

## 용량제약이 없는 복수 순회구매자 문제

최명진 · 이상현<sup>†</sup>

국방대학교 운영분석학과

### Uncapacitated Multiple Traveling Purchaser Problem

Myung-Jin Choi · Sang-Heon Lee

Department of Operations Research, Korea National Defense University, Seoul, 122-875

The traveling purchaser problem(TPP) is a generalization of the well-known traveling salesman problem(TSP), which has many real-world applications such as purchasing the required raw materials for the manufacturing factories and the scheduling of a set of jobs over some machines, and many others. TPP also could be extended to the vehicle routing problem(VRP) by incorporating additional constraints such as multi-purchaser, capacity, distance and time restrictions. In the last decade, TPP has received some attention of the researchers in the operational research area. However it has not received the equivalent interest as much as TSP and VRP. Therefore, there does not exist a review of the TPP. The purpose of this paper is to review the TPP and to describe solution procedures proposed for this problem. We also introduce the ILP formulation for the multiple TPP(mTPP) which is generalized type of TPP. We compare the system performance according to change from TPP to mTPP.

**Keywords:** Multiple Traveling Purchaser Problem, Inbound Logistics Optimization, Supply Chain Management

#### 1. 서론

순회구매자문제(TPP, traveling purchaser problem)는 잘 알려진 순회판매자문제(TSP, traveling salesman problem)의 일반화된 형태로 다음과 같이 정의된다. 구매해야할  $n$ 개의 제품(product)집합이 존재하고 각 제품들은 구매요구량이 있으며 구매자는 최초로 depot에 위치한다. 또한 하나 이상의 제품을 특정 수량만큼 판매하는  $m$ 개의 매장(market)집합이 존재하고 개별 제품의 가격은 해당 제품을 판매하는 매장에 달려있으며 depot와 각 매장들 간의 이동비용(travel cost)은 사전에 알려져 있다. 이 때, TPP는 각 제품의 구매요구량을 충족하면서 전체 구매비용과 이동비용을 최소화하는 선택된 매장의 경로를 결정하는 문제로 정의된다. 가정 사항으로 각 제품은 최소한 하나 이상의 매장에서 구매 가능하여야 하고 depot에서는 어떠한 제품도 구매할 수 없으며 모든 제품의 구매요구량은 반드시 충족되어야 한다. 이때 특정 제품  $l$ 을 판매하는 매장  $i$ 에서 해당 제품의 구매요구량  $d_l$ 을 모두 만족할 수 있는 경우( $d_l = 1$  for all  $l$

and  $q_{il} \in \{0, 1\}$  for all  $i$  and  $l$ ,  $q_{il}$ : 매장  $i$ 에서 구매 가능한 제품  $l$ 의 수량)의 문제를 UTPP(uncapacitated TPP, unlimited TPP, 혹은 unrestricted TPP)라 하고 한 매장에서 구매요구량을 충족할 수 없어 다른 매장에서 요구량의 잔여분을 구매하는 즉 분할 구매가 허용되는 경우의 문제를 CTPP(capacitated TPP, limited TPP, 혹은 restricted TPP)라 한다. UTPP는 다품목 소량구매에 효율적인 모형이며 CTPP는 다품목 대량구매에 적합한 모형이다. 또한 매장간 이동비용이 대칭(symmetry)인 경우의 TPP를 STPP(symmetric TPP)라 하고 비대칭인 경우를 ATPP(asymmetric TPP)라 한다. 기존의 대부분 TPP 연구는 그래프 이론(graph theory)을 적용하여 매장간 이동거리의 대칭성에 따라 STPP와 ATPP에 대한 수리모형을 상이하고 까다롭게 표현해야 하는 문제점이 있다. 따라서 본 연구에서는 구매자(차량), 출발 노드, 도착 노드를 아래 첨자(index)로 하는 3첨자 방식(three index type)의 표기법을 적용하여 매장 간 이동거리의 대칭성에 영향을 받지 않는 수리모형을 구성한다. TPP는 NP-hard 문제로 이는 TSP가 각 제품이 오직 하나의 매장에서만 구매가

<sup>†</sup> 연락저자 : 이상현 교수, 122-875 서울시 은평구 수색동 205 국방대학교 운영분석학과, Tel : 02-300-2374, Fax : 02-309-6233,

E-mail : leesangh@kndu.ac.kr

2009년 6월 3일 접수; 2010년 1월 21일 수정본 접수; 2010년 3월 23일 게재 확정.

능하고 각 매장이 오직 하나의 제품만을 판매하는 경우를 가정한 TPP의 특별한 형태이기 때문이다.

TPP는 이론적으로나 실용적으로 지난 수십년 간 OR 분야 연구자들의 꾸준한 관심을 받아왔다. 이는 무엇보다 TPP가 TSP의 일반화된 형태로 TPP 연구를 통해 TSP에 대한 보다 나은 이해를 가능케 하며 구매자 수, 구매자의 구매 용량, 시간 제약 등의 제약이 추가된다면 VRP(vehicle routing problem)로의 확장도 가능하여 TSP, VRP와 함께 관련분야의 이론적 측면에서 상승작용(synergy)을 기대할 수 있기 때문이다. 실용적 측면에서도 작업 스케줄링, 웨어하우스링, 경로문제 등의 분야에 응용되고 있으며(Singh and Oudheusden, 1997) TPP 자체로도 SCM(supply chain management)이 주목받는 오늘날의 경영환경을 고려했을 때 연구가치가 매우 크다고 할 수 있다. 특히, 완성된 제품의 판매를 위한 유통물류(outbound logistics)의 최적화에 초점을 맞춘 TSP 및 VRP에 대한 연구가 활발히 수행된 반면 제품생산을 위한 부품 및 원재료의 구매를 위한 조달물류(inbound logistics) 최적화를 목적으로 하는 TPP는 상대적으로 연구 성과가 미미하므로 생산관리 차원에서 원가절감을 위해 TPP에 대한 더 많은 연구가 필요하다고 할 수 있다.

