

대만과 우리나라의 수학 교육체계 및 대수 교육과정과 교과서 비교 —TIMSS 2007 결과를 중심으로—

The analysis for mathematics education system, algebra curriculum
and textbooks of Chinese Taipei and Korea by TIMSS 2007 results

김선희* Kim Sun Hee 김경희 Kim Kyeong Hee

TIMSS 2007 결과에서 국제 성취 순위 1위를 차지한 대만에 비해 우리나라는 대수 영역에서 통계적으로 유의하게 낮은 정답률을 보였다. 이에 본 연구에서는 대만의 수학 교육 목표, 수학 수업 환경, 수학 수업 활동을 우리나라와 비교하고, 대수 영역의 교육과정을 구체적으로 살펴보았다. 특히, 우리나라의 정답률이 대만의 정답률에 비해 낮은 대수 영역의 '패턴' 과 '대수식' 의 주제의 개념 도입 순서, 교과서 내용 전개에 대하여 TIMSS의 평가목표별로 분석하였다. 일반적으로 대만의 수학교육은 학생 특성으로 인해 교사들이 수업에 제약을 많이 받고 있었고 우리나라보다 숙제와 시험을 강조하는 경향이 있었다. 대만의 교과서는 정의, 성질 위주로 제시되는 다소 형식적인 모습이었으며 다소 성급한 추상화를 유도하고 있었다. 그리고 수의 연산 법칙, 문자, 방정식, 부등식, 곱셈공식, 이차 방정식, 피타고라스의 정리 등의 내용이 우리나라보다 이른 시기에 도입되고 여러 학년에 걸쳐 중복하여 다루어지는 경향을 보였다.

Chinese Taipei won the first place at the mathematics achievement of TIMSS 2007. Especially, there was a significant difference in the percentage of correct answers between Chinese Taipei and Korea, and Chinese Taipei's percentage of correct answers was higher than Korea. This study compared the education system, mathematics instruction environment, and instructional activities of two countries. And for algebra, curriculum and textbooks were compared between two countries based on TIMSS 2007 framework. It was found that Chinese Taipei emphasized homework and test, and MCFL of that was low. Their textbook was formal, and induced the hasty abstraction. Also, some themes were introduced earlier than Korea and repeated across different grades.

Keywords: TIMSS, 대만 (Chinese Taipei), 교육과정 (curriculum), 대수 (algebra), 교과서 (textbook)

*교신저자

이 논문은 [11]의 연구보고서 내용 일부를 재구성한 것이다.

MSC: 97B70 ZDM: B73

제출일: 2010년 10월 7일 수정일: 2010년 11월 7일 게재확정일: 2010년 11월 21일

1 서론

국가 수준에서 교육에 관련된 다양한 자료를 수집하고 분석하여 의미 있는 정보를 제공하는 것은 보다 나은 교육을 위하여 필요한 일이다. 학교 교육의 성과가 기대한 만큼 이루어지고 있는지, 그 성과가 어느 수준에 이르고 있는지를 파악하고 점검하는 일은 국가 수준으로 진행되는 평가의 역할 중 하나이며, 이를 위하여 TIMSS(Trends in International Mathematics and Science Study; 이하 TIMSS)의 결과에 비추어 여러 교육적 성과를 점검하는 것은 필요한 일이다. TIMSS는 학생 성취의 변화 추이를 파악하려는 종단연구로서, 우리나라는 1990년대부터 참여하고 있다.

최근의 TIMSS 결과는 2008년 12월에 발표된 것으로, 우리나라는 수학 2위로 이전 주기의 결과와 동일한 수준을 유지하고 있다. 한편 TIMSS 1995, 1999, 2003까지 1위를 기록하고 있던 싱가포르가 TIMSS 2007에서는 3위에 머무르고, TIMSS 1999, 2003에서 3위에 있던 대만은 TIMSS 2007에서 1위로 순위가 상승하였다. 지금까지 외국 수학 교육과정과 교과서에 대해 우리는 싱가포르를 많이 참조해 왔으나[12, 14, 16], TIMSS 2007의 결과로부터 대만의 교육이 어떠한지에 대해서 관심을 가질 필요가 있다. 교육의 효과가 어떤 변인에 의해서만 좌우되는 것은 아니고 어떤 변인이 성과를 거두고자 할 때 장기적인 시간이 필요하지만, 본 연구에서는 대만의 수학 교육 목표, 내용 체계, 수업 환경, 수업 중 활동 등을 살펴봄으로써 우리나라 교육과 대비되는 경향을 파악해 보려 한다. TIMSS는 교육과정에 기반을 둔 국제 학업성취도 평가이기 때문에, 학생들의 성취도는 의도된 교육과정이 교실에서 실현되어 학생들에게 성취된 교육과정을 살펴봄으로써 그 결과를 해석할 수 있다[27]. 이러한 관점에서 대만의 의도된 교육과정과 교육과정을 구체화한 교과서를 분석하는 것은 우리나라 학생들의 성취 결과를 개선하기 위한 노력의 하나가 될 수 있다. 특히, 대만은 우리나라에 비해 대수 영역에서 높은 정답률을 보였다. 대수 영역에서 대만의 전체 정답률은 74.3%, 우리나라는 71.1%로 유의수준 .001 내에서 유의한 차이가 있었다[11].¹⁾ 이에 본 연구는 대만의 대수 교육과정과 교과서의 내용을 TIMSS 평가들에 비추어 우리나라와 집중 비교해 보고자 한다. 즉, 대수 영역에서 우리나라와 대만의 정답률, 주제별로 의도된 교육과정과 실현된 교육과정, 학년별 교육내용을 비교하고, 우리나라보다 대만의 정답률이 높은 주제에 대해서 교과서 내용을 심층적으로 분석하여 대만의 수학교육에 대해 자세히 살펴볼 수 있는 계기를 마련하고자 한다.

1) 전체 성취도 척도 점수에서는 우리나라 597점, 대만 598점으로 유의한 차이는 없으나, 대수 영역에서는 우리나라 596점, 대만 617점으로 유의한 차이가 있었다[11].

표 1: 수학 교육 목표 비교

국가	수학 교육 목표
대한민국	<p>수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학적인 기초 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다. • 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변에 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직, 사고하여 해결할 수 있다. • 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지고, 수학적인 지식과 기능을 활용하여 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 태도를 기른다.
대만	<p>구년일관(九年一貫) 수학 학습 영역의 교육과정 목표는 학년별로 정해져 있다.</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1단계(초등학교 1, 2학년): 수, 양, 형의 개념을 초보적으로 정의할 수 있으며, 자연수와 자연수의 계산, 길이와 간단한 도형을 알 수 있다. • 2단계(초등학교 3, 4학년): 수에서는 자연수의 사칙연산과 혼합된 연산을 능숙하게 하여 수에 대한 감각을 기른다. 그 밖에 분수와 소수의 개념을 배운다. 양적으로는 길이의 학습을 기초로 하고 각종 상용 단위와 계산을 학습한다. 기하에서는 각과 변의 정의를 알아 기하 학습 능력을 발전시킨다. 아울러 도형의 성질을 알 수 있어야 한다. • 3단계(초등학교 5, 6학년): 초등학교를 졸업하기 전에 소수와 분수의 사칙연산에 능숙해야 하며, 수와 양의 관계를 이용하여 일상생활의 문제를 해결할 수 있어야 한다. 간단한 평면도형과 입체도형의 성질을 이해하여 그 넓이와 부피 계산을 이해하고, 간단한 통계 그래프를 만들 수 있다. • 4단계(중학교 1~3학년): 음수와 제곱근 개념과 연산 방식을 이해하며, 좌표가 나타내는 의미를 이해한다. 대수식의 연산, 방정식 풀이를 할 줄 알고 상용적인 함수 관계를 숙지해야 한다. 삼각형과 원의 기본 기하 성질을 배워야 하며, 선대칭과 도형의 축소와 확대의 개념을 알고 간단한 기하 추론을 배워야 한다. 통계와 확률의 의미를 이해할 수 있어야 하며 각종 간단하고 쉬운 통계 방법을 알아야 한다. <p>우리는 학생의 연산 능력, 추상 능력, 추론 능력과 의사소통 능력을 키운다. 응용문제의 풀이 방법을 학습한다. 고등학교 수학의 기초를 다지고 학생이 수학을 감상하는 태도와 능력을 배양하여 교육과정의 목표를 달성하기를 바란다.</p>

2 교육 체제 및 수학 수업 비교

이 장에서는 우리나라와 대만의 교육과정에 제시되어 있는 수학 교육 목표와 내용 체계, 수학 수업 환경, 수학 수업 활동을 비교해 본다. TIMSS 2007이 시행된 시기에 맞춰 우리나라는 제 7차 교육과정, 대만은 2008년에 분석된 ‘세계 각국의 교육과정 및 운영사례(III)—대만’ [9]에서 교육과정의 모습을, TIMSS 2007 International mathematics report[28]에서 수업 환경과 수업 활동을 참고하였다.

