

수학에서의 지식의 변화와 수학혁명

Changes of Mathematical Knowledge and Mathematical Revolution

박창균 Chang Kyun Park

본 논문의 목적은 '혁명'이라는 개념을 검토함으로써 '수학혁명'의 유형을 분류하고, 수학혁명을 위한 조건들을 제시하려는데 있다. 또한 수학혁명의 유형과 수학혁명을 판정하는 기준이 어떻게 연관되는지를 탐구하여 수학의 역사에 나타난 수학지식의 변화 중 몇 가지 사례들이 어떤 종류의 혁명이었는지를 알아본다.

The aim of this paper is to classify mathematical revolutions by discussing the concept of revolution, and to suggest criteria to judge mathematical revolutions. I examine the relation between the types and the criteria of mathematical revolutions, and explore what types of revolutions several instances of changes in mathematical knowledge are.

Keywords: 혁명 (revolution), 수학혁명 (mathematical revolutions), 명예혁명 (glorious revolution), 미적분학 (calculus), 비유클리드 기하 (non-Euclidean geometry), 집합론 (set theory)

1 들어가는 말

혁명이란 원래 프랑스혁명, 명예혁명, 러시아혁명 등과 같이 정치적 사건에 따라 붙는 용어이다. 이것이 과학과 결합하여 '과학혁명'이라는 용어로 등장했을 때에 생경하게 느껴졌고 노골적인 거부감을 드러낸 과학자들도 적지 않았지만 이제는 일상적인 용어와 다름 없이 친근하게 되었다. 16, 17세기의 과학혁명은 천문학으로 부터 시작되어 과학의 방법론과 기술방식 등에 이르기까지 과거 아리스토텔레스의 자연철학이 지배했던 체계를 전면적으로 전복한 것이었다. 이 혁명의 주요 내용에는 과학의 '수학화'도 포함되어 있었다. 과학자들은 과거의 질적인 기술방식에서 탈피하여 계량적인 수학적 기술 방식을 추구하게 된 것이다. 그런데 혁명이라는 단어가 수학과 결합하여 '수학혁명'이 될 때에는 과학과 결합했을 때보다도 두 단어의 이질성은 극대화되어 훨씬 더 '혁명적'으로 느껴진다. 이러한 느낌을 가지게 된 데에는 수학이 과학과 다른 고유한 학문적 특성을 가지고 있기 때문이

기도 하지만, 수학이 매우 보수적이라는 학문이며 그 지식이 누적적으로 진보될 것이라는 선입관의 영향도 있는 것으로 보인다. 좀 더 극단적으로 표현하자면 1+1이 2가 되는 것은 예나 지금이나 다름이 없는데 수학에 무슨 혁명 같은 것이 있을 수 있겠는가하는 의구심을 품는 것인데 이것은 사실 그렇게 놀랄만한 일은 아니다. 왜냐하면 정도의 차이는 있지만 전문적인 학자들일지라도 나름의 수학철학적 견해를 가지고 수학에서는 혁명적 변화는 있을 수 없다고 보는 사람들이 있기 때문이다. 사실 수학에 혁명이 존재하는가하는 여부는 20세기 후반에 수학사를 전공한 학자들 사이에 뜨거운 주제의 하나였다.

수학사가인 크로우(Crowe)가 1974년에 보스턴에서 열린 한 콜로퀴움에서 발표한 데 이어 이듬해에 출간한 그의 논문 “수학사에서 변화의 유형에 관한 열 가지 법칙”¹⁾에서 마지막인 열 번째 법칙이 바로 “수학에서는 결코 혁명이 일어나지 않는다”는 것이었다. 크로우가 이것을 학회에서 발표했을 때에는 거의 주목을 받지 못했지만 후에 큰 논쟁을 불러일으키게 되었다. 이러한 논쟁은 정반대의 견해 즉 수학에서도 혁명이 일어난다는 입장을 가진 또 다른 수학사가인 도번(Dauben)에 의해 촉발되어 뜨거운 논쟁으로 이어졌는데, 쿤의 견해에 우호적이었고 칸토어 연구가이기도 했던 그는 칸토어야 말로 수학사에서 혁명을 이룩한 사람이라고 생각했다.

과연 수학지식에서도 혁명적 변화가 가능한 것일까? 그리고 그 때의 혁명적이란 어떤 의미인가? 수학에서의 혁명은 정치에서처럼 큰 변화를 기술하는 호칭으로서의 혁명인가 아니면 설명적 개념으로서의 혁명인가? 또한 만일 수학에서 혁명적 변화가 가능하다고 하고 변화의 결과를 과학에서 ‘과학혁명’이라 하듯이 ‘수학혁명’이라고 일컫는다고 할 때, 수학의 역사상 어떠한 업적이 수학혁명에 해당하는가?

본 논문은 이러한 질문에 대한 답을 시도한 것이다. 이를 위해 먼저 ‘혁명’의 개념에 대한 논의부터 시작하는 것이 순서일 것이다. 그래야 혁명의 정의에 따라 수학혁명이 가능한지 여부를 판단할 수 있기 때문이다. 크로우와 도번의 논쟁도 결국 수학혁명의 개념이 문제된 것이었다. 혁명의 개념을 어떻게 정의하는지가 수학혁명의 존재여부에 대한 견해의 차를 드러낸 것이므로 혁명의 개념을 분석하고, 필요하다면 이를 세분화 하여 혁명의 유형들을 살펴볼 필요가 있다. 또한 이런 유형들이 분명한 의미를 가지기 위해서는 수학혁명을 평가하는 하나의 기준이 필요하다. 그 기준에 따라 제안된 이론이 내용적으로나 영향력 면에서 어떠한 지위를 가지는지를 평가함으로써 수학혁명의 어느 유형에 해당하는지를 파악할 수 있기 때문이다. 이처럼 평가 기준과 혁명의 단계들의 관계를 설정하는 것은 제기한 문제의 해결을 위한 주요한 과제가 될 것이다. 수학혁명에 대한 이러한 방식의 정의는 마치 리트머스 시험지의 색을 가지고 미지의 용액이 산성인지 알카리성인지를 판별하는 것과 유사한 일종의 약정적인 것이라 할

1) M. J. Crowe, Ten 'laws' concerning patterns of change in the history of mathematics, *Historia Mathematica* 2(1975), 161-166.

