

RMF을 이용한 계층적 B-spline 곡선의 다단계 편집기법

장 츠†

윤승현††

이지은‡

동국대학교 멀티미디어공학과†,††, 조선대학교 컴퓨터공학부‡

zhangci226@hotmail.com†, shyun@dongguk.edu††, jieunjadelee@gmail.com‡

Multilevel Editing for Hierarchical B-spline Curves using Rotation Minimizing Frames

Zhang Ci†

Seung-Hyun Yoon††

Jieun Lee‡

Department of Multimedia Engineering, Dongguk University†,††, School of Computer Engineering, Chosun University‡

요약

본 논문에서는 계층적 B-spline 곡선 (hierarchical B-spline curve)에 대한 새로운 다단계 편집 (multilevel editing)기법을 제안한다. 각 단계 변위함수 (displacement function)의 제어점 (control point)은 이전 단계 곡선위의 노드점 (nodal point)에서 계산되는 Rotation Minimizing Frame (RMF) [1]을 기준으로 표현된다. 이전 단계에서 곡선의 형상이 편집되면 해당 노드점에서 새로운 RMF가 계산되고, 현재 단계에서 변위함수의 제어점들은 새로운 RMF를 기준으로 적용되어, 현재 단계의 곡선은 이전 단계의 곡선에 대한 상대적인 세부 형상을 유지하게 된다. 본 논문에서는 다양한 형태의 곡선에 대한 다단계 편집실험을 통해 제안된 기법의 효율성과 안정성을 입증한다.

Abstract

We present a new technique for multilevel editing of hierarchical B-spline curves. At each level, control points of a displacement function are expressed in the rotation minimizing frames (RMFs) [1] which are computed on nodal points of the curve at previous level. When the curve is edited at previous level, the corresponding RMFs are updated and the control points of the displacement function at current level are applied to the new RMFs, which maintains the relative details of the curve at current level to those of previous level. We demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed technique using several experimental results.

키워드: 계층적 B-스플라인 곡선, 변위함수, 다단계 편집, 프레네좌표계, 회전최소좌표계

Keywords: Hierarchical B-spline Curve, Displacement Function, Multilevel Editing, Frenet Frame, Rotation Minimizing Frame

1. 서론

3차원 형상을 모델링하기 위한 다양한 기법들이 컴퓨터이용 설계 (computer-aided design), 기하모델링 (geometric modeling) 그리고 컴퓨터그래픽스 등의 분야에서 제안되었다 [2, 3, 4]. 이러한 기법들 중에서 B-spline을 이용한 곡선과 곡면의 모델링 기법은 자유형상 (freeform)에 대한 효율적인 표현 및 직관적인 제어를 지원하기 때문에 가장 널리 사용되는 대표적인 기법 중의 하나이다. 일반적으로 B-spline을 이용한 표현기법은 적은 수의 제어점 (control point)을 이용하여 부드러운 곡선과 곡면의 형상을 직관적으로 모델링 할 수 있다. 더욱이 B-spline의 기저함수 (basis function)에 대한 낮세분화 (knot refine-

ment) 기법 [5, 6, 7, 8]은 모델링된 곡선과 곡면의 형상을 유지하면서 제어점의 수를 늘릴 수 있기 때문에 형상에 대한 세부적인 편집 및 제어를 가능하게 하는 매우 유용한 기하학적 알고리즘이다.

다단계 (multilevel) 또는 다중해상도 편집 (multiresolution editing) 기술은 곡선과 곡면의 형상을 효율적으로 제어하기 위해 제안된 개념이다 [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]. 다단계 편집에서 곡선과 곡면의 편집되는 영역의 범위는 단계별로 제어된다. 낮은 단계에서는 곡선과 곡면의 전역적인 (global) 편집이 가능하고, 높은 단계에서는 곡선과 곡면의 국소적 (local)이고 세부적인 제어가 가능하다. B-spline 곡선과 곡면의 경우 낮세

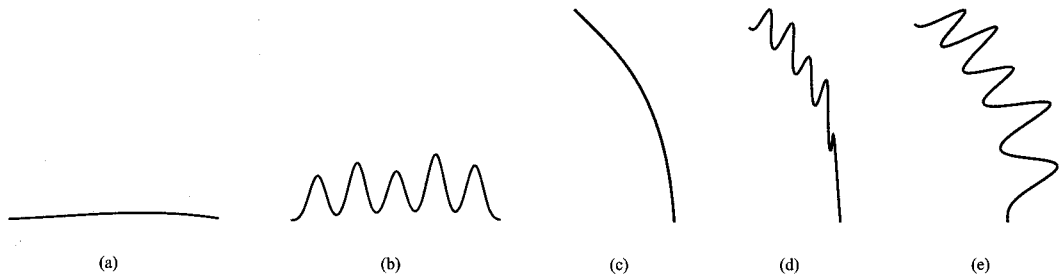


그림 1: 곡선의 다단계 편집에서 발생할 수 있는 문제점.

분화를 통한 변위함수 (displacement function)의 계층적 (hierarchical) 구조를 생성하면 다단계 편집기법을 쉽게 지원할 수 있다. 그림 1은 계층적 B-spline 곡선에 대한 다단계 편집의 예를 보여준다. 그림 1(a)는 낮은 단계에서 모델링된 곡선의 형상을 나타내고, 그림 1(b)는 높은 단계에서 곡선의 국소적인 부분을 편집한 결과이다. 그림 1(d)는 낮은 단계에서 곡선의 전반적인 형상을 편집한 후(그림 1(c)), 다시 높은 단계로 이동한 결과이다. 이러한 경우 사용자는 그림 1(b)에서 편집된 곡선의 세부적인 형상이 그림 1(c)에 대하여 그림 1(e)와 같이 적용되기를 원하게 된다. 그러나 기존의 다중해상도 또는 다단계 편집기법 [9, 10, 17]에서는 현재 단계에서 편집되는 곡선의 제어점 변위 (displacement)를 고정좌표계 (fixed coordinate system)를 기준으로 표현하기 때문에 그림 1(c)와 같은 상대적인 편집결과를 유지하기가 어렵다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하고 낮은 단계에서 편집되는 곡선의 형상에 대한 상대적인 세부형상을 유지하는 새로운 다단계 편집기법을 제안한다. 제안된 기법은 현재 단계에서 편집된 변위함수의 제어점의 변위를 이전 단계의 곡선 위의 노드점 (nodal point)에서 정의되는 Rotation Minimizing Frame (RMF) [1]을 기준으로 표현한다. 이전 단계에서 곡선이 편집될 경우 새로운 RMF가 정의되고 제어점의 변위들은 새롭게 정의된 RMF를 기준으로 적용되어, 이전 단계의 곡선에 대한 상대적인 세부 형상을 유지하게 된다. 그림 1(e)는 본 논문에서 제안된 기법을 이용한 다단계 편집의 결과로써 세부적인 편집의 결과가 낮은 단계의 곡선에 대하여 상대적으로 유지되는 것을 볼 수 있다.