본 연구에서는 지금까지 연구되었던 단일 구매자만을 가정한 TPP를 일반화한 복수 순회구매자 문제(mTPP, multiple TPP)의 정수계획 수리모형을 제시하고 실험을 통해 단일 구매자 문제가 복수 구매자 문제로 전환됨에 따른 시스템의 성능(performance)변화를 고찰한다. 이 때, 매장에서 구매용량 제약이 없는 UTPP를 가정한다. 제 2장에서 기존문헌을 고찰하고 제 3장에서 mTPP의 수리모형을 제시하며 제 4장에서 실험을 다루고, 제 5장에서 결론과 향후 연구 과제를 제시한다.

## 2. 기존문헌 고찰

UTPP는 Burstall(1966), Buzacott and Dutta(1971)의 작업 스케줄링(job scheduling) 연구에서 최초로 나타난다. Burstall(1966)은 Lomnicki(1966)가 제시한 알고리즘에 기반한 휴리스틱을 개발하여 27개 상태(매장)와 17개 작업(제품)에 대한 예제를 해결하였다. 이 문제 해결을 위해 Buzacott and Dutta(1971)는 동적 계획법에 기반한 최적 절차(exact procedure)를 개발한 바 있다. Singh and Oudheusden(1997)은 스케줄링, 웨어하우스링(warehousing), 경로문제(routing problem), 그리고 Current *et al.*(1984)의 최단경로커버문제(SCPP, shortest covering path problem) 등에 UTPP가 활용 가능성을 보인 바 있고, 통신 네트워크 설계(telecommunication network design) 분야에서도 적용된 바 있다(Ravi and Salman, 1999).

Ramesh(1981)는 현재 알려진 TPP를 최초로 제안하였고 UTPP 해결을 위한 두 개의 알고리즘을 개발하였다. 첫 번째는 최적해 알고리즘(exact algorithm)인 lexicographic search로 최적해를 보장하기는 하나 성능(performance)이 좋지 않아 매우 작은 크기의 문제에 대해서만 적용 가능하다. 두 번째는 휴리스틱 기

법인 near neighbour 알고리즘으로 경로에 하나의 매장을 삽입하는 것으로 시작하여 탐욕적 방식(greedy way)으로 다른 모든 매장을 반복적으로 삽입하여 경로를 확장하는 방법이다.

Golden *et al.*(1981)은 UTPP에 대한 휴리스틱 해법으로 GSH(generalized savings heuristic)를 제안하였다. 이는 depot와 가장 낮은 가격에 가장 많은 수의 제품을 판매하는 매장을 포함하는 초기 경로(tour)를 구성하여 더 이상의 비용절감이 발생하지 않을 때까지 가장 큰 비용절감을 가져오는 미방문 매장을 현재의 경로에 삽입하는 알고리즘이다.

Ong(1982)은 Golden *et al.*(1981)의 알고리즘을 개선한 TRH(tour reduction heuristic)를 제안하였다. 이는 GSH 기법이나 혹은 의사결정자의 직관에 의해 구매요구량을 충족시키는 실행 가능한 해인 매장의 부분집합으로 구성된 초기경로로부터 시작하여 더 이상의 개선이 발생하지 않을 때까지 반복적으로 가장 큰 비용절감을 가져오는 매장을 제거하는 알고리즘이다.

Voß(1996)는 UTPP 해결을 위해 메타휴리스틱 기법인 동적(dynamic) 타부서치(TS, tabu search)와 시물레이티드 어닐링(SA, simulated annealing)에 기반한 사후 최적화(post-optimization) 절차를 제시하였다. 그는 타부 리스트의 운영을 위해 두 가지 동적 전략인 reverse elimination method와 cancellation sequence method를 제안하였고 초기 경로 구성을 위해 두 가지 휴리스틱 절차인 ADD-procedure와 DROP-procedure를 제안하였다.

Singh and Oudheusden(1997)은 최적해 알고리즘인 분지한계법(branch-and-bound)을 개발하였다. 이는 모든 가능한 경로 집합을 더 작은 부분집합으로 분할하여 각 부분집합에 대해 경로비용과 구매비용의 합에 대한 하한(lower bound)을 계산하는 것이다. 하한은 문제의 relaxation을 해결하여 계산하고 이러한 하한은 부분집합의 분할을 유도하며 부분집합이 하나의 경로를 포함할 경우에 최적해를 식별한다.

Pearn and Chien(1998)은 Golden *et al.*(1981)과 Ong(1982)의 기법을 개선한 PS-GSH(parameter selection GSH), TS-GSH(tie selection GSH), 그리고 CAH(commodity adding heuristic)를 제안하였다. PS-GSH는 하나의 주어진 매장에서의 구매비용 절감액에 가중치를 곱하여 이동비용 절감액에 더하는 가중화된 절감함수(weighted saving function)를 사용하는 휴리스틱이고 TS-GSH는 PS-GSH의 수행절차에서 최저가격에 더 많은 종류의 제품을 판매하는 매장이 다수 발생했을 경우 depot와 가장 가까운 매장을 선택하는 알고리즘이다. CAH는 모든 제품을 모든 매장에서 구매가능하다는 가정 하에 구매 리스트에 있는 첫 번째 제품에 대한 최소비용 해를 구성하고 리스트의 다음 제품을 구매하면서 최소비용을 만족하는 매장을 경로에 포함하거나 매장 교환을 통해 최소비용 경로를 구성하는 알고리즘이다.

CTPP는 제품  $l$ 을 취급하는 매장  $i$ 에서 일반적으로 구매요구량  $d_l$ 을 모두 충족할 수 없어 다수의 매장에서 분할 구매해야 하는 경우의 TPP이다. UTPP에만 국한되었던 기존의 TPP 연구를 발전시켜 CTPP를 최초로 제안한 Laporte *et al.*(2003)은 UTPP와 CTPP에 모두 적용 가능한 MAH(market adding heuri-

stic)를 개발하여 최적해 기법인 분지절단(branch-and-cut) 알고리즘에 활용하였다. 이 휴리스틱 기법은 수요량을 만족하지 못하는 제품을 판매하는 매장을 반복적으로 경로에 추가하여 경로를 점진적으로 확장하는 개념이다. 실행가능한 경로가 획득되면 해 내의 매장 집합, 매장에 대한 제품의 배정, 그리고 방문한 매장에 대한 이동비용에 대한 반복적인 계산에 의해 사후 최적화(post-optimized)된다.