수 있다. 그러나 여기에서 제시한 기준이 절대적인 것은 물론 아니며 이 글은 이 같은 논의를 위한 하나의 단초를 제공하는 것에 불과하다. 마지막으로 설정된 기준에 따라 수학의 역사에서 수학적 지식의 급격한 변화였다고 여겨지는 대표적 사례들—유클리드 기하의 등장, 미적분학의 발견, 해석학의 엄밀화, 비유클리드 기하의 등장, 집합론의 대두 등—이 어떤 유형의 수학혁명에 해당하는지를 살펴본다.

2 혁명이란?

혁명의 사전적 정의는 “헌법의 범위를 벗어나 국가 기초, 사회 제도, 경제 제도, 조직 따위를 근본적으로 고치는 일”, “이전의 왕통을 뒤집고 다른 왕통이 대신하여 통치하는 일” 또는 “이전의 관습이나 제도, 방식 따위를 단번에 깨뜨리고 질적으로 새로운 것을 급격하게 세우는 일” 등이다.²⁾ 이러한 정의는 주로 정치나 사회적 변화와 관련되어 있는 것으로 보인다. 그런데 이러한 정의가 주로 정치사회적임에도 불구하고 혁명이 가지는 기본적 성격은 잘 드러내고 있다. 즉 혁명이란 기존의 체제가 무너지고 새로운 것이 세워지는 것으로서 근본적이고 질적인 면에서 급격한 변화라는 것이다. 따라서 만일 정치적 혁명이 일어나면 정치적으로는 물론 사회와 문화적으로도 큰 변화가 초래된다. 혁명으로 인해 이전에 존재했던 것은 폐기되거나 중요성이 경감되고 새로운 질서를 형성하게 된다. 그렇다고 새로운 질서를 형성하는 큰 변화는 모두 다 혁명이 되는가? 물론 모든 큰 변화가 혁명이 되지는 않을 것이다. 역사상 큰 변화를 초래한 사태가 많았지만 그 중에 일부만이 혁명으로 기술되었다. ‘큰 변화’ 라고 할 때 ‘크다’ 는 것을 명석하고 판명하게 정의하는 것은 그렇게 쉽지는 않다. 그렇다면 어떤 경우에 변화를 혁명이라고 부르는가? 이 논의를 위해 이 글에서는 우선 역사적으로 혁명이라고 기술하고 있는 사건을 대상으로 혁명의 성격을 살펴본 후 이를 수학사에서의 혁명을 규정하는데 원용하기로 한다.

전술한 대로 프랑스 혁명, 명예혁명, 러시아 혁명은 정치적으로 혁명으로 불리는 대표적인 것들이다. 그러나 이들을 자세히 살펴보면 혁명도 다 같은 것이 아니라 그 성격에 있어서 차이가 있음을 발견하게 된다. 프랑스혁명은 시민혁명의 전형이지만 그렇다고 기존 체제인 왕정 자체가 회복 불가능한 상태에 있었던 것은 아니었다. 나중에 나폴레옹이 황제가 됨으로써 기존 체제의 부활은 가능했다. 1688년 영국에서 일어난 명예혁명의 경우에도 왕권은 유명무실화되었지만 그렇다고 왕정 자체가 폐지된 것은 아니었다. 즉 왕은 명목적으로 군림은 하되 통치하지는 않게 된 것이었다. 하지만 러시아에서 일어난 혁명은 앞의 두 혁명과는 다른 것이었다. 이 혁명의 결과 차르는 더 이상 힘도 명목상의 권한도 없을 뿐더러 도태되고 말았다. 즉, 프랑스혁명과 명예혁명은 결과적으로 기존의 체제를 완전히 무너뜨린 혁명이 아니었으나

2) <http://krdic.naver.com>

러시아혁명은 기존 체제를 완전히 전복하고 구체제는 회복불가능하게 된 전면적인 것이었다. 이와 같이 정치에서 혁명이라고 불리는 것에도 그 성격상 차이가 있음을 보게 된다. 애버딘과 리드는 명예혁명 자체를 몇 가지로 구별하고 있다.³⁾ 그들의 구분과 반드시 일치하는지는 좀 더 논의를 요하나 모든 변화의 단계를 다음과 같이 세분해 보는 것은 유용한 일이다.