본 논문의 나머지 부분은 다음과 같이 구성된다. 2절에서는 자유형상 곡선 및 곡면에 대한 다단계 또는 다중해상도 편집기법에 대한 이전 연구들을 소개하고, 3절에서는 본 연구에서 사용하는 계층적 B-spline에 대한 개념을 요약한다. 본 논문에서 제안하는 새로운 다단계 편집기법은 4절에서 상세히 설명되고, 이러한 기법을 이용한 다양한 편집의 결과는 5절에서 제시된다. 끝으로 6절에서 본 논문의 결론을 맺으며 향후연구방향을 제시한다.

2. 관련연구

본 절에서는 곡선 및 곡면의 다중해상도 (multiresolution) 표현 및 편집기법에 관련된 이전 연구결과들을 소개한다. Forsey와 Bartel [18]은 B-spline 기저함수의 국소적인 세분화 (local refinement)기법을 이용하여 계층적 B-spline에 대한 개념을 소개하였다. 계층적 B-spline은 곡면의 편집과정에서 단계별로 편집영역의 범위를 조절할 수 있으며, 이전 단계 곡면위의 접평면 (tangent space)에서 정의되는 참조좌표계 (reference coordinate system)에 대한 오프셋 참조 (offset referencing)를 통하여 이전 단계에 대한 상대적인 편집결과를 유지할 수 있다. 일반적으로 곡면의 경우 모든점에서 연속적인 접평면을 정의할 수 있기 때문에 참조좌표계를 선정이 수월한 반면, 곡선의 경우에는 연속적으로 정의되는 참조좌표계를 결정하는 것은 어려운 문제이다. 본 논문에서는 최근 Wang 등 [1]에 의해 제안된 곡선위의 RMF를 참조좌표계로 이용하여 계층적 B-spline 곡선에 대한 새로운 다단계 편집기법을 제시한다.

Finkelstein과 Salesin [13]은 uniform B-spline 곡선에 대하여 웨이블릿 (wavelet)에 기반한 다중해상도 표현기법을 제안하였다. 제안한 기법은 추가적인 정보없이 곡선의 다중해상도를 표현을 지원하며, 곡선의 smoothing과 세부적인 형상을 유지하며 곡선의 전체적인 형상에 대한 편집을 가능하도록 한다. Elber와 Gotsman [9]은 least-squares 근사기법을 이용하여 uniform B-spline 곡선에 대한 다중해상도 표현법 [13]을 nonuniform B-spline 곡선에 확장하였고, Kazinnik과 Elber [17]는 이를 더욱 확장하여 nonuniform B-spline 곡선에 대하여 직교분해 (orthogonal decomposition)를 통한 다중해상도 표현기법을 제시하였다. Prusinkiewicz 등 [19]과 Poon 등 [20]은 L-system을 통하여 곡선을 세분화하고 다중해상도로 표현하는 기법을 제안하였고, Dreger 등 [16]은 삼각형 도메인 (triangular domain)을 기반으로 임의의 차수를 갖는 triangular B-spline을 이용한 다중해상도 곡면에 대한 표현기법을 제시하였다.

다양한 형태의 제한조건 (constraint)을 고려한 곡선의 다중해상도 편집기법에 대한 연구도 진행되었다 [10, 11, 14, 21, 22]. Elber [10]는 곡선의 편집과정에서 대칭성 (symmetry)에

대한 선형제한조건 (linear constraint)을 유도하여 이를 만족하는 다중해상도 편집기법을 제시하였다. Hahmann 등 [11]은 평면 폐곡선 (planar closed curves)에 대하여 면적 (area)을 일정하게 유지하면서 곡선을 편집하는 기법을, 그리고 Sauvage 등 [22]은 평면 곡선의 길이를 일정하게 유지하면서 곡선의 형상을 제어하는 기법을 제시하였다. Olsen 등 [14]은 임의의 차수를 갖는 B-spline 기반의 분할곡선 (subdivision curve)에 대하여 국소적인 다중해상도 필터를 생성하는 기법을 제안하였다. 이 기법은 임의의 위상구조를 갖는 메쉬의 다양한 분할기법에 효율적으로 적용될 수 있다. Li 등 [21]은 제한조건이 있는 B-spline 웨이블릿을 이용하여 곡선을 생성하는 기법을 제시하여, 제한조건에 따라 다양한 해상도를 갖는 곡선을 생성하였다.

3. 계층적 B-spline 곡선

본 절에서는 계층적 B-spline 곡선 (hierarchical B-spline curve)의 표현법에 대하여 설명한다. 차수 (degree)가 p 인 B-spline 곡선 $C(u)$ 는 다음과 같이 정의된다:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_i^p(u) \mathbf{p}_i \quad u_p \leq u \leq u_{m-p},$$

여기서 $\{\mathbf{p}_i\}$ 는 곡선의 제어점 (control points)을 나타내고, $N_i^p(u)$ 는 knot 벡터 $U = \{u_0, u_1, \dots, u_p, \dots, u_{m-p}, \dots, u_m\}$ ($u_i \leq u_{i+1}, i = 0, 1, \dots, m-1$)에서 다음과 같이 정의되는 p 차 i 번째 B-spline의 기저함수 (basis functions)이다:

$$N_i^0(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i \leq u < u_{i+1}, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$N_i^p(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_i^{p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1}^{p-1}(u).$$

knot 벡터 U 에서 연속된 두 knot 값 u_i 와 u_{i+1} ($p \leq i \leq m-p-1$) 사이에 중간점을 추가하여 다음과 같은 새로운 knot 벡터 U^1 를 생성하고, 이러한 과정을 knot 벡터의 중간점 세분화 (midpoint refinement)라고 하자.