Boctor *et al.*(2003)은 Pearn and Chien(1998)의 휴리스틱 기법을 보완하여 타부서치에 기반한 PH(perturbation heuristics) 기법을 제안하였다. UTPP에만 한정적으로 적용될 수 있는 Pearn and Chien(1998)의 CAH 기법을 보완한 PH는 세 가지로 UTPP의 해결을 위해 UPH1과 UPH2, CTPP의 해결을 위한 CPH가 그것이다. 이 세 가지 기법은 매장제거(market drop), 매장추가(market add), 매장교환(market exchange), TSP 휴리스틱, 최저비용삽입(cheapest insertion), 두 매장제거(double market drop), 두 매장교환(double market exchange)의 7가지 기본적 절차를 서로 다른 방법으로 혼합하여 사용하는 것이다.

Teeninga and Volgenant(2004)는 Golden *et al.*(1981)의 GSH, Pearn and Chien(1998)의 CAH, 그리고 Ong(1982)의 TRH에 활용되는 전처리(pre-processing)와 강화 절차들(intensification procedures)을 소개하였다.  $m$ 개 매장과  $n$ 개 제품의 수가 동일하고( $m = n$ ) 각각 25, 50, 100, 200개인 경우에 대해 GSH, CAH, 그리고 TRH 세 기법의 단순, 전처리, dropopt(총 비용 감소가 가능시 현재 경로에서 일정 수의 매장을 제거하여 경로를 재구성하는 기법), 그리고 전처리 dropopt 적용에 대한 성능을 비교하여 GSH 기법이 계산시간(computing time)은 오래 걸리지만 근사 최적해 산출 빈도가 가장 높은 우수한 기법임을 보였다.

Riera-Ledesma and Salazar-González(2005a)는 두 개의 이웃을 활용 가능한 경우의 반복적 지역 탐색(LOCAL SEARCH) 알고리즘을 제안하였다. 첫 번째 이웃에 대한 절차는 주어진 실행가능 경로 내의 연속하는 매장들을 그 경로에 속하지 않는 매장들로 반복적으로 변경시키는 것으로 연속하는 매장의 수는 지역 최적해가 구해지면 감소된다. 두 번째 절차는 목표값(objective value)의 감소를 충족하는 범위 내에서 가능한 많은 수의 매장들을 주어진 실행가능 경로 내에 삽입하는 것이다.

Riera-Ledesma and Salazar-González(2006)는 ATPP에 대한 최적해 산출기법을 제안하였다. 분지절단 알고리즘을 활용하여 문제의 해를 구하였고 ATPP의 STPP로의 전환에 대해 다루었다.

Bontoux and Feillet(2008)은 ACO(ant colony optimization)알고리즘을 기반으로 탐색의 강화를 위해 Riera-Ledesma and Salazar-González(2005a)의 LS 알고리즘을 결합한 DMD-ATA(dynamic multi-dimensional anamorphic traveling ants algorithm)를 개발하였다. UTPP에 대해 최적해가 알려진 예제(instance)에 대해서는 Laporte *et al.*(2003)의 분지절단 알고리즘의 실험결과와 비교하였고 최적해가 알려지지 않은 예제는 Riera-Ledesma and Salazar-González(2005a)의 LS 알고리즘의 결과와 비교하여 그 성능을 검증하였다.

Goldberg *et al.*(2008)은 UTPP 및 CTPP의 해결을 위해 Jain *et al.*(2003)의 수평 유전자 이동(horizontal gene transfer)과 Margulis(1992)의 내공생(endosymbiosis) 개념을 적용한 휴리스틱인 TA(transgenetic algorithm)를 제안하였다. CTPP에 대한 실험에서 TA의 성능을 Riera-Ledesma and Salazar-González(2005a)의 LS 알고리즘 및 Laporte *et al.*(2003)의 분지절단 알고리즘과 비교하였다. 또한 UTPP에 대한 실험에서는 Riera-Ledesma and Salazar-González(2005a)의 LS 알고리즘 및 Bontoux and Feillet(2008)의 DMD-ATA와 성능을 비교한 바 있다.

최근에는 용량제약의 유무에 따른 TPP 유형 구분에서 벗어나 현실적 고려요소를 반영한 변형된 형태의 TPP가 연구되었다. Riera-Ledesma and Salazar-González(2005b)는 TPP의 목적함수에서 결합된 두 비용요소의 상이한 속성으로 인해 구매비용의 감소는 이동비용의 증가를 초래할 수 있다는 문제를 보완하기 위해 이중목적 TPP(2TPP, biobjective TPP)를 제안하였다. 2TPP는 구매비용과 이동비용의 최소화를 두 개의 분리된 목적으로 간주하고 하나의 비용함수에 한계(bound)를 설정하면서 다른 비용함수에 대한 해를 구하여 의사결정 공간(decision space)에서의 파레토 최적해(pareto optimal solution)를 계산함으로써 두 비용요소간의 균형(trade-off)에 대한 통찰을 제공한다. 문제의 해결을 위해 분지절단 알고리즘을 적용하였고 계산시간 단축을 위해 절약(saving) 기반의 휴리스틱 기법인 common cut-pool 기법을 활용하였다.

Angelelli *et al.*(2009)은 단일 기간만을 고려하는 기존 연구와 달리 시간의 흐름에 따라 매장에서 판매하는 제품의 수량(quantity)이 감소함을 가정하는 D-TPP(dynamic TPP)를 제안하였다. 기존의 연구들이 확정적(deterministic)이고 정적(static)인 상황을 가정한 문제인 반면 D-TPP는 시간의 흐름에 따라 시스템의 환경이 변화하는 확률적(stochastic) 상황에서의 TPP라 할 수 있다. D-TPP에서 경로 구성과 제품 구매를 위한 모든 관련 정보는 사전에 알려져 있지 않고 시간의 흐름에 따라 제공된다. 즉 동적인 사건이 발생하면 시스템의 새로운 정보가 의사결정자에게 제공된다는 것으로 특정 제품의 수량이 감소하면 의사결정자는 즉시 감소된 수량과 감소가 발생한 매장의 정보를 획득하게 된다. 매장  $i$ 에서 구매 가능한 제품  $l$ 의 수량  $q_{il}$ 은 시간에 대한 비증가함수(non-increasing function)로 시간의 흐름에 따라 동일한 값이 유지되거나 혹은 감소할 뿐 증가할 수는 없다는 현실성을 반영하며 depot를 출발하는 시간  $t$ 는 0으로 간주된다.  $q_{il}^0, q_{il}^t$ 는 매장  $i$ 에서 판매하는 제품  $l$ 의 시간 0과  $t$ 에서의 수량을 각각 의미한다. 또한 시간의 흐름에 따라 제품의 수량이 감소함을 고려하여  $M^t (\subseteq M)$ ,  $M_l^t (\subseteq M_l)$ 는 시간  $t$ 에서 여전히 제품을 판매하는 매장 집합, 여전히 제품  $l$ 을 판매하는 매장의 집합을 각각 의미한다. Angelelli *et al.*(2009)은 이러한 상황 하에서 이동비용과 구매비용을 최소화하면서 모든 제품의 구매요구량을 충족하는 것을 목표로 하여 탐욕적(greedy) 휴리스틱인 Product-driven, Market-driven, Consumption-driven, 그리고 Tradeoff-driven criteria를 제안하였다.

