의 의미로 해석하는 것은 전체적인 문맥을 파악하지 못하게 할 수 있으므로 수식을 이해할 때, 기호와 전체를 이루고 있는 각각의 단계 뿐 아니라 전체적인 식의 맥락으로 이해하도록 해야 한다. 넷째, 기호나 시각적 텍스트를 해석하는데 어려움을 겪는 학생일수록 숫자와 일상 언어만을 사용하여 수학적 내용을 비형식적으로 쓰게 한 후 그 내용을 다시 기호와 같은 형식적 언어로 번역해 보게 하는 과정을 통해 수학에 더 쉽게 접근하며 학습의 기초를 이룰 수 있도록 한다(Schleppegrell, 2007). 다섯째, 수학 텍스트 읽기는 PQ4R 전략을 이용한다. 먼저 사전에 검토(preview)하고, 의문점에 대한 질문(question)하고, 그 다음에 자세히 읽어보고(read detail), 읽은 내용을 반성(reflect)하고, 자신의 글로 써보고(rewrite), 그 글을 검토해보는(review) 절차에 따라 수학 텍스트 읽기를 지도할 수 있다(Bohlmann, 2001). 여섯째, 수학 텍스트 읽기는 다른 의사소통의 방식과 통합하여 지도해야 한다. 수학 내용을 읽기만 하는 것은 자칫 무의미한 학습으로 끝날 수 있으므로 협동학습, 토의 학습, 텍스트 읽고 해석하는 쓰기와 자신의 글을 소리 내어 읽는 등과 같이 수학적 의사소통의 방식이 통합되게 읽기 수업을 설계한다면 의미 있는 학습이 이루어질 수 있다.

이는 읽기를 활용한 교수·학습 활동은 수학의 특수한 언어적 특성과 구문론적 특성 및 학습자의 수준과 읽기 자료의 특성을 고려해야 하며, 읽기를 통해 수학적 의사소통의 방식이 통합될 수 있도록 하며 학생들이 수학 내용과 수학의 역할과 가치에 대해 이해할 수 있도록 도와야 한다는 것이다.

3. 수학적 성향과 태도

학생이 가지는 수학적 성향은 그가 수학에 계속적으로 관심을 갖고 공부를 하며 높은 성취를 이룰 수 있을 것인지를 판단하게 하는 중요한 준거가 된다(황혜정 외, 2001). NCTM(1989)은 수학을 학습하는 것은 단순한 개념이나 절차 및 그 응용을 학습하는 것 이상으로 수학적 성향을 발달시키는 것과 상황을 판단하는 강력한 방법으로 수학을 파악하는 것을 포함하는 것이라고 하였으며

수학적 성향을 수학에 대한 단순한 태도가 아니라 긍정적으로 사고하고 행동하는 경향으로 정의하였다. 그리고 학생들의 수학적 성향은 수학적 과제에 접근하는 행동방식이나 과제수행에 대한 자신감, 문제해결을 위해 최선의 방법이라 생각되어지는 유일한 방법 이외에 또 다른 대안을 탐색하려는 자발성과 지속성, 수학적 과제에 대해 끝없는 호기심을 유발하고 생활화 문제를 수학적으로 사고하고 해석하려는 것에 대한 흥미, 자신의 사고를 반성하려는 경향 등에서 나타난다고 하였다.

김영국(2004)은 학교 수학에 대한 인지적 학습과 정의적 학습과의 관계를 “인지적 학습을 통하여 새롭게 형성된 심리적 행동의 변화를 기존의 사고체제와 충돌하지 않도록 새로운 사고체제로 동화하는 과정이 정의적 학습”이라 규정하면서 수학 교육의 목적을 학생들에게 수학에 관한 지식을 전수하는 것이 아니라 수학적 사고에 능하고 수학에 대하여 긍정적으로 생각할 수 있는 전인적 인격형성을 추구하는 것이라고 하였다. 그는 수학적 성향이란 “수학의 학습을 위한 우호적인 심리상태”라 정의하고 수학에 대한 긍정적인 태도와 수학적 지식의 특성에 대한 이해를 통하여 이루어진다고 하였다.

신성균 외(1992)는 수학에 대한 학생들의 태도와 신념은 수학 학습의 성공과 실패를 좌우한다고 보고 수학에 대한 강력하고 적극적인 태도를 개발하고 유지하도록 하는 것이 수학 교육의 중요한 목적이라고 하였으며 학생의 수학적 성향과 태도에 대한 관심과 판단은 학생들의 성장 발달에 큰 영향을 줄 수 있다고 하였다. 이러한 관점을 바탕으로 수학적 성향에 대한 평가를 다음의 6가지 항목으로 구성하였다.

- ◆ 자신감 : 수학을 이용하여 문제를 푸는 데에 자신감.
- ◆ 융통성 : 문제를 해결할 때 수학적 아이디어를 탐구하고 다른 해결 방법을 찾으려는 융통성.
- ◆ 의지 : 수학적 과제를 꾸준히 수행하려는 의지.
- ◆ 호기심 : 수학을 하는 데의 관심, 호기심, 창의력.
- ◆ 반성 : 자신의 생각과 수행한 것을 감시하고 반성하는 경향.
- ◆ 가치 : 다른 학과와 일상 경험 상황을 적용하는 것의 가치 인식과 수학의 역할 및 가치에 대한 이해.

태도(attitude)는 일상생활뿐 아니라 교육학·심리학·

사회학 등에서 광범위하게 사용되는 용어로 “어떤 사람이나 대상에 대한 신념, 감정 및 행동 의도를 총칭하는 개념으로 정서적으로 일정 대상, 생각, 상황에 대한 일관성 있는 개인의 성향”(김현택 외, 2003)이라고 할 수 있다.

허해자(1996)는 예전에는 수학에 대한 태도를 ‘수학이 좋으나, 싫으나?’ 혹은 ‘수학이란 말을 듣고 어떻게 느낀나?’와 같이 수학에 대한 흥미나 관심의 정도를 측정하는 일차원적 척도로 이용되는 경우가 많았지만, 최근에는 수학에 대한 신념과 자아에 대한 신념 등을 포함하는 다차원적인 용어로 정의된다고 하였으며, Aiken(1974)과 Reyes(1984)는 수학에 대한 태도의 요소로 수학에 대한 자신감, 필요성 인식, 불안, 성공과 실패의 귀인 성향 등과 같은 수학에 대한 감정이나 수학 학습자로서의 자신에 대한 감정을 제시하였다. 김재철(2002)은 수학에 대한 태도를 수학(수학 교과 및 수학 수업)이라는 대상에 대하여 필요성을 인식하고 자신감과 흥미를 느끼고 있는 경향성이라고 정의하였다. 신성균 외(1992)는 수학에 대한 태도의 평가 영역을 <표 1>과 같이 제시하였다.

<표 1> 수학적 태도 영역

영역	하위요인
교과에 대한 자아개념	우월감 - 열등감 자신감 - 자신감 결여
교과에 대한 태도	흥미 - 흥미 상실 목적의식 - 목적의식 상실 성취동기 - 성취동기 상실
교과에 대한 학습 습관	주의 집중 자율 학습(능동적 학습) 학습 기술 적용(능률적 학습)

종합하면 수학적 태도는 수학에 대한 신념(자아개념), 수학 교과에 대한 인식 및 수학 학습 태도를 통합하는 개념으로 볼 수 있다.

III. 연구 방법 및 절차

본 연구는 국어에 비해 수학 학업 성취도가 낮은 학생들을 대상으로 읽기 자료 및 전략을 활용한 수업을 실시하였을 때 나타나는 수학적 의사소통과 수학적 성향

및 태도의 특징을 분석함으로써 읽기를 활용한 교수·학습에 대한 시사점을 추출하는 것을 목적으로 하였다. 수업에서 나타나는 수학적 의사소통과 수학적 성향 및 태도의 특징은 주의 깊은 관찰이 요구되므로 정성적 사례 연구를 실시하였다. Merriam(1998)에 의하면 사례 연구에서 의도적인 표본 선정(purposeful sampling)은 연구자가 가장 많은 정보를 얻을 수 있는 사람을 선정하는 것이라고 하였다. 이러한 견해를 바탕으로 본 연구에서는 충북의 읍·면 단위 학교인 M 중학교 3학년 학생 중 1학기 성적에서 국어와 수학 성취도의 차이가 25% 이상인 학생들을 선정하였으며 이는 읽기 자료를 활용한 수업의 원활한 실시를 위해 기본적인 읽기 능력이 되는 학생들을 선정한 것이다. 이들을 대상으로 수학과 수학 수업, 수학에 대한 견해를 질문한 결과 수학과 수학과 수학 수업에 대한 부정적인 시각을 가지고 있거나 수학 학습에 대한 자신감이 부족하였다. 따라서 이러한 특성을 가지는 학생들 중에서 적극적으로 연구 참여 의사를 밝힌 4명의 학생들을 최종적으로 선정하였다. 연구에 참여한 연구 대상자의 국어와 수학의 성취도의 차이 및 기본적인 특성은 <표 2>과 같다.

<표 2> 연구 대상

대상 학생	성취도 차이	학생의 특성
학생 1	57%	사교육을 받은 경험이 없고 선행 학습이 부족하였으며 수학은 관련된 직업 이외에는 필요 없는 과목으로 인식하고 있었으며 수학 수업은 교과서에 있는 문제만을 지루하게 푸는 과정으로 생각하였다. 국어 성적이 수학 성적보다 좋은 이유는 국어는 수업 시간에 쉽게 이해할 수 있으나 선행 학습 부족으로 인해 수학은 전혀 풀 수 없기 때문이라고 하였다.
학생 2	36%	사교육을 받아본 경험이 없는 학생으로 수학에 대한 강한 거부감을 가지고 있었으며 학습의욕이나 자신감이 부족하였다. 수학은 진학을 위한 도구로 생각하고 있었으며 국어와 수학의 성적차이에 관한 생각은 국어는 평소에도 계속 사용하고

		수업 시간에 대부분 이해할 수 있으나, 수학은 수업 시간에도 이해되지 않는 부분이 많고 질문하는 것이 어려워 이해되지 않는 부분도 그냥 지나친다고 하였다.
학생 3	27%	사교육 경험은 없었으며 수학은 사칙연산을 제외하고는 필요 없다고 생각하고 있었으며, 수업 시간에는 거의 이해하는 편이지만 방과 후에 따로 공부를 하지 않는다고 하였다. 국어와 수학 성적의 차이에 대해서는 국어는 읽으면서 이해가 가기 때문에 쉽게 공부를 할 수 있으나, 수학은 쉽게 이해하기 어려운 부분이 있으며 이러한 내용을 깊이 공부 하지 않기 때문이라고 하였다.
학생 4	26%	수학은 필요한 학문이라 생각하지만 현재의 수학 수업은 문제를 식으로만 나타내는 것 같아 싫다고 하였다. 어려운 수학 문제를 해결했을 때 쾌감을 느낄 수 있어 수학을 좋아하지만 수업 내용은 이해하지 못하는 부분이 많다고 하였다. 국어와 수학 성적의 차이에 대해서는 국어는 수업시간에 쉽게 이해되는 반면 수학은 수업 시간 이외의 문제도 많이 풀어야 하는 데 그렇지 못해 차이가 나는 것으로 생각하고 있었다.

이외에도 연구 대상자들은 공통적으로 학원에서 선행 학습이 된 학생들을 대상으로 하는 교사의 일방적인 설명식 수업에 대한 불만을 가지고 있었으며, 수학 학습 시간이 적었고 모르는 내용에 대해 적극적으로 해결하지 않는 것을 볼 수 있었다. 수학 학습에 교과서 이외의 읽기(도서) 자료를 활용한 적은 없었다.

선정된 대상자의 사전 수학적 성향 및 태도 검사와 면담을 실시하였고 대상자의 의사소통 능력 수준을 살펴 보기 위해 수학적 의사소통 능력 검사를 실시한 결과 학생들은 기본적인 계산과 관련된 문제 해결에 대한 읽고, 쓰고, 듣는 능력은 보통 수준이었으나 수학적 표현을 이용하여 논리적으로 말하는 수준은 낮은 편이었다. 따라

서 대상자의 수학 수준 및 의사소통 능력을 고려하여 중학교 3학년 교과 내용을 기본으로 관련 도서와 김영일의(2005)의 독서매뉴얼과 경남수학교과교육연구회(2006)의 독서매뉴얼을 참고하여 읽기 자료를 제작하였으며, 읽기 전략을 활용한 교수·학습 지도안을 작성하였다. 이를 바탕으로 수업을 실시하였고 수업 과정을 모두 녹화하였다. 수학 과정에 대한 전사(transcript) 자료와 문서 자료 및 면담 자료를 바탕으로 수업에서 나타난 수학적 의사소통, 성향 및 태도를 분석하였다. 수업 후 사후면담과 2번의 수학적 성향 및 태도를 검사를 실시하여 성향 및 태도의 변화를 살펴보고 분석 결과에 통합하였다.

