

가혹환경 하에서 사용되는 시스템의 외부환경보수에 대한 고장률 모형

박종훈¹ · 신윤제² · 이상천^{3*} · 이창훈¹

¹서울대학교 산업공학과 / ²한국신용정보 / ³경상대학교 산업시스템공학부

Failure Rate Model of External Environment Maintenance for a System under Severe Environment

J. H. Park¹ · Y. J. Shin² · S. C. Lee³ · C. H. Lie¹

¹Department of Industrial Engineering, Seoul National University, Seoul, 151-744, Korea

²National Information and Credit Evaluation, Inc., Seoul, 150-910, Korea

³Division of Industrial Systems Engineering, ERI, Gyeongsang National University, Gyeongsangnam-do, 660-701, Korea

The failure rate model of External Environment Maintenance(EEM) for a system under severe environment is investigated. EEM, which is recently introduced concept, is a maintenance activity controlling external environment factors that potentially cause system failure such as cleaning equipment, controlling temperature (humidity) and removing dust inside of electronic appliances. EEM can not have any influence on the inherent failure rate of a system but reduce the severity of the external environment causing failure since it deals with only external environment factors. Therefore, we propose two failure rate models to express the improvement effect of EEM: The intensity reduction model and age reduction model. The intensity and age reduction models of EEM are developed assuming the quality of improvement effect is proportioned to an extra intensity or age respectively. The validation of proposed failure rate models is performed in order of data generation, parameter estimation and test for goodness-of-fit.

Keywords: Failure rate, Maintenance, External Environment Maintenance(EEM), Intensity Reduction, Age reduction

1. 서론

시스템을 효율적이고 경제적으로 운영하기 위한 보수(maintenance) 활동으로 일반적으로 사후보수(Corrective Maintenance; CM)와 예방보수(Preventive Maintenance; PM)가 고려되어져 왔다. 사후보수는 고장 발생 시 시스템을 재가동시키기 위해 수리(repair)하는 작업을 의미하며, 신속한 사후보수를 통해 시스템의 비가동시간(down time)을 줄이는 방법으로 시스템의 가

용성(availability)을 높이고, 결과적으로 시스템의 효율성과 경제성을 확보하게 된다. 이에 반해 예방보수는 시스템을 운영하는 과정에서 고장의 우려가 있는 부품 또는 낡은 부품을 고장 발생 전에 미리 정비(maintenance)하거나 교체(replacement)하는 작업 등을 통하여, 고장 발생 가능성이 높은 부품을 사전에 보수함으로써 시스템의 고장률(failure rate)을 감소시켜, 시스템의 수명(life time)을 연장시키는 방법으로 시스템의 효율성과 경제성을 확보하게 된다.

이 연구는 2008년도 경상대학교 연구년제연구교수 연구지원비에 의하여 수행되었음.

* 연락처 : 이상천 교수, 660-701 경남 진주시 가좌동 900번지 경상대학교 공과대학 산업시스템공학부, ERI, Tel : 055-751-5335,

Fax : 055-762-6599, E-mail : sclee@gnu.ac.kr

2009년 9월 25일 접수; 2010년 2월 8일 수정본 접수; 2010년 2월 23일 게재 확정.

위에서 언급된 사후보수와 예방보수 외에 시스템을 효율적이고 경제적으로 운영할 수 있도록 해주는 보수 활동이 하나 더 고려될 수 있다. 고장이 발생하는 것을 예방하기 위하여 설비를 청소하는 활동, 시스템이 작동되면서 발생하는 열이나 진동 등에 의해 부품이 손상되는 것을 방지하기 위해 시스템 설치 장소의 온도를 조절하거나 방진장치를 설치하는 활동 또는 전기제품 또는 기계 내에 있는 먼지들을 제거하는 활동들이 그러한 활동들이다. 위의 일련의 활동들은 시스템의 고장 발생을 예방하거나, 시스템의 수명을 연장시킬 목적으로 행하여지며, 어느 정도의 효과를 보인다는 사실은 이미 알려져 있다. 결국 시스템이 운영되고 있는 환경 요인 중에 시스템 동작에 위협이 되는 요인(factor)을 제거(관리)하여 시스템이 더 나은 환경(또는 덜 가혹한 환경) 하에서 운영되게 함으로써 시스템의 고장률을 감소시켜, 수명을 연장시키는 효과를 가지도록 하는 보수 활동이 새로이 고려될 수 있으며, Park *et al.*(2006)은 이러한 일련의 활동을 외부환경보수(External Environment Maintenance; EEM)라 하여 처음으로 소개하였다.

