Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 36, No. 2, pp. 108-116, May 2010.

비용 종속적인 개선지수를 고려한 최적 예방보전 정책

홍석수[1] · 박종훈[2†] · 이창훈[2]

[1]국방기술품질원 기술평가팀 /[2]서울대학교 산업공학과

Optimal Preventive Maintenance Policy with Cost-dependent Improvement Factor

Seok-Soo Hong[1] · Jong Hun Park[2] · Chang-Hoon Lie[2]

[1]Technology Evaluation Team, Defense Agency for Technology and Quality
[2]Department of Industrial Engineering, Seoul National University

The maintenance of a deteriorating system is often imperfect. Previous studies have shown that the imperfect preventive maintenance (PM) can reduce the wear out and aging effects of deteriorating systems to a certain level between the conditions of as good as new and as bad as old. In this paper, we employ the concept of the improvement factor in investigating two optimal PM policies; failure limit policy and periodic PM policy. We redefine the improvement factor model as a function of the cost of PM, using this concept, we derive the conditions of optimal PM policies and formulate expressions to compute the expected cost rate. Based on this information, the determination of the maintenance policies which minimize the cost rate is examined. Numerical examples for the Weibull distribution case are also given.

Keywords: Preventive Maintenance, Improvement Factor, Periodic PM Policy, Failure Limit PM Policy

1. 서 론

현대 기술이 발전을 거듭하면서 일상생활에서 사용되는 각종 시스템은 더욱 복잡, 거대해지고 있다. 이러한 상황에서 시스템의 고장은 잠깐의 순간일지라도 막대한 손해를 초래하게 되는 것이 사실이다. 이와 같이 시스템의 고장 발생을 최소화하고 사전에 방지하기 위한 노력이 중요해진 현실에서 시스템의 가용성(availability)을 유지시키기 위한 예방보전(Preventive Maintenance; PM) 활동의 중요성은 매우 크다고 할 수 있다. 이러한 이유로 신뢰성 공학에서 예방보전에 관한 연구는 활발히 진행되어 왔으며, 다양한 예방보전정책과 모형들이 제안되었다.

예방보전 활동은 수리가 가능한 시스템을 대상으로 향후 발생할 고장에 대비하여 행하는 일련의 활동들을 말하며, 예방을 목적으로 하는 점검(inspection), 조정(adjustment), 교체(replacement) 등이 포함된다. 이러한 예방보전 활동을 수행함으로써, 노화현상으로 시간이 지남에 따라 고장률(failure rate)이 증가하는 상황에서, 그 속도를 늦추거나 시스템의 고장률을 낮추는 방법으로 시스템의 가용성을 유지시킬 수 있다.

하지만 이러한 예방보전 활동들에는 필수적으로 비용이 따르기 때문에, 시스템의 가용성을 어느 정도 유지하면서 예방보전 비용은 최소로 하는 최적예방보전정책에 대한 연구가 현재까지 활발히 진행되고 있는 상황이다. 이러한 기존의 연구에서는 예방보수에 의해 시스템의 상태가 완전 새 것처럼은 아니지만 어느 정도 개선된다는 개념의 불완전 예방보전(Imperfect PM)의 개념을 주로 적용하여 모형화(modeling)하였으며, 이러한 과정에서 예방보전을 통해 시스템이 개선되는 정도는 비용과 무관한 상수로 가정하여왔다. 그러나 현실에서는 시스템에 대한 점검이나 수리 등의 예방보전 활동을 시행할 때 비용을 좀 더 많이 투자하면 보편적으로 그 효과가 더 커지는 것이 사실이다. 그러므로 이를 바탕으로, 본 연구에서는 예방보전에 의한 개선의 정도가 비용과 무관한 상수가 아닌 비용에 영향을 받는 변수로 정의하고, 이를 한계 고장률 예방보전 정

† 연락저자 : 박종훈, 151-744 서울시 관악구 신림9동 산 56-1 서울대학교 공과대학 산업공학과 신뢰성공학 연구실, Tel : 02-880-7170, Fax : 02-873-6486, E-mail : icelatte@hanmail.net
2010년 3월 29일 접수; 2010년 5월 12일 수정본 접수; 2010년 5월 13일 게재 확정.

책과 주기적 예방보전 정책에 적용하여 최적의 예방보전 정책을 제안하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 이후의 모형화에서 고려하게 될 불완전 예방보전의 개념과 비용에 영향을 받는 변수로 정의되는 개선지수를 소개하였다. 제 3장과 제 4장에서는 한계 고장률 예방보전 정책과 주기적 예방보전 정책을 대상으로 비용 종속적인 개선지수를 고려한 최적 예방보전 정책을 결정하는 과정을 각각 소개하고, 제 5장에서는 제 3장과 제 4장의 내용을 와이블 고장모형에 적용한 수치예제를 제공하였다. 마지막으로 제 6장에서는 결론 및 추후 연구를 언급하였다.

2. 연구배경

2.1 불완전 예방보전

Pham and Wang(1996)은 보전작업에 의해 시스템이 개선되는 정도를 기준으로 완전보전(perfect maintenance), 불완전보전(imperfect maintenance), 그리고 최소보전(minimal maintenance)으로 구분하였다. 최소보전은 보전작업에 의해 시스템의 상태가 작업 직전의 상태와 같아지는 경우를 의미하여, 이는 고장에 의해 시스템을 수리하는 사후보전에 한정적으로 의미를 가진다. 이에 반해 완전보전은 보전작업에 의해 시스템의 상태가 완전히 새 것과 같아지는 개념으로 예방보전의 개념에서 고려될 수 있다. 그러나 완전예방보전은 교체나 완전오버홀(complete overhaul)과 같은 극히 제한된 몇 가지의 예방보전작업에만 국한되는 비현실성을 가지고 있으며, 이를 개선하기 위해 예방보전에 의해 시스템의 상태가 완전히 새 것은 아니지만 어느 정도 개선이 된다는 불완전 예방보전의 개념이 Chan and Down(1978)에 의해 제안 되어, 이후 많은 예방보전정책 연구에 가정되었다.