읽기 자료는 중학교 3학년 내용 중에 읽기 자료의 제작이 가능한 단원을 선정하였으며, 학생들의 특성과 학습 내용을 고려하여 읽기 자료의 내용 및 난이도를 조절하였다. 수학 학습에 자신감이 없는 학생들을 대상으로 하는 수업임을 감안하여 읽기 자료는 학생들의 흥미와 관심을 자극하여 학습 동기를 유발할 수 있는 내용을 선정하고, 수학적 개념과 문제 풀이 과정이 읽기 쉬운 용어로 구성되어 있으며 예시를 이용하여 자세하게 설명되어 있는 도서를 이용하였다. [내용 이해]의 문제의 난이도는 보통 수준으로 설정하였다. 읽기 자료의 내용과 참고 도서는 다음과 <표 3>과 같다. 이렇게 작성된 읽기 자료 중 1차시에서 사용한 읽기 자료는 <부록 1>에 제시하였다.

<표 3> 읽기 자료 내용 선정 및 참고도서

차시	학습주제	사용된 도서 (출판사)
1	피타고라스와 무리수	수학의 스펀들(일공일공일) 교과서를 만든 수학자들(글담)
2	황금비	수학비타민(랜던하우스코리아) 에펠탑에서 수학을 배우자(이지복) 수학사 가볍게 읽기(한승)
3	함수의 뜻과 표현	펼쳐들도 잘 먹는 맛있는 수학(청림) 교실 밖 수학여행(사계절)
4	피타고라스 정리	세상에서 가장 아름다운 수학 공식(공리) 이런 수업 어때요(수학사랑) 교과서를 만든 수학자들(글담)

읽기 자료를 이용한 수업이 수학적 의사소통이 활발하게 이루어지며 학생들의 수학에 대한 태도에 긍정적 영향을 줄 수 있도록 다음과 같은 방법으로 교수·학습 지도안을 작성하였다. 첫째, 서로의 의견을 이야기하고 다른 사람의 견해를 들을 수 있도록 토론이 가능한 소집단 체계를 구축하였다. 둘째, 이종희(2002)는 수학 학습 방법으로서의 읽기 전략이 텍스트의 이해 자체보다는 학습에 초점을 둔 것이기 때문에, 다양한 읽기 전략을 지도하는 것은 학습자 중심의 학습이 이루어지게 할 수 있다고 하였다. 본 연구에서는 이러한 견해를 바탕으로 읽기 자료의 특성에 맞추어 <표 4>와 같은 읽기 전략을 사용하였다.

<표 4> 수업에 사용된 읽기 전략

읽기전략	읽기 전략 지도 방법
자유로운 글쓰기 전략을 혼합한 그림으로 확장하기 전략	1차시 피타고라스 및 무리수와 관련된 일화를 중심으로 이루어지는 읽기 자료에 대한 학생들의 생각과 의견을 유도하기 위한 전략으로 학생들이 다양한 표현 방법을 이용하도록 자유로운 글쓰기 전략을 혼합하였다.
읽은 내용 재구성하기 전략	2차시 황금비와 개념 및 방정식 풀이 과정에 대한 읽기 자료 수업 마지막 과정에서 읽은 내용을 학생들이 스스로 재구성해볼 수 있도록 하는 전략이다.
텍스트 구조 파악하기 전략	3차시 함수와 관련된 읽기 자료에서 사용한 전략으로 각자 맡은 부분의 읽기 자료를 읽고 중요한 내용을 카드로 작성한 다음 함수의 개념과 표현 방법을 구조화하기 위해 전략이다.
행동으로 옮기기	4차시 활동 절차를 읽고 수학적 표현을 이용하여 피타고라스 정리를 유도하게 하는 전략이다.

셋째, Bohlmann(2001)이 제시한 PQ4R전략을 읽기 자료의 특성과 수업에 실시된 읽기 전략을 고려하여 수업 과정에 적절히 적용하였다. 넷째, 이종희·김선희(2003)는 의사소통의 방식은 어느 하나 고립되어 나타나는 것이 아니므로 읽기의 수업은 다른 수학적 의사소통 방식과 통합되어 지도되어야 한다고 하였다. 따라서 본 연구에서는 읽기 자료에 대한 읽기 과정이 다른 수학적 의사

소통의 방식과 통합되도록 읽기 자료를 활용한 교수·학습 지도안을 작성하였다.

본 연구의 실시 전에 읽기 자료의 내용 적정성 및 분량, 교수·학습 지도안 등에서 수정하거나 보완해야 할 사항을 적절히 처치하고, 읽기 자료를 활용한 수업에 대한 학생들의 반응을 살펴보고자 같은 학교 3학년 학생 4명을 대상으로 4차시에 걸쳐 실시하였다. 여름방학을 이용하여 1차시에 1시간 30분 분량의 수업을 계획하고 실시하였으며, 중학교 3학년 1학기 단원을 중심으로 1차시에는 수학의 필요성과 무리수, 2차시에는 곱셈공식과 인수분해와 관련된 식의 계산, 3차시에는 방정식의 활용, 4차시에는 근의 공식과 황금비의 내용으로 실시하였고, 모든 수업 과정을 녹화하여 분석한 결과 다음과 같은 문제점이 발견되었다. 첫째, 많은 읽기 내용과 1시간 30분의 수업 시간은 학생들의 수업에 대한 부담을 가지게 하였다. 따라서 본 수업에서는 수업 시간을 60분으로 줄이고 읽기 자료의 내용을 최소화하였다. 둘째, 예비 수업에서의 읽기 자료는 읽기 내용, [내용 이해], [수업 정리 활동]으로 구성하였지만 내용을 단순히 읽고 [내용 이해] 문제를 해결하는 과정에 대해 지루하게 느끼는 경향이 있었으므로 적절한 읽기 전략을 수업에 적용하였다. 셋째, 수업 내용에서 수학의 가치와 역할과 관련된 내용이나 활동과 관련된 수업에 관심이 높았으며 문제 해결 관련 내용에서는 어려움을 느끼는 것을 볼 수 있었다. 따라서 본 수업에서는 수학의 역할과 가치, 수학적 개념, 문제 해결, 활동을 통한 의미 찾기 과정을 1차시씩 설정하였다. 예비 실험에서 나타난 특징 및 문제점을 보완하여 읽기 자료 내용과 교수·학습 지도안을 수정하고 본 수업을 실시하였다.

Creswell(2003)은 정성 연구의 자료 수집 단계는 정보를 기록하기 위한 프로토콜을 정하는 것뿐 아니라 연구 범위를 정하고 관찰, 비구조화된(또는 반구조화된)면담, 문서와 시각적 자료를 통해 정보를 수집하는 것을 포함한다고 하였다(강윤수 외, 2005). 이러한 견해에 따라 본 연구에서의 자료는 관찰, 면담, 문서를 기본으로 하여 다음과 같이 수집하였다. 본 연구에서는 현장 관찰 자료로써 연구 참여자의 동의하에 수업 전 과정을 비디오로 녹화하고, 이를 전사하여 분석 자료로 사용하였다. 본 연구에서 가장 많이 사용된 수집 방법으로서 사전·사후

수학적 성향 및 태도 검사와 학생들의 읽기 자료 및 [내용 이해] 활동지, 수업 일지, 읽기 전략 활동지와 수업 과정 전사 자료, 연구자의 관찰 노트를 이용하였다. 학생들의 수학에 대한 견해와 읽기 자료를 이용한 수업에 대한 견해를 알아보기 위해 수업 전·후로 반 구조화된 면담을 실시하였으며 연구자의 동의하에 녹음하였다. 또한 수시로 자유로운 면담을 통해 연구대상자의 수학적 성향 및 태도의 변화가 있는지를 알아보았다.

Creswell(2003)에 따르면 자료로부터 얻어진 증거를 점검하고 주제를 일관되게 정당화를 하기 위하여 다른 자료를 삼각화(triangulate)할 필요가 있다고 하였다(강윤수 외, 2005). 따라서 본 연구에서는 수업 시간에 활용한 활동지, 관찰, 면담, 비디오 자료 및 사전, 사후 수학적 성향 및 태도 검사 설문지를 통합하여 분석하였다.

수학적 의사소통의 분석 도구는 이종희·김선희·채미애(2001)가 만든 의사소통 방식별 평가 기준을 본 연구에 맞게 <표 5>와 같이 재구성하였다.

<표 5> 수학적 의사소통 분석 기준표

방식	범주	분석 기준
쓰기	생각과 느낌	논리적인 자신의 경험, 의견, 느낌의 표현 창의성과 실세계 응용
	개념 및 문제 해결 과정 설명	수학언어·기호·식·일상 언어 등의 적절한 사용 및 다양성 논리적이고 명확한 내용 전개 풀이과정 및 답의 정확성 예시의 다양성
읽기	태도	집중하는 태도
	내용 이해	내용을 이해하고 해석
말하기	생각과 느낌	논리적인 자신의 경험, 의견, 느낌의 표현 창의성과 실세계 응용
	개념 및 문제 해결 과정 설명	일상 언어, 수학 언어 사용의 조화 명확하고 논리적인 표현 내용 전개 다양성
	그룹 활동	대화 참여도 적극성 및 솔직함
듣기	태도	집중하는 태도
	내용 이해	내용을 이해하고 해석

수학적 성향 및 태도를 위한 질적 분석 도구는 1992년 한국교육개발원에서 제작한 「교육의 본질 추구를 위한 수학 교육 평가 체제 연구 : 수학과 평가 도구 개발 (신성균 외)」의 수학적 성향 및 태도 검사를 위한 설문지의 범주를 사용하였다. 본 연구의 학생들의 수학적 성향 및 태도 분석 기준은 <표 6>과 같다.

<표 6> 수학적 성향 및 태도 분석 기준표

	범주	분석 기준
수 학 적 성 향	자신감	수학을 이용하여 문제를 푸는 데에 자신감
	융통성	문제를 해결할 때 수학적 아이디어를 탐구하고 다른 해결 방법을 찾으려는 융통성
	의지	수학적 과제를 꾸준히 수행하려는 의지
	호기심	수학을 하는 데의 관심, 호기심, 창의력
	반성	자신의 생각과 수행한 것을 감시하고 반성하는 경향
	가치	다른 학과와 일상 경험 상황을 적용하는 것의 가치 인식과 수학의 역할 및 가치에 대한 이해
태 도	자아 개념	우월감, 자신감
	학습 태도	흥미, 목적 의식, 성취 동기
	학습 습관	주의집중, 자율학습, 능률적학습

사전·사후 수학적 성향과 태도 검사는 신성균 외(1992)가 제시한 설문지를 그대로 이용하였다. 이 검사지는 수학적 성향 검사 24문항, 수학에 대한 학습 태도 검사 40문항이다. 수업을 시작하기 전과 수업을 바로 마친 후 같은 검사지를 이용하여 사전·사후 검사를 실시하여 정의적 영역의 변화를 살펴보고, 지속적인 변화의 양상을 관찰하기 위하여 수업 실시 42일 후 두 번째 사후 검사를 같은 검사지를 이용해 실시하였다. 수학적 성향과 수학적 태도의 각 문항에 대한 검사지의 반응형태는 '항상 그렇다', '대체로 그렇다', '보통이다', '대체로 그렇지 않다', '전혀 그렇지 않다'의 5단계 평정 척도로 구성되어 있으며, 대부분의 긍정형 문항과 몇 개의 부정형 문항으로 구성되어 있다. '항상 그렇다'에 5점, '대체로 그렇다'에 4점, '보통이다'에 3점, '대체로 그렇지 않다'에 2점, '전혀 그렇지 않다'에 1점을 부여하였으며, 부정형 문항은 역으로 점수를 부과하였다.

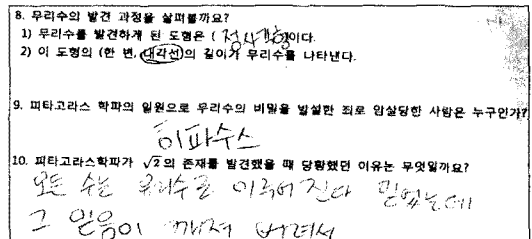
IV. 결과 분석

1. 수학적 의사소통

(1) 읽기 자료 활용에서 나타난 수학적 의사소통

읽기 자료를 활용한 수업에서 나타난 수학적 의사소통은 읽고, 쓰는 활동이 주를 이루었으며, 읽기 자료의 내용을 바탕으로 문제를 해결하는 [내용 이해] 과정에서 소극적인 듣기와 말하기가 이루어졌다. 읽기 자료의 특성에 따라 수학적 의사소통의 방식과 정도가 다르게 나타났으므로 읽기 자료의 종류에 따라 특징을 살펴보았다.