**Table 1.** Classification of TPP

Author	Type			Solution		Number of purchaser	
	Capacity		Variants	Exact	Approximation	Single	Multi
	UnCapacity	Capacity					
[1] Ramesh(1981)	○			○	○	○	
[2] Golden <i>et al.</i> (1981)	○				○	○	
[3] Ong(1982)	○				○	○	
[4] Voß(1996)	○				○	○	
[5] Singh and Oudheusden(1997)	○ ○			○		○	
[6] Pearn and Chien(1998)	○				○	○	
[7] Laporte <i>et al.</i> (2003)	○		○	○	○	○	
[8] Boctor <i>et al.</i> (2003)	○		○		○	○	
[9] Teeninga and Volgenant(2004)	○ ○				○	○	
[10] Riera-Ledesma and Salazar-González(2005a)	○		○		○	○	
[11] Riera-Ledesma and Salazar-González(2005b)	○		<b>2TPP</b>	○	○	○	
[12] Riera-Ledesma and Salazar-González(2006)	○		○	○		○	
[13] Bontoux and Feillet(2008)	○				○	○	
[14] Goldbarg <i>et al.</i> (2008)	○		○		○	○	
[15] Angelelli <i>et al.</i> (2009)		○	<b>D-TPP</b>		○	○	
[16] Mansini and Tocchella(2009)	○		○ <b>TPP-B</b>		○	○	
[17] <b>This study</b>	○		<b>mTPP</b>	○			○

Mansini and Tocchella(2009)는 목적함수 내에 이동비용과 구매비용이 고려되었던 기존의 TPP 연구와 차별화하여 이동비용이 목적함수 내에서 최소화되고 구매비용은 제약식 내에서 한계가 설정되는 예산제약하 TPP(TPP-B, TPP with budget constraint)를 제안하였다. 이러한 문제의 해결을 위해 Riera-Ledesma and Salazar-González(2005a)의 LS 알고리즘을 개선한 향상된 지역탐색(enhanced LS) 알고리즘 및 다양한 이웃탐색(VNS, variable neighborhood search) 기법을 제안하였다.

지금까지 논의된 바를 정리하면 <Table 1>과 같다. <Table 1>에서의 기존 TPP 연구는 구매자 수가 1명인 단일 구매자 문제에 국한된다. 따라서 본 연구는 단일 구매자만을 가정한 기존 TPP를 일반화하여  $v$ 명의 구매자가 제품의 구매를 위해 경로를 형성하는 mTPP를 제안한다. 본 연구는 구매자 수가 복수이고 depot 수가 1이며 구매자(차량)는 제품 구매(적재) 용량 제약이 있음을 가정한다.

### 3. multiple UTPP 수리모형

#### 3.1 모형개요 및 가정사항

본 연구에서 제시하는 mUTPP(multiple UTPP)는 단일 depot에 구매자가 1명인 기존의 TPP를 일반화하여 단일 depot에  $v$ 명의 구매자(차량)가 존재하고 각 차량은 depot에서 출발 및 복귀하며  $n$ 가지 제품의 구매요구량을 충족하면서 매장간 이동비용, 구매비용을 최소화하는 문제이다. 단 본 연구는 매장에서 구매 용량 제약이 없는 UTPP를 고려한 바, 이는 다품목 소량구매에 효율적인 모형이다.

mUTPP 수리모형 구축을 위한 가정사항은 다음과 같다.

- 단일 depot에  $v$ 대의 차량이 존재한다.
- 각 차량의 출발 및 종착은 단일 depot에서만 이루어진다.

- 차량의 매장 방문은 1회만 허용되며 각 차량경로에 포함된 매장에서의 구매제품은 해당 차량에 의해 depot로 운송된다.
- 각 제품은 최소한 하나 이상의 매장에서 구매 가능하고 depot에서는 어떠한 제품도 구매할 수 없다.
- 모든 제품의 구매요구량  $d_l$ 은 반드시 충족되어야 하며( $d_l = 1$  for all  $l$ ) 매장  $i$ 에서 구매 가능한 제품  $l$ 의 수량  $q_{il}$ 은 0 혹은 1의 값을 가진다.
- 제품을 구매하지 않는 매장은 방문하지 않는다. 즉, 제품의 구매요구량만 충족된다면 모든 매장을 다 방문할 필요는 없다.
- 차량은 구매(적재) 가능 용량에 대한 제약이 있다.
- 모든 차량의 적재 용량은 동일하다.