$$U^1 = \{ \dots, u_p, \frac{u_p + u_{p+1}}{2}, u_{p+1}, \dots, \frac{u_{m-p-1} + u_{m-p}}{2}, u_{m-p}, \dots \}.$$

세분화된 knot 벡터 U^1 에서 다음과 같이 정의된 변위함수 (displacement function) $D^1(u)$ 를 생성한다:

$$D^1(u) = \sum_{i=0}^{|U^1|-1} N_i^p(u) \mathbf{d}_i^1,$$

여기서 $N_i^p(u)$ 와 $|U^1|$ 는 세분화된 knot 벡터 U^1 에서 정의된 B-spline 기저함수와 그 갯수를 나타내고 \mathbf{d}_i^1 는 변위함수 $D^1(u)$ 의

제어변위로 $\mathbf{d}_i^1 = \vec{0}$ 로 초기화한다. 세분화된 knot 벡터 U^1 에 대하여 이러한 중간점 세분화과정을 반복적으로 수행하여 여러 단계의 변위함수 $D^j(u), j = 1, 2, \dots, j_{max}$ 를 생성하고, 이러한 변위함수를 이용하여 k 단계의 B-spline 곡선 $C^k(u)$ 를 다음과 같이 생성한다:

$$C^k(u) = C(u) + \sum_{j=1}^k D^j(u).$$

k 단계의 B-spline 곡선 $C^k(u)$ 에 대한 편집은 k 단계의 변위함수 $D^k(u)$ 에 대한 편집을 통하여 이루어진다. 변위함수 $D^k(u)$ 는 세분화된 knot 벡터를 이용하여 생성되었기 때문에 $D^{k-1}(u)$ 보다 세부적인 변위의 제어가 가능하고, 결과적으로 곡선 $C^k(u)$ 는 $C^{k-1}(u)$ 에 비하여 국소적이고 세부적인 편집이 가능하다. 이러한 계층적 B-spline에 대한 다단계 편집 (multi-level editing) 기법은 단계별로 곡선의 편집영역의 범위를 조절할 수 있다는 장점을 갖는다.

그림 2은 다단계 변위함수를 갖는 B-spline 곡선의 계층구조를 나타내고, 그림 3은 계층적 B-spline 곡선에 대한 다단계 편집과정의 예를 보여준다. 그림 3(a)는 초기 곡선 $C(u)$ 를 나타내고, 그림 3(b)는 3단계에서 변위함수 $D^3(u)$ 를 편집한 곡선 $C^3(u)$ 의 결과이다. 이 경우 $D^1(u)$ 와 $D^2(u)$ 는 편집되지 않았기 때문에 곡선 $C^3(u)$ 의 형상에 영향을 주지 않았다. 그림 3(c)는 다시 초기 단계로 돌아간 곡선 $C^0(u)(= C(u))$ 의 형상을 나타낸다. 이와 같이 다단계 편집과정은 각 단계의 변위함수에 대하여 적용되기 때문에 이전 단계에서는 곡선의 원래 형상을 다시 복원할 수 있다. 초기 단계에서 곡선 $C(u)$ 를 그림 3(d)와 같이 편집한 후, 다시 3단계로 이동하면 편집된 $C(u)$ 에 변위함수 $D^3(u)$ 가 적용되어 그림 3(e)와 같은 결과를 얻게 된다. 이러한 계층적인 변위함수를 이용하여 사용자는 높은 단계에서 곡선의 세부적인 형상을 조정할 수 있을 뿐만 아니라 낮은 단계에서는 세부적으로 편집된 변위함수의 형상을 유지하면서 곡선의 전체적인 형상을 제어할 수 있다.

4. RMF를 이용한 다단계 편집기법

3절에서 소개된 계층적 B-spline 곡선의 다단계 편집기법에서 각 단계의 변위함수들은 보통 고정좌표계 (fixed coordinate system)를 기준으로 표현된다 [9, 10, 17]. 이러한 고정좌표계를 이용한 변위함수의 표현은 다단계 편집과정에서 그림 4에 나타난 문제점을 갖는다. 그림 4(a)는 수평직선과 유사한 초기 단계의 곡선을 나타내고, 그림 4(b)는 중간점 세분화를 두번 수행한 후, 2단계에서 변위함수 $D^2(u)$ 를 Y축의 방향으로 편집한 결과이다. 그림 4(d)는 초기 단계에서 곡선의 형상을 수직에 가깝게 편집한 후 (그림 4(c)), 다시 2단계로 이동한 결과이다. 이러한 다단계 편집과정에서 사용자는 2단계에서 편집된 변위함수가 그림 4(e)와 같이 적용되기를 기대한다. 그러나 2단

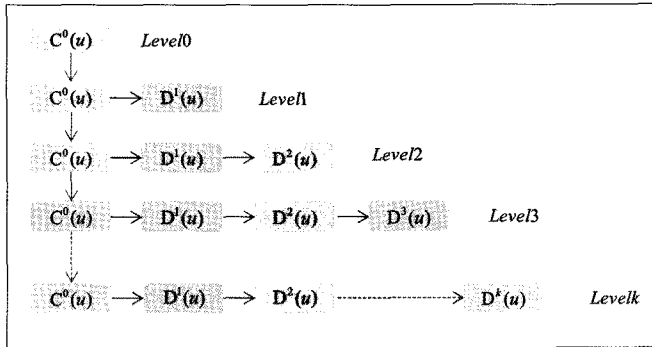


그림 2: 계층적 B-spline의 구조.

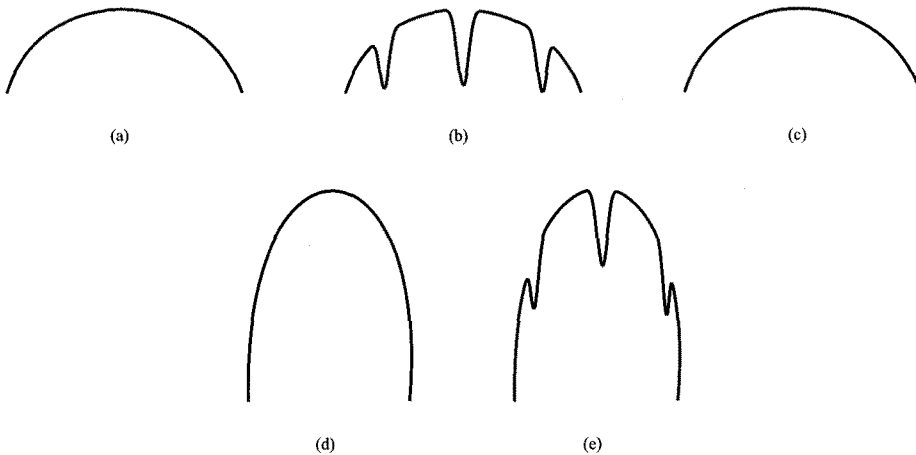


그림 3: 계층적 B-spline 곡선의 다단계 편집과정.