이야기 형식의 수학사 읽기 자료 수업에서 나타난 읽기의 특징은 모든 학생들이 수학 자료라는 거부감 없이 쉽게 접근하고 집중하여 읽는 모습을 발견할 수 있었으며, [내용 이해]의 문제를 해결하는데 수학적 지식이 많이 필요하지 않았으므로 읽기 자료를 읽고 이해한 내용을 <그림 1>에서와 같이 제시하였다. <그림 1>은 수학에 대한 선행 학습이 거의 이루어지지 않아 피타고라스 정리와 무리수에 대해 전혀 모르고 있었던 학생 1이 작성한 [내용 이해]로 읽는 과정을 통해 피타고라스 정리와 무리수의 관계, 무리수의 발견 과정에서 나타난 역사적 배경을 이해하였다.

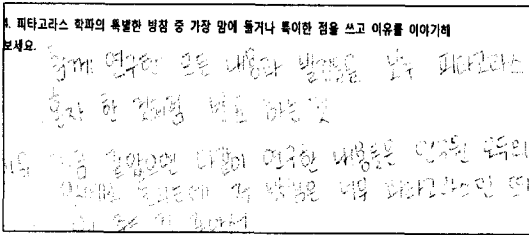


<그림 1> 학생 1의 이야기 형식의 읽기 자료의 이해

이야기 형식의 수학사 읽기 자료 수업에서 나타난 쓰기의 특징은 <그림 2>에서와 같이 읽기 자료에 대한 생각과 느낌을 자신의 경험을 중심으로 논리적인 근거를 들어 제시하였으며, <그림 3>에서와 같이 읽기 자료를 적절히 이용하여 기본적인 수학적 개념과 정리를 일상 언어, 그림, 수학적 언어와 예시를 사용하여 제시하였다.

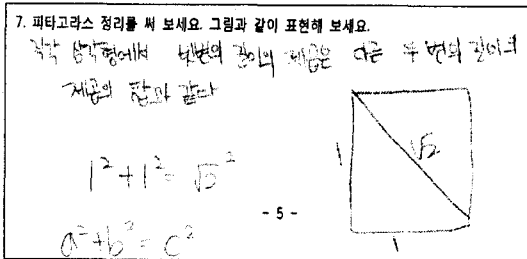
피타고라스학파의 방침 중에서 특별한 점이나 맘에

드는 점을 제시하는 문제에서 학생 1은 <그림 2>에서와 같이 모든 피타고라스학파에서 발견한 정리들을 피타고라스 이름으로 발표한 것에 대해 현재의 상황과 비교하면서 자신의 생각을 솔직하고 논리적으로 제시하였다.



<그림 2> 자신의 느낌을 논리적으로 제시한 쓰기

학생 3의 경우 <그림 3>에서와 같이 피타고라스 정리를 일상 언어, 그림, 식의 수학적 표현을 이용하여 작성하였으며, 적절한 예시를 통한 쓰기를 첨가한 것을 볼 수 있었다.



<그림 3> 일상 언어, 그림, 식 및 예시를 이용한 쓰기

이야기 형식의 수학사 읽기 자료 수업에서 나타난 듣기의 특징은 읽기와 마찬가지로 어려운 수학적 지식이 필요하지 않는 읽기 자료의 특성으로 인하여 학생들은 읽기 자료의 내용에 대한 교사의 설명과 학생들의 답에 집중하였으며 쉽게 이해하는 것을 관찰할 수 있었다. 녹화된 비디오 자료에 의하면 교사가 일반적으로 설명하는 것보다 다른 학생들이 읽기 자료에 대한 생각과 의견을 제시할 때 더욱 집중하여 듣는 모습을 발견할 수 있었다.

이야기 형식의 수학사 읽기 자료 수업에서 나타난 말하기의 특징은 연구에 참여한 학생들이 수학적 의사소통이 활성화된 수업 경험이 없었으므로 [내용 이해]에 대한 교사의 질문과 답으로 이루어졌다. 그러나 읽기 자료의 내용에 대한 생각과 느낌에 대한 말하기에서는 <에

피소드 1, 2>에서와 같이 자신의 생각들에 대한 적절한 근거를 제시하는 것을 볼 수 있었다.

<에피소드 1> 학생들의 생각과 느낌에 대한 근거를 제시

- 교사 : 이제 문제를 해결해 볼까요? 1. 피타고라스 동상이 있는 곳은?
 학생 2, 3, 4 : 사모스 섬
 교사 : 왜 그림 사모스 섬에 피타고라스 동상이 있을 까요?
 학생 2 : 태어난 곳이니깐요.
 학생 4 : 출생지니까요.
 교사 : 누구나 출생지에 동상을 세울까요?
 학생 4 : 위대한 업적을 남겼으니까요.

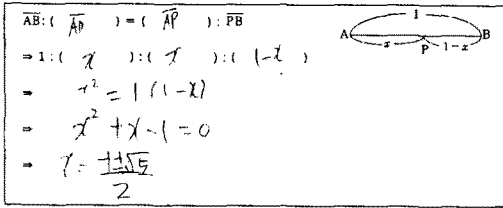
<에피소드 2> 학생들의 가치를 알 수 있는 생각과 느낌 말하기

- 교사 : 자신들이 믿고 싶었던 진리가 무너졌을 때 여러분은 어땠을 것 같아요?
 학생 1 : 자신들이 믿음을 저버렸기 때문에 죽어 버리고 싶었을 것이다.
 학생 2 : 꼭 죽일 필요는 없었을 것이다. 사람의 생명은 소중한 건데..

<에피소드 1>은 피타고라스의 동상이 서 있는 지역에 대한 문제에 관한 말하기로서 학생들은 피타고라스가 위대한 업적을 남긴 수학자로서 태어난 사모스 섬에 동상이 있는 것이 당연하다는 의견을 제시하였고, <에피소드 2>에서는 히파소스가 무리수의 존재를 발설했을 때의 피타고라스학파의 대응에 대한 학생들의 생각과 의견이 제시되었으며, 학생들의 신의와 생명에 대한 생각과 가치를 이해할 수 있는 말하기가 이루어졌다.

수학적 개념, 문제 해결 및 증명 과정과 관련된 읽기 자료에서 나타난 수학적 의사소통의 특징은 다음과 같다.

읽기의 특징은 읽기 자료가 예시 중심의 자세하고 반복적인 설명으로 되어있었기 때문에 이를 바탕으로 수학적 개념 및 문제 해결 과정 및 증명 과정을 이해하는 것을 볼 수 있었다. 학생들은 [내용 이해] 과정에 대한 문제 해결을 위해 읽기 자료의 관련 부분을 줄을 긋거나 중요 표시를 하면서 자세하고 반복적으로 살펴보는 모습을 발견할 수 있었다. 이러한 특징은 <그림 4, 5>에서와 같이 [내용 이해] 문제 해결 과정이나 작성된 카드에서 발견할 수 있었다.



<그림 4> 읽기 자료를 활용한 문제 해결 과정

<그림 4>는 학생 4의 2차시 [내용 이해] 6번의 황금비의 개념을 이용한 황금비의 값을 구하는 문제 해결 과정으로, <에피소드 3>에서 알 수 있듯이 학생 4는 읽기 자료의 자세하고 반복적인 설명을 바탕으로 문제를 해결하였다.

<에피소드 3> 학생 4의 읽기 자료를 이용한 문제 해결 방법 설명

교사 : 문제 6번이 오늘의 핵심이면서 문제의 내용인데요. 해결한 사람?

학생 2, 3, 4 : 저요.

교사 : 읽기 자료의 어느 부분을 이용해서 문제를 해결했나요?

학생 3, 4 : 2쪽에 있어요.

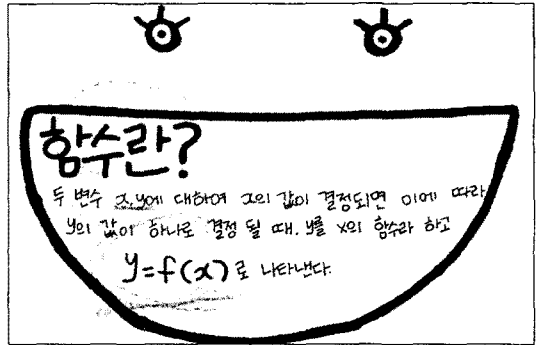
교사 : 설명된 내용이 이해가 되었나요?

학생 2, 3 : 네.

학생 4 : 여러 가지 방법으로 자세하게 설명되어 있어 계속 읽어보다 보니 이해할 수 있었어요.

그러나 황금비가 실제 길이의 비라는 사실을 문제 풀이 과정에 적용하지 못하는 면을 관찰할 수 있었는데 이는 문제 해결 과정에 대한 반성을 거치지 않는 결과로 볼 수 있다.

<그림 5>는 학생 1이 읽기 자료를 읽고 작성한 함수의 개념에 대한 카드로 읽기 자료를 읽고 이해하는데 오랜 시간이 걸렸으나 이해된 내용을 바탕으로 함수의 뜻을 기호와 함께 적절하게 표현하였다. <에피소드 4>에서와 같이 학생 1은 사후 면담에서 선행 지식이 많지 않은 관계로 학습을 하는데 어려움은 있었으나, 적절한 예를 통해 함수 개념을 쉽게 이해할 수 있었다고 하였으며, 교사의 함수의 예를 제시해보라는 요구에 적절히 답하였다.



<그림 5> 읽기 자료를 통한 함수 개념 이해

<에피소드 4> 학생 1의 읽기 자료를 통한 수학적 개념 이해

교사 : 함수 카드 만드는 거 어려웠나요?

학생 1 : 이제까지 공부할 너무 하지 않아서 어려웠어요.

교사 : 그런데 함수 개념에 대한 카드를 정확하게 작성했는데요.

학생 1 : (읽기 자료에 제시된)푸름이를 통해 함수가 이런거라는 느낌이 왔어요.

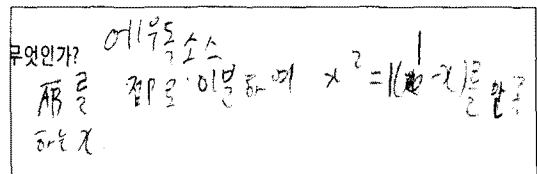
교사 : 그럼 함수의 예를 하나만 제시해볼래요.

학생 1 : 글을 사는 개수에 따라 가격이 달라진다.

교사 : 그럼 여기서 독립변수 x는 뭐가요?

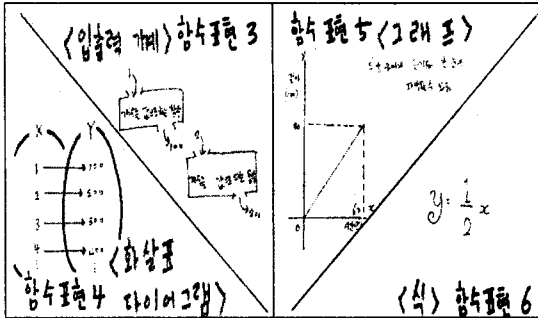
학생 1 : x는 개수, y는 가격

수학적 개념, 문제 해결 과정에 대한 쓰기의 특징은 읽기 자료의 내용을 읽고 해석하여 일상 언어, 수학 언어, 기호, 식 및 예시 등을 이용하여 <그림 6, 7>과 같이 표현하였다. <그림 6>은 학생 4가 2차시 황금비와 관련된 읽기 자료를 읽고 본문의 내용을 이용하여 황금비의 뜻을 작성한 것으로서 일상 언어와 수학적 표현을 이용하여 자세하게 제시하였다.



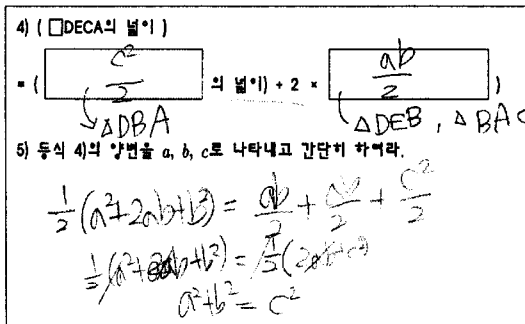
<그림 6> 일상 언어와 수학적 표현을 이용한 개념 쓰기

<그림 7>은 학생 2가 함수 표현에 대한 읽기 자료를 이용하여 작성한 함수 표현 방법에 대한 카드로 일상 언어, 기호, 식을 이용하여 요약한 것을 볼 수 있으며 적절한 그림이나 예를 제시하였다.



<그림 7> 그림과 예시를 통한 수학적 개념 쓰기

증명 과정에 대한 쓰기의 특징은 일상 언어로 되어있는 증명 과정에 대한 읽기를 통해 <그림 8>과 같은 수학적 표현을 이용하여 논리적으로 전개하였다.



<그림 8> 수학적 표현을 이용한 논리적인 증명 과정 쓰기

수학적 개념, 문제 해결 과정에 대한 말하기의 특징은 학생들 사이의 소극적인 문제 해결 과정에 대한 말하기가 이루어지긴 했으나 <에피소드 5>와 같이 학생들은 알고 있는 수학적 개념이나 풀이 과정임에도 불구하고 논리적인 전개가 미흡한 말하기가 이루어졌다.