①무혁명 ② ‘준(準) 명예’ 혁명 ③명예혁명 ④ ‘비(非) 명예’ 혁명 ⑤전(全)혁명

위 단계에서 번호가 클수록 변화의 강도가 커지고 변화가 많이 일어난 것이다. ①은 아직 혁명이 아닌 단계이다. 기존체제가 유지되고 새로운 것이 추가되더라도 그것은 비핵심적인 것이며 기존체제의 핵심부분에 어떤 변화가 있는 것은 아닌 상태이다. 여기서도 변화는 없는 것은 아니지만 그 변화는 혁명이 아니라 ‘보수적 확장’ 일 뿐이며 어떤 근본적인 변화가 있는 것은 아니다. ⑤는 가장 강도가 가장 센 혁명으로 과거의 체계는 전면적으로 전복되어 도태되고 완전히 새로운 체계가 형성되는 경우이다. 기존 체제는 새 질서에서는 흔적을 찾아보기 어렵고 옛 체계는 회복불가능하다. 이를 다른 혁명과 구분하여 ‘전혁명’ 으로 부르기로 한다. ②와 ③ 그리고 ④는 모두 명예혁명이 가지는 특징을 공유하고 있는 유형이다. 즉 기존의 핵심 요소가 유지되는 특징이 있으나 그 핵심요소들이 중심적 지위에서 밀려나 명목적으로 존재하고, 중심에서 벗어난 정도에 따라 구별된다. 준명예혁명은 ③의 명예혁명보다 약한 혁명이나 그렇다고 혁명이 아니라고는 할 수는 없는 유형인데 기존 체제는 그대로 유지되지만 새로운 핵심요소가 추가됨으로써 미약하나마 근본적인 변화가 있는 것이다. 즉 새 핵심요소가 비록 기존체제의 핵심요소를 파괴하지는 않고 추가되는 것이기는 하지만 기본 체계 내의 핵심적 요소들은 그 지위나 의미에 있어 미약한 변동이 감지되는 경우이다. ③의 명예혁명은 기존의 모든 요소가 유지되는 것은 아니지만 핵심요소는 유지된다. 그러나 기존의 핵심요소의 지위나 의미는 현격하게 감소되어 중심에서 멀어지는 유형이다. ④의 ‘비명예’ 혁명은 ‘비 명예 혁명’-명예혁명이 아님-과 다름을 우선 유의할 필요가 있다. 즉 명예롭지 않은 혁명이다. 이 단계에서는 기존 체계의 핵심요소들 중 일부가 파괴되고 새로운 핵심요소들로 ‘대치’ 가 이루어진다. ‘비명예’ 혁명은 전면적 대치가 이뤄지는 ⑤의 전혁명의 바로 직전단계이다. 사실상 역사를 보면 전혁명이 일어나는 경우는 드물었고, 가장 큰 변화를 초래했다고 하는 혁명은 대부분 ④단계에 속한다고 볼 수 있다. 이제 이를 수학에서의 변화와 접목해 보기로 하자.

3 수학혁명

수학적 지식의 변화 중 혁명이라고 할 만 것이 존재하는가? 만약 수학혁명이 가능하다면 수학적 지식의 변화도 정치적 혁명과 마찬가지로 유형별로 구분하는 것이 가능한가? 만약 그

3) A. Aberdein & S. Read, *The Philosophy of Alternative Logics in Development of Modern Logic* (edited by L. Haaparanta), Oxford University Press (2009), p. 619.

것이 가능하다면 수학의 역사에서 커다란 변화를 몰고 왔던 사건들이 어떤 기준에서 혁명의 각 단계에 분류되는가? 이와 같은 문제의식을 가지고 수학혁명과 관련된 논점을 다음과 같이 정리할 수 있다.

- (1) 수학에서의 혁명의 정의는 어떻게 내릴 수 있는가?
- (2) 수학혁명에 있어서 영향력의 범위를 수학 내에 국한할 것인가?
- (3) 수학혁명을 가능하게 하는 요소들은 무엇인가?
- (4) 위에서 제기된 요소들 중 필수적이라고 할 수 있는 요소가 있는가?
- (5) 필수적 요소가 있다고 할 때, 수학혁명인지 아닌지를 판단할 때 필수적이 아닌 요소들 — 이를 선택적 요소 — 라 한다면 이들의 지위는 무엇인가?
- (6) 만약 수학혁명이 가능하다면, 수학사에 나타난 수학혁명에는 어떠한 것이 있는가?

맨 마지막 질문인 (6)은 앞의 질문들을 해소한 다음에 다루기로 한다. 위의 논점 중 (2)에서 (5)까지는 사실 (1)에 대한 답을 정교하게 하는 것과 관련되어 있다고 해도 과언이 아니다. 질문 (1)에 대한 답을 하기 전에 먼저 수학혁명이 존재하는지를 물어야 한다는 것이 요구되기 때문에 (2)에서 (5)까지의 질문은 (1)과 관련한 문제가 해결되지 않으면 의미가 없다는 의견이 있을 수 있다. 이렇게 수학혁명의 존재성 여부가 선결되어야 한다고 주장에 대해 혹자는 오히려 수학혁명의 정의를 내려야 혁명의 존재여부를 따질 수 있을 것이라고 반론을 제기할 수도 있다. 이것은 자칫 순환적으로 보이나 이 글에서 선택한 길은 일반적인 혁명의 개념으로부터 수학혁명을 정의하고 다음에 언급되는 도번의 견해를 따라 정치적 혁명과 같이 수학혁명도 존재한다고 받아들인다. 그리고 수학적 혁명을 평가하는 요소들을 통해 수학혁명에 대한 정의를 명료화하려고 한다. 본고에서는 이러한 명료화 작업으로 혁명에 대한 약정적 정의를 시도한다.

수학에서 혁명이 존재하는가에 대해서 크로우와 도번 사이에 논쟁이 있었다. 크로우에게 있어서 혁명이란 기준에 존재했던 것이 전복되어지고 회복불가능하게 폐기되는 매우 강한 의미이다.⁴⁾ 이런 견해에 따르면 아리스토텔레스와 프톨레마이오스의 이론이 코페르니쿠스의 이론에 의해 대체되는 것은 혁명이라고 할 수 있지만, 비유클리드 기하학은 혁명적인 것이 될 수 없다. 왜냐하면 비유클리드 기하가 등장한 이후에도 유클리드 기하는 전복되어지고 회복불가능하게 폐기된 상태가 아니고 여전히 기하학의 한 축을 이루고 있고 학교에서 가르쳐지고 있기 때문이다. 이런 크로우는 대조적으로 도번은 혁명에 대해 상대적으로 유연한 입장을 취한다. 그는 왕권이 약화되어 그 지위가 중심에서 밀려 현격하게 격하된 명예혁명의 예를

4) M. J. Crowe, Ten 'laws' concerning patterns of change in the history of mathematics, *Historia Mathematica* 2(1975), p. 165.

들면서 사건이 있는 후 왕정은 유지되었지만 이것도 혁명이 아니냐고 반문한다.⁵⁾ 수학에서도 새 이론이 등장했음에도 불구하고 비록 기존 이론이 유지한다고 해도 그 지위가 중심에서 밀려 현격하게 격하된다면 수학혁명이라고 할 수 있다는 것이다. 크로우와 도번은 혁명의 개념에 있어서 차이가 있는 것이다.