계에서 편집된 변위함수 $D^2(u)$ 는 고정좌표계를 기준으로 표현되었기 때문에 그림 4(d)의 빨간색 상자로 표시된 부분에서 Y축의 변위로 적용되었다. 이러한 문제점은 본질적으로 변위 함수를 고정좌표계를 기준으로 표현한 것에서 기인한다.

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해서 각 단계의 변위함수들을 이전 단계의 곡선위에서 정의되는 지역좌표계(local coordinate system)를 기준으로 표현하는 접근법을 택한다. 이러한 지역좌표계는 다음과 같은 특징을 만족해야 한다:

- 모든 차수의 곡선위에서 연속적으로 (continuously) 정의되어야 한다.
- 곡선의 형상이 변할 때, 곡선 위의 모든 점에서 최소한의 변화를 유지해야 한다.

일반적으로 곡선위의 점에서 다음과 같이 정의되는 접벡터장(tangent vector field) $T(u)$ 와 법벡터장(normal vector field)

$N(u)$ 그리고 양법벡터장(binormal vector field) $B(u)$ 로 구성되는 프레네틀장(Frenet frame) $[T \ N \ B]$ 을 지역좌표계로 선택할 수 있다:

$$T(u) = \frac{C'(u)}{\|C'(u)\|}, \quad N(u) = T(u) \times B(u),$$

$$B(u) = \frac{C'(u) \times C''(u)}{\|C'(u) \times C''(u)\|},$$

여기서 $C'(u)$ 와 $C''(u)$ 는 각각 곡선의 1차 미분과 2차 미분을 나타낸다. 그러나 이러한 프레네틀좌표계는 곡선의 1차 미분과 2차 미분을 이용하여 계산되기 때문에 1차곡선인 직선의 경우 정의되지 않는다. 더욱이 곡선의 형상이 바뀌는 변곡점(inflexion point)을 경계로 법선벡터장의 방향이 뒤집어지는 문제가 발생하여 곡선위에서 연속적이지 못한 좌표계를 생성하기도 한다. 그림 5(c)는 주어진 곡선위에서 정의되는 프레네틀좌표계의 일부를 나타내고, 빨간색 상자부분에서 좌표계가 불연

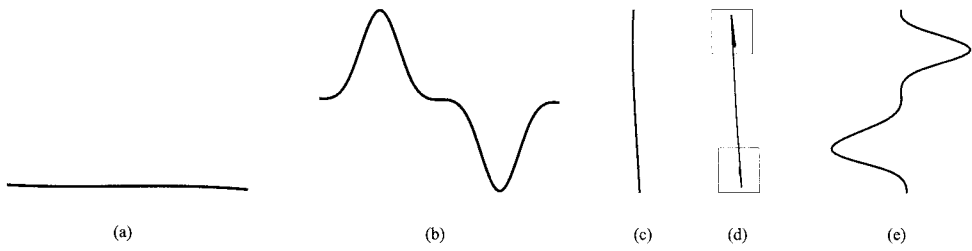


그림 4: 전역좌표계를 기준으로 표현된 변위함수를 이용한 다단계 편집기법의 문제점.

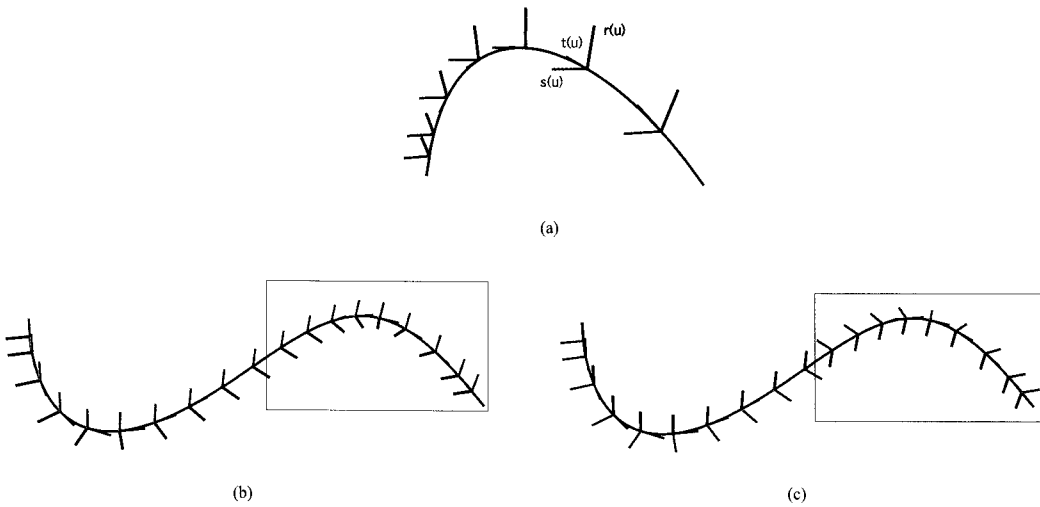


그림 5: 곡선위에서 정의된 RMF와 프레네프레임.

속적으로 정의되는 것을 볼 수 있다.