Nakagawa(1979)는 완전예방보전과 최소예방보전을 결합하여 불완전 예방보전을 표현하였다. 예방보전 활동을 통해 시스템이 p의 확률로 처음의 상태로 회복되고 $q=1-p$의 확률로 회복의 효과를 얻지 못한다고 표현하였으며, $p=1$일 경우는 완전 예방보전 활동이며 $p=0$일 경우는 최소 예방보전 활동을 의미하는 $(p,\ q)$법을 제안하였다. 이후, $(p,\ q)$법에 시간의 개념을 적용하여 시스템의 사용 기간 t가 증가함에 따라 예방보전 활동 효과에 대한 확률인 p, q가 변하는$(p(t),\ q(t))$법이 Block *et al.*(1985)에 의해 제안되기도 하였다.

Malik(1979)은 예방보전 실시계획 문제에서 개선지수(improvement factor)의 개념을 최초로 사용하였으며 예방보전을 통해 시스템의 고장률을 특정 시간 이전의 상태로 되돌릴 수 있다는 개념을 제시하였다. 예방보전 후 시스템의 고장률은 신제품일 때의 고장률과 현재 고장률 사이의 어떠한 값을 가지게 되는데, 여기서 시스템의 상태를 회복시키는 정도를 개선지수라고 표현하였으며, 이후 Canfield(1986), Lie and Chun(1986) 등에 의하여 일반화된 개선지수 모형이 제안되었다. Cheng and Chen(2003)은 개선지수를 시스템의 수명, 예방보전 비용과 횟수에 의해 변화하는 변수로 표현하고, 이들 세 가지 항목들이 개선지수에 미치는 영향에 대해 연구하였다.

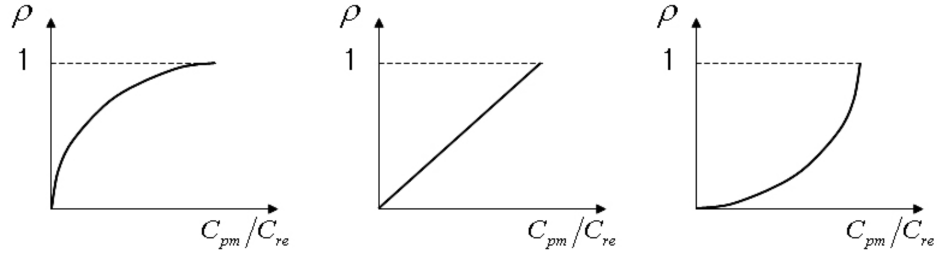
2.2 개선지수

개선지수는 예방보전의 효과를 의미하며, 그 값이 0인 경우는 예방보전의 효과가 없다는 것을 의미하고, 1인 경우는 예방보전이 시스템을 새 것으로 교체하는 것과 동일한, 우수한 효과를 보인다는 것을 의미한다. 본 연구에서는 Lie and Chun (1986)과 Cheng and Chen(2003)의 개념을 고려하여 식 (1)과 같이 비용에 영향을 받는 함수 형태의 개선지수 모형을 제안하였다.

$$\rho=\left(a\frac{C_{pm}}{C_{re}}\right)^{b},\ a\geq 1,\ b>0 \tag{1}$$

식 (1)에서 C_{pm}은 예방보전비용을, C_{re}는 교체비용을 의미한다.

개선지수는 기본적으로 C_{pm}의 증가에 따라 함께 증가하는 형태를 보이며, 0에서 1사이의 값을 가진다. 그리고 a와 b는 상수로써 개선지수의 결정에 영향을 준다. 상수 a는 개선지수 값을 결정하는데 영향을 주는 C_{pm}/C_{re}값을 보정해주는 역할을 한다. 즉, 예방보전 비용을 시스템 교체 비용에 근접할 만큼 투자하게 되면 시스템을 교체하는 것과 같은 효과를 얻을 수



(i) 0 < b < 1 (ii) b = 1 (iii) b > 1

Figure 1. A set of improvement factor curves as a function of PM cost and replacement cost with respect to coefficient b

있기 때문에 이를 나타내기 위해 a를 사용하였다. 이에 따라 a가 1보다 큰 값을 가지게 되면 a와 C_{pm}/C_{re} 의 최대값의 곱이 1이 되도록 C_{pm}의 상한값이 정해진다. b는 개선지수의 증가형태를 결정해주는 상수이며, b의 값에 따른 개선지수의 증가형태는 <Figure 1>과 같다.

(i)의 경우, 개선지수는 C_{pm}/C_{re} 값이 작은 범위에서 민감하게 반응하여 그 값이 증가하는 형태를 보이고, (ii)의 경우에는 C_{pm}/C_{re} 값에 따라 선형으로 증가하는 형태를 보인다. (iii)의 경우에 개선지수는 C_{pm}/C_{re} 값이 1에 근접한 범위에서 민감하게 반응하여 그 값이 급격히 증가하는 형태를 보이는 것을 알 수 있다.

3. 한계 고장률 예방보전 정책

한계 고장률(failure limit) 예방보전 정책은 시스템의 고장률 또는 신뢰성이 정해진 수준에 도달했을 경우에 예방보전을 실시하는 정책으로 Bergman(1978)이 노화(aging)나 환경의 부하(stress)등에 의해 시스템의 고장률이 증가하는 경우에 대하여 최적의 교체시점을 결정하기 위한 연구에서 처음 개념을 소개한 이후, Malik(1979)과 Lie and Chun(1986)등에 의해 비용모형이 제안되었으며, Jayabalan and Chaudhuri(1992a, b, c)는 불완전 보수를 고려한 최적 한계 고장률 예방보전 정책을 연구하였다.

본 장에서는 Jayabalan and Chaudhuri(1992a, b, c)의 연구에서 가정한 한계 고장률 예방보전 정책을 기반으로 개선지수가 비용에 종속적인 상황을 고려하여 연구를 진행하였다. 본 장에서 사용한 기호와 가정은 다음과 같다.

<기 호>

C_{re} : 교체비용

C_{pm} : 예방보전비용

C_{mr} : 최소수리비용

$\lambda(t)$: 고장률 함수

N : 교체까지의 예방보전 횟수

ρ : 개선지수

τ_i : i번째 예방보전 실시시점, 단 $\tau_0=0$.

x_i : $(i-1)$번째와 i번째 예방보전 사이의 시간간격

$C(N)$ 또는 $C(N,\ \rho)$: 단위시간당 기대비용

<가정>

(1) 예방보전은 고장률이 미리 정해진 시스템의 허용 한계 고장률($\lambda_{\max}$) 또는 허용 최소 신뢰도($R_{\min}$)에 도달했을 때 실시된다.

(2) 예방보전에 의해 시스템은 개선지수만큼 시스템의 사용시간을 되돌리는 효과를 얻으며, 그 정도는 이전 예방보전시점부터 해당 예방보전시점까지의 시간에 비례한다.