외부환경보수는 최근에 새롭게 소개된 개념이기 때문에 관련 연구는 거의 이루어지지 않은 실정이다. 그러나 고장이 발생하기 전, 시스템이 운영되는 시점에 보수 활동을 수행하고, 고장발생을 예방하고 시스템 수명을 연장하는 개선효과(improvement effect)를 가진다는 측면에서 예방보수와 유사한 특징을 보이며 따라서 예방보수의 연구모형들을 적용하려는 시도가 가능하리라 판단된다. 하지만, 외부환경보수는 보수의 대상이 시스템이 아니라 시스템이 운영되는 환경이기 때문에 예방보수와는 구별되는 몇 가지 차별적 특징을 가지고 있으며, 이러한 차별적 특징 때문에 기존에 연구된 예방보수의 모형들을 외부환경보수에 그대로 적용하기에는 어려움이 존재한다. 또한 시스템이 운영되는 환경의 가혹 정도는 고장률과 밀접한 관계를 가지게 되는데, 같은 시스템이라 하더라도, 가혹 환경 하에서 운영되는 경우의 고장률이 정상 환경 하에서 사용되는 경우의 고장률보다 클 것이며, 이는 환경의 가혹도가 클수록 더 많은 차이를 보일 것이다. 따라서 외부환경보수는 시스템이 일반적으로 권장되는 정상 환경(normal environment) 하에서 운영되는 경우보다는 가혹 환경(severe environment) 하에서 운영될 경우에 그 효과가 더욱 크게 나타날 것이다. 따라서 외부환경보수는 가혹 환경 하에서 운영되는 시스템을 대상으로 수행하는 경우에 더 큰 의미가 있다.

따라서 본 연구에서는 가혹 환경 하에서 운영되는 시스템을 대상으로 외부환경보수를 실시할 경우 그 보수 효과를 분석하기 위하여, 기존의 예방보수효과의 분석모형들을 기초로 하여 외부환경보수의 차별적 특성을 고려한 외부환경보수 효과의 고장률 모형을 제시하였다. 제 2장에서는 예방보수와 외부환경보수와의 차별성을 소개하고 차별적 특징에 의한 연구배경을 설명한다. 제 3장에서는 가혹 환경 하에서 운영되는 시스템의 외부환경보수효과를 분석하는 고장률 모형을 제시하였으며, 제 4장에서는 시뮬레이션을 사용하여 제시된 모형의 적합성을 확인하였다.

2. 연구배경

2.1 예방보수효과

보수와 관련된 연구의 가장 큰 목적은 시스템 운영의 효율성과 경제성을 확보하는 것이다. 따라서 예방보수와 관련된 연구 역시 시스템의 효율성과 경제성을 극대화하는 부분에 관심을 가지고 진행되어 왔다. Barlow and Hunter(1960)에 의해 예방보수의 경제성이 제안된 이후, Nakagawa(1979)와 Murthy and Nguyen(1981)등이 예방보수가 불완전 수리의 특성을 가지는 경우에 대해서 경제성을 고려한 최적 예방보수 정책을 소개하였고, Lam and Yeh(1994)는 다양한 예방보수 정책의 경우에 대하여 최적 예방보수 정책을 결정하는 모형들을 체계적으로 정리하였다. 이러한 최적 예방보수 정책을 결정하는 연구들에서는 최적 보수정책이 예방보수를 수행하기 때문에 발생하는 비용과 예방보수에 의해 시스템의 상태가 향상되는 정도, 즉 보수효과에 의해 절감되는 비용 사이의 트레이드오프(trade off)상황에 의해 결정된다. 따라서 보수에 의한 개선효과는 최적 예방보수 정책을 결정하는데 있어서 아주 중요하게 고려되어야 할 사항이고, 그로인해 꾸준한 연구가 이루어져 왔다.

예방보수에 의한 개선효과와 관련된 연구에서는 예방보수를 실시하면 시스템은 예방보수에 의해 보수 직전보다 더 좋은 상태가 된다고 가정하는데, 이는 극히 타당하다. 만약 보수 직후의 상태가 보수 직전과 똑같거나 더 나빠진다면 그 시스템은 보수를 하지 않는 것이 더 타당할 것이기 때문이다. 보수 후에 시스템이 좋아지는 정도를 표현하는 개선효과에 대한 연구는 Chan and Down(1978)에 의해 불완전 수리모형이 제안된 이후 다양한 개념으로 접근되어 왔다. Malik(1979)은 예방보수의 효과를 시스템 사용시간이 일정부분 감소하여 예방보수 직전보다 새것이 된 것과 같은 효과로 설명하는 사용시간 감소(proportional age reduction)의 개념을 제안하였고, Lie and Chun(1986)은 보수에 의한 고장률 감소량을 고장률 개선지수(improvement factor)이라는 개념을 도입하여 표현하였다. 이후 Nakagawa(1988)는 연속적인 보수정책을 가진 경우에 대하여 보수 후 고장률이 보수직전의 고장률에서 일정량 감소하는 고장률 감소(intensity reduction) 모형과 보수직전의 사용시간보다 일정량 감소하는 사용시간 감소(age reduction) 모형을 각각 정리, 비교하였다. 이후 예방보수효과는 고장률 감소효과나 사용시간 감소효과로 표현되어 연구가 이루어져 왔으며 Doyen and Gaudoin(2004)에 의해서 좀 더 체계적이고 세분화 되어 고찰이 실시되었다.