본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 최근 Wang 등 [1]에 의해 제안된 Rotation Minimizing Frame (RMF)을 지역좌표계로 사용한다. Wang 등 [1]이 제안한 기법은 곡선위의 n 개의 점 $\mathbf{p}_i, i = 1, 2, \dots, n$ 와 해당 점에서의 접벡터 \mathbf{t}_i 그리고 초기좌표계 $F_1 = [\mathbf{t}_1 \ \mathbf{s}_1 \ \mathbf{r}_1]$ 이 주어진 경우, 각 점에서 좌표계의 회전을 최소화하며 접벡터 \mathbf{t}_i 로 구성된 n 개의 좌표계 $F_i = [\mathbf{t}_i \ \mathbf{s}_i \ \mathbf{r}_i], i = 1, 2, \dots, n$ 를 계산한다. Wang 등 [1]이 제안한 기법은 곡선의 1차 미분인 접벡터 \mathbf{t}_i 만을 사용하기 때문에 직선의 경우에도 잘 정의되며, 회전을 최소화하여 생성되기 때문에 변곡점에서 좌표계가 뒤집어지는 문제를 해결할 수 있다. 그림 5(a)와 (b)는 Wang 등 [1]이 제안한 기법을 이용하여 곡선위에서 계산된 RMF를 나타낸다. 그림 5(b)의 경우 프레네좌표계인 그림 5(c)와는 달리 곡선위의 점에서 좌표계가 뒤집어지지 않고 연속적으로 정의된 것을 볼 수 있다.

k 단계에서 변위함수 $\mathbf{D}^k(u) = \sum_{i=0}^{[U^k]-1} N_i^p(u) \mathbf{d}_i^k$ 의 제어점 \mathbf{d}_i^k 를 조절함으로써 곡선 $\mathbf{C}^k(u)$ 를 세부적으로 편집할 수 있

다. 이러한 경우 이전단계 곡선에 대한 상대적인 편집결과를 유지하기 위해서는 변위함수의 제어점 \mathbf{d}_i^k 는 $(k-1)$ 단계의 곡선 위의 점 $\mathbf{C}^{k-1}(u_i)$ 에서 정의되는 RMF를 기준으로 표현되어야 한다. 일반적으로 균등한 매개변수 값 $u_i = u_p + i(u_m - u_p) / (n_k - 1), i = 0, 1, \dots, n_k - 1$ 를 이용하여 곡선 위의 n_k 개의 점 $\mathbf{C}^{k-1}(u_i)$ 를 선택할 수 있지만, 본 논문에서는 변위함수의 제어점 \mathbf{d}_i^k 의 움직임에 가장 큰 영향을 받는 곡선위의 노드점 (nodal point) $\mathbf{C}^{k-1}(\hat{u}_i)$ 에서 정의되는 RMF를 제어점 \mathbf{d}_i^k 의 지역좌표계로 설정한다. 이러한 지역좌표계의 선택은 이전 단계에서 곡선의 형상이 편집될 경우, 본 논문에서 제안된 기법이 상대적인 편집변위를 가장 잘 반영할 수 있도록 한다. 노드점의 매개변수 \hat{u}_i 를 결정하기 위해서는 \mathbf{d}_i^k 와 곱해지는 i 번째 B-spline 기저함수 $N_i^p(u)$ 가 최대값을 갖는 매개변수값, 즉 $(N_i^p)'(u) = 0$ 의 해를 구해야 한다. 그림 6은 비균등 (nonuniform) knot 벡터에서 정의되는 3차 B-spline 기저함수 $N_i^3(u)$ 와 1차 미분함수 $(N_i^3)'(u) = 0$ 의 해를 구하여 찾은 노드점의 매개변수를 \hat{u}_i 를 나타낸다. 본 논문에서는 \hat{u}_i 를 수치적으로 계산

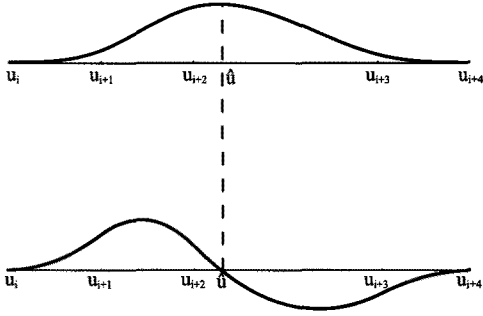


그림 6: 노드매개변수의 계산: 비균등 knot 벡터에서 정의된 3차 B-spline 기저함수 $N_i^3(u)$ (파란색)와 미분함수 ($N_i^3(u)'$) (빨간색)

하기 위하여 노드점의 근사된 매개변수 값 \hat{u}_i^0 을 초기값으로 정하고 [3] 다음과 같은 Newton 반복법을 사용하였다:

$$\hat{u}_i^0 = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p u_{i+j}$$

$$\hat{u}_i^{k+1} = \hat{u}_i^k + \frac{1}{(N_i^p)''(\hat{u}_i^k)} (N_i^p)'(\hat{u}_i^k).$$

그림 8(a)는 knot 벡터 $U = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$ 에서 정의된 3차 B-spline 곡선과 노드점에서 계산된 RMF $F_i^0, i = 0, 1, 2, 3$ 를 나타내고, 그림 8(b)와 (c) 그리고 (d)는 세분화된 k 단계 곡선 $C^k(u), k = 1, 2, 3$ 위의 노드점에서 계산된 RMF $F_i^k, i = 0, 1, \dots$ 를 나타낸다.

Algorithm 1 : RMF를 이용한 곡선의 다단계 편집알고리즘.

Input :

k : editing level,

v_i^k : edited displacement in fixed coordinate system.

Output :

$C^k(u)$: edited curve at level k ,

F_j^i : updated RMFs at node points on $C^i(\hat{u}_j), i \geq k$.

Begin

- 1) $\hat{v}_i^k := (F_i^{k-1})^T v_i^k$;
- 2) $d_i^k := d_i^k + \hat{v}_i^k$;
- 3) $D^k(u) := \sum_{i=0}^{|U^k|-1} N_i^p(u) (F_i^{k-1} d_i^k)$;
- 4) $C^k(u) := C^{k-1}(u) + D^k(u)$;
- 5) for $i \geq k$, update all F_j^i at node points on $C^i(\hat{u}_j)$;

End

고정좌표계를 기준으로 k 단계에서 변위함수의 제어점 d_i^k 의 편집된 변위를 v_i^k 라고 하면, RMF를 이용한 곡선의 다

단계 편집과정은 다음과 같다(알고리즘 1):

- $(k-1)$ 단계의 곡선 위의 노드점에서 계산된 F_i^{k-1} 에서 표현된 편집 변위를 구하여 d_i^k 에 더한다(알고리즘 1의 1-2행).
- 변경된 k 단계의 변위함수 $D^k(u)$ 를 계산하고(알고리즘 1의 3행), 이를 $C^{k-1}(u)$ 에 더하여 k 단계의 편집된 곡선 $C^k(u)$ 를 구한다(알고리즘 1의 4행).
- k 단계 이후의 각 단계 곡선 $C^i(u), i \geq k$ 위의 노드점에서 새로운 RMF들을 계산한다(알고리즘 1의 5행).