(3) 개선지수는 예방보전 비용의 변화에 영향을 받는 변수이다.

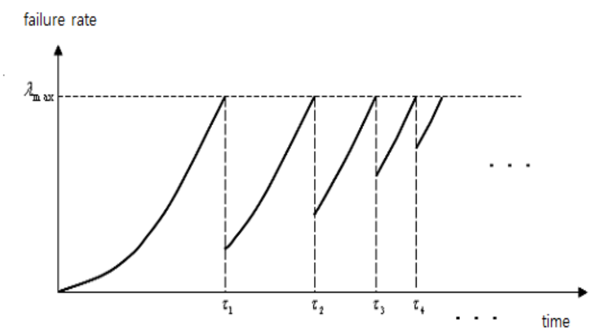


Figure 2. Failure rate of a system under failure rate limit PM policy

(4) 예방보전 기간 사이에 발생한 고장에 대해서는 최소 수리가 실시되며 고장률은 유지된다.

(5) 시스템에 대한 최소 수리와 예방보전, 교체에 소요되는 시간은 고려하지 않는다.

(6) N번째 예방보전에서는 새로운 시스템으로 교체한다.

이상의 가정을 고려한 한계 고장률 예방보전 정책 하에서의 고장률의 변화는 <Figure 2>와 같이 표현될 수 있다.

3.1 단위시간당 기대비용

비용을 최소화하는 최적 한계 고장률 예방보전 정책을 결정하기 위하여 단위시간당 기대비용(cost rate)을 계산하여야 한다. 단위시간당 기대비용은

$$C(N)=\frac{\begin{pmatrix}\text{시스템 교체비용}+\\ \text{예방보전 비용}\times\text{예방보전 횟수}+\\ \text{최소수리 비용}\times\text{최소수리 횟수}\end{pmatrix}}{\text{시스템 사용기간}}$$

과 같이 정의된다.

(1) 시스템 사용기간

가정 (6)에 의하여 시스템은 N번째 예방보전에서 새로운 시스템으로 교체된다. 따라서 시스템 사용기간은 τ_N이며 다음과 같은 과정을 통해 계산이 가능하다.

한계 고장률 예방보전 정책에서 시스템에 요구되는 최소한의 성능을 보장하기 위한 허용 한계 고장률($\lambda_{\max}$) 또는 허용 최소 신뢰도($R_{\min}$)가 주어진다면 식 (2) 또는 식 (3)에 의해 시스템이 최초로 허용한계 고장률에 도달하여 첫 번째 예방보전이 수행되는 시점 τ_1을 계산할 수 있다.

$$\lambda_{\max}=\lambda(\tau_1) \tag{2}$$

$$R_{\min}=e^{-\int_0^{\tau_1}\lambda(t)dt} \tag{3}$$

또한 가정 (2)에 의하여 i번째 예방보전 후 시스템의 사용시간은 $(i-1)$번째와 i번째 예방보전 사이의 시간간격 x_i에 비례하여 개선지수만큼 시간을 되돌리는 효과를 가지므로 다음과 같은 식이 성립된다.

$$\tau_{i+1} = \tau_i + \rho x_i \tag{4}$$

이때 x_i는 $(i-1)$번째와 i번째 예방보전 사이의 시간간격을 의미하며, 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$x_i = \tau_i - \tau_{i-1} \tag{5}$$

허용 한계 고장률($\lambda_{\max}$) 또는 허용 최소 신뢰도($R_{\min}$)를 통하여 구한 τ_1과 식 (4)와 식 (5)를 사용하면 다음과 같은 과정을 거쳐 N번째 예방보전 실시시점 τ_N을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\tau_2 &= \tau_1 + \rho x_1 = \tau_1 + \rho(\tau_1 - \tau_0) = (1+\rho)\tau_1 \\
\tau_3 &= \tau_2 + \rho x_2 = \tau_2 + \rho(\tau_2 - \tau_1) = (1+\rho+\rho^2)\tau_1 \\
&\vdots \\
\tau_N &= \tau_{N-1} + \rho x_{N-1} = \tau_{N-1} + \rho(\tau_{N-1} - \tau_{N-2}) \\
&= (1+\rho+\cdots+\rho^{N-1})\tau_1 \\
&= \frac{1-\rho^N}{1-\rho}\tau_1
\end{aligned} \tag{6}$$

(2) 기대비용

시스템은 N번째 예방보전에서 새로운 시스템으로 교체되므로, 시스템이 운영을 시작하여 교체할 때 까지 모두 한 번의 교체와 $N-1$번의 예방보전이 발생한다. 그러나 최소수리횟수인 시스템의 고장횟수는 확정적이지 않다. 따라서 최소수리횟수는 시스템이 교체 될 때까지의 기대고장횟수로 계산한다.

고장률함수 $\lambda(t)$가 주어진 경우, 구간 $[a, b]$에서의 기대고장횟수는 고장률함수를 해당구간에서 적분하여 구할 수 있다. 따라서 시스템이 교체 될 때까지의 기대고장횟수는 $[0, \tau_1]$, $[\tau_1, \tau_2]$, ⋯, $[\tau_{N-1}, \tau_N]$ 각 구간에서의 고장률 함수를 적분하여 더함으로써 계산할 수 있다.

식 (5)와 식 (6)의 결과를 사용하여 $x_1, x_2, \cdots, x_N$에 대한 다음과 같은 일반식을 구할 수 있다.

$$x_i = \rho \cdot x_{i-1} = \rho^{i-1} \cdot \tau_1 \tag{7}$$

또한 예방보전이 수행되는 시점은 시스템의 허용 한계 고장률($\lambda_{\max}$)에 도달하는 시점이므로 각 구간 $[0, \tau_1], [\tau_1, \tau_2], \cdots$, $[\tau_{N-1}, \tau_N]$에서의 고장률함수는 $[0, \tau_1]$, $[(1-\rho)\tau_1, \tau_1], \cdots$, $[\tau_1 \cdot 1-\rho^{N-1}, \tau_1]$에서의 고장률함수와 같다. 따라서 시스템이 운영을 시작하여 교체될 때까지의 기대비용은 다음과 같다.

$$C_{mr} \times \sum_{i=1}^{N} \int_{\tau_1(1-\rho^{i-1})}^{\tau_1} \lambda(t)dt + C_{pm}(N-1) + C_{re} \tag{8}$$