2.1 수학 교육 목표 및 내용 체계

수학 교육 목표는 국가마다 수학 교육이 나아가야 할 방향을 제시하는 것이다. 수학 교육 목표를 비교하는 것은 각국의 수학 교육에서 강조하고 있는 방향을 파악하게 해 준다. 우리나라와 대만의 수학 교육 목표는 <표 1>과 같다.

우리나라는 수학적 지식과 기능의 습득, 문제 해결, 수학에 대한 긍정적 태도의 3가지를 수학 교육 목표로 삼고 있다. 하지만 대만은 9학년까지의 초, 중학교 교육과정을 4단계로 구분하여 각 단계별로 교육 목표를 세우고 있는데, 여기에 연산, 추상, 추론, 의사소통 능력이 포함되어 있으며, 단계별 학습 내용을 밝히고 있다. 대만에서는 학생들의 정의적 영역에 대한 교육 목표를 명시하고 있지 않다.

다음으로, 수학 내용영역 체계가 국가별로 어떻게 이루어져 있는지 살펴본다. 우리나라는 제7차 교육과정에서 내용영역을 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수로 구분하고 있는데, 이는 TIMSS의 내용영역 구분과 일치하지 않는다. 대만은 수와 양, 대수, 기하, 확률과 통계로 내용영역을 구분하고 있다. 특히, 대만의 경우 측정 관련 내용이 수와 양 영역에 포함되어 있고, 영역 간에 동일한 목표가 중복되고 있다.

표 2: 수학 내용영역 분류

국가	학년	내용 영역
대한민국	1~10	<ul style="list-style-type: none"> • 수와 연산 • 도형 • 측정 • 확률과 통계 • 문자와 식 • 규칙성과 함수
대만	1~9	<ul style="list-style-type: none"> • 수와 양 • 기하 • 대수 • 확률과 통계

표 3: 수학 수업 시수

	대한민국	대만
주당 전체 수업 시수(60분 기준)	26	25
수학 수업 시수(60분 기준)	3.12	3.75
전체 수업 시수 중 수학 수업 시수가 차지하는 비율(%)	12	15

표 4: 학급당 인원수

	대한민국	대만
평균 학생 수	37명	35명
1~24명	4%	4%
25~40명	78%	85%
41명 이상	18%	11%

2.2 수학 수업 환경

수학 수업 환경에서는 주당 수업 시수, 학급당 학생 수, 학생에 의한 수업 방해 정도를 살펴본다. 먼저, <표 3>에서 국가별 주당 수업 시수와 수학 수업 시수를 비교하였다.

우리나라 8학년 학생들은 주당 26시간, 대만은 25시간의 수업을 받고 있다. 전체 수업시수 중에서 수학 수업 시간이 차지하는 비율은 대만이 15%로 우리나라 12%보다 높은 편이며, 주당 3.75시간을 차지하여 우리나라 3.12시간보다 많았다.

수학 수업 환경으로 학급당 인원수를 살펴보았을 때, <표 4>에서 학급당 평균 학생 수는 우리나라가 37명, 대만 35명으로, 우리나라가 더 많았고, 41명 이상의 과밀 학급도 우리나라가 18%로 대만 11%보다 높은 것으로 나타났다.

학생의 특성은 교사의 원활한 수업 운영에 도움이 될 수도 있고 제한이 될 수도 있다. TIMSS에서는 학생의 6가지 특성²⁾에 의해 교사의 수업이 제약을 받는 정도를 지수화하였다(Index of Teachers' Reports on Teaching Mathematics/Science Classes with Few or No Limitations on Instruction Due to Student Factorsa; MCFL).³⁾ <표 5>는 우리나라와 대만의 MCFL 비율을 비교한 것이다.

표 5: 학생에 의한 수업 제약

MCFL	대한민국	대만
상	40%	18%
중	48%	42%
하	12%	40%

대만은 MCFL의 하 비율이 40%로 매우 높아, 교사들이 학생 특성으로 인해 받는 수업 제약이 많다고 할 수 있다.

수학 수업 환경을 볼 때, 대만은 우리나라보다 수학 수업 시간과 그 비중이 더 높으며, 학급

2) 학생들에 대한 특성으로는 학생들의 학습능력 차이, 학생들의 다양한 배경, 특별한 도움이 필요한 학생, 학습에 흥미가 없는 학생, 의욕이 낮은 학생, 주의가 산만한 학생이 있음.

3) 제한을 받는 정도는 각 문항에 대한 교사의 4점 척도 반응을 토대로 6개 문항의 척도 평균에 대해 2점 이하는 '상', 2점 초과에서 3점 미만은 '중', 3점 이상은 '하'의 지수로 산출되었음. 지수의 '상'은 제한 정도가 낮은 정도를, '하'는 높은 정도를 나타냄.

당 인원수가 더 적었다. 그러나 학생 특성으로 인해 수업에 제약을 받는 경우는 더 많은 것으로 나타났다.

2.3 수학 수업 활동

수학 수업 활동에서는 TIMSS 2007 수학교사 설문에서 조사된 결과를 살펴본다. 수학 수업 중 활동과 숙제, 시험에 대한 내용을 다룰 것이다. 먼저, 수학 수업에서 몇몇의 학습 활동을 얼마나 하고 있는지를 <표 6> 과 같이 조사하였다.

표 6: 수학 수업 중 활동

두 시간에 한 번 이상 한 활동	대한민국	대만
공식과 절차 암기하기	62%	12%
사실과 개념, 절차를 적용하여 전형적인 문제 풀기	88%	60%
해답에 대한 설명하기	78%	47%
수학 학습 내용과 실생활의 관련성 설명하기	56%	35%
복잡한 문제의 풀이 절차를 결정하기	57%	25%
풀이 방법을 금방 알 수 없는 문제 풀기	27%	9%

<표 6>은 두 시간에 한 번 이상 한 활동에 대해 교사가 답한 것을 토대로, 그 교사에게 지도 받는 학생의 비율을 나타낸 것이다. 우리나라와 대만의 수업 활동 중 큰 차이를 보인 것은 ‘공식과 절차 암기하기’이다. 두 시간에 한 번 이상 공식적 절차를 암기하는 수업을 받는 학생이 우리나라는 62%, 대만은 12%인 것이다. 이외의 활동에서는 우리나라가 20~30% 더 높은 비율을 보였다.

다음으로, 수학 숙제에 대한 교사의 강조 정도를 지수화(Index of Teachers' Emphasis on Mathematics Homework; EMH)⁴⁾한 것을 살펴본다(<표 7>).

표 7: 수학 숙제 강조 지수

EMH	대한민국	대만
상	17%	38%
중	28%	37%
하	56%	25%

숙제를 자주 많이 부여하는 ‘상’의 경우 우리나라는 17%, 대만은 38%로, 대만에서 숙제에 대한 강조가 더 높은 것으로 나타났다. 숙제를 활용하는 방법에 대해서는 <표 8>에 나타나 있다.