### 3.2 수리모형

<Notation>

$m$  :  $i$ 로 색인(index)되는 매장의 수,  $i \in M = \{1, \dots, m\}$ ,  
 $i = 1$  : depot

$M^-$  : depot를 제외한 매장의 집합,  $M^- = M \setminus \{1\}$

$n$  :  $l$ 로 색인되는 제품의 수,  $l \in N = \{1, \dots, n\}$

$v$  :  $k$ 로 색인되는 차량의 수,  $k \in V = \{1, \dots, v\}$

$b_{il}$  : 매장  $i$ 에서 판매하는 제품  $l$ 의 가격

$c_{ij}$  : 매장  $i$ 에서 매장  $j$ 로의 이동비용,  $i, j \in M$

$d_l$  : 제품  $l$ 의 구매요구량,  $d_l = 1, \forall l \in N$

$q_{il}$  : 매장  $i$ 에서 보유한 제품  $l$ 의 수량,  $q_{il} \in \{0, 1\}$ ,  
 $\forall i \in M^-, \forall l \in N$

$C$  : 차량 용량

<Decision variable>

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{차량 } k \text{가 매장 } i \text{ 방문 후 잇따라 } j \text{ 방문시} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$y_{ikl} = \begin{cases} 1 & \text{차량 } k \text{가 매장 } i \text{에서 제품 } l \text{ 구매시} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$u_i, u_j$  : 부분 경로 방지를 위한 변수

$$\min \sum_{i \in M} \sum_{j \in M} \left( c_{ij} \sum_{k \in V} x_{ijk} \right) + \sum_{i \in M^-} \sum_{l \in N} \left( b_{il} \sum_{k \in V} y_{ikl} \right) \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{i \in M} \sum_{k \in V} x_{ijk} \leq 1 \quad \forall j \in M^- \quad (2)$$

$$\sum_{j \in M^-} x_{jlk} = 1 \quad \forall k \in V \quad (3)$$

$$\sum_{j \in M^-} x_{1jk} = 1 \quad \forall k \in V \quad (4)$$

$$u_i - u_j + m \sum_{k \in V} x_{ijk} \leq m - 1 \quad 2 \leq i \neq j \leq m \quad (5)$$

$$\sum_{i \in M^-} \sum_{k \in V} y_{ikl} = d_l \quad \forall l \in N \quad (6)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ijk} - y_{ikl} \geq 0 \quad \forall i \in M^-, \forall k \in V, \forall l \in N \quad (7)$$

$$\sum_{j \in M} x_{jik} - y_{ikl} \geq 0 \quad \forall i \in M^-, \forall k \in V, \forall l \in N \quad (8)$$

$$q_{il} - \sum_{k \in V} y_{ikl} \geq 0 \quad \forall i \in M^-, \forall l \in N \quad (9)$$

$$\sum_{i \in M^-} \sum_{l \in N} y_{ikl} \leq C \quad \forall k \in V \quad (10)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in M, \forall j \in M, \forall k \in V \quad (11)$$

$$y_{ikl} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in M^-, \forall k \in V, \forall l \in N \quad (12)$$

위 수리모형의 목적 식 (1)은 해에 포함된 경로에 대한 총 이동비용, 총 구매비용을 최소화한다는 의미이다. 식 (2)는 모든 매장은 1회 이하만 방문 가능하다는 의미이다. 식 (3)은 모든 차량은 반드시 depot로 복귀해야 한다는 의미이다. 식 (4)는 모든 차량은 depot에서 1회만 나갈 수 있다는 의미이다. 식 (5)는 Miller *et al.*(1960)이 제시한 TSP에서의 부분경로 방지 제약식 (SECs, subtour elimination constraints)의 확장된 형태로 mUTPP에서도 동일하게 적용된다. 식 (6)은 모든 제품은 정확히 요구수량만큼만 구매되어야 한다는 의미이다. 식 (7), 식 (8)은 특정 매장을 포함하는 경로가 해에 포함이 되어야 해당 매장에서의 제품 구매가 가능하다는 의미이다. 식 (9)는 매장에서 제품을 보유해야 구입이 가능하다는 의미이다. 식 (10)은 차량의 적재 용량 제약을 의미한다. 식 (11), 식 (12)는 결정변수의 이진 정수조건을 나타낸다.

## 4. 실험

### 4.1 실험조건 및 예제

본 실험의 조건은 다음과 같다. 먼저  $100 \times 100$ 차원 유클리드 공간상에 depot를 포함한 매장의 좌표를 일양분포(uniform distribution)에 따라 무작위로 생성한다. 전체 제품 수  $n$ 은 전체 매장 수  $m$ 과 동일하게( $m = n$ ) 적용한다. 매장  $i$  ( $i \in M^-$ )에서 판매하는 제품  $l$  ( $l \in N$ )의 수량  $q_{il}$ 은 1/3을 0으로 2/3를 1로 부여하였고, 가격  $b_{il}$ 은  $q_{il}$ 의 값이 1인 제품에 대해 [10, 30]에서 무작위로 생성하여 부여한다. 단 depot에서는 어떠한 제품도 보유하지 않으므로  $q_{il}$  및  $b_{il}$ 의 값을 모두 0으로 설정한다. 모든 제품의 구매요구량  $d_l = 1$  ( $\forall l \in N$ )이므로 총 구매요구량은 제품 수  $n$ 과 동일한 수치로 설정된다. 실험에서는 ILOG사의 최적화 도구인 CPLEX ver. 11.1을 활용하여 최적해를 산출한다.

이해를 돕기 위해 위 조건을 기반으로 6개 매장 및 제품, 차량 대수 2, 차량 구매(적재)용량을 3으로 각각 적용한 예제를 생성하여 최적해 도출 과정에 대해 예시한다. 이 때 총 구매요구량은 제품 수와 동일한 6으로 설정된다. 먼저, 1번 매장을 depot로 하는 6개 매장이 시스템 내에 존재하는 경우 매장  $i, j$  ( $i \neq j$ )간 이동거리  $c_{ij}$ 를 <Table 2>와 같이 설정한다.

Table 2. Distance between nodes

Node	1	2	3	4	5	6
1	0	51	26	37	20	13
2	51	0	40	64	35	59
3	26	40	0	24	31	39
4	37	64	24	0	51	49
5	20	35	31	51	0	24
6	13	59	39	49	24	0

각 매장에서 보유한 제품  $l$ 의 수량은 <Table 3>과 같이 설정한다. 1번 노드는 depot로 제품 보유량을 모두 0으로 적용한다.

Table 3. Available products in each node

$i \backslash l$	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
2	1	0	1	0	1	0
3	1	1	1	1	0	1
4	1	1	1	0	1	1
5	1	1	0	1	1	0
6	1	1	1	0	1	1

각 매장에서 제품별 가격  $b_{il}$ 은 <Table 4>와 같이 설정한다.