따라서 단위 시간당 기대비용은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
C(N) &= \frac{C_{mr} \times \sum_{i=1}^{N} \int_{\tau_1(1-\rho^{i-1})}^{\tau_1} \lambda(t)dt + C_{pm}(N-1) + C_{re}}{\tau_N} \\
&= \frac{C_{mr} \times \sum_{i=1}^{N} \int_{\tau_1(1-\rho^{i-1})}^{\tau_1} \lambda(t)dt + C_{pm}(N-1) + C_{re}}{\frac{1-\rho^N}{1-\rho} \cdot \tau_1}
\end{aligned} \tag{9}$$

이때, 개선지수가 보전비용에 영향을 받는다면, 최적의 한계 고장률 예방보전 정책을 결정하기 위해 고려해야하는 요소는 예방보전 횟수(N)와 예방보전 비용(C_{pm})이다. 그리고 예방보전 비용과 개선지수는 식 (1)과 같은 관계를 가지므로 예방보전비용을 다음과 같이 개선지수를 사용하여 표현할 수 있으며,

$$C_{pm} = \frac{C_{re} \cdot \rho^{\frac{1}{b}}}{a}, \ a \geq 1, \ b > 0 \ (0 \leq \rho \leq 1) \tag{10}$$

식 (10)을 식 (9)에 대입하면 단위시간당 기대비용은 식 (11)과 같이 예방보전 횟수와 개선지수에 대한 함수인 $C(N, \rho)$로 표현 될 수 있다. 따라서 최적의 한계 고장률 예방보전 정책을 결정하는 문제는 식 (11)을 최소화 하는 예방보전 횟수(N)와 개선지수(ρ)를 결정하는 문제가 된다.

$$C(N, \rho) = \frac{C_{mr} \times \sum_{i=1}^{N} \int_{\tau_1(1-\rho^{i-1})}^{\tau_1} \lambda(t)dt + \frac{C_{re} \cdot \rho^{\frac{1}{b}}}{a}(N-1) + C_{re}}{\frac{1-\rho^N}{1-\rho} \cdot \tau_1} \tag{11}$$

3.2 최적 정책의 조건

최적 예방보전 횟수 N은 다음의 조건을 만족해야 한다.

$$C(N-1, \rho) > C(N, \rho) \leq C(N+1, \rho) \tag{12}$$

조건 (12)에 식 (10) 또는 식 (11)을 대입하면, 부등식 (13)과 (14)를 도출 할 수 있다. 이때 부등식 (13)의 좌변은 x_N구간에서 추가되는 증분비용의 기댓값이며, 우변은 $(N-1)$번째 예방보전까지의 단위시간당 총 기대비용을 의미한다. 또한 같은 관점에서 부등식 (14) 역시 좌변은 x_{N+1}구간에서 추가되는 증

분비용의 기댓값이며, 우변은 N번째 예방보전까지의 단위 시간당 총 기대비용을 의미한다. 이는 x_N 구간에서 추가되는 증분비용의 기댓값이 $(N-1)$번째 예방보전까지의 총 기대비용보다는 작으므로 추가적으로 예방보전을 실시하는 것이 더 경제적이며, $(N+1)$번째 예방보전을 실시함으로써 x_{N+1}구간 동안 추가되는 증분비용의 기댓값이 N번째 예방보전까지의 총기대비용보다 크다면 추가적인 예방보전을 하지 않는 것이 더 경제적이라는 것을 의미한다.

$$\frac{C_{mr}\int_{\tau_1(1-\rho^{N-1})}^{\tau_1}\lambda(t)dt+C_{pm}}{x_N}<\frac{C_{mr}\times\sum_{i=1}^{N-1}\int_{\tau_1(1-\rho^{i-1})}^{\tau_1}\lambda(t)dt+C_{pm}(N-2)+C_{re}}{\tau_{N-1}} \tag{13}$$

$$\frac{C_{mr}\int_{\tau_1(1-\rho^{N})}^{\tau_1}\lambda(t)dt+C_{pm}}{x_{N+1}}\geq\frac{C_{mr}\times\sum_{i=1}^{N}\int_{\tau_1(1-\rho^{i-1})}^{\tau_1}\lambda(t)dt+C_{pm}(N-1)+C_{re}}{\tau_N} \tag{14}$$

또 하나의 결정변수인 개선지수는 식 (11)을 개선지수 ρ에 대하여 편미분하여 $\frac{\partial C(N,\ \rho)}{\partial\rho}=0$이 되는 ρ를 구함으로써 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial C(N,\rho)}{\partial\rho}=&\\ &\frac{1-\rho^N}{1-\rho}C_{mr}\tau_1^2\sum_{i=1}^{N-1}\left\{i\rho^{i-1}\lambda\left(\tau_1(1-\rho^i)\right)\right\}\\ &+\frac{(N-1)C_{re}\tau_1}{ab(1-\rho)}\rho^{\frac{1-b}{b}}(1-\rho^N)\\ &-\left\{\begin{aligned}&C_{mr}\sum_{i=1}^{N}\int_{\tau_1(1-\rho^{i-1})}^{\tau_1}\lambda(t)dt\\ &+\frac{C_{re}}{a}\rho^{\frac{1}{b}}(N-1)+C_{re}\end{aligned}\right\}\times\tau_1\sum_{j=1}^{N-1}j\rho^{j-1}\end{aligned} \tag{15}$$

3.3 모형적용

이상에서 도출된 단위시간당 기대비용식과 최적 정책의 조건을 활용하여 다음과 같은 과정을 거쳐 최적 한계 고장률 예방보전 정책을 결정할 수 있다.

Step 1 : 개선지수 계수 결정

예방보전 비용과 개선지수와의 관계를 정의하기 위해 식 (1)에서의 a, b값을 결정한다. 이 과정은 시스템의 구조 및 예방보수 작업과의 관계를 분석함으로써 수행될 수 있다.

Step 2 : 개선지수 초기해 결정

Step 1에서 결정된 개선지수의 계수와 (현재 잠정적으로 사용하고 있는 또는 임의의)예방보전 비용으로 식 (1)을 사용하여 개선지수 ρ를 결정한다.

Step 3 : 예방보전 횟수 결정

주어진 개선지수 하에서 부등식 (12)를 만족하는, 즉 조건 (13)과 (14)를 만족하는 예방보전 횟수 N을 결정한다.

Step 4 : 개선지수 결정

주어진 예방보전 횟수 하에서 식 (15)를 만족하는 개선지수 ρ를 결정한다.