<에피소드 5>는 학생 3이 2차시 수업에서 황금비를 이용하여 파르테논 신전의 가로 길이를 구하는 문제 해결 과정에 대한 설명이다. 문제 해결 과정은 정확히 알고 있었으나 문제를 설명함에 있어 비례식에서 x의

값이 무엇을 의미하는지 설명하지 않았으며, 비례식을 세워서 문제를 해결해야 하는 이유를 논리적으로 설명하지 못하였다.

<에피소드 5> 알고 있는 문제 해결 과정에 대한 논리적 전개가 미흡한 말하기

학생 3 : 황금비는 1:1.618이므로

$$1 : 1.618 = 5 : x$$

$$1 : 1.618 = 5 : x$$

즉 내항의 곱은 외항의 곱과 같으므로

$$x = 1.618 \times 3$$

$$1.618$$

$$\times 3$$

$$8.090 \quad \text{따라서 } x = 8.09$$

교사 : 그런데 x가 여기서 무엇인가요?

학생 3 : 정오각형의 한 변의 길이요.

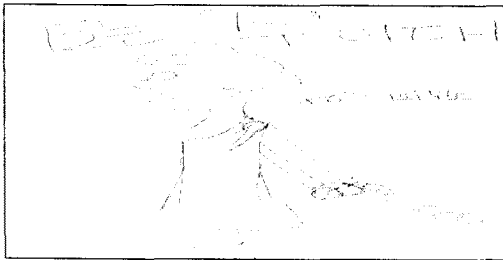
교사 : 왜 이런 비례식을 세웠나요?

학생 3 : 정오각형의 한 변의 길이와 대각선의 길이는 황금비..

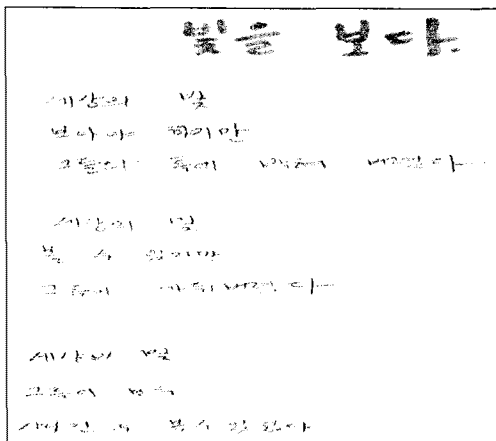
읽기 자료를 활용한 수업에서 나타난 수학적 의사소통의 특징을 종합하면 다음과 같다. 이야기 형식의 수학을 활용한 읽기 자료 수업에서는 선행 학습이나 학업 성취 수준에 영향을 받지 않고 모든 학생들이 읽기 자료에 쉽고 접근하여 읽고 이해하였으며, [내용 이해]과정에서 읽은 내용을 중심으로 일상 언어와 식, 그림 등의 수학적 표현과 예시를 사용한 수학적 개념 및 정리에 대한 쓰기와 수학과 읽기 자료에 대한 생각과 느낌을 학생들의 일상생활의 경험에 근거하여 논리적으로 전개하는 쓰기 활동이 이루어졌다. 읽고 쓰는 활동을 바탕으로 [내용 이해]에 대한 교사와 학생의 말하기와 듣기가 자연스럽게 진행되었으며, 학생들의 수학과 읽기 자료에 대한 생각과 느낌에 대해 적절한 근거를 제시하고 솔직하고 논리적으로 전개하는 말하기가 주를 이루었다. 수학적 개념, 문제 해결 및 증명 과정과 관련된 읽기 자료 활용 수업에서는 읽기 자료가 예시 중심의 자세하고 반복적인 설명으로 되어 있으므로 수학적 개념 및 문제 해결 과정을 읽고 이해하였으며, 일상 언어·수학 언어·기호·식 등의 수학적 표현 및 예시 등을 이용한 쓰기 활동을 전개하였다. 그러나 수학적 개념과 문제 해결 과정에 대한 논리적인 말하기가 미흡한 것을 볼 수 있었다.

(2) 읽기 전략 활동에서 나타난 수학적 의사소통

자유로운 글쓰기 활동을 첨가한 그림으로 확장하기 전략은 읽기 자료와 수학에 대한 학생들의 생각과 느낌에 대해 각자가 좋아하는 방식의 쓰기 활동을 유도할 수 있었으며, 학생들의 학습 동기를 유발하여 활동에 적극적으로 참여할 수 있게 하였다. 학생 3의 경우 <그림 9>와 같이 무리수의 탄생과 관련된 히파소스를 만화적인 그림을 이용하여 표현하였으며 학생 2의 경우 <그림 10>에서와 같이 무리수의 탄생과 관련된 내용을 문학적 감성을 표현한 시를 작성하였다.



<그림 9> 학생 3의 1차시 읽기 전략 활동지



<그림 10> 학생 2의 1차시 읽기 전략 활동지

읽은 내용 재구성하기 전략을 사용한 수업에서는 읽기 자료와 교사의 설명으로 이해된 내용을 학생 스스로 구성해보는 과정을 통해 <그림 11, 12>에서와 같이 읽기 자료를 읽고, 쓰는 활동에서 미흡한 부분을 수정하여 일상 언어, 기호, 식, 그림 등의 수학적 표현을 이용한 문제 해결 과정에 대한 논리적인 쓰기를 가능하게 하였다.

황금비란 한 선분은 2분할 할 때 긴 선분과 짧은 선분의 비가 전체 선분과 긴 선분의 길이의 비가 같은 것. 파르메노 신전과 비너스상의 원형과 유사. 도각과 신상카드 등 여러 물건에 황금비가 쓰여 있다.

$$1 : x = x : 1-x$$

$$x^2 = 1-x$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

<그림 11> 학생 4의 수정된 문제 해결 과정

황금비의 뜻: ~~한 선분과~~ 긴 부분과 짧은 부분의 길이의 비가 전체와 긴 부분의 길이의 비와 같아지는 경우.

황금비의 대표적인 값: ~~1-1.6, 1-0.6.~~

황금비가 사용된 곳: 파르메노 신전, 신상카드, 도각, 신상카드, 비너스상

황금비의 정의를 나타낸 그림

정제: $1 : x = x : 1-x$

곱: $x^2 = 1-x$

$1 : x = x : 1-x$

$x^2 = 1-x$

$x^2 + x - 1 = 0$

<그림 12> 학생 1의 문제 해결 과정의 논리적 전개

<그림 11>에서 학생 4는 <그림 4>에서와 같이 황금비에 대한 문제 해결 과정에서 황금비의 값이 길이의 비라는 사실을 적용하지 못한 것을 읽은 내용 재구성하기 전략 활동에서 수정하였고 문제 해결 과정에 대한 정확하고 논리적인 쓰기를 전개하였으며 선행 지식이 전혀 없는 학생 1은 읽기 자료를 읽고 내용 이해의 문제 해결 과정을 전혀 작성하지 못했지만 <그림 12>에서와 같이 읽기 전략 활동에서 황금비의 뜻을 일상 언어를 통해 제시하였고 그림을 이용하는 문제 해결 전략을 이해하였으

며, 황금비의 개념에서 전체와 큰 것의 비와 큰 것과 작은 것의 비를 수학적으로 표현하고 이를 바탕으로 문제를 해결하는 과정을 논리적으로 제시하였다.

텍스트 구조화하기 전략을 사용한 수업에서는 학생들이 함수의 개념과 표현에 대해 수학적 표현 및 예시를 이용한 쓰는 활동을 가능하게 하였으며, <에피소드 6>에서와 같이 수학적 표현을 이용한 말하기를 가능하게 하였다.

<에피소드 6> 3차시 학생들의 수학적 표현을 이용한 발표

학생 1 : 함수란 두 변수 x, y 에 대하여 x 의 값이 결정되면 이에 따라 y 의 값이 하나로 결정될 때, y 를 x 의 함수라 하고 $y=f(x)$ 로 나타냅니다.

학생 2 : 함수를 표현하는 방법은 6가지가 있습니다. 변화표, 순서쌍, 임출력 기계, 화살표 다이어그램, 그래프, 식이 있습니다. 먼저 이 카드에서처럼 굴 한 개의 가격이 100원일 때 이것을 변화표로 나타내면 이러한 표를 만들 수 있습니다. (중략) 다음은 그래프입니다. 그래프는 두 양 사이의 변화를 한 눈에 파악할 수 있습니다.

교사 : 가로축이 뭐예요?

학생 2 : 시간

교사 : 가로축은 그림 무슨 변수?

학생 2 : 독립변수, 세로축은 종속변수.

학생 3 : 일차함수란 그림을 그렸을 때 전체가 직선이 되는 함수로서 일반적으로 $y=ax+b$ 라고 표시합니다. 이 때 a 는 기울기이고 b 는 y 절편입니다.

함수의 개념과 표현을 구조화하는 과정에서 학생들의 적극적인 말하기를 유도할 수 있었다. <에피소드 7>은 함수를 구조화하는 과정에서 함수의 개념과 표현 및 종류를 구별하는 학생 2와 학생 3의 말하기로서 구조화하는 방법에 대한 자신의 생각을 적극적으로 표현하는 모습을 발견할 수 있었다.

<에피소드 7> 카드의 구조화 과정에서의 적극적인 말하기

교사 : 나와서 발표해 보세요. 카드를 붙일 경우는 붙여져 있는 것과 어떻게 관련이 되어 있는지 살펴보고 위치를 잡아보세요. 함수의 뜻은 더

이상 있나요?

학생 2, 3, 4 : 아니요. 없는 것 같아요.

교사 : 그래요 다 했어요. 이제는 표현방법에 대해 설명할건데 표현은 어떻게 표현해볼까요?

학생 3 : 함수를 중심으로 화살표를 이용하여 옆으로 나타내요.

교사 : 이제 남은 부분을 학생 3이 나와서 설명해 보세요. 학생 3은 어디에서 카드를 붙여야 할까요? 이제까지 했던 함수의 뜻과 표현과 관련이 있나요?

학생 3 : 아니요.

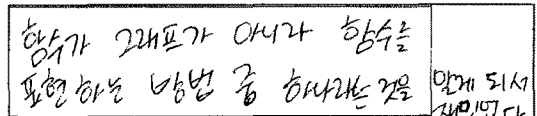
교사 : 그럼 학생 3이 발표할 내용은 일차함수와 이차함수인데 이것은 함수의 무엇과 관련이 있나요?

학생 2 : 함수의 종류요.

교사 : 함수의 종류는 어디에 그려야 할까요?

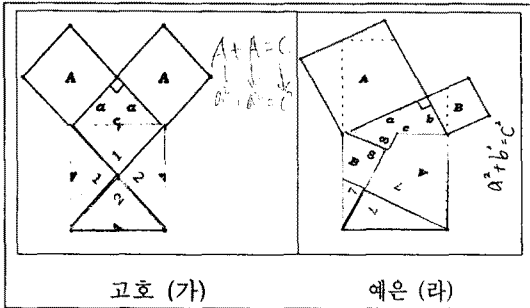
학생 3 : 빈 공간에 새로운 공간을 만들어 붙여야 할 것 같은데요.

함수의 개념과 표현 및 다항 함수의 관계를 학생들이 스스로 구조화하는 과정에서 함수의 개념과 표현 및 종류에 대해 구분하는 것을 볼 수 있었다. 이는 <그림 13>과 같은 학생들의 수업 일지에서 드러난 것을 볼 수 있었는데, 함수의 개념과 함수의 그래프가 같은 것이 아니라 함수를 표현하는 하나의 방법으로 그래프가 존재한다는 사실을 이해한 것을 볼 수 있었다.



<그림 13> 학생 1의 함수의 개념과 표현 방법의 구분

피타고라스 정리를 유도하는 행동으로 옮기기 전략을 사용한 수업은 조각을 맞추는 과정과 결과를 <그림 14>에서와 같이 수학적 표현을 이용하여 조직적으로 쓰고, <에피소드 8>과 같은 논리적인 말하는 활동을 가능하게 하였다. <그림 15>는 학생들이 활동 절차를 읽고 작성한 활동 자료로서 학생들의 특성에 따라 활동하는 시간에는 차이가 있었으나 모든 학생들이 반복적인 활동 과정을 통해 활동을 통해 얻은 결론을 기호와 식 등의 수학적 표현을 이용한 쓰기 활동으로 정리하였다.



<그림 14> 피타고라스 정리 구성 활동 자료 예시

<에피소드 8>은 위의 활동 결과를 유도하는 말하기로서 학생들은 위에서와 같이 활동을 수학적인 식으로 표현해보고, 활동의 과정을 논리적으로 조직해보는 말하기 과정을 거쳐 모든 직각삼각형에서 피타고라스 정리가 성립된다는 사실을 확인하였다.

<에피소드 8> 활동 과정을 수학적으로 표현하고 논리적으로 조직하는 말하기

교사 : 활동을 정리해봅시다. (가)와 (나)의 경우는 어떻게 식으로 표현할 수 있나요?

학생 2 : $a^2 + a^2 = c^2$

교사 : (다)와 (라)의 경우는 (가), (나)와 어떻게 다르죠?