숙제를 다 했는지의 검사는 우리나라가 80%로 대만 66%보다 높아 충실하게 이루어지고

4) 숙제에 대한 교사의 강조 지수가 ‘상’인 경우, 30분 이상 소요하는 과제를 비교적 자주 부여함. ‘하’인 경우, 30분 미만의 과제를 가끔 부여함

표 8: 수학 숙제 활용 방법

항상 또는 가끔에 응답한 방법	대한민국	대만
숙제를 완료했는지 검사	80%	66%
숙제를 건너서 수정한 후 돌려줌	12%	50%
수업 시간 중에 학생들이 숙제를 수정하게 함	37%	58%
수업 시간에 토론할 자료로 사용	5%	53%
학생들의 평가 자료나 성적 산출 자료로 활용	28%	59%

있으나, 숙제에 대한 교육적 조치를 취한 경우로 볼 수 있는 ‘수정한 후 돌려줌’, ‘수업 시간에 수정하게 함’, ‘수업 시간에 토론할 자료로 사용’의 항목에서는 대만이 우리나라보다 높은 비율을 보였다. 그리고 숙제를 평가 자료로 활용하는 경우는 대만이 더 많은 것으로 나타났다. 시험을 얼마나 자주 치르는지를 비교한 결과는 <표 9>와 같다.

표 9: 수학 시험 횟수

횟수	대한민국	대만
2주에 한 번 이상	54%	99%
한 달에 1번	31%	1%
일 년에 몇 번	14%	0%

대만은 2주에 한 번 이상 수학 시험을 실시하는 경우가 99%로 학생들에 대한 평가가 매우 자주 실시되고 있는 것으로 나타났다. 시험 유형에 대한 결과는 <표 10>과 같다.

표 10: 수학 시험 유형

유형	대한민국	대만
모두 또는 대부분 주관식	16%	22%
주관식과 객관식 반반	35%	72%
모두 또는 대부분 객관식	49%	6%

대만은 대부분 주관식 위주의 시험이 나온다는 비율이 22%, 주관식과 객관식이 반반 출제된다는 비율이 72%로, 우리나라에 비해 주관식 시험 비중이 상당히 높은 것으로 나타났다.

수학 수업 활동에서 우리나라는 공식과 절차를 암기하는 활동을 대만에 비해 많이 하고 있었다. 대만은 우리나라보다 숙제를 강조하고 시험을 실시하는 빈도도 높았다. 숙제를 교육적으로 활용하는 방법도 우리나라에 비해 다양하게 이루어지고 있었고, 주관식 위주의 시험 유형도 많이 쓰이고 있는 것으로 나타났다.

3 TIMSS 대수 영역 교육과정 비교

이 장에서는 TIMSS의 대수 영역에서 주제별 정답률, 평가목표별 의도된 교육과정과 실현된 교육과정, 교육 내용에 대해 대만과 우리나라를 비교해 본다. 대수 영역에서는 모델링과 문제 해결에 함수 관계를 이용하는 것이 주요 관심사이며, 지식과 기술이 얼마나 잘 학습되어 있는지를 평가한다. TIMSS 평가들에서 대수 영역의 평가 목표는 패턴을 인식하고 확장하기, 대수 기호를 사용하여 수학적 상황을 표현하기, 식을 바꾸거나 일차방정식 해결하기 등을 능숙하게 잘 하는지를 포함한다. 대수 영역에서 주제별로 우리나라와 대만의 정답률을 비교한 결과는 <표 11>과 같다.

표 11: 대수 영역의 주제별 정답률 비교

주제	국가		국제 평균
	대한민국	대만	
패턴	67.0	70.6***	33.3***
대수식	75.0	78.6***	42.8***
방정식/식 그리고 함수	71.4	72.5	35.7***
전체	71.1	74.3***	36.7***

* : $p < .05$, ** : $p < .01$, *** : $p < .001$

대수 영역에서 우리나라의 정답률은 전체적으로 대만에 비해 통계적으로 유의하게 낮았다. 특히 패턴의 정답률은 통계적으로 유의하게 낮았고, 대수식에서도 낮았다. 패턴, 대수식의 주제에 대해서는 우리나라보다 정답률이 통계적으로 유의하게 높은 대만의 교육 내용에 대해 살펴볼 필요가 있을 것이다.

TIMSS 2007 평가들의 대수 영역에 해당하는 내용을 각 국가에서 학년별로 어떤 내용으로 다루고 있는지를 살펴본다. TIMSS 2007 교육과정 설문에 따르면, 전체 교육 내용 중 우리나라는 대수 영역에 30%, 대만은 35%의 시간 비율을 할애하고 있다[28]. 대만에서 수학 내용 영역 중에서 대수가 중시되고 있음을 알 수 있다. 그리고 수학 교사가 판단하기에 8가지 평가 목표를 배운 학생들의 평균 비율은 우리나라 92%, 싱가포르 95%, 대만 95%이었다[28]. <표 12>는 TIMSS 2007 교육과정 설문과 수학 교사 설문조사의 결과로, 각각의 평가 목표가 8학년까지의 교육 내용으로 의도되어 있는지, 몇 학년에서 지도되고 있는지, 그 주제를 학습한 학생들의 비율이 어느 정도인지 보여주고 있다.

대수 영역의 8가지 평가 목표는 우리나라, 대만의 8학년까지 교육과정에서 모두 의도되어 있다. 우리나라와 대만에서 대부분의 대수 주제는 7학년부터 지도되는 것을 볼 수 있다. 우리나라는 규칙성이나 수열 찾기 내용이 제대로 다루어지지 않는다고 인식한 교사의 비율이 53%이었는데, 이는 규칙성이나 수열 찾기 내용을 초등학교에서 주로 다루고 있으나, 중학교 수학 교사들이 이러한 사실을 제대로 인식하지 못하고 설문에 답하였기 때문인 것으로 보인다.

표 12: 대수 영역 평가 목표별 지도 학년과 배운 학생 비율

평가 목표	대한민국		대만	
	지도 학년	배운 학생 비율(%)	지도 학년	배운 학생 비율(%)
수치적, 대수적, 기하적 패턴 또는 수열	7	53	8	94
변수를 포함한 식의 덧셈, 곱셈, 제곱	8	98	8	99
식의 값 구하기	7	100	8	99
대수식 간단히 하기 또는 비교하기	8	100	8	100
식을 사용하여 상황을 모델링하기	8	93	8	99
함수/식에 값 대입하기	7	98	8	85
간단한 일차방정식과 일차부등식, (미지수가 2개인) 연립방정식	8	99	7	97
순서쌍, 표, 그래프, 말, 식과 같은 함수의 동치 표현	7	94	7	84

대만은 함수의 표현 내용이 그다지 강조되고 있지 않은 것으로 교사들의 응답에서 나타났다.

<표 13>은 각국의 교육과정에서 학년별로 어떤 내용이 의도되어 있는지 우리나라 7차 교육과정과 대만의 교과서 내용을 토대로 정리한 것이다.

우리나라에서 대수 영역의 내용은 초등학교 과정에서 규칙 찾기와 문제 해결 방법에 국한되다가, 7학년에서 대수식, 방정식, 함수의 개념이 도입되고, 8학년에서 지수법칙, 연립방정식, 부등식, 일차함수의 내용이 다루어진다. 대만은 수의 연산 법칙이 5학년에서 소개되며, 6학년에서 문자와 등식의 성질이 도입된다. 7학년에서 일차방정식, 연립일차방정식, 함수, 일차함수, 부등식이 도입되고, 8학년에서 다항식의 사칙연산, 곱셈 공식, 인수분해, 이차방정식 등 우리나라에 비해 높은 수준의 내용이 다루어지고 있다. 그리고 대만의 대수 영역은 수, 측정의 내용과 교육 목표를 중복시키고 있다.