Step 5 : 최적해 검색 및 판단

Step 3과 4를 반복하여 수행한다. 예방보전 횟수와 개선지수가 수렴하여 같은 값을 반복하면 반복을 중단한다.

Step 6 : 최적 한계고장률 예방보전 정책 결정

Step 5에서 결정된 예방보전 횟수와 개선지수를 식 (10)에 대입하여 계산한 예방보전 비용이 단위 시간당 비용을 최소화하는 최적 예방보전 정책이다.

4. 주기적 예방보전 정책

주기적(periodic) 예방보전 정책은 미리 정해진 주기에 따라 시스템에 대한 예방보전이 실시되며, 예방보전 주기 사이에 발생한 고장에 대해서는 최소수리 활동이 실시된다. Nakagawa (1979, 1986)가 이 정책과 관련하여 활발한 연구를 하였으며, Park *et al.*(2000)은 주기적으로 시행되는 예방보전 정책을 통해 시스템 고장률의 증가 수준이 감소하는 형태의 모델을 제안하였다.

본 장에서는 개선지수가 비용에 종속적인 상황 하에서 비용을 최소화하는 최적의 주기적 예방보전 정책을 결정하기 위한 연구를 진행하였다. 본 장에서 사용한 기호와 가정은 다음과 같다.

<기 호>

C_{re} : 교체비용
C_{pm} : 예방보전비용
C_{mr} : 최소수리비용
$\lambda(t)$: 고장률 함수
N : 교체까지의 예방보전 횟수
T : 예방보전 주기
ρ : 개선지수
$C(N,T)$ 또는 $C(N,T,\rho)$: 단위시간당 기대비용

<가 정>

(A) 예방보전은 일정주기(T)마다 실시된다.

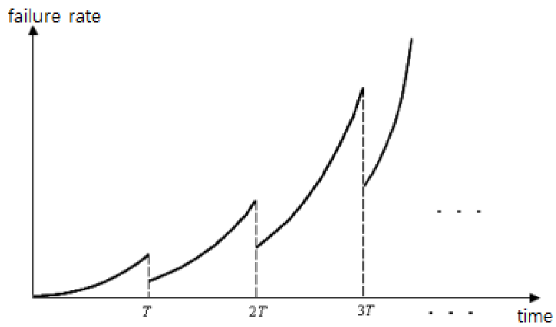


Figure 3. Failure rate of a system under periodic PM policy

(B) 예방보전에 의해 시스템은 개선지수만큼 시스템의 사용시간을 되돌리는 효과를 얻으며, 그 정도는 이전 예방보전시점부터 해당 예방보전시점까지의 시간에 비례한다.
(C) 개선지수는 예방보전 비용의 변화에 영향을 받는 변수이다.
(D) 예방보전 기간 사이에 발생한 고장에 대해서는 최소 수리가 실시되며 고장률은 유지된다.
(E) 시스템에 대한 최소 수리와 예방보전, 교체에 소요되는 시간은 고려하지 않는다.
(F) N번째 예방보전에서는 새로운 시스템으로 교체한다.

이상의 가정을 고려한 주기적 예방보전 정책 하에서의 고장률의 변화는 <Figure 3>와 같이 표현될 수 있다.

4.1 단위시간당 기대비용

주기적 예방보전 정책의 경우도 단위시간당 기대비용은 다음과 같이 정의된다.

$$C(N,T)=\frac{\begin{pmatrix}\text{시스템 교체비용}+\\ \text{예방보전 비용}\times\text{예방보전횟수}+\\ \text{최소수리 비용}\times\text{최소수리 횟수}\end{pmatrix}}{\text{시스템 사용기간}}$$

주기적 예방보전 정책에서는 일정주기 T마다 예방보전을 실시하고, N번의 예방보전 실시후 시스템을 새 것으로 교체하므로 시스템 사용기간은 $N\cdot T$이며, 그 기간동안 한 번의 교체와 $N-1$번의 예방보전이 실시될 것이 확정적이다. 그러나 최소수리횟수인 시스템의 고장횟수는 확정적이지 않으므로 시스템이 교체 될 때까지의 기대고장횟수로 계산한다.

가정 (B)에 의하여 예방보전 활동을 통해 시스템은 개선지수만큼 시스템의 사용 시간을 되돌리는 효과를 얻으며, 그 정도는 이전 예방보전시점부터 해당 예방보전시점까지의 시간에 비례하므로 예방보전을 통해 ρT만큼의 시간이 회복된다. 따라서 매 예방보전이 실시될 때마다 시스템의 사용 시간은 예방보수 실시시점에서 ρT만큼 되돌려지고 다시 T시간 후에 예방보전이 실시될 것이다. 따라서 예방보전에 의해 시스템이 사용시간이 되돌려지는 것을 고려하여 시스템 사용기간 동안의 기대고장 횟수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{N}\int_{w_i^-}^{w_i^+}\lambda(t)dt \qquad (16)$$
$$where\ \begin{cases} w_i^+ = w_{i-1}^- + T & \text{for } i\ge 1 \\ w_j^- = w_{j-1}^+ - \rho^{j-1}T & \text{for } j\ge 2\end{cases}$$
$$w_0^+ = w_0^- = w_1^- = 0$$

따라서 단위시간당 기대비용은 다음과 같다.

$$C(N,T)=\frac{C_{mr}\times\sum_{i=1}^{N}\int_{w_i^-}^{w_i^+}\lambda(t)dt+C_{pm}(N-1)+C_{re}}{NT} \qquad (17)$$

마찬가지로, 개선지수가 보전비용에 영향을 받는다면, 최적의 주기적 예방보전 정책을 결정하기 위해 고려해야하는 요소는 예방보전 횟수(N)와 예방보전 주기(T) 그리고 예방보전 비용(C_{pm})이다. 한계 고장률 예방보전 정책 때와 마찬가지로 예방보전 비용과 개선지수는 식 (10)과 같은 관계를 가지므로 단위시간당 기대비용은 식 (18)과 같이 예방보전 횟수와 예방보전 주기 그리고 개선지수에 대한 함수인 $C(N,T,\rho)$로 표현될 수 있으며, 최적의 한계 고장률 예방보전 정책을 결정하는 문제는 식 (18)을 최소화 하는 예방보전 횟수(N), 예방보전 주기(T) 그리고 개선지수(ρ)를 결정하는 문제가 된다.