길리스(Gillies)는 프랑스 혁명과 명예혁명을 한 묶음(프랑스-영국형)으로 다루고 러시아 혁명(러시아형)을 이와 대조시켜 약한 의미와 강한 의미의 혁명을 구분했다. 즉 약한 의미의 혁명은 프랑스혁명이나 명예혁명과 같이 기존의 권위가 중심에서 밀려 현격하게 격하되는 도번이 주장하는 혁명에 가깝고, 러시아형은 크로우가 주장하는 것과 같이 선제한 체제가 전복되어지고 회복불가능한 폐기가 이루어지는 강한 의미의 혁명인 것이다. 길리스는 코페르니쿠스 혁명과 화학혁명은 후자에 속하고 아인슈타인의 혁명은 전자에 속한다고 주장한다. 왜냐하면 전술한대로 코페르니쿠스의 이론으로 인해 아리스토텔레스의 역학은 고사되었고, 화학혁명은 플로지스톤 이론을 더 이상 유효하지 않은 것으로 용도폐기시킨 반면에 뉴턴 역학은 아인슈타인의 업적에도 불구하고 여전히 건재하고 있기 때문이다. 사실 약한 의미의 혁명을 대표하는 명예혁명에서 우리가 주목할 것은 이름 그대로 기존의 체제가 완전히 전복되지 않고 일종의 ‘명예’를 가지고 유지되기는 하나 왕권은 이미 그 힘을 잃고 중심에서 밀려났다는 점이다. 이러한 상황이 혁명이라고 지칭되는 것은 일상적으로 꼭 강한 의미로만 사용되고 있지 않음을 알 수 있다.

혁명의 개념을 엄격하게 하면 크로우의 주장처럼 수학에서는 혁명이 존재하지 않을지도 모른다. 그러나 이는 수학의 역사에 나타난 우리의 상식적인 판단과 잘 맞지 않는다. 수학의 역사를 보면 분명 이전과는 전혀 다른 수학적 지식의 변화로 보이는 것이 있고 이런 것들은 과거의 지식과 연속적이라기보다는 불연속적인 전혀 새로운 것으로 보이기 때문이다. 물론 혁명이라는 단어가 너무 남용되는 것도 문제지만 이를 너무 엄격하게 사용하여 수학적 지식의 큰 변화들을 애써 축소해서도 안 될 일이다. 길리스는 수학에 혁명이 존재한다는 크로우의 견해에 호의를 보이며, 과학에서는 두 유형 즉 러시아형과 프랑스-영국형의 혁명이 모두 발생하지만, 수학에서는 프랑스-영국형 만이 존재한다고 주장한다.⁶⁾ 그러나 명예혁명과 같은 혁명만으로 모든 수학적 변화 내지 수학혁명을 귀속시키기에는 수학혁명은 너무 다양하다. 따라서 명예혁명을 정도에 따라 세 유형으로 구별하고 전혁명을 포함하여 모두 네 가지 유형을 수학혁명으로 간주하기로 한다. 그리고 혁명적 변화가 없는 수학적 지식의 변화인 ‘무혁명’을 혁명의 네 유형에 포함시켜 이를 “수학적 지식의 변화 유형”이라 한다. 이것을 앞서 언급한 혁명의 개념을 원용하여 <표 1>로 정리할 수 있다.

5) J. W. Dauben, *Transformation and tradition in the sciences, Essays in honor of I. Bernard Cohen*, ed. by Ed. Mendelsohn, Cambridge University Press (1984), p. 84.

6) D. Gillies, ed. *Revolutions in Mathematics*, Oxford University Press (1992), p. 6.

표 1: 수학적 지식의 변화 유형

	무혁명	준명예혁명	명예혁명	비명예혁명	전혁명
옛 핵심요소	불변	불변이나 지위가 조금 약화됨	불변이나 중심 지위에서 멀어짐	일부가 도태되고 남은 것은 중심적 지위에서 멀어짐	전부 도태되고 회복 불가능한 상태가 됨
새 요소	삽입될 수 있으나 기존 요소에 전혀 변화를 주지 않고 연장되는 것으로 보아야 함	기존 핵심요소를 그대로 두고 삽입되거나 실질적으로 중심적 지위에 근접하는 영향력을 가짐	기존 핵심요소를 그대로 두고 삽입되거나 실질적으로 중심적 지위를 가짐	기존 핵심요소의 일부를 대치하고 중심적 지위를 가짐	기존 핵심요소 모두를 대체하고 새롭게 중심적 지위에 서게 됨

(2)에서 (5)까지의 질문은 수학혁명을 넓은 의미로 정의할 것인지 아니면 좁은 의미로 택할 것인지에 따라 달라질 것이다. 제안된 이론이 수학혁명으로 되기 위해서는 내용적으로 혁신적인 것이어야 하는 것은 당연하다. (2)에서 수학혁명의 범위를 논하는 것은 수학혁명이 미치는 영향력과 관련된 것이다. 물론 새롭게 제시된 수학의 내용은 수학의 범위 안에 있다. 그러나 수학혁명을 포괄적으로 정의하기 위해서 일단 가능한 범위를 넓혀 답을 하기로 한다면, 새로운 수학기론의 영향력을 수학 내에 꼭 국한 시킬 필요는 없다. 이는 수학이 과학의 언어로서 수학의 발전이 과학의 발전으로 이어졌다는 것을 상기한다면 부자연스런 발상은 아니다. 역사적으로 보면 미적분학이 과학혁명에 기여했던 사실과 이인슈타인의 상대성이론이 제기될 때 비유클리드기하학의 영향이 컸던 것처럼, 선제한 수학혁명이 과학혁명을 촉발한 경우에 과학혁명은 다른 경우 보다 더 정교하고 체계적이었다고 할 수 있다. 이상에서 논점 (1)과 (2)에 대해 충분하지는 않지만 어느 정도 대답을 한 셈이다. 이제 수학혁명의 모습을 분명히 그려내기 위해서는 수학적 지식의 변화를 가능하게 하는 요소가 무엇인지 찾고 이러한 요소들 중 어느 것이 변화들 중 혁명임을 규정하는 요소가 되는지를 아는 것이 필요하다.