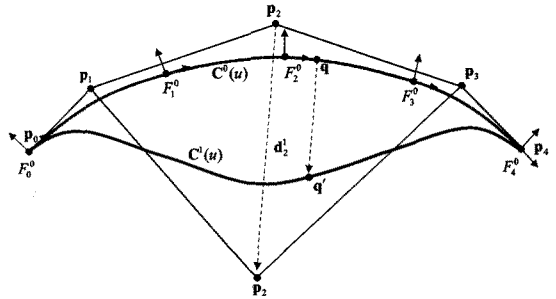


그림 7: RMF를 이용한 편집변위의 표현.

본 논문에서는 곡선의 편집을 위해서 직접제어 (direct manipulation) 기법 [3]을 사용하였고, 그림 7은 이러한 편집과정의 예를 나타낸다. 그림 7은 knot 벡터 $U^1 = \{0, 0, 0, 0, 0.5, 1, 1, 1, 1\}$ 에서 정의된 1단계 3차 B-spline 곡선 $C^1(u)$ (빨간색)와 0단계 곡선(회색)위의 노드점에서 정의된 RMF (파란색)를 나타낸다. 사용자가 곡선위의 점 q 를 선택하여 q' 으로 움직이면, 직접제어 기법을 통하여 변위함수의 제어점 d_2^k 의 좌표가 변하게 된다. 이 경우 제어점 d_2^k 의 편집변위 v_2^k 는 지역좌표계 F_2^0 기준으로 표현된다. 만약 0단계에서 곡선이 편집되면 지역좌표계 F_2^0 는 변형된 곡선위에서 다시 계산되고, 1단계에서 편집된 변위 v_2^k 는 새롭게 계산된 F_2^0 를 기준으로 적용되기 때문에 이전단계에 대한 상대적인 편집결과를 유지하게 된다.

5. 실험결과

본 절에서는 다양한 형태의 곡선에 대하여 다단계 편집실험을 통하여 제안된 기법의 안정성과 효율성을 입증한다. 제안된 기법은 Intel Core 2 Duo CPU 기반의 시스템에서 2.0 GB의 주메모리와 NVIDIA GeForce 8600GT GPU가 탑재된 환경에서 C++ 언어로 구현되었다.

그림 9(a)는 knot 벡터 $U = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$ 에서 제어점 4개로 표현된 3차 B-spline 곡선의 초기단계(0)의 형상을 나타

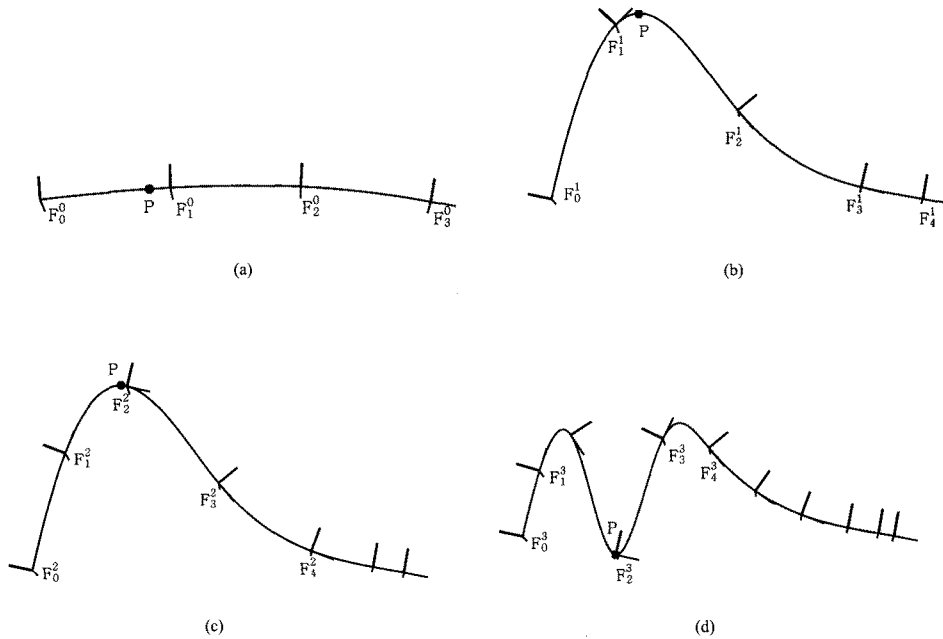


그림 8: 다양한 단계의 3차 B-spline 곡선위의 노드점에서 정의되는 RMF.

내고, 그림 9(b)는 5단계에서 곡선의 국소적인 형상을 편집한 결과이다. 그림 9(c)는 다시 0단계에서 곡선의 전체적인 형상을 편집한 결과이고, 그림 9(d)는 그림 9(b)에서 편집된 변위함수를 그림 9(c)의 편집된 곡선위에서 계산된 새로운 지역좌표계 (RMF)를 기준으로 적용한 결과이다.

본 논문에서 제안된 기법에서 변위함수는 이전 단계의 곡선의 노드점에서 계산된 RMF를 기준으로 적용되어야 하기 때문에 k 단계에서 곡선이 편집될 경우, 이후 단계의 모든 곡선의 RMF를 새로 계산해야 한다. 그림 9(b)의 경우 5단계 knot 벡터 U^5 에서 정의되는 B-spline 기지함수가 최대값을 갖는 35개의 노드매개변수 \hat{u}_i 에 대하여 4단계 곡선위의 RMF를 계산해야 한다. 표 1은 그림 9의 곡선에 대하여 다단계 편집을 위해 각 단계에서 필요한 이전 단계 곡선 위의 RMF의 갯수와 계산시간을 나타낸다.