$$C(N,T,\rho)=$$
$$\frac{C_{mr}\times\sum_{i=1}^{N}\int_{w_i^-}^{w_i^+}\lambda(t)dt+\frac{C_{re}\cdot\rho^{\frac{1}{b}}}{a}(N-1)+C_{re}}{NT}$$
$$where\ \begin{cases} w_i^+ = w_{i-1}^- + T & \text{for } i\ge 1 \\ w_j^- = w_{j-1}^+ - \rho^{j-1}T & \text{for } j\ge 2\end{cases}$$
$$w_0^+ = w_0^- = w_1^- = 0 \qquad (18)$$

4.2 최적 정책의 조건

최적 예방보전 횟수 N은 다음의 조건을 만족하며,

$$C(N-1,\ T,\ \rho) > C(N,\ T,\ \rho) \le C(N+1,\ T,\ \rho) \qquad (19)$$

조건 (19)에 식 (17) 또는 식 (18)을 대입하면, 한계 고장률 예방 정책의 경우와 마찬가지로 다음 예방보전 구간에서 추가되는 증분비용의 기댓값이 이전의 예방보전까지의 총기대비용보다 작으면 추가적으로 예방보전을 실시하는 것이 더 경제적이며, 그렇지 않으면 추가적인 예방보전을 하지 않는 것이 더

경제적이라는 조건을 도출 할 수 있다. 또한 Nakagawa(1986)의 연구를 참고하여 다음과 같은 추가적인 조건도 도출된다.

$$(N-1)\int_{w_N^-}^{w_N^+}\lambda(t)dt-\sum_{i=1}^{N-1}\int_{w_i^-}^{w_i^+}\lambda(t)dt<\frac{C_{re}-C_{pm}}{C_{mr}} \tag{20}$$

$$N\int_{w_{N+1}^-}^{w_{N+1}^+}\lambda(t)dt-\sum_{i=1}^{N}\int_{w_i^-}^{w_i^+}\lambda(t)dt\geq\frac{C_{re}-C_{pm}}{C_{mr}} \tag{21}$$

예방보전 주기와 개선지수에 대한 조건은 식 (17)을 각각 예방보전 주기와 개선지수에 대하여 편미분함으로써 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}&\frac{\partial C(N,T,\rho)}{\partial\rho}\\&=\frac{C_{mr}}{NT}\left[\sum_{i=1}^{N-1}\left[\sum_{j=1}^{i}j\rho^{j-1}\times\left\{\begin{aligned}&\lambda\left(\left(i-\sum_{k=1}^{i}\rho^k\right)T\right)\\&-\lambda\left(\left(i+1-\sum_{l=1}^{i}\rho^l\right)T\right)\end{aligned}\right\}\right]\right]\\&\quad+\frac{1}{NT}\frac{C_{re}(N-1)}{ab}\rho^{\frac{1-b}{b}}\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial C(N,T,\rho)}{\partial T}\\&=\frac{T\cdot\left[\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{N}\left\{\left(i-\sum_{j=1}^{i-1}\rho^j\right)\lambda\left(\left(i-\sum_{j=1}^{i-1}\rho^j\right)T\right)\right\}\\&-\sum_{k=1}^{N-1}\left\{\left(k-\sum_{q=1}^{k}\rho^q\right)\lambda\left(\left(k-\sum_{q=1}^{k}\rho^q\right)T\right)\right\}\end{aligned}\right]}{N\cdot T^2}\\&\quad-\frac{C_{mr}\cdot\sum_{l=1}^{N}\int_{w_l^-}^{w_l^+}\lambda(t)dt+(N-1)C_{pm}+C}{N\cdot T^2}\end{aligned} \tag{23}$$

4.3 모형적용

이상에서 도출된 단위시간당 기대비용식과 최적 정책의 조건을 활용하여 다음과 같은 과정을 거쳐 최적 주기적 예방보전 정책을 결정할 수 있다.

Step 1 : 개선지수 계수 결정

예방보전 비용과 개선지수와의 관계를 정의하기 위해 식 (1)에서의 a, b값을 결정한다. 이 과정은 시스템의 구조 및 예방보수 작업과의 관계를 분석함으로써 수행될 수 있다.

Step 2 : 개선지수 초기해 결정

Step 1에서 결정된 개선지수의 계수와 (현재 잠정적으로 사용하고 있는 또는 임의의)예방보전 비용으로 식 (1)을 사용하여 개선지수 ρ를 결정한다.

Step 3 : 예방보전 주기 초기해 결정

(현재 잠정적으로 사용하고 있는 또는 임의의) 예방보전 주기를 초기해로 결정한다.

Step 4 : 예방보전 횟수 결정

주어진 개선지수와 예방보전주기 하에서 부등식 (19)를 만족하는, 즉 조건 (20)과 (21)을 만족하는 예방보전 횟수 N을 결정한다.

Step 5 : 개선지수와 예방보전 주기 결정

주어진 예방보전 횟수 하에서 식 (18)을 최소화하는 개선지수 ρ와 예방보전 주기 T를 결정한다. 해당 비선형 최적화 문제는 수치해석 알고리즘를 사용하여 풀 수 있으며, 식 (18)에 대한 변수 ρ와 T에 대한 그래디언트(grandient)는 식 (22)와 식 (23)이다.

Step 6 : 최적해 검색 및 판단

Step 4와 5를 반복하여 수행한다. 예방보전 횟수와 개선지수, 예방보전 주기가 같은 값을 반복하면 반복을 중단한다.

Step 7 : 최적 주기적 예방보전 정책 결정

Step 6에서 결정된 예방보전 횟수와 예방보전주기 그리고 개선지수를 식 (18)에 대입하여 계산한 예방보수 비용이 단위시간당 비용을 최소화하는 최적 예방보전 정책이다.

5. 수치예제

본 장에서는 시스템의 고장률 함수가 식 (24)와 같이 척도모수 α와 형상모수 β를 가지는 와이블 고장률모형을 따른다는 가정 하에 한계 고장률 예방보전 정책과 주기적 예방보전 정책 각각의 최적 조건을 활용하여, 그에 따른 최적의 예방보전 정책을 도출하였다.

$$\lambda(t)=\alpha\beta t^{\beta-1},\ \alpha,\ \beta,\ t>0 \tag{24}$$

5.1 한계 고장률 예방보전 정책

비용 종속적인 개선지수를 고려한 최적 한계 고장률 예방보전 정책을 결정하는 과정을 보이기 위해 <Table 1>과 같이 모수들을 가정하고 수치예제를 실시하였다.