학생 3 : 직각이등변 삼각형이 아녘요.

교사 : 맞아요. 그런 경우는 어떻게 나왔나요?

학생 4 : $a^2 + b^2 = c^2$

교사 : 이 두 가지를 통해 무엇을 알 수 있나요?

학생 3 : 피타고라스 정리는 직각이등변삼각형이건 그냥 직각삼각형이건 모든 삼각형에서 성립해요.

교사 : 설명 잘했어요. 이로서 우리는 피타고라스 정리가 직각삼각형의 빗변이 아닌 두변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 제곱과 같다는 것을 실험을 통해 확인해봤어요.

수업 초반 읽기 자료의 절차의 의미를 이해하지 못하고 기계적으로 이루어진 활동이 <에피소드 9>에서와 같이 반복적인 활동 과정에서 절차의 의미를 이해하였으며, 수학적 표현을 이용한 말하기로 이어졌다. <에피소드 9>는 읽기 자료의 조각 맞추는 방법에서 보조 자료에서 오린 정사각형을 직각삼각형의 빗변이 아닌 변 위의 정사각형과 합동인지 맞춰보는 활동을 하지 않고 다

음 단계로 진행하는 것을 볼 때 그 활동의 이유를 이해하지 못한 것으로 판단되었다. 교사가 활동을 꼭 해보아야 한다는 주의를 주었고, 학생들은 처음에는 그 의미를 파악하지 못하였으나 <에피소드 9>에서와 같이 절차의 의미를 이해하고 그것을 일상 언어와 수학적 표현을 이용한 말하기가 이루어졌다.

<에피소드 9> 활동의 절차를 수학적 표현으로 말하기

교사 : 활동할 때 조각 맞추는 방법 ②를 꼭 하라고 했었죠? 모두 했나요?

학생들 : 네.

교사 : 왜 그것을 꼭 해야 할까요?

학생 2 : 정사각형 A와 정사각형 B가 정사각형 C에 들어가는지를 확인하려면 B와 C가 같은지 확인해야 될 것 같아요.

교사, 학생들 : 우와!

교사 : '정사각형 A와 정사각형 B가 정사각형 C에 들어가는지'라는 말을 식으로 표현할 수 있나요?

학생 2 : 네. $A + B = C$.

교사 : 처음부터 그것을 꼭 해야 한다고 생각했나요?

학생 3 : 아니요. 처음에는 왜 하는지 이해하지 못했어요.

교사 : 그러면 지금은 어떤가요?

학생 3 : 여러 개를 하다보니까 이해할 수 있었어요. 수업에서 사용한 읽기 전략 활동은 읽기 자료를 활용한 수업에서 나타난 수학적 의사소통을 더욱 활성화시켰으며 적극적인 듣기와 말하기를 가능하게 하였다.

2. 수학적 성향 및 태도

(1) 수업 중에 나타난 수학적 성향 및 태도

무리수, 피타고라스 정리, 황금비에 관련된 이야기 형식의 읽기 자료를 활용한 수업에서 학생들은 수학적 배경에 대해 <그림 15>와 같이 관심과 흥미를 나타냈으며 <그림 16>과 같이 수학의 실생활 관련성을 이해하는 것을 볼 수 있었다. <그림 15>는 학생 1이 무리수의 탄생과 관련된 읽기 자료에 대한 자신의 느낌과 생각을 작성한 것으로 무리수가 원래 있었던 수가 아니라 치열한 과정을 거쳐 발생된 수라는 사실에 놀라움과 관심을 나타냈으며, <그림 16>은 학생 3이 2차시 수업 일지에 작성한 내용으로 황금비와 같이 실생활에서 수학이 이용된다는 사실을 인식하는 것을 볼 수 있었다. 특히 학생 3

의 경우 <에피소드 10>에서와 같이 사전 면담에서 사칙연산 이외의 수학은 복잡하고 필요하지 않다고 말한 것에 비추어 보면 긍정적인 변화로 볼 수 있다.

12. 여러분은 $\sqrt{2}$ 의 값은 무리수가 처음부터 있었던 것이라고 생각했나요? 이러한 엄청난 과정을 거쳐 태어난 수라는 것을 알고 있었나요? 몰랐었다면 이런 과정을 거쳐 태어난 무리수에 대한 자신의 느낌을 말해보세요.

달라졌다
우리는 당연히 처음부터 있는 수인 줄 알았는데 이런 과정을 거쳐 만들어 졌다는게 놀랐다.

<그림 15> 수학적 가치 이해

수업을 통해 느낀 점

취미 생활이나 공부를 할 때 신중하게

<그림 16> 수학의 실생활 관련성 인식

<에피소드 10> 학생 3의 수학의 필요성에 대한 인식 부족

교사 : 수학은 뭐라고 생각하나요?
 학생 3 : 수들로 이루어진 그물망이요.
 교사 : 수학이 복잡하다는 뜻인가요?
 학생 3 : 네 아주 복잡한 괴물 같은 거죠.
 교사 : 그럼 수학은 우리 생활에 필요하다고 생각하나요?
 학생 3 : 사칙 연산은 필요하지만 피타고라스 정리와 같은 복잡한 것은 필요하지 않다고 생각해요.
 교사 : 그럼 왜 수학 공부를 하나요?
 학생 3 : 수학을 못하면 바보가 되니까요.

선행 학습이 결여되어 있거나 수학 학업 성취도가 낮은 연구 대상자들은 수업 초반 <에피소드 10>, <그림 17, 18>에서 볼 수 있듯이 전반적으로 수학에 대한 관심과 흥미가 낮았으며 학습에 대한 자신감이 부족한 것을 볼 수 있었다.

정말 어렵하다
학업 반 정도 공부 한데도 모르는 것 같다

<그림 17> 수학에 대한 관심과 호기심 부족

수업에 대한 솔직한 생각

수업이 재미없고 공부할 이유가 없다.

<그림 18> 선행 학습 부족으로 인한 학습에 대한 자신감 결여

하지만 다음에서 볼 수 있듯이 읽기 자료의 내용과 읽기 전략 활동을 통해 수학에 대한 흥미와 관심을 나타내었으며, 수학 학습에 대한 자신감을 이끌어 낼 수 있었다.

<에피소드 11> 읽기 자료에 대한 흥미와 관심

교사 : 읽기 자료를 이용한 수업에 대한 소감을 말해보세요.
 학생 1 : 교과서 이외의 내용이 많아서 딱딱하지 않아서 좋았고, 새롭고 흥미로웠어요. 뭔가 알고 배운 것 같아 뿌듯해요.
 학생 3 : 새롭고 흥미로웠어요. 다음 수업은 어떤 내용을 할까 하는 생각에 수업이 많이 기다려지기도 했어요.

<에피소드 11>에서 학생 1은 읽기 자료의 내용이 교과서와 달리 딱딱하지 않아 수학과 수학 학습에 대한 흥미와 관심을 가질 수 있었다고 하였으며, 학생 3은 교과서와 관련된 수학적 내용이나 배경이 수학에 대한 관심과 흥미 및 호기심을 자극하였음을 밝혔다. 전반적으로 수학의 필요성에 대해서 인식하지만 수학적인 자신감이나 표현이 부족했던 학생 4의 경우 <에피소드 12>에서와 같이 읽기 자료를 활용한 문제 해결 과정과 읽은 내용 재구성하기 전략을 통해 문제 해결에 대한 자신감을 얻은 것을 볼 수 있었다.

<에피소드 12> 읽기 자료 및 전략 활동을 통한 문제 해결 과정에 대한 자신감 획득

교사 : 읽기 자료를 통한 수업 중 어떤 부분이 힘들었나요?
 학생 4 : 황금비 관련 내용이에요.
 교사 : 잘 따라오지 않았나요?
 학생 4 : 네. 쉽지는 않았지만 읽기 자료 내용을 반복해서 읽으니까 문제 해결의 방법을 이해할 수 있었어요.
 교사 : 그럼 그 수업에 사용한 읽기 전략 활동은 어떤

도움을 주었나요?

학생 4 : 아! 문제 해결 과정을 다시 처음부터 스스로 해보니까 방정식을 세우고, 풀어서 문제의 뜻 맞는 것만 고르는 것까지 확실하게 알 수 있었어요.

교사 : 그럼, 이제 방정식을 세우는 문제에 대한 자신이 생긴 건가요?

학생 4 : 네. 이전 자신감이 많이 생긴 것 같아요.

이는 읽기 자료를 자세히 반복하여 읽는 과정을 통하여 [내용 이해]의 문제를 해결하고, 읽기 내용 재구성하기 전략 활동에서 부족한 부분을 수정하여 문제 해결 과정을 스스로 재구성함으로써 자신감을 얻을 것으로 볼 수 있다. 수학에 대한 자신감이 많이 부족했던 학생 2는 텍스트 구조화하기 전략을 사용한 수업에서는 <그림 19>에서와 같이 자율적으로 읽기 자료의 내용을 정리하고 발표하는 과정에서 수학에 대한 자신감을 얻을 것을 볼 수 있었다. 함수에 대한 막연한 두려움을 사전 면담에서 제시하였는데 읽기 전략 활동에서 읽기 자료의 내용을 직접 요약하고, 수학적 표현을 이용하여 발표하고, 자신의 의견을 적극적으로 표현하는 구조화 과정을 통하여 함수의 개념과 표현 및 종류를 구분하였다. 이러한 일련의 과정을 통하여 함수 학습에 대한 자신감과 의지를 얻은 것으로 볼 수 있다.

함수들 목적은 이렇다고 생각하기 어려워서
한다

<그림 19> 학생 2의 텍스트 구조화하기 전략에 의한 학습의 자신감과 의지

행동으로 옮기기 전략을 사용한 수업에서 학생 1은 활동 절차에 대한 질문을 하는 등 적극적인 관심을 드러냈으며 쉽게 해결하지는 못했지만 수학적 의지를 표현하며 퍼즐을 완성시켜 나가는 모습을 관찰할 수 있었으며, 활동의 과정을 반성함으로써 자율적으로 피타고라스 정리를 식으로 유도하였다. <그림 20>에서 살펴볼 수 있듯이 이러한 활동은 학생 1의 학습 동기를 유발하고 학습에 대한 의지를 발전시킨 것으로 보여진다.

수업에 대한 솔직한 생각
문제가 많고 이해는 어렵다. ~~답~~ 답중이
좋은 답도 재밌었던 것 같다.

<그림 20> 학생 1의 행동으로 옮기기 전략에 의한 학습 동기 유발

수업에서 사용한 읽기 자료와 읽기 전략 활동은 학생들의 학습에 대한 의지와 책임감을 이끌어내고 능률적인 학습을 도운 것으로 볼 수 있다. <에피소드 13>에서 학생 3은 읽기 자료의 예시를 통한 수학적 개념의 설명과 자세한 문제 해결의 전개를 통해 수학적 개념과 문제 해결 과정에 대한 자율적인 학습을 가능하게 하였으며 읽기 자료를 통한 수학 학습에 대한 의지를 표현하였다.

<에피소드 13> 읽기 자료의 특성에 의한 학습에 대한 의지

교사 : 읽기 자료를 통한 수업을 마친 후 수학에 대한 생각이 다소 바뀐 것 같나요?

학생 3 : 네. 수학이 무작정 복잡하고 어려운 것은 아니라는 생각이 들었어요.

교사 : 그럼, 그런 생각을 갖게 한 것이 읽기 자료의 어떤 점이었나요?

학생 3 : 쉽게 설명이 되어 있어서 이해가 잘 되었어요.

교사 : 그럼 수학을 이전 열심히 다른 자료를 찾아가며 공부할 생각이 있나요?

학생 3 : 교과서 이외에 다른 수학 책을 찾아보며 공부할거예요.

학생 4는 텍스트 구조화하기 전략을 사용한 수업에서 <그림 21>에서와 같이 자신이 맡은 부분에 대해 책임감을 가지고 학습에 임하기 때문에 자세히 보게 되고 따라서 내용 이해를 잘 할 수 있었다고 표현하였다.

내용정리를 자신이 하면서 문제풀이에 열심히
전보게 되어서 좋았길 같다.

<그림 21> 학생 4의 학습에 대한 책임감

행동으로 옮기기 전략을 사용한 수업에서 학생2는

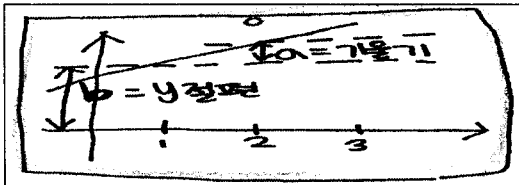
<그림 22>에서와 같이 자신의 활동 과정의 반성을 통하여 자율적으로 피타고라스 정리를 유도하였으며, 이러한 과정이 피타고라스 정리에 대한 이해를 가능하게 함을 표현하였다. 이는 학생들에게 수학적 정리를 활동을 통해 도입하고, 활동 과정의 반성을 통해 정리를 자율적으로 구성하게 함으로써 능률적인 학습을 가능하게 함을 알 수 있었다.