표 1: 그림 9에 대한 RMF의 갯수와 계산시간

| 단계 | RMF의 수 | 계산시간(단위: ms) |
|---------|--------|--------------|
| level 1 | 5 | 0.029416103 |
| level 2 | 7 | 0.043058354 |
| level 3 | 11 | 0.07290078 |
| level 4 | 19 | 0.12917507 |
| level 5 | 35 | 0.23532882 |

그림 10은 knot 벡터 $U = \{0, 0, 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1, 1, 1\}$ 에서 7개의 제어점으로 표현된 B-spline 곡선 (그림 10(a))의 다단계 편집과정을 나타낸다. 그림 10(c)는 5단계에서 세부적으로 편집된 곡선의 형상을 나타내고, 그림 10(b)와 (c)는 다시 0단계에서 곡선의 전역적인 형상을 편집한 결과이다. 그림 10(f)와 (g)는 그림 10(b)와 (c)와 같이 편집 후, 각각 5단계로 이동한 결과이다. 그림 10(d)는 0단계에서 곡선을 공간곡선의 형태로 편집한 결과이고, 그림 10(h)는 다시 5단계로 이동한 곡선의 형상을 나타낸다. 이와 같이 제안된 기법은 평면 곡선뿐만 아니라, 공간곡선의 다단계 편집에서도 안정적으로 활용될 수 있다. 그림 10의 곡선의 다단계 편집과정에서 각 단계에서 RMF의 갯수 및 계산시간은 표 2와 같다.

6. 결론

본 논문에서는 계층적 B-spline 곡선에 대하여 RMF를 이용한 새로운 다단계 편집기법을 제시하였다. 각 단계에서 편집된 변위함수의 제어점의 변위는 이전 단계의 곡선위의 노드점에서 정의되는 지역좌표계 (RMF)를 기준으로 표현된다. 이전 단계에서 곡선의 형상이 편집될 경우, 현재 단계의 변위함수들은 새롭게 정의된 RMF를 기준으로 적용되어 이전 단계에 곡

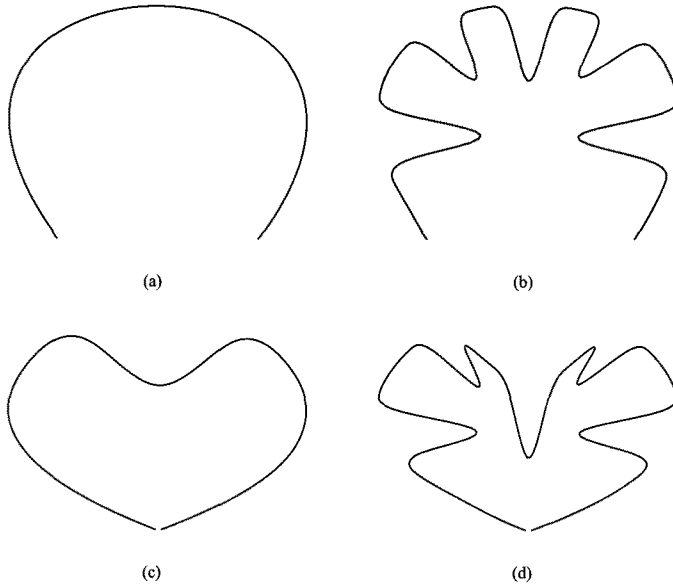


그림 9: RMF를 이용한 계층적 B-spline 곡선의 편집 (1).

선의 형상에 대한 상대적인 편집결과를 유지하게 된다. 본 논문에서 사용된 RMF은 이전 단계곡선의 노드점에서 계산되기 때문에 상대적인 편집결과를 가장 효과적으로 반영할 수 있으며, 곡선의 차수 및 형상에 관계없이 Frenet frame 보다 안정적으로 계산될 수 있다. 다양한 형상을 갖는 곡선의 다단계 편집 시험을 통하여 본 논문에서 제안된 다단계 편집기법의 효율성을 입증하였다.

본 논문에서 제안된 기법은 여러가지 곡선 성분을 기반으로 한 rational 모션의 디자인에서 각 성분 곡선의 다단계 편집을 위해 사용될 수 있으며, 결과적으로 이를 활용한 스윙곡면의 다단계 편집기법에 효율적으로 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

표 2: 그림 10에 대한 RMF의 갯수와 계산시간

| 레벨 | RMF의 수 | 계산시간(단위: ms) |
|---------|--------|--------------|
| level 1 | 11 | 0.066932291 |
| level 2 | 19 | 0.12832242 |
| level 3 | 35 | 0.24257627 |
| level 4 | 67 | 0.4842999 |
| level 5 | 131 | 0.92170459 |

감사의 글

이 논문은 2010년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(2010-0005597, 2010-0015293).

참고 문헌

- [1] W. Wang, B. Jüttler, D. Zheng, and Y. Liu, "Computation of rotation minimizing frames," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 27, no. 1, 2008.
- [2] G. Farin, *Curves and Surfaces for CAGD*, 5th ed. Academic Press, 2002.
- [3] L. Piegl and W. Tiller, *The NURBS Book*, 2nd ed. Springer, 1997.
- [4] D. Salomon, *Curves and Surfaces for Computer Graphics*. Springer, 2006.
- [5] K.-T. Miura, J. Sone, A. Yamashita, T. Kaneko, M. Ueda, and M. Osano, "Adaptive refinement for B-spline subdivision curves," *Journal of Three Dimensional Images*, vol. 16, no. 4, pp. 74-78, 2002.