표 13: 학년별 대수 영역 교육 내용 비교

학년	대한민국	대만
3	<ul style="list-style-type: none"> 문제를 규칙 찾기, 예상과 확인 등 여러 가지 방법으로 해결하기 문제 해결 과정 설명하기 규칙에 따라 여러 가지 무늬 꾸미기 	<ul style="list-style-type: none"> 곱셈과 나눗셈이 서로 역관계임을 알고 계산과 문제 해결에 활용하기
4	<ul style="list-style-type: none"> 문제를 단순화하기 등 여러 가지 방법으로 해결하기 다양한 변화의 규칙을 수로 나타내고 설명하기 규칙을 추측하고 말이나 글로 표현하기 다양한 문제를 적절한 방법으로 해결하기 규칙과 대응 	<ul style="list-style-type: none"> 구체적인 상황에서 곱셈의 결합 법칙 이해하기 사칙 혼합 계산에서 수와 연산 성질 활용하기

<p>5</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 다양한 문제를 적절한 방법으로 해결하기 • 여러 가지 이동을 이용하여 규칙적인 무늬 만들기 • 문제 해결의 여러 가지 방법을 비교하여, 적절한 방법 선택하기 	<ul style="list-style-type: none"> • 덧셈에 대한 곱셈의 분배법칙 • 곱셈과 나눗셈의 연산 순서, 연속해서 두 수로 나누는 것은 이 두 수의 곱으로 나누는 것과 같음을 이해하기 • 구체적인 상황에서 1단계 정수 문제를 미지수가 포함된 계산식으로 표현하고 설명하며 해를 구하고 검산
<p>6</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 문제 해결의 여러 가지 방법을 비교하여, 적절한 방법 선택하기 • 규칙과 대응 	<ul style="list-style-type: none"> • 등식의 성질 • 구체적인 상황에서 1단계 분수 문제를 미지수가 포함된 계산식으로 나열하고, 해를 구하고 검산하기 • 자주 사용하는 수량 관계를 이용하여 합당한 계산식 작성, 문제 해결 후 해의 타당성 검산하기
<p>7</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 문자의 사용 • 식의 값 • 일차식의 계산 • 일차방정식과 그 해 • 등식의 성질 • 일차방정식의 풀이와 활용 • 정비례, 반비례 • 함수의 개념 • 순서쌍과 좌표 • 함수의 그래프 • 함수의 활용 	<ul style="list-style-type: none"> • 미지수가 1개인 일차방정식과 그 해 • 이항법칙을 이용하여 미지수가 1개인 일차방정식을 풀고 검산하기 • 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해 구하기 • 함수 알기 • 상수함수와 일차함수, 그 그래프 • 미지수가 2개인 일차연립방정식의 해의 기하학적 의미 • 구체적 상황에서 간단한 미지수가 1개인 일차부등식 • 미지수가 1개인 일차부등식을 풀고 수직선상에서 관련된 선분 표시하기 • $a \leq x \leq b$ 일 때, $y = cx + d$의 범위를 설명하고 수직선 상에 그림으로 보여 주기
<p>8</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 다항식의 연산 • 지수법칙 • 간단한 등식의 변형 • 미지수가 2개인 일차방정식과 연립 일차방정식 • 연립일차방정식 • 부등식과 그 성질 • 일차부등식과 그 해 • 연립 일차부등식 • 부등식의 활용 • 일차함수의 뜻과 그래프의 성질 • 일차함수와 일차방정식의 관계 • 그래프를 통한 연립일차방정식의 해의 이해 • 일차함수의 활용 	<ul style="list-style-type: none"> • 이차식의 곱셈 공식 • 간단한 무리식을 간단히 하는 과정과 유리화 • 다항식의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈 • 피타고라스의 정리 이해, 응용 • 이차다항식, 인수분해의 의미 • 이차다항식의 인수분해 • 미지수가 1개인 이차방정식과 그 해 • 미지수가 1개인 이차방정식을 이용하여 응용문제 풀기

4 대수 영역 주제별 교과서 내용 비교

우리나라가 대만에 비해 정답률이 낮은 주제에 대하여 38학년 교과서의 내용을 비교해 본다. 대수 영역의 ‘패턴’ 과 ‘대수식’ 주제를 살펴보고, 각각의 주제에서 핵심개념이 도입되는 시기, TIMSS 2007 평가 목표에 비추어 교과서의 내용 전개를 분석하였다. 우리나라 교과서는 [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 13, 15]를 참조하였고, 대만 교과서는 [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26]을 분석하였다. 대만 교과서는 중국어 전공자가 번역한 것과 교과서의 그림으로 내용을 해석하였다.

4.1 패턴

패턴은 규칙성을 찾는 것으로, 우리나라는 제7차 교육과정에서 ‘규칙성과 함수’ 라는 영역을 신설하면서 규칙 찾기의 내용을 강조하였다. 그러나 초등학교에서 규칙성을 강조한 반면, 중등학교부터 함수를 도입할 때 규칙성과 함수를 연계하는 것이 미흡한 편이다. 이에 비해 대만의 교과서에서는 초등학교 5학년 2학기에 ‘규칙 찾기’, 중학교 2학년 2학기에 ‘수열과 급수’ 를 하나의 단원으로 패턴 주제를 중점적으로 다루고 있다.

개념 도입 순서 비교

패턴과 관련하여 우리나라 제7차 교과서와 대만의 현행 교과서에서 다루는 내용을 살펴보고 <표 14>와 같이 제시하였다. 패턴의 주제에서 핵심적인 개념이 TIMSS의 평가목표에 적합하게 도입되고 있는지를 제시하였다. 핵심 개념은 TIMSS 평가틀의 세부적인 내용을 구체적으로 선정한 것이다.

표 14: 패턴에 포함된 핵심 개념 도입 시기 비교

핵심개념	3		4		5		6		7		8	
	K	T	K	T	K	T	K	T	K	T	K	T
규칙을 찾아 빈칸 채우기(내삽)	△	△				○						◎
규칙을 설명하기	△		○		○	○			○			○
일반항을 식으로 쓰기						○						◎
항 찾기(외삽)						○						○

K: 우리나라, T: 대만

△: TIMSS 2007 평가 목표에 미흡한 수준으로 제시된 경우

○: TIMSS 2007 평가 목표에 적합한 수준으로 제시된 경우

◎: TIMSS 2007 평가 목표보다 심화한 수준으로 제시된 경우

우리나라는 3학년부터 규칙 찾기를 이용하여 문제를 해결하고 여러 가지 무늬를 규칙에 의해 만들게 하고, 4학년에서 변화의 규칙을 수로 나타내고 말로 설명하게 하며, 5학년에서는

도형의 이동을 활용하여 규칙적인 무늬를 만들게 하고 있다. 그리고 4학년부터 규칙과 대응이라는 내용으로 두 변수 간의 규칙적인 관계를 대응의 의미로 파악하도록 하고 있다.

대만의 경우, 패턴과 관련된 내용을 3학년 교과서에서 발견할 수 있다. 수 계열과 관련하여 10씩 커지는 수, 5씩 커지는 수 계열에서 빈칸을 채우는 활동으로 제시되어 있다. 보다 구체적으로 패턴을 다룬 것은 5학년 2학기이며, 여러 가지 상황에서 규칙을 찾아 설명하도록 유도하고 있다. 8학년에서는 우리나라 고등학교에서 다루는 수열의 일반항과 급수 등을 다루고 있다.

TIMSS 2007의 평가 목표와 교과서의 내용 전개 비교

TIMSS 2007의 평가틀에서 패턴에 대한 평가 목표는 두 가지이다. 우리나라와 대만의 교과서에서 이를 어떻게 다루고 있는지 살펴본다.

첫 번째 평가 목표는 다음과 같다.

1. 수치적, 대수적, 기하적 패턴, 또는 수나 단어, 기호, 다이어그램을 이용한 규칙을 확장한다; 미지항을 찾는다.

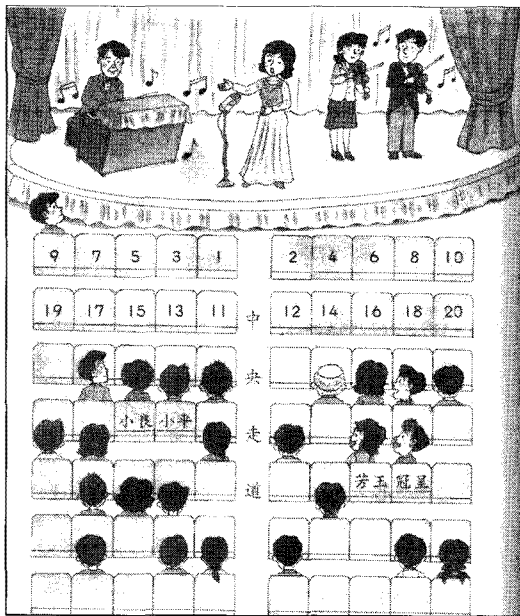


그림 1: 대만 교과서에 제시된 규칙 찾기(5학년-2,34쪽)

대만의 5학년 교과서에서는 규칙 찾기 단원을 13쪽에 걸쳐 다루고 있는데, 패턴의 상황을 시간, 일렬 배열, 좌석 배열, 수를 세어 규칙 찾기, 조합 형태에서 규칙 찾기, 수량 관계를 이용한 문제 풀이 등 여러 가지로 활용하고 있다. <그림 1>은 음악회에 참석한 가족들이 좌석의 배치 규칙을 파악하여 찾아갈 수 있는지 확인하는 내용으로, 규칙 찾기가 실생활에서 활용될 수 있음을 보여주고 있다.