<Figure 1>에서와 같이 고장률 함수가 $\lambda(t)$ 로 표현되는 시스템이 시점 T 에 예방보수를 실시하였다면, 예방보수 효과가 고장률 감소효과로 표현될 경우, Figure 1의 좌측과 같이, 예방보수 직후의 고장률은 예방보수 직전의 고장률 $\lambda(T)$ 가 고장률 개선지수(ρ)만큼 감소한 $(1-\rho) \cdot \lambda(T)$ 가 되어 보수직전보다 낮은 고장률은 가지게 되며, 이후의 고장률 증가형태는

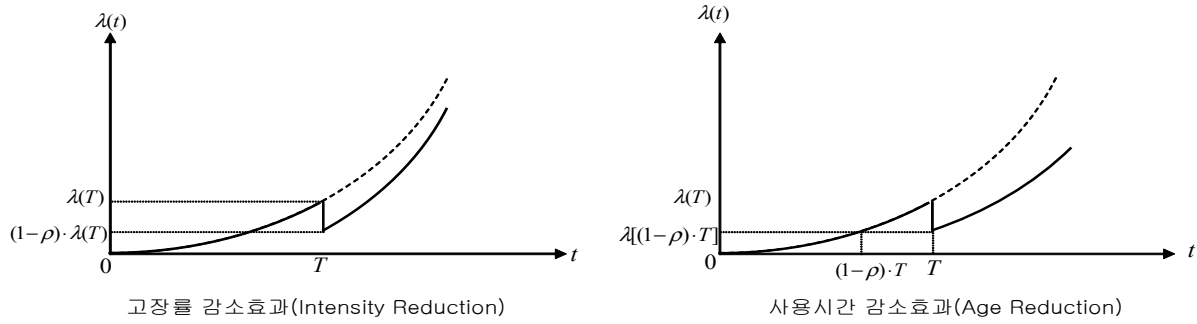


Figure 1. The concept of intensity reduction and age reduction in PM

고장률 함수 $\lambda(t)$ 의 시점 T 이후의 증가형태를 따르게 된다. 만약 $\rho=1$ 라면 예방보수 직후 시스템은 새것과 같은 상태는 됨을 의미한다. 반면에 예방보수효과가 사용시간 감소효과로 표현될 경우, <Figure 1>의 우측에서 보이는 바와 같이, 예방보수 직후의 고장률은 시스템이 예방보수 시점 T 에서 개선비율(ρ)만큼 새것이 되는 효과를 가지게 된다. 즉 $(1-\rho) \cdot T$ 시점의 고장률인 $\lambda[(1-\rho) \cdot T]$ 가 되어 보수직전보다 낮은 고장률을 가지게 되며, 이후 고장률의 증가형태는 고장률 함수 $\lambda(t)$ 의 $(1-\rho) \cdot T$ 시점 이후의 증가형태를 따르게 된다. 이 경우 역시 $\rho=1$ 라면 예방보수 직후 시스템은 새것과 같은 상태가 됨을 의미한다. 만약 두 보수효과 모형의 개선비율(ρ)이 같다 하더라도 두 모형에서의 고장률 감소량과 함수의 형태는 다른 특징을 보인다(Doyen and Gaudoin, 2004).

2.2 가혹환경과 고장률 변화

시스템이 운영되는 환경의 변화는 시스템의 고장률이나 고장함수와 밀접한 관계를 가진다. 같은 시스템이라 하더라도 시스템이 가혹한(severe) 조건에서 운영된다면, 권장되는 정상 환경 하에서 사용되는 경우보다 높은 고장률을 가지게 될 것이며, 환경의 변화가 클수록 그 차이도 더욱 커지게 될 것이다. Kong(1995)은 이러한 사용 환경의 변화에 따른 고장률의 변화를 식 (1)과 같이 가속수명시험(accelerated life test)의 선형 가속 모형으로 표현하였다.

$$t_n = k \cdot t_e \tag{1}$$

식 (1)에서 k 는 사용 환경의 변화정도를 표현하는 가속계수(acceleration factor)로써, 변화된 환경 하에서 사용되는 시스템의 상태는 정상 환경 하에서 운영되는 경우보다 k 배 만큼 사용된 상태와 같다는 것을 의미한다. 따라서 가혹환경(severe environment)은 $k > 1$ 인 경우로 볼 수 있으며, 이때 k 는 환경의 가혹정도를 의미한다. 식 (1)을 정상 환경 하에서의 수명(t_n)과 가혹 환경 하에서의 수명(t_s)으로 바꾸어 다시 표현하면 식 (2)와 같이 표현될 수 있으며, 그때 정상 환경과 가혹 환경간의 고장밀도함수, 고장분포함수, 고장률 함수사이의 관계는 다음과

같다(Kong, 1995).

$$t_n = k \cdot t_s \tag{2}$$

$$f_s(t) = k \cdot f_n(k \cdot t) \tag{3}$$

$$F_s(t) = F_n(k \cdot t) \tag{4}$$

$$\lambda_s(t) = k \cdot \lambda_n(k \cdot t) \tag{5}$$

일반적으로 고장률 함수는 비감소함수이고, $k > 1$ 이므로 식 (5)를 통해 가혹 환경 하에서의 고장률 함수 $\lambda_s(t)$ 가 정상 환경 하에서의 고장률 함수 $\lambda_n(t)$ 보다 항상 큼을 알 수 있고, 이는 가혹 환경 하에서의 시스템 고장률이 정상 환경 하에서의 고장률보다 더 크다는 직관적인 사실에도 부응한다.