정치적으로 받아들여지고 있는 혁명의 개념을 수용하여 수학혁명이 위와 같은 유형으로 존재한다고 가정하면 핵심 요소가 유지되거나 대치되는 수학혁명을 판정하는 어떤 기준이 요구된다. 길리스는 수학에서 혁신이 혁명이 되기 위해서는 두 가지 조건을 충족해야 한다고 제안한다. 첫째로 그 혁신이 수학을 심오하게 하고 수학에 지대한 영향을 끼치는 것이 되어야 한다는 것이다. 둘째로 기존의 관련된 수학의 중요성이 현저히 감소되어야 한다는 것이다.⁷⁾ 그런데 이 두 가지 조건에서 새로운 수학이 심오하고 지대한 영향을 준다는 것을 판단하는

7) Ibid., p. 6

문제와 두 번째 조건 중 ‘현저히’라는 말의 의미를 분명하게 하기는 쉽지 않은 일이다. 또한 이 두 조건으로만으로 혁명인지를 결정하는 것이 충분한 것인지는 더 검토를 요한다. 만일 혁명이 단순히 수학 내에서 일어나는 것으로만 생각하지 않고 그 영향은 수학밖에도 미치는 것이어야 한다고 생각한다면 더더욱 그렇다. 길리스가 제안한 이 두 가지 조건이 수학혁명을 위한 필요충분조건이 되는지는 더 검토를 요한다. 왜냐하면 혁명의 유형이 더 세분화되었고 혁명의 외연도 넓어졌기 때문이다. 그리고 혁명에 대한 약정적 정의를 시도한다면 수학적 혁명의 모습을 좀 더 분명하게 드러내기 위해 수학적 지식의 변화 요소를 찾고 또 이것들이 각 혁명의 유형들과 어떻게 연관되고 있는지 해명해야 한다. 또한 역사적 사례들이 어떤 유형의 혁명이었는지 살펴보는 것도 과제이다. 즉 (3)에서 (6)까지 제기된 물음에 대한 답의 시도는 다음 절에서 이루어진다.

4 수학혁명과 평가요소 그리고 사례들

역사를 돌이켜보면 수학적 지식의 엄청난 변화를 초래한 사건들이 많이 있었다. 변화를 초래한 사건들을 수학적으로 중요한 사건으로 간주하느냐 하지 않느냐는 사람들에 따라 시각의 차이를 보일 수 있지만 무리수의 발견, 유클리드 기하의 시작, 해석기하의 등장, 미적분학의 발견, 음수의 도입, 비유클리드 기하와 사원수의 발견, 집합론의 대두, 불완전성 정리의 증명, 비표준해석학의 제안 등을 혁신적인 사건이 아니라고 하는 사람은 드물 것이다. 그러나 이들을 그냥 사건을 기술하는 측면에서 모두 다 수학혁명이라고 할 수는 없다. 특히 수학은 과학에 비해 상대적으로 실세계에서의 영향력을 포착하기가 쉽지 않다. 그렇다고 주관적으로 어떤 수학적 업적을 혁명이라고 할 수는 없다. 그런 점에서 어떤 조건을 만족시키면 수학혁명이라고 할 수 있는지 하나의 평가기준을 가지는 것이 요청된다. 다행히 수학은 역사가 매우 오래된 논리적인 학문이므로 내부적인 평가의 기준을 마련하는 것은 과학에 비해 어떤 면에서는 수월할 수도 있다. 물론 그렇다고 이것이 그 기준을 마련하는 것 자체가 쉽다는 것을 함축하지는 않는다.

4.1 평가요소들

수학적 지식의 변화를 평가하는 요소를 발견하기 위해서는 혁신적인 제안이라고 간주되는 수학이 가지는 성격을 고찰해 보는 것은 필요한 일이라 보인다. 수학사에 나타난 혁신적이라고 보이는 사건들을 주의 깊게 고찰함으로써 수학혁명을 판정하는 후보가 될 수 있는 평가요소들에 대한 단초를 얻을 수 있다.

위의 다양한 사례들의 공통점을 찾기가 쉽지가 않다. 그러나 공통적이라 여겨지는 한 가지 특징은 그것들이 일단 기존의 수학에서 취급하지 않았던 새로운 것이었다는 것이다. 수학혁명이 되기 위해서는 제안된 것이 우선 새로운 내용을 포함하는 것이야 한다. 제안된 대상 자체가

존재론적으로 새로운 것일 수 있고 또는 이미 잘 알려져 있거나 존재하고 있어 새로운 대상은 아닌 경우일지라도 이것이 새로운 관점에서 조명을 받는다면 ‘새로운’ 것으로 취급될 수 있다. 그런데 새롭다는 것만으로는 혁명이 되기에는 충분하지 않다. 그 내용이 심오한 것이어야 할 것이다. 심오하다는 것은 독창적일 뿐 아니라 수학적 내용을 풍부하게 하여 이제껏 난제로 여겨진 문제들을 해결하는 방법을 제시하는 것을 의미한다. 또한 집합론이나 사원수의 발견 등에서 보듯이 수학적 대상이나 수학 자체에 대한 새로운 이해를 초래한 사건들도 수학혁명의 후보가 된다. 즉 어떤 새롭게 제안된 수학이 기존 수학에 대한 인식의 틀을 바꾸는 메타수준의 변화를 초래한 경우 그것을 수학혁명이라고 간주한다면, 메타수준의 변화도 수학혁명을 위한 하나의 요소로 고려될 수 있다. 특히 던모어(Dunmore)는 대상적 측면에서는 강한 의미의 수학혁명이 일어나지 않지만 메타레벨에서는 일어날 수 있다는 것을 강조하였다.⁸⁾ 지금까지 언급된 것이 주로 수학의 내용적인 측면에서 고려될 수 있는 요소라고 할 수 있다.