<그림 1> 이외에도 대만의 5학년 교과서에서 다루는 규칙 찾기는 주로 수의 규칙을 찾는 것에 초점을 두고 있다. 예를 들면, 달력을 보고 날짜 사이의 규칙을 찾거나 풍선에 적힌 수의 규칙, 문패와 호수 사이의 규칙, 수를 세어 찾는 규칙 등이 있다. 이에 비해 우리나라는 무늬와 수의 규칙을 모두 다루어 기하적 패턴과 수치적 패턴을 골고루 편성하고 있다.

<그림 2>는 우리나라 5-가 교과서에서 규칙에 따라 무늬 만들기 활동을 제시한 것이다.

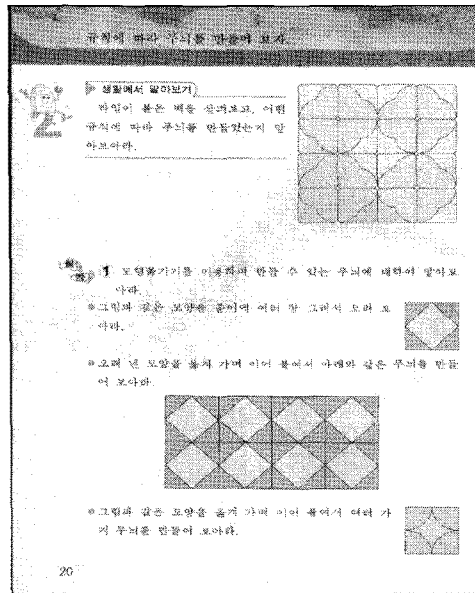


그림 2: 우리나라 교과서에 제시된 무늬 만들기 규칙 (5학년-가, 20쪽)

<표 14>에서 볼 때 대만은 우리나라에 비해 규칙 찾기 내용을 양적으로 많이 다루고 있으나, 규칙의 다양성은 우리나라가 더 많이 확보하고 있는 것을 알 수 있다.

TIMSS 2007 평가틀에서 패턴에 관한 두 번째 평가 목표는 다음과 같다.

2. 수열에 있는 패턴 관계, 인접 항 사이의 관계, 항 사이의 관계를 수, 단어, 식을 사용하여 일반화한다.

규칙을 식이나 말을 표현하고 그것을 이용하여 미지의 항을 찾는 내용에 대하여 대만 교과서를 살펴보았다. 대만의 5학년 교과서에서는 TIMSS 2007의 문항 문항번호 M032640[10]과 유사한 내용으로 <그림 3>이 있다. 면봉으로 삼각형을 만들어 갈 때, 삼각형의 수에 따른 면봉의 개수를 세고, 10개의 삼각형을 만들려면 몇 개의 면봉이 필요한지, 어떻게 알았는지 질문하고 있다.

대만의 8학년 교과서는 n 번째 항의 일반항 표현, 항 사이의 관계 말하기, 등차수열, 등차중항, 등차급수까지의 내용도 다루고 있다. <그림 4>는 수열 단원의 첫 번째 내용으로, “수가운데 숨어 있는 규칙을 찾아내고 문제를 해결할 수 있는 수학 공식을 만들며, 나아가 일상생활에 활용할 수 있도록 한다.”고 명시하고 있다. 그리고 번째 항을 표기하는 방법을 제시하고, 면봉으로 정사각형을 만들 때 사용되는 면봉의 개수를 규칙으로 발견하게 하고 있다.



그림 3: 대만 교과서에 제시된 기하적 배열에서 규칙 찾기(5학년-2,38쪽)

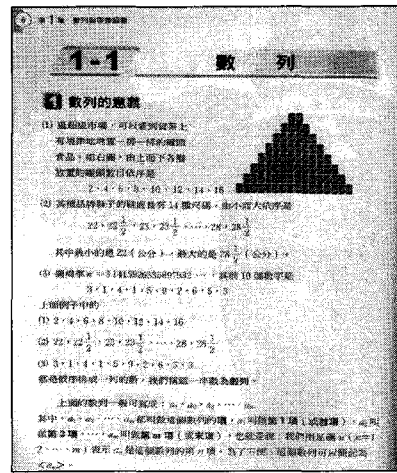


그림 4: 대만 교과서에 제시된 수열(8학년-2,6쪽)

우리나라는 규칙 찾기가 별도의 단원으로 구성되어 있지 않지만, 문제 풀이 방법에서 <그림 5>, <그림 6>과 같이 규칙 찾기를 문제 해결 전략으로 다루면서 규칙을 설명하게 하고 있다.

규칙 찾기에 대한 우리나라와 대만의 교과서 내용을 보면 몇 가지 차이점이 있다. 첫째, 우리나라는 규칙 찾기를 도형과 수에 다양하게 적용하는 반면, 대만은 수의 규칙을 찾는 데 초점을 두고 있다는 것이다. 규칙성을 발견하는 것은 여러 상황에서 접근해야 하기 때문에, 이를 골고루 배치하고 있는 우리나라의 교육과정이 더 적절하다고 할 수 있을 것이다. 그러나

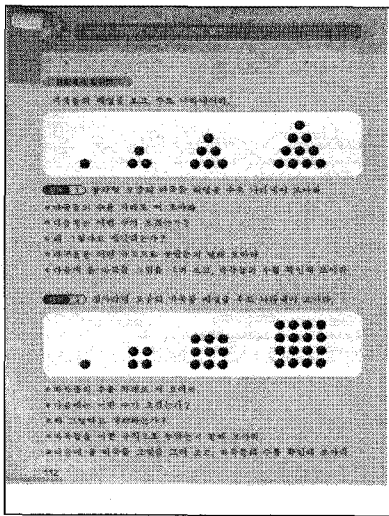
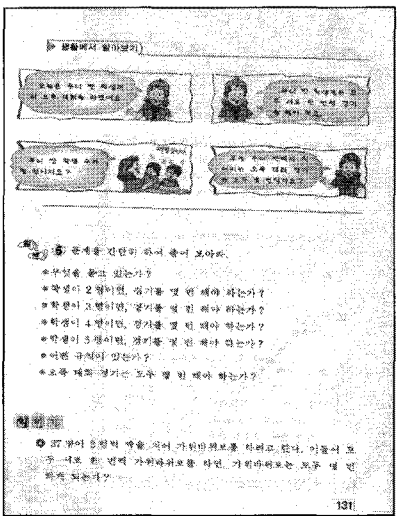


그림 5: 우리나라 교과서에 제시된 규칙 설명하기(4학년-가,112쪽)



규칙성이 함수와 연계되고 함수의 정의역과 공역을 주로 수집함으로 다름을 생각할 때, 우리나라에서 수에 대한 규칙 찾기 활동은 더 강화되어야 할 것이다.

둘째, 대만은 우리나라에 비해 실세계에서 규칙을 찾는 상황을 더 많이 제시하고 있다. 달력이나 삼각형 만들기 등 몇 가지는 대만과 우리나라에서 공통된 문제 상황으로 제시하고 있지만, 좌석 배열에서 수를 찾거나 수량 관계를 활용하는 등의 대만 교과서 내용은 학생들의 실생활과 더 밀접하게 관련되어 있다. 다음은 대만의 5학년 교과서에 제시된 문제로, 교과서의 인위적인 상황을 벗어나 학생들의 일상생활과 더 밀접하게 관련되어 있다.

문제 1. 각 가로등 사이의 거리는 30m이다. 학교 입구의 가로등은 135호이고, 종린네 집 앞의 가로등은 98호이다. 종린의 집에서 학교까지의 거리는 몇 m인가?

문제 2. 가로 350cm인 커튼을 26개의 고리로 걸려고 한다. 고리 사이의 거리가 모두 같다면 인접한 고리 사이의 거리는 몇 cm인가?