2. 조각들을 맞춰보고 알게 된 사실을 간단히 정리하여라.

$a^2 + b^2 = c^2$ 라는 피타고라스의 정리들
 도형을 통해 쉽게 알 수 있다

<그림 22> 읽기 전략 활동이 능률적인 학습을 가능

한편 수업에서 사용한 읽기 전략 활동에서 수학적 반성의 과정을 거쳐 자율적으로 오류를 수정할 수 있도록 하였다.



<그림 23> 학생 3의 기울기와 y절편의 개념 오류

학생 3의 경우 읽기 자료나 교사의 설명에 대한 이해 수준이 높은 편이었으며 적극적으로 활동에 참여하였으나 자신의 학습 과정이나 문제 해결 과정을 반성하지 않아 <그림 23>과 같은 실수나 오류가 활동 자료나 작성된 카드에서 종종 발견되었으며 읽기 전략 활동 중에 <에피소드 14>에서와 같이 스스로 문제점을 발견하였으며 교사와 학생, 학생들 간의 적극적인 말하기로 오류가 수정되었다. <그림 23>은 학생 3이 작성한 일차함수의 그래프였는데 <에피소드 14>에서 살펴볼 수 있듯이 학생 3은 기울기의 수학적인 정의는 외우고 있었으나 기울기와 y절편에 대한 개념 형성이 되지 않고 읽기 자료에 제시된 그림을 잘 못 그려놓은 것을 볼 수 있었다.

<에피소드 14> 읽기 전략 활동 중에 오류의 발견과 수정의 말하기

학생 3 : 일차함수란 그림을 그렸을 때 전체가 직선이

되는 함수로서 일반적으로 $y = ax + b$ 라고 표시합니다. 이 때 a 는 기울기이고 b 는 y절편입니다.

교사 : 그런데 그림에서 y절편이 어디를 말하는 건가요?

학생 3 : 아 틀렸대!

교사 : 어디가 틀렸는지 표시해 보세요.

학생 4 : y절편은 y축과 만나는 점 아니에요?

학생 3 : 그러니까 (정확한 y절편의 위치를 가리키며) 여기죠.

교사 : 그럼 기울기는 뭡까요?

학생 2 : 기울어진 정도

학생 3 : $\frac{y\text{값의 증가량}}{x\text{값의 증가량}}$

교사 : 그럼 그림에서 표시한 부분이 기울기일까요?

학생들 : (당황해한다.) 아닌 것 같은데..

교사 : 모두 학생 3의 부분의 기울기 그림을 잘 살펴 보세요.

학생 2 : (한참을 들여다보더니) x가 1인 곳에 a가 표시되어있는데요.

교사 : 중요한 것을 발견했네요. 왜 1인 곳에서 a가 표시되어있을까요?

학생 3 : 기울기가 $\frac{y\text{값의 증가량}}{x\text{값의 증가량}}$ 이니까 x의 증가량을 1로 보면 y의 증가량이 a인 곳을 찾으니까요.

학생 4 : 그러니까 기울기가 $\frac{a}{1} = a$ 인거야?

교사 : 맞아요. y절편의 지점에서 x방향으로 1만큼 이동한 곳에 y의 변화량이 기울기 a가 되는 거지요.

(2) 사전·사후 수학적 성향 및 태도 검사 결과

<표 7> 사전 사후 수학적 성향 및 태도 검사 결과표

	성향			태도		
	사전	사후1	사후2	사전	사후1	사후2
학생 1	47 (1.96)	58 (2.42)	58 (2.42)	70 (1.75)	80 (2.00)	85 (2.12)
학생 2	46 (1.92)	72 (3.00)	69 (2.88)	86 (2.15)	121 (3.02)	120 (3.00)
학생 3	68 (2.83)	78 (3.25)	75 (3.13)	120 (3.00)	125 (3.12)	137 (3.42)
학생 4	84 (3.50)	87 (3.63)	85 (3.54)	129 (3.22)	131 (3.27)	134 (3.35)

사전과 두 번의 사후 수학적 성향 및 태도 검사를 비

교한 결과는 다음 <표 7>과 같다. <표 7>에서 살펴볼 수 있듯이 학생 1, 2, 3은 사전 수학적 성향과 태도가 부정적이었으나 읽기 자료를 이용한 수업 후 학생 1은 수학적 성향에서 학생 2와 3은 수학적 성향과 태도에서 긍정적인 변화를 가져온 것을 알 수 있으며, 특히 2번째 사후 검사에서 긍정적인 변화의 양상이 계속되고 있는 것을 살펴볼 수 있었다. 즉 읽기 자료 및 전략 활동 수업을 통해 수학에 대한 부정적 성향과 태도를 가진 학생들의 긍정적인 변화를 가져온 것으로 볼 수 있다. 사전·사후 수학적 성향 및 태도 하위 영역별 검사를 분석한 결과는 <표 8, 9, 10>과 같다.

<표 8> 수학적 성향 하위 영역 검사 결과 1

	자신감			융통성			의지		
	사전	사후1	사후2	사전	사후1	사후2	사전	사후1	사후2
학생 1	4	8	7	7	11	10	5	6	6
학생 2	7	14	10	7	9	10	7	16	14
학생 3	15	15	16	10	14	6	11	11	12
학생 4	14	13	15	14	13	13	13	14	15

<표 9> 수학적 성향 하위 영역 검사 결과 2

	호기심			반성			가치		
	사전	사후1	사후2	사전	사후1	사후2	사전	사후1	사후2
학생 1	11	10	11	7	8	8	13	15	16
학생 2	9	10	9	8	10	12	8	13	14
학생 3	11	13	11	9	14	15	12	11	15
학생 4	16	20	15	10	10	14	17	17	13

<표 8, 9>에서 볼 수 있듯이 학생 4의 경우는 앞의 종합 결과처럼 모든 영역에서 특별한 변화를 나타내지 않았으나, 학생 1은 수학적 자신감과 융통성 및 가치 부분에서 긍정적 변화를 보였으며, 학생 2는 수학적 자신감과 의지 및 수학적 가치 영역에서 2배 이상의 많은 변화가 나타났으며, 학생 3은 수학적 반성과 가치에서 계속적인 긍정적인 변화가 나타났다. 학생 2가 성실하긴 하나 학습에 대한 자신감이 부족하다는 교과 교사의 의견에 비추어볼 때, 주목할 만한 변화라고 볼 수 있으며 수학의 가치에 대한 생각이 많이 긍정적으로 변화했다고 볼 수 있다. 마찬가지로 학생 3이 수업에서 문제 해결

과정을 반성하는 모습이 부족했던 점으로 볼 때 수학적 반성의 변화는 주목할 만하다.

<표 10> 수학적 태도 하위 영역 검사 결과표

	자아 개념			학습 태도			학습 습관		
	사전	사후1	사후2	사전	사후1	사후2	사전	사후1	사후2
학생1	10	12	13	38	38	44	22	30	28
학생2	19	21	26	30	52	49	37	48	45
학생3	30	34	34	39	41	54	51	50	49
학생4	31	30	30	56	56	54	42	45	50

<표 10>에서 볼 수 있듯이 학생 4의 경우는 수학적 태도의 하위 영역에서도 두드러진 변화를 볼 수 없었으나 수학적 성향과 마찬가지로 학생 2의 경우는 학습 태도와 습관에서 두드러진 변화를 살펴볼 수 있다. 두 번째 사후 검사에서 학생 1, 3은 학습 태도 면에서 더욱 긍정적인 모습을 볼 수 있는데 이는 수업에서 사용한 읽기 전략 활동이 전반적인 수학 학습 태도에 영향을 준 것으로 볼 수 있다. 사전·사후 수학적 성향 및 태도 검사의 결과를 종합해보면 수학적 성향과 태도 면에서 부정적이었던 학생 1, 2, 3의 긍정적인 변화를 볼 수 있었다. 수학적 성향에서는 학생 1은 자신감, 융통성 및 가치, 학생 2는 자신감, 의지 및 가치, 학생 3은 수학적 반성과 가치에서 긍정적으로 변화하였다. 수학적 태도 면에서는 학생 2의 경우 전반적인 태도 면에서, 학생 1과 3은 학습 태도 면에서 긍정적으로 변화하였다. 두 번째 사후 검사에서도 이러한 긍정적인 변화는 유지되는 것을 살펴볼 수 있었다.

V. 결론

본 연구는 읽기 자료 및 전략을 활용한 수업 활동에서 나타나는 수학적 의사소통과 학생들의 수학적 성향과 태도의 특징을 살펴봄으로써 수학적 의사소통이 활발히 일어나는 수학 수업과 학생들의 수학적 성향과 태도를 긍정적으로 변화시킬 수 있는 구체적인 예시를 제시하고자 하였다. 본 연구의 결과를 통해 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 이야기 형식의 수학사 관련 읽기 자료는 학생

들의 학업 성취 수준이나 선행 학습의 정도에 영향을 받지 않고 기본적인 수학적 개념과 정리 및 수학에 대한 생각과 느낌에 관련된 모든 수학적 의사소통의 방식이 활성화 되었다. 따라서 단원 도입 부분에 수학사 관련 읽기 자료를 이용하여 모든 학생들의 관심과 흥미를 유도하고 수학적 의사소통을 활성화 될 수 있도록 해야 할 것이다.

둘째, 국어에 비해 수학 학업 성취 수준이 낮은 학생들에게 주어진 다양한 예시와 자세한 설명 중심의 수학적 개념과 문제 해결 과정에 대한 읽기 자료는 반복적인 읽기 과정을 통해 이해되었으며, 수학적 표현을 이용한 논리적인 쓰기 활동을 이끌어낼 수 있었다. 이는 학업 성취 수준이 낮은 학생들의 수학에 대한 이해를 증진시키고 수학적 표현을 이용한 쓰기를 강화하기 위해서는 다양한 예시가 제시되고 과정에 대해 자세히 설명된 읽기 자료가 다양하게 제시되어야 한다.

셋째, 수업에서 사용된 읽기 전략은 학생들의 읽기 자료와 수학에 대한 생각과 의견에 대한 쓰기를 활성화 했으며, 학생들의 문제 해결 과정에서 일어나는 미흡한 면들을 수정하여 적절한 수학적 표현을 이용한 논리적인 쓰기 활동을 가능하게 했으며, 수학적 표현을 이용한 수학적 개념 쓰기와 논리적인 말하기를 가능하게 하였으며, 과정을 수학적 표현을 이용하여 쓰고 절차의 수학적 의미를 논리적으로 전개하는 말하기를 활성화시켰다. 즉 읽기 자료의 활용에서 나타난 수학적 의사소통을 더욱 활성화시켰으며 미흡하게 나타난 말하기 활동을 강화시켰다. 따라서 읽기 자료의 내용과 특성에 따라 적절한 읽기 전략이 제공되어 학생들의 수학적 표현을 이용한 의사소통이 활성화시킬 수 있도록 해야 한다.

넷째, 수학사 및 생활 현상과 관련된 읽기 자료는 학생들의 수학에 대한 관심과 호기심을 자극하여 학습 동기 유발을 가능하게 하고, 수학의 가치와 실생활 관련성을 이해하게 하였으며, 수학적 개념과 문제 해결 과정의 읽기 자료는 학생들의 자율적이고 능률적인 수학 학습을 가능하게 하였다. 따라서 수학적 가치와 실생활 관련성을 이해할 수 있으며 수학적 개념과 문제 해결 과정에 대해 예시를 바탕으로 쉽고 자세하게 제시된 읽기 자료가 교수·학습에 적극 활용되어야 할 것이다.

다섯째, 수업에서 사용한 읽기 전략은 학생들의 수학 학습에의 의지 및 자신감을 이끌어낼 수 있었으며, 학습에 대한 책임감을 가질 수 있게 하였으며 자신의 학습 과정을 반성할 수 있도록 하였다. 이는 읽기 자료의 활용 수업에서 학습에 대한 책임감과 의지 및 수학적 자신감을 이끌어낼 수 있는 적절한 읽기 전략이 사용되어야 한다.