2.3 외부환경보수의 고장률 모형

시스템 또는 부품을 직접 보수하는 예방 보수의 경우 보수 정도에 따라 시스템의 상태를 최대 새 것과 같은 정도로 좋아지게 하는 것도 가능하다. 그러나 외부환경보수는 시스템이 운영되는 환경을 보수하기 때문에 보수 수준을 극대화한다 하더라도 시스템의 상태를 일반 환경, 즉 정상 환경에서 사용된 경우의 상태보다 더 좋아지게 하는 것은 불가능하다. 즉 외부환경보수는 시스템의 고장률을 감소시켜 수명을 연장시킬 수는 있지만, 정상 환경 하에서 사용되는 경우보다 좋아지게 하는 것은 불가능하며, 정상 환경에서 사용된 상태로 되돌리는 정도의 보수효과를 가질 뿐이다. 따라서 외부환경보수 효과에 의해 고장률이 감소된다 하여도 정상 환경에서 사용된 경우의 고장률보다 낮아지게 할 수는 없다.

결국 외부환경보수에 의한 개선 효과를 고려할 때, 정상 환경 하에서의 고장률은 개선의 한계로써 함께 고려하는 것이 더 합리적이다. 또한 기업들은 출시 이전에는 신뢰성 테스트를 통해, 출시 후에는 수집된 고장 자료를 통해 정상 환경 하에서의 고장률에 대한 정보를 알고 있는 경우가 대부분이기 때문에 가혹환경 하에서 사용되는 시스템의 외부환경보수 효과를 고려할 때 정상 환경에서의 고장률을 함께 고려하는 것은 어려운 일이 아닐 것이다.

가혹환경 하에서 사용되는 시스템의 외부환경보수 효과를

모형화 하기 위해 정상 환경 하에서의 고장률을 함께 고려할 경우에도, 예방보수의 경우와 같이 고장률 감소효과와 사용시간 감소효과로 나누어 모형화가 가능하다.

외부환경보수 효과가 가혹 환경 하에서의 고장률과 정상 환경 하에서의 고장률의 차이에 비례한다고 가정할 경우, 외부환경보수에 의한 고장률 개선비율은 예방보수의 경우처럼 보수시점 T 의 고장률 $\lambda_s(T)$ 에 대한 비율이 아니라 <Figure 2>의 왼쪽과 같이 가혹 환경 하에서의 고장률 $\lambda_s(T)$ 과 정상 환경 하에서 같은 시간 T 를 사용했을 경우의 고장률인 $\lambda_n(T)$ 과의 차이인 $\lambda_s(T) - \lambda_n(T)$ 에 대한 개선비율로 표현되는 고장률 감소효과, 외부환경보수 효과가 가혹 환경 하에서의 사용시간과 정상 환경 하에서의 사용시간 차이에 비례한다고 가정할 경우, 외부환경보수에 의한 고장률 개선비율은 보수시점인 T 에 대한 비율이 아니라 <Figure 2>의 오른쪽과 같이 보수시점까지의 시스템 사용시간 T 와 정상 환경에서 같은 시간 T 를 사용했을 경우에 가혹 환경 하에서의 사용시간으로 식 (2)에 의해 환산된 사용시간인 $\frac{1}{k} \cdot T$ 과의 차이인 $T - \frac{1}{k} \cdot T$ 에 대한 개선비율로 표현하는 사용시간 감소효과로 표현이 가능하다. 제 3장에서 각각의 모형을 자세히 소개하도록 하겠다.

3. 모형적용

본 장에서 사용되는 기호는 다음과 같다.

t_i : i 번째 외부환경보수 시점, 단 $t_0 = 0$

$\lambda^i(t)$: (가혹환경 하에서) i 번째 외부환경보수를 수행한 후의 고장률 함수

$T^i(t)$: (가혹환경 하에서의) i 번째 외부환경보수를 수행한 후의 시스템 사용시간 함수

$\lambda_n(t)$: (보수작업이 없는 경우) 정상 환경 하에서의 고장률 함수

$\lambda_s(t)$: (보수작업이 없는 경우) 가혹 환경 하에서의 고장률 함수 ($= \lambda^0(t)$)

ρ : 외부환경보수에 의한 고장률 개선비율(improvement factor), $0 \leq \rho \leq 1$

k : 환경의 가혹도 ($= \frac{\text{정상환경에서의 수명}}{\text{가혹환경에서의 수명}}$)