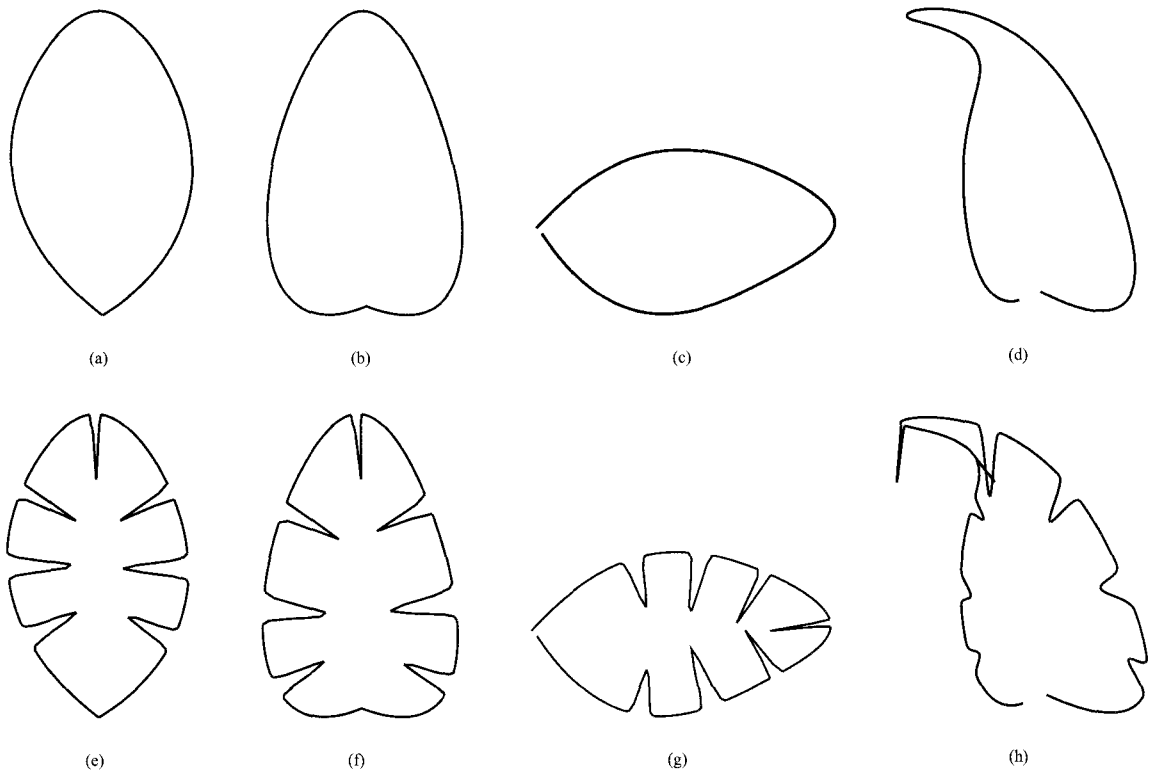


그림 10: RMF를 이용한 계층적 B-spline 곡선의 편집 (2).

- [6] B. Joe, "Knot insertion for Beta-spline curves and surfaces," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 9, no. 1, pp. 41–65, 1990.
- [7] Q.-X. Huang, S.-M. Hu, and R.-R. Martin, "Fast degree elevation and knot insertion for B-spline curves," *Computer Aided Geometric Design*, vol. 22, pp. 183–197, 2004.
- [8] S. Schaefer and R. Goldman, "Nonuniform subdivision for B-splines of arbitrary degree," *Computer Aided Geometric Design*, vol. 26, no. 1, pp. 75–81, 2009.
- [9] G. Elber and C. Gotsman, "Multiresolution control for nonuniform B-spline curve editing," in *The 3rd Pacific Graphics Conference on Computer Graphics*, 1995, pp. 267–278.
- [10] G. Elber, "Multiresolution curve editing with linear constraints," in *ACM Symposium on Solid and Physical Modeling*, 2001, pp. 109–119.
- [11] S. Hahmann, B. Sauvage, and G.-P. Bonneau, "Area preserving deformation of multiresolution curves," *Computer Aided Geometric Design*, vol. 22, no. 4, pp. 349–367, 2005.
- [12] N.-A. Dodgson, M.-S. Floater, and M. Sabin, *Advances in Multiresolution for Geometric Modeling*. Springer, 2005.
- [13] A. Finkelstein and D.-H. Salesin, "Multiresolution curves," in *Computer Graphics*, 1994.
- [14] L. Olsen, F.-F. Samavati, and R.-H. Bartels, "Multiresolution B-spline based on wavelet constraints," in *Eurographics Symposium on Geometric Processing*, 2005, pp. 1–10.
- [15] S. Hahmann and G. Elber, "Constrained multiresolution geometric modeling," in *Advances in Multiresolution for Geometric Modeling*, 2004, pp. 69–84.
- [16] A. Dreger, M.-H. Gross, and J. Schlegel, "Multiresolution triangular B-spline surfaces," in *Computer Graphics International*, 1998, pp. 22–26.

- [17] R. Kazinnik and G. Elber, "Orthogonal decomposition of nonuniform B-spline spaces using wavelets," *Computer Graphics Forum*, vol. 16, no. 3, 1997.
- [18] D.-R. Forsey and R.-H. Bartels, "Hierarchical B-spline refinement," vol. 22, no. 4, pp. 205-212, 1988.
- [19] P. Prusinkiewicz, F. Samavati, F. Samavati, C. Smith, and R. Karwowski, "L-system description of subdivision curves," *International Journal of Shape Modeling*, vol. 9, pp. 41-59, 2002.
- [20] K. Poon, L. Bateman, R. Karwowski, P. Prusinkiewicz, and F. Samavati, "Abstract L-system implementation of multiresolution curves based on cubic B-spline subdivision," 2003.
- [21] D. Li, K. Qin, and H. Sun, "Curve modeling with constrained B-spline wavelets," *Computer Aided Geometric Design*, vol. 22, no. 1, pp. 45-56, 2005.
- [22] B. Sauvage, S. Hahmann, and G.-P. Bonneau, "Length preserving multiresolution editing of curves," *Computing*, vol. 72, no. 1-2, pp. 161-170, 2004.
- [23] L. A. R. Escriba, P. C. P. Carvalho, and L. Velho, "Interactive manipulation of multiresolution curves." [Online]. Available: citeseer.ist.psu.edu/rivera99interactive.html
- [24] R. Kazinnik and G. Elber, "Orthogonal decomposition of nonuniform B-spline spaces using wavelets," *Computer Graphics Forum*, vol. 16, no. 3, 1997.
- [25] W.-M. Hsu, J.-F. Hughes, and H. Kaufman, "Direct manipulation of freeform deformations," *Computer Graphics*, vol. 26, no. 2, 1992.

<저자소개>

장츠

- 2005년 성도신석공정대학 전산학과 학사
- 2010년 동국대학교 게임멀티미디어공학과 석사
- 관심분야: 컴퓨터그래픽스



윤승현

- 2001년 한양대학교 수학과 학사
- 2007년 서울대학교 컴퓨터공학과 박사
- 2007년 ~ 현재 동국대학교 멀티미디어공학과 조교수
- 관심분야: 컴퓨터그래픽스, 기하모델링, 멀티미디어응용시스템



이지은

- 1997년 이화여자대학교 컴퓨터공학과 학사
- 1999년 포항공대 컴퓨터공학과 석사
- 2007년 서울대학교 컴퓨터공학과 박사
- 2008년 ~ 현재 조선대학교 컴퓨터공학부 조교수
- 관심분야: 컴퓨터그래픽스, 기하모델링, 멀티미디어정보처리