셋째, 우리나라 교과서에는 규칙성을 대응과 연결하면서 두 변수 사이의 관계를 형식화하여 일반화된 결과를 쓰게 하는 경우가 많은데, 대만 교과서에는 앞 항과 뒤 항 사이의 관계를 파악하여 규칙성을 파악하게 하는 내용의 발문이 많았다. 우리나라는 규칙성과 함수의 연계를 염두에 두고 두 변수 사이의 대응에 초점을 두었지만, 학생들이 파악하는 일반성은 다음 항이 어떻게 나올지에 대한 것이며, 전후 항의 관계를 통해 규칙을 발견하는 것이 더 자연스럽다.

넷째, 우리나라는 규칙 찾기의 내용이 주로 초등학교에 국한되어 있지만, 대만은 8학년에서도 규칙 찾기를 다루고 있다. 우리나라 7학년에서도 함수를 도입하거나 대수식을 찾을 때 규칙성을 언급하고 있지만, 도입 부분에서만 다루어질 뿐 그 이외에는 규칙성을 찾기 힘들다. 그러나 대만은 8학년에서 수열을 학습하기 때문에 중등학교에서도 규칙 찾기 내용이 꾸준히 다루어지고 있다.

다섯째, 대만은 규칙 찾기를 심화한 내용인 수열을 8학년에서 학습한다. 우리나라에서는 고등학교 교육과정에서 도입되는 수열을 대만은 8학년에서 다루는 것이다. 일반항의 표기, 등차수열, 등차중항, 등차급수 등의 내용도 형식적으로 도입하고 있다. 수열의 일반항을 찾는 경험과 형식적 표현 등으로 인해 8학년까지의 교육에서 우리나라보다 규칙 찾기와 관련된 내용을 많이 다루고 있음을 볼 수 있으며, 이로 인해 수의 규칙을 찾는 문제에서 우리나라보다 정답률이 높게 나온 것으로 추측된다. 그러나 대만의 방식과 같은 조기 형식화가 학생들에게 수학을 형식적이고 추상적으로 인식하게 하며, 의미보다는 기호 체계의 규칙에 의해 학습하게 하는 결과를 낳지는 않을지 고려해 보아야 한다.

4.2 대수식

대수식은 문자를 사용한 다항식이 주된 내용으로 다루어진다.

개념 도입 순서

우리나라와 대만 모두 대수식의 도입 시기는 중학교 1학년으로 유사하다. 다만 대만은 6학년에서 미지수를 도입하고 산술의 기본 성질(교환, 결합, 분배법칙)을 문자로 표현하고 있다. 즉 문자의 도입 시기는 우리나라보다 대만이 앞서 있는 것이다. 또한 대만은 곱셈 공식이나 인수분해 내용을 8학년에서 다루어 대수식을 다루는 양이 많은 편이다. <표 15>에는 이러한 특성이 잘 나타나 있다.

표 15: 대수식에 포함된 핵심 개념의 도입 시기 비교

내용	3학년		4학년		5학년		6학년		7학년		8학년	
	K	T	K	T	K	T	K	T	K	T	K	T
대수식의 합과 차								△	○	○	○	○
대수식의 곱								△			○	○
대수식의 거듭제곱												○
식의 값									○	○		
식을 간단히 하기									○	○	○	○
상황을 식으로 나타내기									△	△		

TIMSS 2007의 평가 목표와 교과서의 내용 전개 비교

대수식에 대한 TIMSS 2007 평가들의 평가 목표는 4가지이며, 대수식의 연산과 식의 값, 대수식 세우기의 내용으로 되어 있다.

첫 번째 평가 목표는 다음과 같다.

1. 변수를 포함한 식의 합, 곱, 거듭제곱을 구한다.

대만에서 문자를 도입하는 것은 6학년이다. 영어 알파벳을 이용하여 문자를 도입하며, 이때 <그림 7>과 같이 이전 학습과의 연계를 위해 처음에는 □를 써서 미지향을 나타내다가, 甲, 乙 등의 한자를 쓰고, 그 다음 단계로 x 를 이용하여 식을 쓰도록 하고 있다.

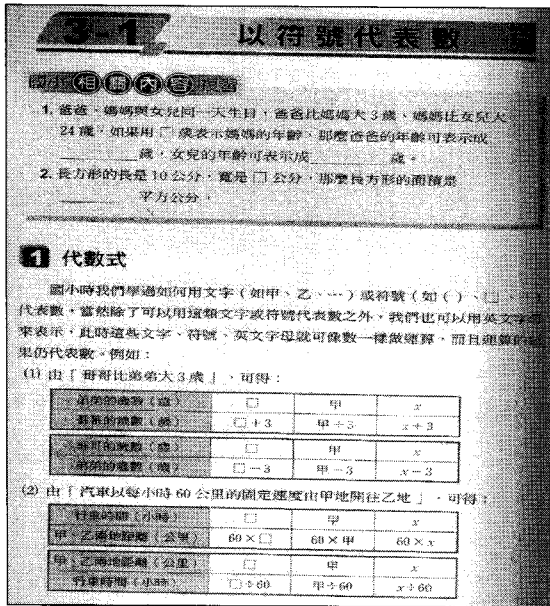


그림 7: 대만 교과서에 제시된 문자 도입(6학년-2,154쪽)

대만의 중학교 1학년에서는 일차식의 덧셈과 뺄셈에 대한 내용을 다루고, 미지수가 1개인 것과 2개인 대수식을 구별하여 위계성을 염두에 두고 내용을 다루고 있다. 대수식의 곱셈은 우리나라와 대만 모두 중학교 2학년부터 다루어진다. 대수식의 거듭제곱은 우리나라 제7차 교육과정의 중학교 3학년에서 다루어지나, 대만은 중학교 2학년에서 도입된다. 또한 우리나라는 중학교 2학년(일차식) \times (일차식) 이후에 3학년에서 곱셈 공식을 다루고 있지만, 대만은 중학교 2학년에서 곱셈 공식을 소개한 후에 다항식의 곱셈을 다루고 있다. <그림 8>은 대만의 8학년에 소개된 곱셈 공식 내용이다.

대수식의 두 번째 평가 목표는 다음과 같다.

2. 식의 값을 구한다.

식의 값 구하기는 우리나라와 대만 모두 7학년에서 다루어진다. <그림 9>는 대만에서 식의

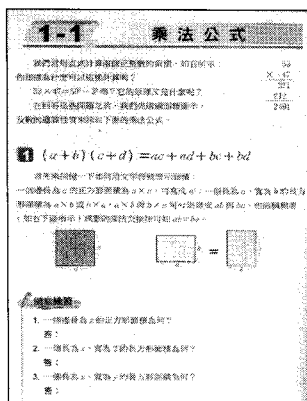


그림 8: 대만 교과서에 제시된 곱셈 공식(8학년-1,6쪽)

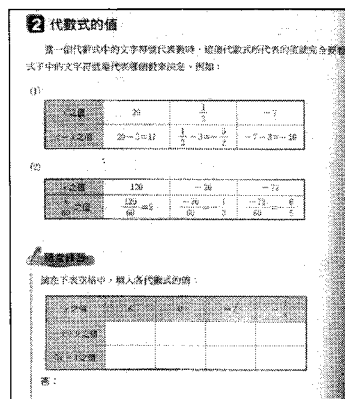


그림 9: 대만 교과서에 제시된 식의 값 구하기(7학년-1,160쪽)

값 구하기를 다루고 있는 내용이다. x 의 값이 주어졌을 때, $x - 3$ 이나 $\frac{x}{60}$ 의 값을 구하도록 하고 있다. x 의 값을 다양하게 주었을 때 식의 값이 달라지는지도 확인하게 하고 있다. 이러한 내용은 우리나라와 그다지 다르지 않다.

대수식의 세 번째 평가 목표는 다음과 같다.

3. 대수식을 간단히 하거나 동치인지 비교한다.

대수식을 간단히 하는 것은 첫 번째 평가 목표인 대수식의 합, 곱, 거듭제곱을 하는 것과 관련된 내용이므로, 교과서 내용을 따로 소개하지 않는다.

대수식의 네 번째 평가 목표는 다음과 같다.