3.1 외부환경보수의 고장률 감소 모형

고장률 감소 모형은 외부환경보수 효과를 보수시점에서의 고장률과 정상 환경 하에서의 같은 시간 사용되었을 경우의 고장률과의 차이에 비례한 감소량으로 표현하는 모형이다. 다시 말하면, 시스템이 가혹 환경 하에서 사용되면 정상 환경에서 사용된 경우보다 높은 고장률을 가지게 되고 그 초과분은 $\lambda_s(t) - \lambda_n(t)$ 이 된다. 따라서 외부환경보수를 가혹 환경에서 사용됨으로 인해 초과된 고장률을 정상 환경에서 사용되었을 경우의 고장률로 되돌리는 효과로 해석하는 모형이 고장률 감소모형이다. 이때의 고장률 감소수준은 시스템 또는 운영되는 가혹환경의 특성에 따라 달라질 것이며, 그 수준을 개선지수 (ρ)로 표현하게 된다. 따라서 시간 t_1 에서 외부환경보수를 수행한다면 고장률 감소량은 <Figure 3>에서와 같이 외부환경보수시점에서 가혹환경에서의 고장률 $\lambda_s(t_1)$ 과 정상 환경에서 사용되었을 경우의 고장률 $\lambda_n(t_1)$ 의 차이에 비례하여 감소될 것이며, 이때의 감소수준은 개선비율(ρ)에 의해 결정이 된다. 즉 개선비율 ρ 가 클수록 정상 환경에서 사용된 경우에 가깝게 회귀함을 의미하며, $\rho = 1$ 이면, 외부환경보수에 의해 시스템의 고장률은 정상 환경 하에서의 사용되었을 경우의 수준으로까지 감소함을 의미한다. 만약 가혹 환경 하에서 외부환경보수가 t_1 시점에서 한번 수행되었다면 고장률은 식 (6)과 같이 표현될 것이다.

$$\lambda^1(t) = \lambda_s(t) - \rho(\lambda_s(t_1) - \lambda_n(t_1)), \quad 0 \leq \rho \leq 1 \quad (6)$$

같은 방법으로 외부환경보수가 t_1 과 t_2 에서 각각 수행되었을 경우의 고장률을 정의하면

$$\begin{aligned} \lambda^2(t) &= \lambda^1(t) - \rho(\lambda^1(t_2) - \lambda_n(t_2)) \\ &= \lambda_s(t) - \rho\{\lambda_s(t_1) - \lambda_n(t_1)\} \\ &\quad - \rho[\lambda_s(t_2) - \rho\{\lambda_s(t_1) - \lambda_n(t_1)\} - \lambda_n(t_2)] \end{aligned} \quad (7)$$