본 연구를 정리하며 수학적 의사소통과 학생들의 수학에 대한 정의적 영역과 관련하여 몇 가지 제언을 하고자 한다. 첫째, 읽기 자료를 제작함에 있어 많은 수학 도서를 참고하였다. 현재 제공된 수학 도서의 수가 방대하지만 각각의 내용과 난이도 및 전개 방식이 다양하여 연구 내용과 대상자에 적합한 교수·학습 자료를 제작하는데 연구자의 적절한 판단이 요구되었다. 따라서 다양한 도서와 자료 중에 가르치는 대상과 수준 및 학습 내용에 적합한 내용을 선택하고 재구성한 교수·학습 자료를 제작하고 보급할 필요가 있다. 둘째, 학생들은 수학적 개념과 문제 해결과 관련된 읽기 자료에서 내용을 읽는 것만으로는 자료의 내용을 완전하게 이해하고 해석하지 못하는 경향이 있었다. 본 연구에서 사용된 <내용 이해>와 읽기 전략은 이러한 문제점을 학생들의 탐구과정이나 토론 과정을 통해 극복할 수 있도록 도와주었다. 즉 수학은 다른 학문과 다르게 독특한 문법에 따른 규칙을 사용하기 때문에 교사의 적절한 읽기 지도가 필요하다는 이종희·김선희(2003)의 견해와 같이 수학적 개념과 문제 해결 과정에 관련된 읽기 자료를 활용한 수업에서 <내용 이해>와 읽기 전략이 다양하게 개발되어야 할 필요가 있다. 셋째, 연구 대상자들의 사후 면담 결과에서 학생들은 이러한 읽기 자료를 이용한 수업이 수학 학습을 시작하는 시기나 단원의 도입 시점에 이루어졌다면 좀 더 수학에 대한 긍정적인 성향과 태도를 가지게 되지 않았을까 하는 아쉬움을 나타내었다. 개정 교육과정 교과서를 살펴본 결과 다양하게 수학적 의사소통을 활성화시킬 수 있는 자료나 문제 해결과정이 제시되어 있었다. 따라서 이러한 교과서의 자료 및 교수·학습 자료들이 충분히 활용되는 수업이 현장에서 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

- 교육인적자원부 (2007). 수학과 교육과정 <별책 8> (고시 제2007-79호). 서울: (주)대한교과서.
- 김경희 외 (2008). 국제 학업성취도 평가(TIMSS/PISA)에서 나타난 우리나라 중·고등학생의 성취 변화의 특성. 한국교육과정평가원 연구 보고 RRE 2008-3-1.
- 김명순 (2000). 구성주의와 읽기 교육의 방향. 청람이문학회 22, 43-65.
- 김선화 (2002). 교실 밖 수학여행. 경기도: 사계절.
- 김선희 (1998). 의사소통 지도가 수학 학습에 미치는 효과. 이화여자대학교 석사학위논문.
- 김수환 (1996). 수학 문화 형성을 위한 교수·학습 모형 개발 연구. 청주교육대학교논문집, 38, 137-158.
- 김영국 (2004). 수학적 성향의 교육. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 18(1), 173-182.
- 김영일 외 (2005). 중·고등학교 수학과 독서지도 매뉴얼. 서울: 서울특별시 교육청.
- 김재철 (2002). 학생 배경변인과 수학에 대한 태도변화와의 관계 분석 : 잠재변인 변화모형의 적용. 서울대학교 대학원 박사학위 논문.
- 김현택 외 (2003). 현대 심리학 이해. 서울: 학지사.
- 김현화 (2003). 읽기를 활용한 수학 학습의 효과. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- 김화영 (2005). 교과서를 만든 수학자들. 서울: 글담.
- 경남중등수학교과교육연구회 (2006). 수학과 독서 지도 매뉴얼. 경남: 경상남도 교육청.
- 박경미 (2006). 수학비타민. 서울: 랜덤하우스코리아.
- 박경숙·임두순·박효정 (1989). 학습 전략 훈련 프로그램 개발 연구(II) : 읽기 전략을 중심으로. 한국교육개발원 연구보 RR 89-08.
- 박윤정·권혁진 (2008). 수학적 의사소통으로서의 쓰기활동이 고등학교 학생들의 수학 학습에 미치는 효과. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 47(1), 27-47.
- 수학사랑 (2001). 이런 수업 어때요? 9-나. 서울: 수학사랑.
- 신동로·왕경수·김경희 (2007). 쓰기를 활용한 교수학습 방법과 교정적 피드백이 수학 학업성취도와 자기효능감에 미치는 영향. 교육방법연구, 19(2), 123-142.
- 신성균 외 (1992). 교육의 본질 추구를 위한 교육평가체계 연구(III) : 수학과 평가도구 개발. 한국교육개발원 연구보고 RM 92-5-2.
- 이경화 (2003). 읽기 교육의 원리와 방법. 개정판. 서울: 박이정.
- 이숙희·김진환 (2004). 수학적 의사소통으로서 수학일지쓰기가 중학생의 수학적 태도에 미치는 영향. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>, 18(1), 157-171.
- 이승운·정은실 (2005). 생활중심 수학보고서 쓰기가 수학학업성취 및 수학적 성향에 미치는 영향. 과학교육연구, 28, 21-37.
- 이종희 (2002). 수학 학습 지도에서 읽기 활용 방안. 수학교육학연구, 12(3), 425-442.
- 이종희·김선희 (2002). 수학적 의사소통의 지도에 관한 실태 조사. 학교수학, 4(1), 63-78.
- 이종희·김선희 (2003). 수학적 의사소통. 개정판. 서울: 교우사.
- 이종희·김선희·채미애 (2001). 수학적 의사소통 능력의 평가 기준 개발. 수학교육학연구, 11(1), 207-221.
- 정주선·최미숙 (2006). 수학 관련 동화를 활용한 수학활동이 유아의 수학개념 및 수학적 태도에 미치는 효과. 아동교육, 15(4), 231-242.
- 허혜자 (1996). 수학불안 요인에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위논문.
- 홍우주 (2008). 초등학교 6학년 수학 수업에서 이루어지는 교사와 학생의 의사소통과 학생의 수학적 사고 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- 황혜정 외 (2001). 수학교육학 신론. 서울: 문음사.
- 仲田紀夫 (2001). 김현정 역 (2001). 에펠탑에서 수학을 배우자. 서울: 이지북.
- Adams, T. L. (2003). Reading mathematics: More than words can say. *The Reading Teacher*, 56(8), 786-795.
- Adams, T. L., & Lowery, R. M. (2007). An analysis of children's strategies for reading mathematics. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 161-177.
- Aiken, L. R. (1974). Two scales of attitude toward

- mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 5, 67-71.
- Bintz, W. P., & Moore, S. D. (2002). Using literature to support mathematical thinking in middle school. *Middle School Journal*, 34(2), 25-32.
- Bohlmann, C. (2001). Reading skills and mathematics. in vanden Heuve-Panhuizen, M.(Ed.), *Proceeding of the 25th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education*. Utrecht-tle Netherlands. 1-387.
- Borasi, R., & Siegel, M. (2000). *Reading Counts : Expanding the role of reading in mathematics classrooms*. NY: Teachers College Press.
- Borasi, R., Siegel, M., Fonzi, J., & Smith, C. F. (1998). Using transactional reading strategies to support sense-making and discussion in mathematics classroom: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(3), 275-305.
- Carter, T. A., & Dean, E. O. (2006). Mathematics intervention for grades 5-11: teaching mathematics, reading, or both?. *Reading Psychology*, 27, 127-146.
- Casey, B., Kersh, J. E., & Young, J. M. (2004). Storytelling sagas: an effective medium for teaching early childhood mathematics. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 167-172.
- Creswell, J. W. (2003). *Research design: Qualitative quantitative, and mixed methods approaches (2nd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage. 강운수 외 8인 공역 (2005). 연구설계: 정성연구, 정량연구 및 혼합연구에 대한 실제적인 접근. 서울: 경문사.
- Draper, R. J. (2002). School mathematics reform, constructivism, and literacy: A case for literacy instruction in the reform-oriented math classroom. *Journal of adolescent & adult literacy*, 45(6), 520-529.
- Eerde, D. van, & M. Hajer (2005) Language sensitive math teaching in a multi-cultural classroom Students' talking and writing enlightens hidden problems. *4th Conference of the European Society for Research in Mathematics*. Barcelona.
- Holliday, M. A. K. (1978). *Language as social semiotic*. London: Edward Arnold.
- Hopkins, M. H. (2007). Adapting a model for literacy learning to the learning of mathematics. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 121-138.
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A Longitudinal Study of Mathematical Competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Development*, 74(3), 834-850.
- Lager, C. A. (2006). Types of mathematics-language reading interactions that unnecessarily hinder algebra learning and assessment. *Reading Psychology*, 27(2-3), 165-204.
- Lionel, S., Testard, F., & Coralie, S. (1997). 장석봉 역(2000). 세상에서 가장 아름다운 수학 공식. 서울: 궁리.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in Education*. San Francisco: Jossey-Bass Publishers. 강운수 외 8인 공역(2005). 정성연구방법론과 사례연구. 서울: 교우사.
- Miller, L. D. (1992). Teacher benefits from using impromptu writing prompts in algebra classes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23(4), 329-340.
- National Council Teachers Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author. 구광조·오병승·류희찬 공역(1992). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향. 서울: 경문사.
- National Council Teachers Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author. 류희찬 외 5인 공역(2007). 학 교수학을 위한 원리와 기준. 서울: 경문사.
- Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically : communication in mathematics classrooms*. London:

- Routledge & K. Paul.
- Reikerås, E. (2004). Connections between skills in mathematics and ability in reading. *PME Conference*, 28(1), 1-339.
- Reyes, L. H. (1984). Affective variables and mathematics education. *The elementary School Journal*, 84, 558-581.
- Rowan, T. E., Mumme, J., & Shephred, N. (1990). Communicating in mathematics. *Arithmetic Teacher*, 38(1), 18-22.
- Sanderson, S. (1996). 황선옥 역(2002). 수학사 가볍게 읽기. 경기도: 한승.
- Schleppegrell, M. J. (2007). The linguistic challenges of mathematics teaching and learning: A Research Review. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 139-160.
- Theoni, P. (1999). 고석구·이만근 역(1999). 수학의 스펀들. 서울: 일공일공일.
- Thompson, D. R. (2007). Communication and representations as elements in mathematical literacy. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 179-196.
- Thompson, D. R., & Rubenstein, R. N. (2000). Learning mathematics vocabulary: Potential pitfalls and instructional strategies. *Mathematics Teacher*, 93(7), 568-577.
- Wener Tiki, K. et al. (2004). 추금환 역(2004). 꿀찌들도 잘 먹는 맛있는 수학. 서울: 청림.

The Effects of Lessons Using Reading Materials on Mathematical Communication, Disposition and Attitudes

Kim, Su Mi

Kyongdug Middle School, Cheongju, Chungbuk 361-802, Korea

E-mail : sm5297@hanmail.net

Shin, In Sun[†]

Korea National University of Education, Cheongwon-gun, Chungbuk 363-791, Korea

E-mail : shinis@knue.ac.kr

The purpose of this study was providing implications in teaching and learning activities to vitalize mathematical communication and to raise positive attitudes about mathematics. We analyzed mathematical communication, disposition and attitudes of the students who had lower mathematical achievement rather than that of Korean language in class using reading materials and strategies.

We found that teaching-learning activities using the reading materials and strategies let the low achievers in mathematics communicate more about mathematical notions and problem-solving process actively. The activities triggered interests and attention of mathematics and self-study. In addition, the lessons with reading materials and strategies aroused confidence, will and responsibility to mathematics learning to the students. They made the learners notice mathematics' values and roles and gave the opportunity of reflection about students' learning processes. As a result, the teaching-learning using reading materials and strategies should be developed and accomplished actively in classroom to turn mathematical inclination and attitudes of the students who had had negative inclination and attitudes to mathematics into those of positive and to vitalize mathematical communication to the lower achievers in mathematics.

* ZDM Classification : D43

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97D99

* Key Words : reading materials, reading strategy, mathematical communication, mathematical disposition, mathematical attitudes

† Corresponding author

<부록 1> 1차시 읽기 자료

1. 1차시 읽기 자료

♣ 피타고라스와 피타고라스 정리 - 교과서를 만든 수학자들

신비에 쌓인 피타고라스

'피타고라스 정리'로 유명한 피타고라스는 기원전 570년경 사모스섬에서 태어났습니다. 피타고라스의 생애에 대해서는 잘 알려져 있지 않습니다. 그를 따르던 제자들은 그를 신비한 인물로 만들어 그의 모든 행적을 비밀에 부쳤습니다. 단지 피타고라스는 탈레스보다 50세 아래이고 탈레스의 고향 근처에서 살았던 것으로 미루어 아마도 탈레스 밑에서 공부를 했을 것이라고 추측합니다. 피타고라스가 탈레스 밑에서 공부하게 된 배경에 대해 유명한 일화가 있습니다.

하루는 탈레스가 길을 가는데 한 소년이 장작을 지고 가고 있었습니 다. 그런데 그 장작을 쌓아올린 솜씨가 독특해서 그 아이를 불러 세웠습니다. 그러곤 장작을 내려놓고 다시 쌓아 보라고 했습니다. 소년은 잠시 망설이더니 장작을 내려놓고 원래대로 다시 쌓기 시작했습니다. 탈레스는 소년의 행동을 유심히 지켜보았습니다. 이 소년은 다른 사람들과 달리 장작을 쌓는 가장 튼튼하고 효율적인 방법을 터득하고 있었습니다. 그는 소년에게서 남다른 천재성을 발견하고 공부를 해 볼 것을 권유했다고 합니다. 이 소년이 바로 피타고라스입니다. 결국 피타고라스는 탈레스의 말을 공부하기 위해 사모스 섬을 떠났습니다.