4. 식을 사용하여 상황을 모델링한다.

우리나라의 경우, 실생활의 상황에 대해 문자를 사용한 식으로 모델링하는 것은 7학년에서 문자를 처음 도입할 때 다루진다. 대만도 7학년에서 어떤 대상을 대신하여 문자를 사용하게 하고 있다. 실생활 상황을 대수식으로 모델링하는 내용은 우리나라와 대만 교과서 여러 곳에서 문제로 제시되고 있으며, 큰 차이를 보이지는 않았다.

대수식의 주제에 대해 대만의 교과서를 살펴본 결과 우리나라와 비교되는 몇 가지 특성이 있었다.

첫째, 대만의 문자 도입 시기가 우리나라보다 이르다는 것이다. 대만은 6학년에서 미지수를 다루고, 수의 연산법칙을 문자를 사용하여 일반화한 것을 제시하고 있다. 문자를 6학년에서 도입함으로써 대만 학생들이 우리나라 학생들에 비해 문자에 더 친숙했을 것임을 추측할 수 있다.

둘째, 대만은 7, 8학년에서 다루는 대수식의 내용이 우리나라에 비해 많다. 대만은 7학년에서 미지수가 2개인 연립일차방정식과 부등식을 다루는데, 이는 우리나라 7, 8학년에서 다루는 내용이다. 대만의 8학년은 곱셈 공식, 다항식의 나눗셈, 인수분해, 이차방정식까지 학습하며, 이 내용들은 우리나라 중학교 3학년 수준의 내용이다. 교육과정과 교과서의 내용에서 TIMSS 2007의 평가 목표와 일치되는 것은 일부이지만, 이보다 심화된 내용을 다룸으로써 대만에서는 위계적인 구조를 가진 대수 내용의 학습이 양적으로 더 많이 이루어졌을 것이며, 이에 따라 대수식의 주제에서 우리나라에 비해 높은 정답률을 보였을 것임을 추측할 수 있다.

5 결론 및 제언

본 연구는 TIMSS 2007에서 우수한 성취를 나타낸 대만의 수학 교육 목표, 수학 수업 환경 및 수학 수업 활동을 우리나라와 비교해 보았다. 대만은 수학 성취도 전체에서 국제 1위를 차지하였기에, 대만의 수학 교육에 대한 전반적인 모습을 살펴보려 하였고, 우리나라와 비교하여 유의한 차이를 보인 대수 영역에서 양국의 수학 교과서의 내용 전개를 비교하였다. 분석 결과를 종합하여 각국의 수학교육 내용의 특성을 정리하고, 이로부터 우리나라 수학교육과정 개선 및 수학 교과서의 내용 구성 방향에 대해 논의하고자 한다.

대만의 수학교육 체계는 여러 학년을 묶어 단계별로 교육 목표를 설정하고 있으며, 교육 내용 중심으로 목표가 진술되어 있고 학년별 교육 내용과 범위가 매우 상세하게 기술되어 있다. 일반적인 교육 목표는 연산, 추상, 추론, 의사소통, 문제 해결 능력의 신장으로, 최근의 수학 교육 동향을 반영하고 있다. 교육 목표에 '추상'을 언급하고 있어서인지, 대만의 많은 교과서 내용은 추상적이고 형식적인 내용으로 구성되어 있었다. 본고에서 모두 소개할 수는 없지만, 추상적인 수학의 성격을 보여주는 것 또한 대만에서는 강조하고 있는 것으로 보인다. 그리고 규칙을 설명하게 하는 등 '의사소통' 과정 또한 교과서에서 강조하고 있는 것으로 보였다.

대만의 수학 수업 시수는 우리나라보다 많으며, 학급당 인원수도 적어 물리적으로 좋은 환경을 갖고 있다고 할 수 있다. 하지만 학생 특성으로 인하여 수업에 제약을 받는 정도가 우리나라에 비해 매우 높은 것으로 나타나, 교사들의 수업 운영이 어려움을 알 수 있다. 수학 수업 활동에서는 우리나라가 공식과 절차의 암기를 많이 강조하고 있는 편이었다. 대만은 우리나라에 비해 숙제와 시험의 횟수가 많은 것으로 나타났다. 숙제의 교육적 활용도 우리나라에 비해 많았고 시험에서도 주관식 문항이 많이 사용되고 있었다.

대만의 교육 내용을 대수 영역에서 살펴보면, 수의 연산 법칙을 5학년에서 소개하고, 6학년에서 문자와 등식의 성질, 7학년에서 일차방정식, 연립일차방정식, 함수, 일차함수, 부등식, 8학년에서 다항식의 사칙연산, 곱셈 공식, 인수분해, 이차방정식을 다루는 등 우리나라에 비해 높은 수준의 내용을 제시하고 있다. 또한 본고의 교육목표에서 구체적으로 제시하지는 않았지만, 대수 영역의 내용은 수, 측정의 내용과 연계되어 교육 목표에서 중복되고 있다. 이것은 수학적 개념이 내적 연결성 차원에서 다루어져야 함을 암시하는 것이다.

대만의 교과서는 우리나라 제6차 교육과정 이전의 교과서와 유사한 구조를 가진다. 그림이나 설명보다 정의, 정리, 성질 등이 핵심적으로 구성되어 교과서의 내용 전개나 틀이 다소 형식적으로 전개되고 있으며, 내용에 대한 설명도 직관보다는 형식에 의존하여 제시되어 있었다. 이러한 교과서 구성은 학생들에게 성급한 추상화를 유도하고 형식적인 체계로서 수학을 학습하게 할 수 있다는 점에서 우리나라에서는 지양하는 추세이다. 그러나 대만이 대수 영역에서 높은 성취를 보이고 있음을 고려할 때, 다항식, 방정식, 함수 등 문자를 사용한 식을 다루고 간단히 하는 등의 알고리즘 조작에서는 대만의 교과서 방식이 어느 정도 도움이 되지 않을까

추측된다. 즉, 위계적인 성격을 가진 수학은 학년이 올라갈수록 추상화, 형식화의 성격을 띠고 모든 교육 내용을 학생들의 직관과 흥미에 맞출 수 없으므로, 대수 영역의 일부 내용에서는 형식적 접근을 유지하는 것도 고려해 볼 수 있다.

위와 같은 대만의 교육 및 교과서 분석으로부터 우리나라 수학 교육과 교육과정 내용 구성에 대한 몇 가지 방향을 설정할 수 있다.

첫째, 대만과 비교할 때 우리나라 교사들은 수학 수업에서 공식과 절차 암기를 매우 강조하는 것으로 나타났다. 우리나라에서 교육 문제로 늘 등장하는 주입식 교육이 2007년 당시 중학교 수업 행태로도 이어지고 있는 것에 대해 아직도 많은 반성과 자구 노력이 필요한 것으로 보인다. 이에 비해 대만의 수학 수업은 숙제와 시험을 많이 강조하고 있다. 숙제는 학생들 스스로 수학 문제를 풀어보고 개념을 생각해볼 수 있는 기회를 줄 수 있고, 시험은 그에 대한 점검을 수시로 하고 있다는 것이다. 숙제와 시험이 강조되는 것은 학교 교육이 학생들에게 우선적으로 영향을 주고 있음을 드러내는 것이기도 하다. 학생 스스로 자신의 학습을 점검하고 문제를 해결하려는 노력을 기울이게 하는 것은 수학적 지식을 점유할 기회를 제공하는 것이라 볼 수 있으며, 교사가 공식과 절차를 일방적으로 강요하는 것과는 대조되는 현상이라 할 것이다. TIMSS의 수학 교사 설문을 토대로 우리나라 교육 현실의 모습을 파악하고 바람직한 교육적 방향을 모색하는 것은 필요한 일이다.