Table 4. Price of product  $l$  at node  $i$

$i \backslash l$	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
2	20	0	13	0	23	0
3	22	17	17	26	0	25
4	15	26	13	0	11	16
5	11	18	0	24	26	0
6	16	17	11	0	23	12

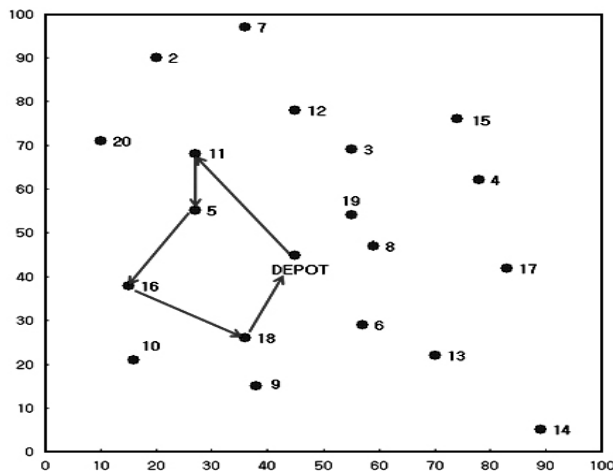
최적해는 165로 0.76초 만에 산출되었다. 각 차량별 최적경로는 1-5-1, 1-6-1로 각각 도출되어 <Table 2> 참고시 이동비용으로 66이 소요됨을 알 수 있다. 5번 매장에서 구매 품목은 1, 2, 4번이며 6번 매장의 경우 3, 5, 6번으로 각각 도출되어 구매비용은 99가 소요되었다. <Table 4>를 참고하면 2번, 5번 제품을 제외한 나머지 제품은 최저가격에 구매되었음을 알 수 있다. 6번 매장은 depot에서 거리가 가장 가까운 매장이며 6번 매장에서 구매 품목 중 3번, 6번 제품이 모두 해당 제품군에서 최저가격이므로 최적경로에 포함되었다. 또한 잔여 구매요구 품목인 1, 2, 4번 제품 중 4번 제품을 판매하는 매장이 3, 5번 매장이므로 이 중 5번 매장에서 해당 제품들을 구매하는 것이 이동비용과 구매비용의 합이 3번 매장보다 저가이므로 5번 매장이 해에 포함된다.

#### 4.2 단일 구매자에서 복수 구매자로의 전환에 따른 성능 비교

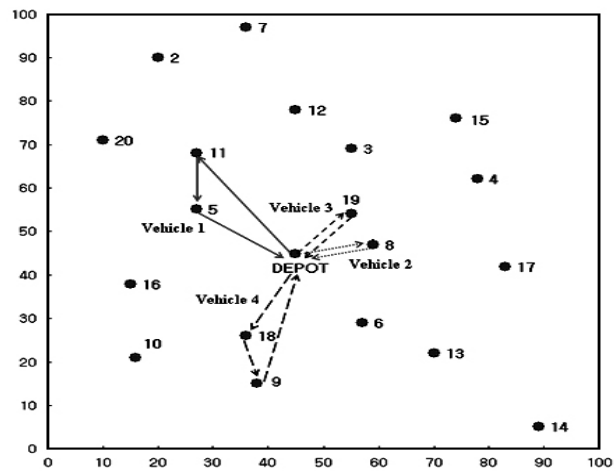
20개 매장( $m = 20$ ), 20개 제품( $n = 20$ )으로 구성된 시스템에서 차량 대수 1, 차량 구매(적재)용량을 20으로 가정한 실험에서 생성한 최적 경로는 <Figure 1>의 (a)와 같다. 이는 기존과 같이 단일 구매자만을 가정한 UTPP의 해이다. mUTPP로의 전환을 위해 차량 대수 4, 차량 적재용량을 20으로 설정한 실험에서의 최적 경로는 <Figure 1>의 (b)와 같다.

<Table 5>는 두 실험의 결과로 목적함수 값이 단일 구매자의 경우 362, 복수 구매자의 경우 418로 산출되었다. 이는 운행차량 증가에 따라 이동비용이 증가하기 때문이다. 즉 1대 차량의 운행 경로에 포함된 5, 11, 16, 18번 매장을 4대의 차량이 각각 한 매장씩만 방문하고 다시 depot로 복귀하는 경우만을 따지더라도 유클리드 공간상에서의 삼각 부등식(triangular inequality)의 성질에 따라 이동비용의 증가는 자명하다.

더욱 현실적인 상황의 묘사를 위해 차량 용량을 4, 8, 12, 16,



(a) Optimal tour consisted of 1 vehicle



(b) Optimal tour consisted of 4 vehicles

Figure 1. Optimal tour

**Table 5.** Comparison of solutions

Type	Number of Vehicles	ID	Optimal tour	Optimal value	Computing time(Sec)
UTPP	1	1	1-11-5-16-18-1	362	2.26
mUTPP	4	1	1-11-5-1	418	0.75
		2	1-8-1		
		3	1-19-1		
		4	1-18-9-1		

**Table 6.** Comparison of objective value and computing time in 5 cases

Case	Capacity of vehicle	Lower bounds of number of vehicles	Optimal value	Computing time(Sec)
1	4	5	480	57.03
2	8	3	399	4.04
3	12	2	374	4.00
4	16	2	374	3.50
5	20	1	362	1.54

**Table 7.** Computing time for problem size

Size			Computing time		
m	n	Number of vehicles	hour	minute	second
10	10	1	-	-	0.51
20	20	1	-	-	1.51
		2	-	-	2.32
30	30	1	-	-	53.84
		3	-	11	26
40	40	1	1	20	19
		4	1	31	33
50	50	1	4	36	4
		5	-	-	-

20으로 구분하고 차량 운행 고정비는 운전사의 인건비로 간주할 수 있으므로 차량 용량에 관계없이 50으로 동일하게 적용하여 실험하였다. 이 때, 각 경우에 있어 20개 제품 구매를 위한 필요 차량 대수의 하한(lower bound)은 5, 3, 2, 2, 1대가 된다. <Table 6>은 이 실험의 결과를 나타낸다. 차량의 용량이 구매 요구량을 모두 충족 가능하다면 차량 운영을 최소화하는 것이 가장 경제적인을 확인할 수 있다. 계산 시간은 차량 운행대수가 감소함에 비례하여 감소하였다. 이는 차량대수의 감소에 따른 복잡도(complexity)가 감소하였기 때문이다.