이제 새롭게 제안된 수학의 영향력 측면에서 혁명을 위한 요소들을 고려해 보기로 하자. 수학의 내용이 아무리 심오하다고 해도 그것이 기존 수학에 별로 영향을 주지 못하는 것이라면 혁명이라고 하기는 어려울 것이다. 따라서 새 수학이 수학을 중심으로 얼마나 영향력을 가지는가도 수학혁명을 가늠하는 요소가 된다. 제안된 것이 수학혁명이 되려면 그것이 수학이나 수학이외의 영역에 큰 영향을 주어 그들 영역에 적지 않은 변화를 초래하는 것이어야 한다. 이것을 부정적인 측면에서 기술하면 새 수학이 기존 수학을 얼마나 파괴했는가 새로운 수학이 혁명으로 불리는 관건이라 해도 과언이 아니다. 이점은 크로우와 도번이 서로 입장의 차이를 보이는 것이기도 했다. 집합론의 경우 과거 아리스토텔레스의 무한관과는 전혀 다른 무한관을 제시했고 이것은 아리스토텔레스적 무한관에 기초해 있던 수학의 폐기를 의미하고 그 파장은 심대했다. 옛 수학의 영향력 감소가 모든 옛 수학의 폐기를 의미하지 않는다면 새 수학이 그것과 충돌하지 않는 옛 수학에 얼마나 영향을 주어 변화를 일으켰느냐하는 면도 혁명을 가늠하는 요소가 된다. 여기서 옛 수학의 폐기의 정도와 옛 수학의 변화의 정도가 연관을 가지고 있는 것은 사실이나 새롭게 제기된 수학이 꼭 기존 수학의 일부나 전체의 소멸을 전제로 하지 않는다는 점을 유의할 필요가 있다. 따라서 ‘기존 수학의 폐기’와 ‘기존 수학의 변화’는 서로 다른 요인으로 간주할 수 있다. 또한 미적분학의 과학에의 영향에서 보듯이 기존 수학의 변화뿐만 아니라 ‘수학 이외의 영역’에의 영향력도 혁명을 위한 요소로서 고려의 대상된다. 그것은 혁명의 범위가 어디까지 미쳤는가에 관한 것이다. 물론 수학 내에서의 요소들-‘기존 수학의 폐기’와 ‘기존 수학의 변화’-로만 수학혁명이 되는지를 평가할 수 있는데 이는 ‘수학 내에서’ 수학혁명이다. 그러나 이러한 입장은 수학이 가진 문화적 영향력을 고려할 때 부자연스럽고 협소한 태도라고 보인다. 수학 밖에서 수학의 역할이 어떻게 이루어졌는가를 보는 것은 수학의 정체성을 확립하는 데에도 도움이 된다는 점에서 수학이외의 영역에서의 수학의

8) Ibid., p. 11.

영향력을 혁명의 요소로 고려할만 하다고 본다. 물론 이것은 수학혁명의 범위를 수학 내로 한정한다면 이는 수학혁명을 판정하는 필수적인 요소는 아닐 것이다. 이제껏 논의한 수학혁명인지를 평가하는 요소들을 정리하면 다음과 같다.

(I) 내용적 측면

- (a) 새로움
- (b) 심오함
- (c) 메타레벨의 변화

(II) 영향력 측면

- (a) 기존 수학의 파괴적 변화
- (b) 기존 수학의 건설적 변화
- (c) 수학기외 영역의 변화

그런데 이 여섯 가지 평가요소들은 서로 완전히 독립적이라고 할 수는 없다. 즉 예컨대 내용이 새롭고 심오한 것은 대체로 수학 내외적으로 큰 변화를 가져올 것이고, 수학에 대한 메타레벨의 새로운 이해 역시 수학의 변화 내지 철학이나 다른 영역에서의 변화가 예상되기 때문이다. 이러한 상호연관성에도 불구하고 편의상 이 구분을 받아들이기로 한다면 이들 중 필수요소는 무엇이고 선택적인 것은 무엇인지에 대한 고찰이 필요하다. 이를 위해서는 먼저 이 평가요소들과 수학적 지식의 변화 유형들이 어떻게 관계를 맺는지 살펴 보아야 한다.

4.2 변화 유형과 평가요소와의 관계

위에서 정리한 수학적 지식의 변화 유형과 평가요소의 관계를 설정하는 것은 혁명에 대해 일종의 약정적인 정의를 하는 것이 된다. 먼저 무혁명론은 핵심 요소에 있어서 새로운 것은 아니나 이전과는 다른 심오한 방법이 도입되는 경우이다. 물론 여기에는 메타레벨에서의 변화는 없다. 영향력 측면에서는 수학의 내에 지식의 확장에 기여하나 기존 수학과 갈등을 일으키지는 않는다. 수학 이외의 영역에는 영향을 줄 수 있으나 일반적으로 기대하기는 어렵다.

준명예혁명의 경우에 새 이론은 핵심 요소에 일부 새로운 것이 도입될 수 있고 심오한 내용을 포함한다. 메타레벨에서의 변화가 전연 없다면 혁명이라고 할 수는 없으므로 변화는 있지만 그 폭은 크지는 않다. 이 유형에서는 새로 등장한 요소가 기존 핵심 요소에 추가되는 형태를 띠고 기존 수학의 일부 비핵심적 요소들의 영향력을 퇴조시킨다. 새 이론의 심오함이 수학의 다른 영역을 풍부하게 할 것이나 수학 이외의 영역에서 꼭 변화를 일으키는 것은 아니다. 명예혁명의 단계는 준명예혁명과 유사하나 내용적인 면에서나 영향력에 있어서 변화의 정도가 큰 것이다. 즉 메타레벨에서 좀 더 큰 변화가 있고 영향력 측면에서 수학내의 다른 영역에의 건설적

표 2: 수학적 지식의 변화 유형과 평가요소와의 관계

O: 있음, X: 없음, △: 없지는 않음

		무혁명	준명예혁명	명예혁명	비명예혁명	전혁명
내용	핵심요소의 새로움	X	△	△	O	O
	심오함	△	O	O	O	O
	메타 레벨의 변화	X	△	O	O	O
영향	기존 수학의 파괴(파괴적)	X	△	△	△	O
	수학의 변화(건설적)	△	△	O	O	O
	수학 이외의 영역	X	X	X	△	O

파급력이 더 강하다. 또한 기존 수학을 균열시키는 정도도 조금 더 강하다고 볼 수 있다. 그런 면에서 <표 2>에서 같은 △나 O일지라도 정도의 차이가 얼마간 있음을 유의할 필요가 있다. 비명예혁명의 경우는 명예혁명보다 더 새로운 핵심요소가 등장하고 이것이 다른 핵심요소를 대치하게 되어 기존 수학의 파괴가 훨씬 심각하게 이루어지는 단계이다. 또한 수학 이외의 영역에서도 어느 정도의 변화가 기대되고 또한 이론의 파급력도 생기게 된다.