이 일은 피타고라스가 탈레스 이후 그리스에서 가장 뛰어난 수학자가 될 수 있는 길을 열어준 계기가 되었습니다. 피타고라스는 여러 해 동안 탈레스 밑에서 공부를 하면서 그때까지 알려진 수학적 지식을 모두 습득하고 그 뒤 이집트와 바빌로니아로 유학을 갔습니다.

직각삼각형의 정리, 피타고라스 정리를 증명하다.

피타고라스의 업적 중에 가장 중요한 것이라면 당연히 '피타고라스 정리'입니다. 피타고라스 정리를 "직각 삼각형에서 빗변의 길이의 제곱은 다른 두변의 길이의 제곱의 합과 같다"라는 원리입니다. 사실 직각삼각형과 관련된 이 정리는 피타고라스가 처음으로 발견한 것은 아닙니다. 이미 이집트와 메소포타미아에서는 '삼각형 세변의 길이의 비가 3:4:5나 5:12:13이면 그 삼각형은 직각삼각형이다'라는 사실이 오래전부터 전해왔고 이것으로 직각을 만드는 데 사용했습니다. 그럼에도 '직각삼각형의 정리'를 '피타고라스 정리'라고 부르는 이유는 피타고라스가 이 정리를 처음으로 증명했기 때문입니다. 피타고라스의 정리는 수학사 최초로 '증명'이기도 합니다. 또한 그는 도형에 관련된 많은 업적을 남겼습니다. 그 중 하나가 '한 변의 길이를 알 때 정오각형을 작도하는 방법'을 찾아낸 것입니다. 피타고라스의 제자들은 이것으로 황금분할을 발견했는데 이 황금분할은 주어진 선분을 두 부분으로 나누는 가장 아름다운 분할법으로 회화, 조각, 건축 등에 널리 이용했습니다. 그리고 당시 이집트인들은 정사면체, 정육면체, 정팔면체라는 세가지 정다면체를 알고 있었는데 피타고라스 정십이면체와 정이십면체를 발견했고, 정다면

체는 이들 다섯 종류밖에 존재하지 않음을 증명했습니다.

피타고라스 학파의 고민거리 무리수

피타고라스의 업적 중에 피타고라스와 그의 학파에 커다란 고민을 안겨주었던 것이 있었는데 그것은 무리수의 발견입니다.

피타고라스 시대에 그리스인들이 알고 있는 수는 유리수(분수로 나타낼 수 있는 수)밖에 없었습니다. 그런데 피타고라스는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 분수로 나타낼 수 없음을 알게 되었습니다. 피타고라스학파는 모든 크기를 유리수로 나타낼 수 있다고 믿고 있었고 그 동안 많은 사람들에게 그렇게 가르쳤기 때문에 그것에 위배되는 이 수를 알릴 수가 없었습니다. 결국 일반인들에게 무리수가 알려진 것은 오랜 기간이 지난이 지난 후에야 가능했습니다.

비밀 속에 꼭꼭 숨겨진 피타고라스학파

피타고라스는 이탈리아 남부에 있는 크로나 지방에 살면서 제자들을 가르치기 위해 '피타고라스 학교'를 설립했습니다. 그의 명성을 듣고, 학문에 뜻을 둔 많은 젊은이들이 찾아왔습니다. 그는 이들에게 철학과 수학, 그리고 과학을 가르쳤습니다. 그러나 누구나 그의 제자가 될 수 있는 것은 아니었습니다. 피타고라스학파의 회원이 되기 위해서는 엄격한 조건을 따라야 했습니다.

우선 회원이 되려면 전 재산을 맡겨야 했고 검소한 생활과 인내, 순결, 절대적인 순종 등을 약속해야 했습니다. 뿐만 아니라 회원들의 개인행동은 엄격하게 통제되었으며 피타고라스학파의 발전에 전심전력을 다해야 했습니다. 당시 젊은이들에게는 '피타고라스학파' 회원이 되는 것이 커다란 자부심과 명예였습니다. 그러면서도 특이한 점은 당시 공식적인 자리에 참여할 수 없던 여자들도 강의를 들을 수 있게 똑같은 기회를 주도록 한 것입니다.

피타고라스는 유별난 방법으로 자신의 학파를 지켰습니다. 그는 모든 수업 내용을 기록에 남기지 않고 입으로만 가르쳤고 학파에서 발견한 모든 내용은 철저히 비밀로 간직했습니다. 그리고 함께 연구한 모든 내용과 발견들은 모두 피타고라스의 이름으로 발표해야 했습니다. 피타고라스학파는 점점 발전하여 나중에는 정치적인 힘과 세력을 갖게 되었습니다. 하지만 그것이 울가미가 되어 정치적 반대파에게 불의의 공격을 받게 되었습니다. 결국 학파는 해체되었고 메타폰토스로 도망간 피타고라스는 반대파들에게 목숨을 잃었습니다.

♣ 무리수의 발견 - 수학의 스캔들

"배신자를 몰에 처넣어라." 사람들이 큰 소리로 외쳤다.

"나는 배신자가 아니다" 히파소스도 이들에 맞서 소리를 질렀다.

"히파소스, 너는 피타고라스학파의 맹세를 깨뜨리고 말았다."

"나는 분수로 나타낼 수 없는 수(무리수)가 존재한다는 놀라운 사실을 증명하였다. 너희는 이것을 비밀로 하라는 것인가? 이것은 나의 지식과 진리를 억압하는 것이다." 히파소스는 단호하게 말하였다.

"그것을 수로 인정하지 않았다는 것을 너도 알지 않느냐?"

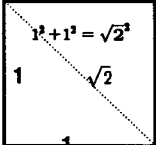
" $\sqrt{2}$ 는 수이다. 이것은 측량할 때 사용되는 수가 아닌가? $\sqrt{2}$ 는 특수한 길이를 나타낸다. 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선

길이를 정확히 표현할 수 있는 다른 수가 있는가?”
 선상의 피타고라스학파의 무리는 점점 더 분노하였다. 진실이 그들을 혼들기 시작하였던 것이다. 갑자기 그들은 고향을 치면서 움직이기 시작하였다. 모든 일은 순식간에 벌어졌다. 아무도 폭도들의 행위를 중단시킬 수 없었다.

“그를 물 속에 처넣어라.”
 그들은 고향을 치면서 감출 수 없는 사실을 감추고자 노력하였다. $\sqrt{2}=1.417...$ 그들은 히파수스를 잡아서 감판에서 던져버렸다. 바다를 향해하는 중에 히파수스는 $\sqrt{2}$ 에 대한 비밀을 폭로하려 하였다는 이유로 군중들의 분노를 샀다. 그리고 그들은 ‘배신자’를 처형하였다.

왜 이들은 새로운 수의 발견을 감추려고 하였는가?

히파수스의 증명이 있기 전까지 모든 피타고라스학파 사람들은 모든 기하적인 대상을 정수와 정수의 비로 표현할 수 있다고 믿고 있었다. 비록 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이를 나타낼 수 있는 분수를 아무도 찾지는 못하였어도, 그들이 찾지 못한 어떤 정수의 비가 존재할 거라는 믿음이 있었다. 피타고라스학파는 다른 수의 존재의 필요성을 받아들여 하지 않았다. 따라서 히파수스가 정사각형의 대각선을 표현할 수 없는 어떤 수도 존재하지 않음을 보이자 그들은 혼란에 빠졌고, 대각선의 길이를 근사적으로 나타내려 하였다. 실제로 그들은 $\sqrt{2}$ 는 수가 아니라고 주장하였다. 비밀과 신비의 장막이 피타고라스학파를 감싸고 있었다. 보통 학교와는 달리 피타고라스학파는 준수하여야 할 여러 제약이 있었다. 그들은 비밀을 지키기로 맹세하였으며 발견된 여러 가지 사실은 개인의 명예보다는 전체의 명예로 돌려졌다. 즉 그들의 믿음과 발견에 대해서는 어떠한 기록도 금지되었다. 수학은 그들의 삶에는 아주 특별한 것으로 그들의 전체적인 믿음체계에 영향을 주는 생활의 철학이었는데 그들의 믿음은 “만물은 수(All is number)”라는 것이었다. 그들에게 우주의 근본은 수이며, 특히 정수와 이들의 비(분수)로 모든 것을 나타낼 수 있다고 믿었다. 피타고라스학파는 정수와 분수를 이용하여 사람이나 음악 등을 표현하였다. 모든 정수는 1을 유한 번 더하여 얻어 지므로 1은 모든 수의 신성한 창조자였다. 2는 첫 번째 짝수로서, 여성(음)을 상징하는 수로 다양한 의미와 연관 지어 사용되었다. 3은 남성(양)을 상징하는 첫 번째 수로, 1과 2의 조합으로 이루어진 조화의 수로 받아들여졌다. 4는 정의를 상징하였으며, 5는 2와 3의 합이므로 혼인을 상징하였다. 이러한 방법으로 각각의 수는 평화, 완전, 풍부, 자기연민 등의 의미와 연결되어 있었다. 그들은 모든 정수를 척도로 사용하였다. 피타고라스학파는 다른 종류의 어떤 수라도 정수의 비로 표현이 가능하다고 믿었다. 이러한 수로 이루어진 삶은 잘 정돈된 것이며, 수는 세상을 분명하게 표현할 수 있는 것이었다. 피타고라스학파에게 불후의 명성을 안겨 주었던 것은 ‘유명한 피타고라스 정리에 대한 증명의 도입(Enter the proof of the famous Pythagorean theorem)’이라는 정리이다. 이 정리 때문에 만물의 척도로서의 수의 역할은 붕괴되기 시작하였다.



우리는 배 위의 피타고라스학파 사람들이 히파수스가 비밀의 맹세를 깨뜨리고 정수의 비로는 표현할 수 없는 수가 존재함을 선언한 것에 대한 분노를 상상할 수 있다. $\sqrt{2}$ 의 발견과 이 수가 무리수라는 사실에 대한 증명에서 느꼈을 그들의 감정을 상상해 보라. 피타고라스학파의 신념체계를 지배하던 수로는 정확한 표현이 불가능한 특별한 수 $\sqrt{2}$ 를 길이로 갖는 것(정사각형의 대각선)이 존재함을 확인하는 피타고라스학파 사람들의 모습을 상상해 보라. 피타고라스 추종자들은 “그런 리가 없어”, “우리는 이것을 세상에 알려서는 안 돼” 하며 속이 뒤집히는 느낌이 들었으리라. 이것을 감추려는 그들의 비밀 맹세가 지켜지겠는가? 이 은폐가 얼마나 오랫동안 가능하였겠는가? 그렇게 중요한 발견이 어떻게 감추어질 수 있었겠는가? 아마 수세기가 흐르는 동안 전 세계의 여러 분야에서 피타고라스 정리라 불리는 지식을 피타고라스학파가 아닌 사람이 우연히 발견할 수도 있었을 것이다.

♣ 피타고라스 학파의 이상 야릇한 금기사항 - 기호와 공식이 없는 수학 카페

- 털로 만든 옷을 입지 말라
- 제사 때를 빼고는 고기나 콩을 먹지 말라.
- 흰 수탉을 만지지 말라.
- 쇠붙이로 불을 휘젓지 말라.
- 동물의 심장을 먹지 말라.
- 화로에서 냄비를 들어낼 때는 반드시 재를 다시 섞어라.
- 불빛 옆에서 거울을 보지 말라.

내용 이해

1. 피타고라스의 동상이 있는 곳은? () 왜?
2. 피타고라스가 수학을 처음으로 연구하게 한 스승은 피라미드의 높이를 그림자를 이용하여 쟀 ()이다.
3. 읽기 자료에서 제시한 피타고라스의 업적을 써보세요.
4. 피타고라스학파의 특별한 방침 중 가장 맘에 들거나 특이한 점을 쓰고 이유를 이야기해 보세요.
5. 피타고라스학파는 수를 이용해 사람과 세상을 표현했는데 다음을 완성해 보세요 (): 창조자, () 남성(양), () 여성(음), (): 결혼
6. 유리수와 무리수의 뜻을 말해보세요.
7. 피타고라스 정리를 써 보세요. 그림과 같이 표현해 보세요.
8. 무리수의 발견 과정을 살펴볼까요?
 1) 무리수를 발견하게 된 도형은 ()이다.
 2) 이 도형의 (한 변, 대각선)의 길이가 무리수를 나타낸다.
9. 피타고라스 학파의 일원으로 무리수의 비밀을 발설한 죄로 암살당한 사람은 누구인가?
10. 피타고라스학파가 $\sqrt{2}$ 의 존재를 발견했을 때 당황했던 이유는 무엇일까요?
11. 히파수스가 $\sqrt{2}$ 의 존재를 발설했을 때의 피타고라스학파의 분노와 배신의 정도는 어떠했을까?
12. 여러분은 $\sqrt{2}$ 와 같은 무리수가 처음부터 있었던 것이라고 생각했나요? 이러한 엄청난 과정을 거쳐 태어난 수라는 것을 알고 있었나요? 몰랐었다면 이런 과정을 거쳐 태어난 무리수에 대한 자신의 느낌을 말해보세요.