단일구매자를 고려한 TPP가 NP-hard로 mTPP는 복수의 차량을 고려해야 하므로 이보다 더 어려운 문제이다. 따라서 문제 크기(size)의 증가에 따른 계산 시간의 변화를 다음과 같이 고찰한다.  $m$ 과  $n$ 은 동일하게 10에서 50까지 10단위로 증가하도록 설정하였으며 운행차량 대수 증가에 따라 계산 시간이 증가하므로 각 경우마다 차량 적재용량을  $n$ 으로 적용한 1대 차량 운행시와  $n/10$ 대 운행시의 계산시간을 각각 산출하였다.

실험 결과는 <Table 7>과 같다. 매장 및 제품 수가 30개 이하인 문제의 경우 합리적인 시간 내에 최적해가 산출되었으나 40개 이상부터는 계산 시간이 1시간 이상으로 나타났고 50개 문제에서 차량대수를 5로 한 실험의 경우 CPLEX의 메모리 초과(out of memory)로 인해 최적해를 산출할 수 없었다.

### 4.3 중복방문 허용시 해 특성 고찰

본 연구의 수리모형은 하나의 매장은 1회 이하로만 방문되어야 한다는 것을 가정하는데 이는 경로문제의 일종인 TPP의 일반적 성격을 반영하기 위함이다. 그러나 특정 매장이 최저 가격에 다종의 제품을 판매하는 경우는 해당 매장에서 다종의 제품을 구매할 필요성이 높고 구매된 제품의 총 수량이 단일 차량의 용량을 초과할 수 있다. 이를 위해 매장에 대한 복수 차량의 중복 방문을 허용하는 것이 본 모형의 현실적 적용을 위해 고려되어야 한다. 본 절에서는 제 4.2절의  $m = n = 20$ 으로

설정하여 생성된 예제에서 차량 대수를 3, 차량 용량을 7로 하고 중복 방문 허용횟수를 1, 2, 3으로 변경하며 해의 특성을 고찰한다. 이 때 수리모형 중 방문가능 매장 수 제한에 대한 제약식 (2)를 식 (13)과 같이 변경한다.  $\lambda$ 는 중복방문 허용횟수를 의미한다.

$$\sum_{i \in M} \sum_{k \in V} x_{ijk} \leq \lambda \quad \forall j \in M \quad (13)$$

실험 시 depot에서 가장 가까운 19번 매장은 20종의 모든 제품을 최저가격 10에 판매하는 것으로 설정한다. 이는 특정 매장이 depot에서 가장 가까운 최저가격의 다종 제품을 판매하여 중복방문이 고려되어야 하는 경우를 묘사하기 위함이다.  $\lambda$ 를 1, 2, 3으로 변경하며 도출한 최적해는 <Table 8>과 같다.

Table 8. Optimal solution

$\lambda$	Optimal tour	Optimal value	Computing time(Sec)
1	333	1-18-1/1-19-1/1-5-1	2.51
2	299	1-19-1/1-19-1/1-18-1	2.5
3	278	1-19-1/1-19-1/1-19-1	0.92

<Table 8>에서  $\lambda = 1$ 일 경우 19번 매장이 1회,  $\lambda = 2$ 일 경우 2회,  $\lambda = 3$ 일 경우 3회 방문되었다. 이는 19번 매장이 depot에서 가장 가깝고 모든 제품을 최저가격에 판매하기 때문에 중복방문 허용 횟수 변화에 따른 당연한 현상이다. 따라서 본 모형을 실제 기업현장의 조달물류 최적화에 적용 시 차량 보유 대수나 매장의 특성(depot와의 거리, 보유제품 가격 등)을 고려하여 중복방문 허용 횟수를 조절해서 적용한다면 보다 나은 해를 얻을 수 있는 현실적 적용 방안이 되리라 판단된다.

### 5. 결론 및 향후 연구과제

오늘날 완제품 생산을 위한 원자재의 흐름인 조달물류에 있어서 각 기업들은 원가절감을 위한 다양한 의사결정 전략을 수립하고 비용 최소화를 위한 노력을 기울이고 있다. 특히 완제품의 생산계획에 따라 제품생산에 필요한 자재를 적시적소에 조달하기 위한 자재소요계획(MRP, material requirement planning) 수립단계에서는 다양한 원자재를 최소의 비용으로 획득하기 위해 조달물류 최적화가 반드시 필요한 부분이다. 정보기술(Information Technology)의 발전과 더불어 경영혁신 기법이 MRP에서 생산자원관리(MRP II, manufacturing resource planning), MRP II에서 전사적 자원관리(ERP, enterprise resource planning), ERP에서 SCM과 맥을 같이하는 확장형 ERP(extended ERP)로 발전하고 있는 추세를 감안했을 때 인사, 회계, 영업, 판매 등과 더불어 기업 기능의 중요한 축을 형성하는 구

매 부문에 대한 관심은 기업 경쟁력 제고 측면에서 간과할 수 없는 부분이다. 이러한 구매 부문의 중요성을 감안한다면 TPP에 대한 보다 많은 연구가 요구된다.

본 연구는 지금까지 수행된 단일 구매자만을 고려한 TPP를 일반화하여 복수 구매자, 구매자(차량) 용량제한 등의 제약을 추가한 mTPP의 수리모형을 제시하였다. 이는 기존의 연구가 단일 구매자에 국한되어 실제 기업현장의 조달물류(inbound logistics)를 묘사하는데 제한이 크기 때문이다. 2009년 기준 세계서열 약 30위권의 제조부문 모 기업의 경우 조달물류 수행을 위해 별도의 자회사를 운용중이며 자회사는 다수의 5톤 및 15톤 트럭을 활용하여 생산에 필요한 원재료를 조달한다. 기타 복수의 차량을 통해 물류를 전문적으로 수행하는 물류전문 중소기업도 다수 존재함을 조사를 통해 확인되었다. 결국 본 연구는 실제 기업현장의 조달물류 최적화를 위해 복수의 구매자(차량)가 고려되어야 하는 TPP 분야의 제한사항을 일정부분 극복했다는 데 의의가 있다.