Table 1. Parameters of the numerical example for failure limit PM policy

C_{re}	C_{mr}	$R_{\min}$	α	β
50	1	0.7	1	2

<Table 2>는 예방보전 비용과 개선지수와의 관계를 정의하는 식 (1)에서의 a, b값은 $a=1$로 고정하고 b를 0.1부터 0.1단위씩 증가하여 변화시키면서 최적해의 변화를 살펴본 결과이다.

Table 2. Optimal failure limit PM policy

$(a,\ b)$	C_{pm}	ρ^*	N^*	$C(N^*,\ \rho^*)$
(1, 0.1)	1.7	0.71	8	32.69
(1, 0.2)	3.6	0.59	4	48.21
(1, 0.3)	5.3	0.51	3	58.07
(1, 0.4)	6.3	0.44	3	65.16
(1, 0.5)	8.6	0.41	2	70.06
(1, 0.6)	9.8	0.38	2	73.46
(1, 0.7)	10.9	0.34	2	76.55
(1, 0.8)	12	0.32	2	79.39
(1, 0.9)	12.7	0.29	2	81.99

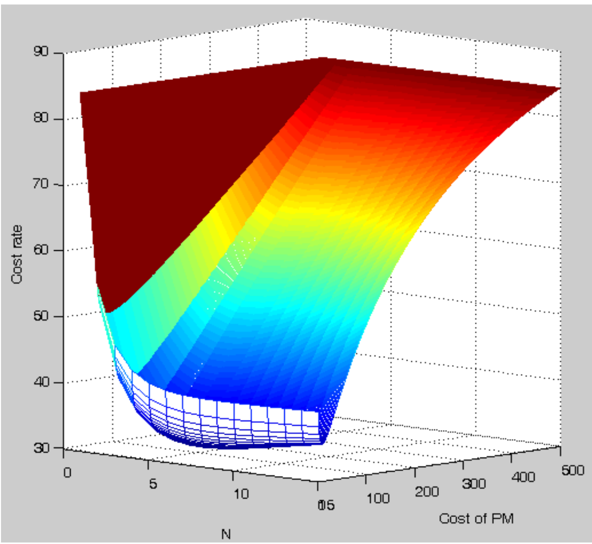


Figure 4. cost rate under failure rate PM policy respect to C^*_{pm} and N^*

개선지수의 b값이 1이상인 경우에 대해서는 예방보전 비용을 증가시킬수록 전체 단위시간당 기대비용은 계속 증가하는 형태를 보였다. 그리고 단위시간당 기대비용의 최소값이 존재하는 b의 구간에서는 b가 증가할수록 최적의 예방보전 비용과 단위시간당 총 기대비용이 증가하는 형태를 보이고, 개선지수, 예방보전 횟수는 감소하는 형태를 보이는 것을 파악할 수 있다.

<Figure 4>는 $a=1,\ b=0.1$인 경우에 대하여 예방보전 횟수와 예방보전 비용의 변화에 따른 단위시간당 기대비용을 도식화 한 것이다.

$a=1,\ b=0.2,\ 0.3,\ \cdots,\ 0.9$의 경우에 대해서도 예방보전 횟수와 예방보전 비용의 변화에 따른 단위시간당 기대비용의 그래프는 <Figure 4>와 유사하게 예방보전 횟수, 예방보전비용에 따라 단조증가하는 형태를 보였으며, 결국 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적정책이 하나만 존재함을 확인 할 수 있었다.

5.2 주기적 예방보전 정책

비용 종속적인 개선지수를 고려한 최적 주기적 예방보전 정책을 결정하는 과정을 보이기 위해 <Table 3>과 같이 모수들을 가정하고 수치예제를 실시하였다.

Table 3. Parameters of the numerical example for periodic PM policy

C_{re}	C_{mr}	α	β
50	1	1	2

<Table 4>는 예방보전 비용과 개선지수와의 관계를 정의하는 식 (1)에서의 a, b값은 $a=1$로 고정하고 b를 0.1부터 0.1단위씩 증가하여 변화시키면서 최적해의 변화를 살펴본 결과이다.

Table 4. Optimal periodic limit PM policy

$(a,\ b)$	C_{pm}	ρ^*	T^*	N^*	$C(N^*,\ T^*,\ \rho^*)$
(1, 0.1)	3.1	0.76	3.41	3	34.71
(1, 0.2)	5.1	0.63	4.49	2	38.81
(1, 0.3)	6.1	0.53	4.37	2	40.58
(1, 0.4)	6.2	0.43	4.24	2	41.96
(1, 0.5)	5.5	0.33	4.08	2	43.03
(1, 0.6)	3.9	0.22	3.89	2	43.85
(1, 0.7)	2.1	0.11	3.71	2	44.39
(1, 0.8)	0.6	0.03	3.58	2	44.66

개선지수의 b값이 0.9이상인 경우에는 한계 고장률 예방보전 정책에서와 마찬가지로 예방보전 비용을 증가시킬수록 전체 단위시간당 기대비용은 계속 증가하는 형태를 보였다. 특이한 점은 b가 증가할수록 최적 예방보전 횟수와 단위시간당 기대비용 그리고 개선지수는 단조증가 또는 감소하는 데에 반하여 최적 예방보전 주기는 증가 또는 감소가 단조변화를 하지 않음이 관찰 되었다.

<Figure 5>는 $a=1, b=0.1$인 경우에 대하여 예방보전 횟수와 예방보전 비용의 변화에 따른 단위시간당 기대비용을 도식화 한 것이다. 또한 $a=1,\ b=0.2, 0.3, \cdots, 0.8$의 경우에 대해서도 예방보전 횟수와 예방보전 비용의 변화에 따른 단위시간당 기대비용의 그래프는 <Figure 5>와 유사하게 예방보전횟수, 예방보전비용에 따라 단조증가하는 형태를 보였으며, 결국 단위시간당 기대비용을 최소화하는 최적정책이 하나만 존재함을 확인 할 수 있었다. 그러나 단위시간당 기대비용의 변화가 예방보전 비용과 예방보전 횟수의 조합에 크게 영향을 받지 않는 것처럼 보였던 한계 고장률 예방보전 정책에서의 결과와는 달리 예방보전 비용이 크거나, 작은 경우에는 단위시간당 기대비용의 변화가 예방보전 횟수에 크게 영향을 받지 않는