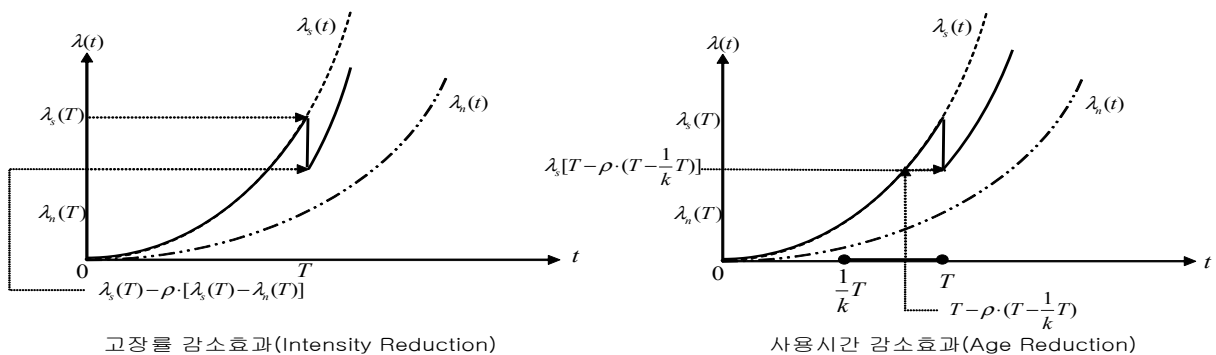


Figure 2. The concept of intensity reduction and age reduction in EEM

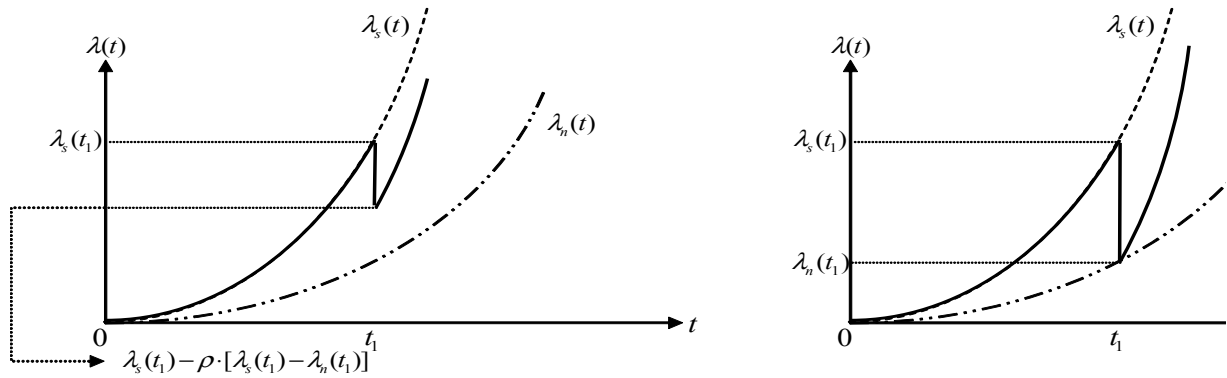


Figure 3. The intensity reduction model represented by the improvement factor

$$= \lambda_s(t) - \rho \left[(1 - \rho) \{ \lambda_s(t_1) - \lambda_n(t_1) \} - \{ \lambda_s(t_2) - \lambda_n(t_2) \} \right]$$

과 같이 표현할 수 있으며, 결국 외부환경보수가 t_1, t_2, \dots, t_i 에서 수행된 경우에 대하여 같은 방법으로 전개하면 식 (8)과 같이 일반화된 고장률 함수를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \lambda^i(t) &= \lambda^{i-1}(t) - \rho(\lambda^{i-1}(t_i) - \lambda_n(t_i)) \\ &\vdots \\ &= \lambda_s(t) - \rho \sum_{j=0}^{i-1} \{ (1 - \rho)^j (\lambda_s(t_{i-j}) - \lambda_n(t_{i-j})) \} \end{aligned} \quad (8)$$

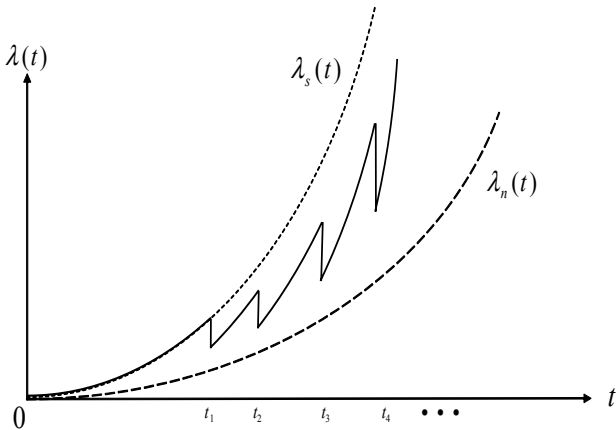


Figure 4. The failure rate function represented by intensity reduction model

따라서 외부환경보수가 연속적으로 수행되는 상황에서의 고장률 함수의 변화는 아래의 <Figure 4>의 실선과 같은 형태를 보인다.

3.2 외부환경보수의 사용시간 감소 모형

사용시간 감소 모형은 외부환경보수 효과를 보수시점에서

의 시스템 사용시간과 이에 대응하는 정상 환경 하에서의 사용시간의 차이에 비례한 감소량으로 표현하는 모형이다. 다시 말하면, 가혹 환경 하에서 사용되는 시스템은 정상 환경 하에서 사용되는 경우보다 훨씬 빨리 열화(worn-out)가 진행된다. 따라서 가혹환경 하에서 사용되는 시스템의 상태는 정상 환경 하에서 사용되는 경우에 비해 훨씬 더 많이 사용된 상태가 된다. 결국 외부환경보수를 가혹 환경 하에서 사용됨으로 인해 더 열화된 상태를 정상 환경에서 사용되었을 경우의 열화 정도로 회귀시키는 효과로 해석하는 모형이 사용시간 감소모형이다. 따라서 외부환경보수에 의한 시스템의 개선정도는 시스템의 사용시간 t_1 와 정상 환경에서의 같은 시간 t_1 를 가혹 환경 하에서의 사용시간으로 환산된 사용시간의 차이, 즉 $t_1 - \frac{1}{k} \cdot t_1$ 에 비례하여 개선될 것이며, 제 3.1절의 고장률 감소모형과 마찬가지로 개선의 수준을 개선비율(ρ)로 표현하게 된다. 개선비율의 의미 역시 고장률 감소모형과 마찬가지로 개선비율 ρ 가 클수록 정상 환경에서 사용된 경우에 가깝게 회귀함을 의미하며, $\rho = 1$ 이면, 외부환경보수에 의해 시스템의 상태는 정상 환경 하에서 사용되었을 경우의 시스템의 열화 상태로까지 감소함을 의미한다. 결국 시간 t_1 에서 외부환경보수를 수행한다면, 고장률 감소량은 <Figure 5>에서와 같이 결정되며, 만약 시스템이 운영되는 환경의 가혹도가 k 로 결정되어 가혹환경 하에서의 사용시간과 정상 환경 하에서의 사용시간의 관계가 식 (2)과 같이 표현이 된다면, 외부환경보수가 t_1 시점에서 한번 수행되었을 경우 시스템의 사용시간은 식 (10)과 같이 변환될 수 있다.

$$T^1(t) = t - \rho \left(t_1 - \frac{1}{k} t_1 \right) = t - \rho \frac{(k-1)}{k} t_1 \quad (10)$$