마지막으로 가장 혁명의 정도가 심해 기존 핵심요소의 전면적인 파괴와 함께 새로운 것으로의 대치가 단행되는 것이 전혁명의 단계이다. 이 단계에서는 새로운 이론의 영향력은 수학 이외의 영역에도 상당히 크게 작용한다. 이를 정리하면 <표 2>와 같이 된다.

위 표를 살펴보면 무혁명과 혁명을 구별하는 요인으로, 내용상 ‘심오함’을 정도의 차이라고 간주하여 이에서 제외한다면 ‘핵심요소의 새로움’과 ‘메타레벨의 변화’ 그리고 ‘기존 수학의 파괴’ 등을 거론할 수 있다. 이것이 적어도 수학혁명과 그렇지 않은 것을 구별하는 요소가 된다. 나머지 요소는 필요조건이기는 하나 혁명의 특징적 요소는 아니라고 할 수 있다. ‘수학 이외의 영역’은 특히 강한 의미에서 수학혁명의 특징이라고 할 수 있다. 이제 수학사에 나타난 사례들에 대해 이들 평가요소들 적용해 봄으로써 그 사례들의 유형을 파악해보기로 한다. 이것은 위에서 언급한 물음 (6)에 대한 응답이 될 것이다.

4.3 수학혁명의 사례들

위에서 제시한 혁명의 유형과 평가요소들의 관계에 대해 모든 사람이 일치하는 것을 만들기는 어려울 것이다. 또한 그 관계에 대해 합의한다고 해도 수학의 역사에서 이에 대한 전형적인 사례를 찾는 것은 쉽지가 않은 일이다. 왜냐하면 수학사에는 수학적 지식의 큰 변화라고 간주되는 사건들이 많이 있지만 이들이 가지는 의미는 수학사가나 수학철학자들에 따라 다를 수 있고 사례들의 성격의 다양성 때문이다. 이런 난점에도 불구하고 수학적 지식의 변화에 대한 하나의 약정적 정의를 가지고 사례에 적용해 보는 것은 보다 정교한 논의를 위한 통과의례는

될 것이다.

수학의 각 영역에서 무혁명의 전형적인 사례를 찾는 것은 아주 어려운 일은 아니다. 왜냐 하면 수학의 각 영역에 새롭게 도입된 방법 같은 것이 우선 그 대상이 되기 때문이다. 예컨대 연속체 가설의 독립성 증명과 관련하여 코헨이 사용했던 폴싱(forcing)이라는 방법은 수리는리학에서 아주 강력한 방법론으로 수학적 지식의 변화를 초래한 심오한 것이지만 메타레벨의 변화를 초래한 것은 아니므로 혁명이라고 보기는 어려운 것으로 보인다. 미적분학의 발견은 수학사의 한 획을 긋는 사건이지만 미적분학의 발견자들은 여전히 고대 그리스의 기하적 엄밀성을 형식적으로는 존중하는 방식을 취했다는 점에서 메타레벨의 큰 변화가 있었다고 볼 수 없으므로 혁명에서 제외해야 된다고 보는 사람도 있다. 그러나 이는 메타레벨의 변화에 극단적으로 치중하여 판단한 결과라고 보이고, 또 미적분학의 등장이 메타레벨의 변화를 동반하지 않았다는 주장에도 쉽게 동의하기 어렵다. 앞서 정리한 혁명의 유형으로 보면 미적분학은 적어도 준명에혁명의 조건은 충족된 것으로 보이며 특히 '수학이외의 영향력' 만을 고려하면 전혁명과 같은 변화를 이룬 것이다. 그런데 메타레벨을 지지하는 입장을 가진 사람들은 다루는 수학적 대상에는 별로 변화가 없을지라도 그것을 취급하는 방식에 있어서 어떤 변화가 있는가에 주목한다. 이들에게는 코쉬가 이룩한 해석학의 엄밀성이 뉴턴과 라이프니츠의 미적분학보다 혁명적일 수 있다. 미적분학은 처음에는 운동과 시간과 같은 개념에 기초한 기하적 직관에 근거한 것이었다. 이는 많은 성과를 거두었으나 한 세기 내에 엄밀성이 결여로 인해 문제를 많이 노정하게 되어 엄밀화한 작업의 결과 그동안 직관적인 개념에 머물렀던 함수, 극한, 연속 등 기초적 개념을 엄밀한 것으로 대체하였다. 이는 수학적 대상의 변화는 없었으나 그것을 취급하는 방식이 달라진 것으로 엄밀성에 대한 메타레벨의 변화가 있었던 명예혁명이라고 할 수 있다. 비유클리드 기하의 등장의 경우도 명예혁명에 해당한다고 볼 수 있다. 즉 메타레벨의 변화가 있었으나 그렇다고 기존 기하학이 도태된 것은 아니었다.

한편 칸토어의 집합론은 그 대상 즉 실무한의 새로움이라든가 이후 수학의 모든 분야에 미친 영향 그리고 이로 인해 자연히 과거 수학의 도태와 새로운 변화 정도를 생각하면 앞서 언급한 사건들보다도 혁명적인 사건이라고 할 수 있다. 즉 비명예혁명이 되는 것이다. 칸토어가 수학의 역사상 가장 창의적인 인물로 회자되는 것도 우연은 아니라고 본다. 가장 과격한 혁명인 전혁명의 전형적인 사례를 찾기는 어려우나 가장 근접한 것을 꼽으라고 한다면 유클리드 기하의 등장이라고 할 수 있다고 본다. 유클리드 기하의 등장은 이후 수학의 공리적 성격을 확립한 전무후무한 것이었다. 유클리드의 『원론』에 나타난 수학을 공리화하는 혁명은 그 내용적인 면에서 획기적인 것으로 서구 수학을 이천년 이상 지배하고 이어져 20세기 들어와서도 힐버트와 구조주의자들 등에 의해 계승되었다. 또한 그 영향력 면에서도 수학을 넘어서 지식의 전범으로 자리매김하여 과학, 철학, 문화 등에 심대한 영향을 끼쳤다.