둘째, 교육 내용을 중복 없이 단계적으로 구성하는 것에 대한 반성과 나선형 교육과정에 대한 고려이다. 우리나라는 제4차 교육과정부터 2007년 개정 교육과정에 이르기까지 학습량 감축을 위해 교육 내용을 정선하고 중복된 내용을 없애려는 노력을 지속적으로 기울여 왔다. 대만의 교육과정과 교과서를 분석한 결과, 한 가지 개념을 계속적으로 심화, 발전시키는 모습을 발견할 수 있다. 수학은 위계적인 구조로 되어 있으므로 한 번 어려움을 겪게 되면 이후 학습에서도 그 영향이 미친다. 그러므로 나선형 교육과정은 학생들에게 부담을 덜어 주고 특정 학년에서 다소 결손이 생기더라도 다음 학년에서 큰 무리 없이 수학 학습을 진행해 나가는 데 도움이 될 수 있다. 수학 교과에 배정된 시간을 더 확보한다면 나선형 교육과정의 장점을 취하는 방식으로 교육과정을 개정할 수도 있을 것이다. 그리고 어떤 개념을 이해하는 데 있어서 학생들은 교육자들이 생각하는 것보다 더 오랜 시간이 소요될 수도 있다. 이러한 점에서 본다면, 나선형 교육과정을 취하되 복잡성 정도를 제한하면서 각 학년의 교육 내용을 구성하는 것을 생각해 볼 수 있다. 예를 들어, 싱가포르에서는 학생들이 계산 원리를 보다 충실하게 학습하는 데에 초점을 두기 위해 분모를 12까지로 제한하여 분수의 연산을 다루는 방식을 취하고 있다.

나선형 교육과정에 대한 근거로는 우리나라의 정답률이 상대적으로 저조한 주제에 대하여 대만이 어떻게 가르치고 있는가를 참조한 데에서도 나타난다. 우리나라가 대만보다 취약한 패턴, 대수식의 주제는 대만의 학습 기간이 우리나라보다 길다. 즉, 어떤 개념을 오랜 시간 동안 반복하여 다루는 것이 성취도의 측면에서 긍정적인 결과를 보여 준다는 사실을 관찰할

수 있다. 한 주제를 오랫동안 여러 번 반복하면서 심화하여 다루는 것은 성취도에 긍정적인 영향을 줄 수 있는 변인이라고 해석할 수 있으며, 이러한 관점에서 본다면 나선형 교육과정이 성취도 측면에서는 더 긍정적으로 작용할 수 있을 것이다.

셋째, 교육 내용 사이의 연결성이 보다 강조되어야 한다. 대만의 교육과정을 보면, 동일한 주제가 여러 영역에서 중복되어 나타나는 것을 관찰할 수 있다. 예를 들어, 피타고라스의 정리는 대수 영역과 기하 영역에서 모두 제시되고 있다. 다항식의 계산을 적용하는 것이나 인수 분해의 맥락에서도 피타고라스의 정리가 활용될 수 있는 것이다. 교육과정에서 내용영역의 구분은 교육 내용을 구상하는 차원에서 이루어지는 것이므로, 학생들에게는 하나의 개념을 여러 가지 관점에서 바라보고 적용해 볼 수 있는 경험을 제공하는 것이 바람직할 것이다. 내용 영역의 틀을 유지하면서도 대만과 같이 동일한 주제를 여러 영역에서 다양하게 다룰 수 있는 융통성이 필요할 것이다.

넷째, 본 연구에서는 대만이 우리나라보다 정답률이 높은 주제에 대해 어떻게 가르치고 있는지 알아보고자 교과서를 분석하였다. 그 결과로 패턴, 대수식의 주제에 대한 교수·학습상의 시사점을 얻을 수 있다. 패턴의 경우, 우리나라는 대만에 비해 정답률이 유의하게 낮았다. 우리나라는 주로 초등학교에서 패턴을 다루며, 수와 기하적 패턴을 골고루 학습하게 하고 함수와의 연결성을 피하고 있다. 대만은 패턴을 실생활 맥락에서 찾아보는 상황을 많이 제시하여 중학교 2학년까지 지도하며, 수열도 다루고 있다. 대만은 패턴과 관련된 학습량이 많고 그 내용을 형식적으로 다루고 있으므로 TIMSS 문항의 정답률이 높게 나타났을 수 있으나, 선부른 형식화가 아닌지에 대해서 고려해 볼 필요가 있다. 대수식의 경우도 대만이 우리나라에 비해 정답률이 유의하게 높았다. 대만에서는 우리나라보다 일찍 문자를 도입하고 있고 TIMSS의 평가 대상인 8학년에서 많은 내용을 다루고 있다. 7, 8학년에 집중적으로 많은 양의 학습이 이루어진 것이 학생의 수학 성취도에 긍정적인 영향을 주었을 것으로 보인다. 우리나라의 2007년 개정 교육과정에서 곱셈 공식이 8학년으로 이동되는 등의 변화가 있으므로, 이와 관련하여 대수식의 정답률을 관찰해 보아야 할 것이다.

참고 문헌

1. 교육 인적 자원부, 《수학 3-가》, 서울: 대한 교과서 주식회사, 2001a.
2. 교육 인적 자원부, 《수학 3-나》, 서울: 대한 교과서 주식회사, 2001b.
3. 교육 인적 자원부, 《수학 4-가》, 서울: 대한 교과서 주식회사, 2001c.
4. 교육 인적 자원부, 《수학 4-나》, 서울: 대한 교과서 주식회사, 2001d.
5. 교육 인적 자원부, 《수학 5-가》, 서울: 대한 교과서 주식회사, 2002a.
6. 교육 인적 자원부, 《수학 5-나》, 서울: 대한 교과서 주식회사, 2002b.
7. 교육 인적 자원부, 《수학 6-가》, 서울: 대한 교과서 주식회사, 2002c.
8. 교육 인적 자원부, 《수학 6-나》, 서울: 대한 교과서 주식회사, 2002d.

9. 교육과학기술부·부산시교육청, 《세계 각국의 교육과정 및 운영 사례(III) - 대만》, 교육과정자료-438, 2008.
10. 김경희, 김선희, 김지영, 박선용, 김수진, 김남희, 《TIMSS 2007 공개문항 분석 자료집》, 한국교육과정평가원 연구자료 ORM 2008-32, 2008.
11. 김경희, 김수진, 김미영, 김선희, 《PISA와 TIMSS 상위국과 우리나라의 교육과정 및 성취 특성 비교 분석》, 한국교육과정평가원 연구보고 RRE 2009-7-2, 2009.
12. 박경미, 교육과정 개정의 시사점 도출을 위한 싱가포르와 인도 수학 교육과정의 비교분석, 수학교육, 44(2005), No. 4, 497-508.
13. 이준열, 장훈, 최부림, 남호영, 이상은, 《수학 7-가》, 서울: (주)도서출판 디딤돌, 2002.
14. 정은실, 싱가포르와 우리나라 교과서의 비교 분석을 통한 분수 개념 지도 방안 탐색. 수학교육학연구, 19(2009), No.1, 25 43.
15. 조태근, 임성모, 정상권, 이재학, 이성재, 《수학 8-가》, 서울: (주)금성출판사, 2003.
16. 최병훈, 방정숙, 송근영, 황현미, 구미진, 이성미, 한국과 싱가포르의 초등 수학 교과서 비교 분석, 학교수학, 8(2006), No.1, 45 68.
17. 翰林出版, 《3上 國民小學 數學》, 2008a.
18. 翰林出版, 《3下 國民小學 數學》, 2008b.
19. 翰林出版, 《4上 國民小學 數學》, 2008c.
20. 翰林出版, 《4下 國民小學 數學》, 2008d.
21. 翰林出版, 《5下 國民小學 數學》, 2008d.
22. 翰林出版, 《6上 國民小學 數學》, 2008e.
23. 翰林出版, 《6下 國民小學 數學》, 2008f.
24. 南一書局, 《國民中學 數學 1》, 2007a.
25. 南一書局, 《國民中學 數學 2》, 2007b.
26. 南一書局, 《國民中學 數學 3》, 2007c.
27. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Ruddock, G. J., O'Sullivan, C. Y., Arora, A. & Erberber, E., *TIMSS 2007 Assessment Framework*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College, 2005.
28. Mullis, I. V. S., Martin, O. M. & Foy, P., *TIMSS 2007 International mathematics report*, IEA, 2008.

김선희 신라대학교 수학교육과
 Department of Mathematics Education, Silla University
 E-mail: mathsun@silla.ac.kr

김경희 한국교육과정평가원
 Korea Institute of Curriculum and Evaluation
 E-mail: khee@kice.re.kr