만약, 외부환경보수가 t_1 과 t_2 에서 각각 수행되었다면, 이때의 사용시간은

$$T^2(t) = t - \rho \left(t_1 - \frac{1}{k} t_1 \right) - \rho \left\{ t_2 - \rho \left(t_1 - \frac{1}{k} t_1 \right) - \frac{1}{k} t_2 \right\}$$

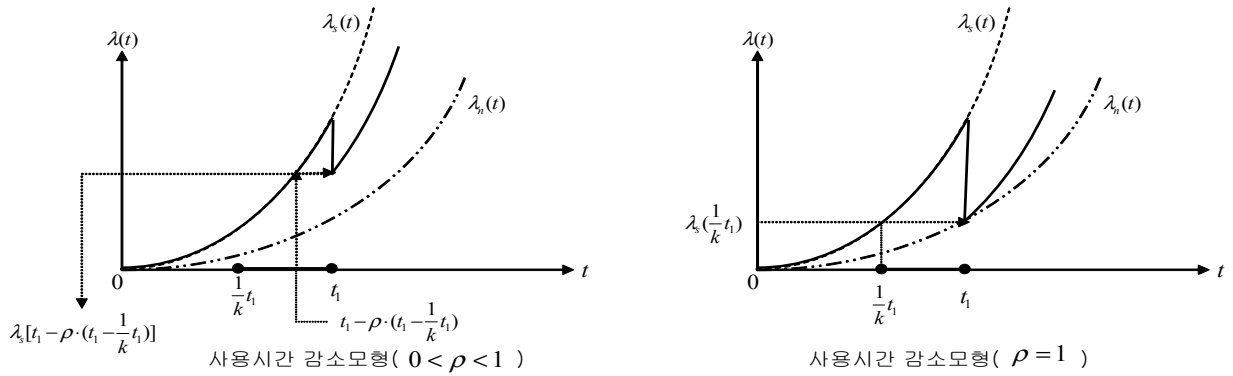


Figure 5. The age reduction model represented by the improvement factor

$$= t - \rho \frac{(k-1)}{k} \cdot \{(1-\rho)t_1 + t_2\} \quad (11)$$

이며, 외부환경보수가 t_1, t_2, \dots, t_i 에서 수행된 경우에 대하여 같은 방법으로 전개하면 식 (12)와 같이 사용시간을 구할 수 있다.

$$T^i(t) = t - \rho \frac{(k-1)}{k} \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j t_{i-j} \quad (12)$$

따라서 외부환경보수가 t_1, t_2, \dots, t_i 에서 수행된 경우에 대하여 일반화된 고장률 함수는 식 (13)과 같이 표현할 수 있으며,

$$\lambda^i(t) = \lambda_s(T^i(t)) = \lambda_s \left\{ t - \rho \frac{(k-1)}{k} \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j t_{i-j} \right\}, 0 \leq \rho \leq 1 \quad (13)$$

시스템이 운영되는 환경의 가속도가 k 로 결정되어 가속환경 하에서의 고장률이 식 (5)처럼 정의된다면, 식 (13)은 식 (14)의 형태로 표현 될 수 있다.

$$\lambda^i(t) = \lambda_s(T^i(t)) \quad (14)$$

$$= k \cdot \lambda_n(k \cdot T^i(t))$$

$$= k \cdot \lambda_n \left\{ k \cdot t - \rho(k-1) \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j t_{i-j} \right\}, 0 \leq \rho \leq 1$$

결국, 사용시간 감소 모형 역시 고장률 감소 모형과 마찬가지로, 가속환경 하에서 사용되는 시스템의 고장률을 기준에 알고 있는 정상 환경 하에서의 고장률 함수로 표현이 가능해지며, 고장률 함수의 변화는 <Figure 6>의 실선과 같은 형태를 보인다.

4. 모형의 적합성 확인

본 장에서는 앞에서 제시한 외부환경보수의 고장률 모형의 적합성을 확인하기 위하여 시뮬레이션을 통하여 시스템의 수명 자료를 생성하고, 생성된 수명자료를 사용하여 외부환경보수에 대한 고장률 모형의 모수들을 추정한 후, 추정된 모형의 적합도 검정(goodness of fit)을 실시하였다.

4.1 수명자료의 생성

시뮬레이션은 정상 환경에서의 시스템의 수명이 척도모수(scale parameter)가 β 이고 형상모수(shape parameter)가 α 인 와이블(Weibull) 분포를 따르는 시스템이 환경의 가속도가 k 인 상황에서 운영되는 것을 가정하였다. 이때 정상환경 하에서의 고장률 함수와 가속환경 하에서의 고장률 함수는 각각 다음과 같다.