5 나가는 말

본고에서는 수학적 지식의 변화를 다섯 단계로 나누었고 이들이 수학적 변화의 양상을 기술하는 요소들과 어떤 관계를 가지고 있는지 보였다. 이 다섯 단계들 중 제2단계 이상을 그 강도는 다르지만 혁명이라고 한다면 수학혁명 존재하는 것이다. 즉 수학혁명의 존재여부에 관한 상반된 입장은 혁명의 정의에 달려있으며 약한 혁명이라고 할 수 있는 제2단계로 부터 가장 강한 혁명인 제5단계까지 유형이 존재하다고 할 수 있다.

수학적 지식의 변화의 1단계는 혁명이 없는 단계이다. 그렇다고 변화 자체가 없는 것은 아니고 새로운 요소가 추가되어도 기존 이론의 핵심적 내용에는 변화가 전혀 없는 단지 ‘보수적 확장’ 만이 있는 단계이고, 마지막 단계는 과거 이론의 핵심적 요소가 모두 회복불능하게 파괴되어 도태되고 핵심 요소들이 모두 새 것으로 대체되는 가장 큰 변화가 일어나는 혁명의 단계이다. 그러나 전혁명과 같은 유형의 혁명은 이론적으로 가능한지는 몰라도 역사에서 과거로부터 ‘모든’ 것이 단절되는 사례를 찾기란 사실상 어려운 것이다. 일반적으로 수학에서 혁명이라고 한다면 둘째 단계부터 넷째 단계까지인 명예혁명류와 같은 방식이다. 이런 혁명들에서는 기존의 핵심요소들은 명목상 유지되나 중요성이 현격하게 떨어지고 새로운 요소들이 실질적으로 중심적 역할을 하게 된다. 가장 과격한 혁명인 전혁명의 전형적인 사례를 찾기는 어려우나 가장 근접한 것을 꼽으라고 한다면 유클리드 기하라고 할 수 있다고 본다.

수학혁명을 평가하는 요소들로는 제안된 이론이 새롭거나 심오한지 또는 메타레벨에서 변화가 있느냐 하는 내용적인 것과 영향력 측면에서 수학내적으로 혹은 외적으로 어떤 변화를 만들었는가 하는 점이다. 즉 새로운 이론이 수학 내의 다른 영역을 얼마나 건설적으로 영향을 주었는지 또는 기존 이론에 파괴적으로 작용했는지 그리고 수학외의 영역에 어떤 변화를 초래했는가 등이다. 이중 ‘핵심요소의 새로움’ 과 ‘메타레벨의 변화’ 그리고 ‘기존 수학의 파괴’ 등을 혁명을 위한 필수적 요소이고 나머지는 필요조건으로 간주했다.

그런데 이런 평가요소들의 개념을 더욱 명료하게 하는 작업이 필요하다. 내용이나 영향력과 관련된 각각의 요소들에 대한 보다 엄밀한 정의가 요구된다. 본고는 이런 논의를 위한 시론에 불과하다. 여전히 혁명에 관해 종합적으로 고려되어야 할 부분이 남아있기 때문이다. 또한 이와 관련하여 키처의 『수학지식의 본성』에 나오는 수학적 실천의 다섯 가지 요소와 평가요소들을 연결시키는 작업도 흥미로운 일일 것이라고 생각한다.

참고 문헌

1. 박창균, 수학에서 ‘모더니즘’의 전개와 이에 대한 성찰-18세기를 중심으로-, 한국수학사학회지 17(2004), No. 4, 17-26.
2. 박창균, 수학에서 수학사와 수학철학의 기능과 역할, 한국수학사학회지 18(2005), No. 4, 17-28.
3. A. Aberdein & S. Read, *The Philosophy of Alternative Logics in Development of Modern Logic*, edited by L. Haaparanta, Oxford University Press, 2009.

4. C. B. Boyer, *A history of mathematics*, Princeton University Press, 1968.
5. M. J. Crowe, *Ten 'laws' concerning patterns of change in the history of mathematics*, *Historia Mathematica* 2(1975), 161-166.
6. M. J. Crowe, *Duhem and the history and philosophy of mathematics*, *Synthese* 83(1990), 431-447.
7. C. R. G. Dunmore, *Evolution and revolution in the development of mathematics*, Ph.D. thesis, University of London, 1989.
8. J. W. Dauben, *Georg Cantor, His mathematics and philosophy of the infinite*, Harvard University Press, Reprinted by Princeton University Press, 1990.
9. J. W. Dauben, *Transformation and tradition in the sciences, Essays in honor of I. Bernard Cohen*, ed. by Ed. Mendelsohn, Cambridge University Press, 1984, 81-103.
10. D. Gillies, ed. *Revolutions in Mathematics*, Oxford University Press, 1992.
11. P. S. Kitcher, *The nature of mathematical knowledge*, Oxford University Press, 1983.
12. Kuhn, *The structure of scientific revolutions*, 2nd edn, enlarged, University of Chicago Press, 1970.
13. I. Lakatos, *Proofs and refutations*, Cambridge University Press, 1984.
14. A. Robinson, *Non-standard analysis*, North-Holland, 1966.
15. M. Tiles, *The philosophy of set theory*, Blackwell, 1989.
16. R. L. Wilder, *Mathematics as a cultural system*, Pergamon Press, 1981.
17. <http://krdic.naver.com/>
18. <http://en.wikipedia.org/wiki/Revolution>

박창균 서경대학교 철학과
 Department of Philosophy, Seokyeong University
 E-mail: ckpark@skuniv.ac.kr