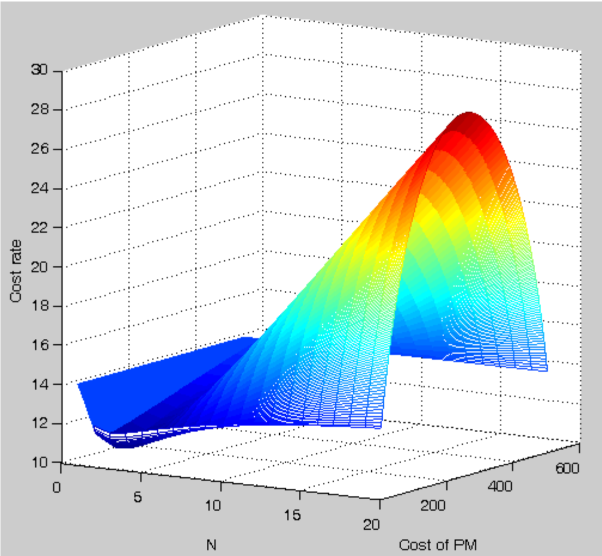


Figure 5. cost rate under periodic PM policy respect to C^{*}_{pm} and N^{*}

반면에 특정 범위의 금액구간에서는 단위시간당 기대비용의 변화가 예방보전 횟수에 아주 크게 받고 있음을 관찰 할 수 있다.

6. 결론 및 추후 연구과제

본 연구에서는 개선지수를 활용한 예방보전 활동 표현 기법을 바탕으로 한계 고장률 예방보전 정책과 주기적 예방보전 정책에 대한 최적의 정책을 제시하였다. 개선지수를 예방보전 비용에 영향을 받는 변수로 새롭게 정의하여 증가 형태를 세 가지로 분류하였고, 이것을 각각 한계 고장률 예방보전 정책과 주기적 예방보전 정책에 적용하였다. 이를 바탕으로 각 정책에 대한 단위시간당 총 기대비용 수식을 도출하였으며, 각각의 최적 정책을 결정하기 위한 고려 요소를 바탕으로 최적 조건과 적용방안을 제시하였다.

시스템의 고장률은 와이블 분포를 따르는 것으로 가정하여 최적의 정책을 도출한 수치예제의 결과, 두 정책 모두에서 개선지수의 세 가지 형태 중 특정 경우($0 < b < 1$)에서만 최적의 예방보전 비용을 결정할 수 있음을 확인하였다. Lie and Chun (1986)은 그들의 연구에서 개선지수의 증가형태는 시스템의 노화가 진행됨에 따라 <Figure 6>와 같이 변화한다고 한 점을 고려해 보았을 때, 시스템의 노화가 진행되어 개선지수의 b값이 1 이상이 되었다면 그 경우에는 예방보전보다는 시스템을 교체하는 것이 바람직하다는 추가적인 결론을 유추할 수도 있다.

마지막으로 본 연구에서 개선지수의 다양한 증가형태 각각에 대한 최적의 정책을 제시하였으나, 실제 예방보전 활동에 활용할 시에는 다양한 제품 및 부품의 특성에 따라 개선지수의 증가형태를 결정하는 작업에 주의를 기울여야할 것으로 예상된다.

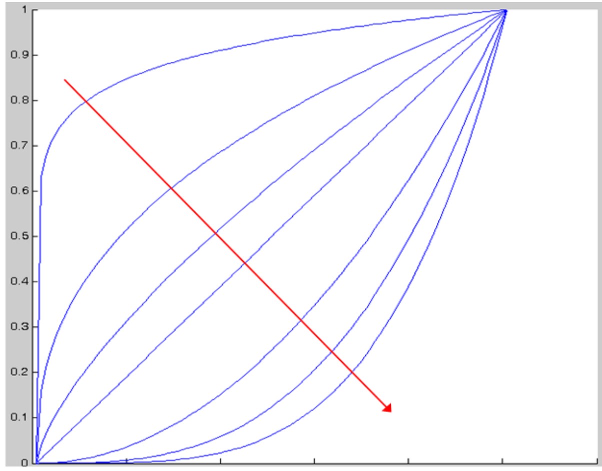


Figure 10. A set of improvement factor curves as a function of PM cost and operation time[Lie and Chun(1986)]

참고문헌

Bergman, B. (1978), Optimal replacement under a general failure model, *Advances in Applied Probability*, **10**(2), 431-451.

Block, H. W., Borges, W. S., and Savits, T. H. (1985), Age dependent minimal repair, *Journal of Applied Probability*, **22**, 370-385.

Canfield, R. V. (1986), Cost optimization of periodic preventive maintenance, *IEEE Transactions on Reliability*, **35**(1), 78-81.

Chan, P. K. W. and Down, T. (1978), Two criteria for preventive maintenance, *IEEE Transactions on Reliability*, **27**, 272-273.

Cheng, C. Y. and Chen, M. (2003), The periodic preventive maintenance policy for deteriorating systems by using improvement factor model, *International Journal of Applied Science and Engineering*, **1**, 114-122.

Jayabalan, V. and Chaudhuri, D. (1992a), Cost optimization of maintenance scheduling for a system with assured reliability, *IEEE Transactions on Reliability*, **41**(1), 21-25.

Jayabalan, V. and Chaudhuri, D (1992b), Optimal maintenance-replacement policy under imperfect maintenance, *Reliability Engineering and System Safety*, **36**, 165-169.

Jayabalan, V. and Chaudhuri, D. (1992c), Sequential imperfect preventive maintenance policies : A case study, *Microelectronics and Reliability*, **32**(9), 1223-1229.

Lie, C. H. and Chun, Y. H. (1986), An algorithm for preventive maintenance policy, *IEEE Transactions on Reliability*, **35**(1), 71-75.

Malik, M. A. K. (1979), Reliable preventive maintenance policy, *AIIE Transactions*, **11**(3), 221-228.

Nakagawa, T. (1979), Optimum policies when preventive maintenance is imperfect, *IEEE Transactions on Reliability*, **28**(4), 331-332.

Nakagawa, T. (1986), Periodic and sequential preventive maintenance policies, *Journal of Applied Probability*, **23**, 536-542.

Park, D. H., Hung, G. M., and Yun, J. K. (2000), Cost minimization for periodic maintenance policy of a system subject to slow degradation, *Reliability Engineering and System Safety*, **68**, 105-112.

Pham, H. and Wang, H. (1996), Imperfect maintenance, *European Journal of Operational Research*, **94**, 425-438.