본 연구에서는 상용 최적화 도구인 ILOG CPLEX를 통해 매장 수와 제품 수가 동일한 경우를 가정하여 10개부터 50개 매장 및 제품에 대한 문제의 최적해를 도출하였다. 그러나 40개 이상의 문제부터는 계산시간이 과도하게 소요되거나 CPLEX 메모리 한계로 인해 최적해를 도출할 수 없으므로 이러한 한계의 극복을 위해 성능이 우수하다고 알려진 TSP나 VRP 해결을 위해 개발된 기존의 휴리스틱 기법들을 본 문제에 적용하여 합리적 시간 내에 근사해를 도출하는 연구가 필요하다고 판단된다. 특히 메타 휴리스틱 기법중 아직까지 TPP에 적용된 바 없는 GA(genetic algorithm), PSO(particle swarm optimization) 등을 적용하는 연구도 필요하다.

또한 본 연구에서 다루지 않은 제약사항을 반영하여 현실세계에서 고려될 수 있는 다양한 모형에 대한 연구가 필요하다. mTPP에 대해서는 다음과 같은 변형이 고려 가능하다.

- single vs. multiple depot : 단일 depot TPP에서 모든 구매자는 하나의 depot에서 순회(tour)를 시작하고 끝낸다. 반면 다수의 depot가 존재하고 각 depot 마다 일정 수의 구매자가 존재한다면, 구매자는 순회 후 각자 자신의 출발 depot로 복귀하거나 혹은 순회 후 각 depot로의 복귀 인원이 출발 전 해당 depot의 인원수와 같기만 하다면 어느 depot로라도 복귀 가능하다. 전자는 고정 depot TPP(fixed depot TPP)이고 후자는 비고정 depot TPP(nonfixed depot TPP)가 된다.
- number of purchaser : 구매자 수는 고정되거나 혹은 일정 한계(bound) 내에서 변동가능하다.
- fixed charges : 구매자 수가 정해지지 않은 경우, 해당 구매자가 해에 포함될 때마다 고정비가 발생한다. 이러한 경우, TPP는해 내에 포함되는 구매자 수의 최소화 또한 고려대상으로 하여 이동비용 및 구매비용과 함께 구매자 고용에 따른 고정비의 합을 최소화하는 목적식을 가지게 된다.
- time window : 시간제약 환경 하에서 임의의 매장은 특정



시간 기간(time period) 동안 방문되어야 한다.

- others : 역물류(reverse logistics)와 같은 다양한 형태의 공급사슬망(supply chain)에서의 적용도 고려 가능하다.

## 참고문헌

- Angelelli, E., Mansini, R., and Vindigni, M. (2009), Exploring greedy criteria for the dynamic traveling purchaser problem, *Central European Journal of Operations Research*, **17**(2), 141-158.
- Boctor, F. F., Laporte, G., and Renaud, J. (2003), Heuristics for the traveling purchaser problem, *Computers and Operations Research*, **30**, 491-504.
- Bontoux, B. and Feillet, D. (2008), Ant colony optimization for the traveling purchaser problem, *Computers and Operations Research*, **35**, 628-637.
- Burstable, R. M. (1966), A heuristic method for a job sequencing problem, *Operational Research Quarterly*, **17**, 291-304.
- Buzacott, J. A. and Dutta, S. K. (1971), Sequencing many jobs on a multipurpose facility, *Naval Research Logistics Quarterly*, **18**, 75-82.
- Current, J., Revelle, C., and Cohon, J. (1984), The shortest covering path problem : an application of locational constraints to network design, *Journal of Regional Science*, **24**, 161-183.
- Goldbarg, M. C., Bagi, L. B., and Goldbarg, E. F. G. (2008), Transgenetic algorithm for the traveling purchaser problem, *European Journal of Operational Research*, **199**, 36-45.
- Golden, B. L., Levy, L., and Dahl, R. (1981), Two generations of the traveling salesman problem, *Omega*, **9**, 439-445.
- Jain, R., Rivera, M. C., Moore, J. E., and Lake, J. A. (2003), Horizontal gene transfer accelerates genome innovation and evolution, *Molecular Biology and Evolution*, **20**, 1598-1602.
- Laporte, G., Riera-Ledesma, J., and Salazar-González, J. J. (2003), A branch and cut algorithm for the undirected traveling purchaser problem, *Operations Research*, **51**(6), 142-152.
- Lomnicki, Z. A. (1996), Job scheduling, *Operational Research Quarterly*, **17**, 314-316.
- Mansini, R. and Tocchella, B. (2009), The traveling purchaser problem with budget constraint, *Computers and Operations Research*, **36**, 2263-2274.
- Margulis, L. (1992), Symbiosis in cell evolution, *Microbial communities in the archean and proterozoic eon.*, W. H. Freeman.
- Miller C. E., Tucker, A. W., and Zemlin R. A. (1960), Integer programming formulation of traveling salesman problems, *Journal of Association for Computing Machinery*, **7**, 326-329.
- Ong, H. L. (1982), Approximate algorithm for the traveling purchaser problem, *Operations Research Letters*, **1**, 201-205.
- Pearn, W. L. and Chien, R. C. (1998), Improved solutions for the traveling purchaser problem, *Computers and Operations Research*, **25**, 879-885.
- Ramesh, T. (1981), traveling purchaser problem, *Journal of the Operational Research Society of India*, **18**, 78-91.
- Ravi, R. and Salman, S. (1999), Approximation algorithms for the traveling purchaser problem and its variants in network design, *Lecture notes in computer science*, **1643**, 29-40.
- Riera-Ledesma, J., Salazar-González, J. J. (2005a), A heuristic approach for the traveling purchaser problem, *European Journal of Operational Research*, **162**, 142-152.
- Riera-Ledesma, J. and Salazar-González, J. J. (2005b), The biobjective traveling purchaser problem, *European Journal of Operational Research*, **160**, 599-613.
- Riera-Ledesma, J. and Salazar-González, J. J. (2006), Solving the asymmetric traveling purchaser problem, *Annals of Operations Research*, **144**, 83-97.
- Singh, K. N. and van Oudheusden, D. L. (1997), A branch and bound algorithm for the traveling purchaser problem, *European Journal of Operational Research*, **97**, 571-579.
- Teeninga, A. and Volgenant, A. (2004), Improved heuristics for the traveling purchaser problem, *Computers and Operations Research*, **31**, 139-150.
- Voß, S. (1996), Dynamic tabu search strategies for the traveling purchaser problem, *Annals of Operations Research*, **63**, 253-275.