$$\lambda_n(t) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} t^{\alpha-1}, t > 0 \quad (15)$$

$$\lambda_s(t) = k \cdot \lambda_n(k \cdot t) = k \frac{\alpha}{\beta^\alpha} (k \cdot t)^{\alpha-1} \quad (16)$$

$$= \frac{\alpha}{(\beta/k)^\alpha} t^{\alpha-1}, t > 0$$

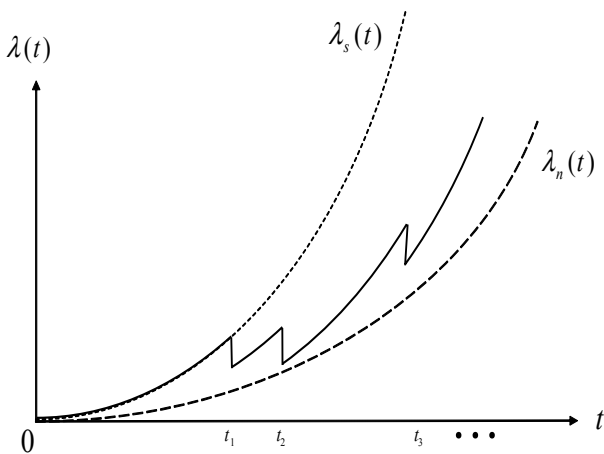


Figure 6. The failure rate function represented by age reduction model

$\alpha = 2.5, \beta = 100, k = 3$ 인 상황 하에서 매 30시간 마다 외부 환경보수를 수행함으로써 척도모수가 10% 증가하는 상황을 가정하여 채택-거절법(acceptance-rejection method)을 사용하여 수명자료를 생성하였으며, 그 결과 1000개의 수명자료가 생성되었다.

4.2 모수추정

생성된 고장자료를 사용하여 최대우도법(Maximum Likelihood Estimation)으로 외부환경보수에 대한 고장률 모형의 모수를 추정하였다. 고장률 감소모형과 사용시간 감소모형의 고장률함수는 각각 식 (9)와 식 (14)와 같으며, 이에 해당되는 고장시간의 확률밀도함수는 다음의 식 (17)을 사용하여 구할 수 있다.

$$f^i(t) = \lambda^i(t) \cdot \exp\left\{-\sum_{j=0}^{i-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \lambda^j(t) dt - \int_{t_i}^t \lambda^i(t) dt\right\} \quad (17)$$

만약, $\{t_1, t_2, \dots, t_m\} \in T$ 의 외부환경보수시점과 $\{x_1, x_2, \dots, x_m\} \in X$ 의 수명자료가 존재한다면, 우도함수는 다음과 같이 표현되며,

$$L(\alpha, \beta, \rho | X) = \prod_{k=0}^{m-1} \left(\prod_{t_k < x_i \leq t_{k+1}} f^k(x_i | \alpha, \beta, \rho) \right) \times \prod_{t_m < x_i} f^m(x_i | \alpha, \beta, \rho) \quad (18)$$

식 (18)의 양변에 자연로그를 취해주면 다음과 같은 로그우도함수를 얻게 된다.

$$\ln L(\alpha, \beta, \rho | X) = \sum_{k=0}^{m-1} \left(\sum_{t_k < x_i \leq t_{k+1}} \ln f^k(x_i | \alpha, \beta, \rho) \right) + \sum_{t_m < x_i} \ln f^m(x_i | \alpha, \beta, \rho) \quad (19)$$

로그우도함수를 최대화하는 최대우도추정량을 구하기 위하여 뉴턴-랩슨 알고리즘(Newton-Raphson algorithm)을 사용한 수치해석을 실시하였으며, 모수 α, β, ρ 에 대한 식 (19)의 그래디언트(gradient)는 <Appendix A>에서 제공하였다.

본 연구에서 시뮬레이션을 통하여 생성한 수명자료는 $\{t_1 = 30, t_2 = 60\} \in T, \{x_1, x_2, \dots, x_{1000}\} \in X$ 인 경우이므로 로그우도함수는 다음과 같다.

$$\ln L(\alpha, \beta, \rho | X) = \sum_{0 < x_i \leq 30} \ln f(x_i | \alpha, \beta, \rho) + \sum_{30 < x_i \leq 60} \ln f^1(x_i | \alpha, \beta, \rho) + \sum_{60 < x_i} \ln f^2(x_i | \alpha, \beta, \rho) \quad (20)$$

위의 로그우도함수에 고장률 감소 모형과 사용시간 감소 모형을 각각 적용하여 추정된 모수의 결과는 <Table 1>과 같다.

Table 1. The results of parameter estimation

고장률 모형	형상모수(α)	척도모수(β)	개선지수(ρ)
고장률 감소모형	2.561	98.49	0.45
사용시간 감소모형	2.614	97.82	0.411

4.3 적합도 검정

시뮬레이션에 의해 관측된 고장자료와 제 4.2절에서 추정된 모수를 적용하여 계산된 기대고장횟수는 다음의 <Table 2>과 같다. <Table 2>의 결과에 대하여 유의수준 5%로 두 개의 모형에 대하여 각각 적합도 검정을 실시하면,

Table 2. Observed frequency and expected frequency of each model

구 간	관측치 (O_i)	기대치(E_i)	
		고장률 감소 모형	사용시간 감소 모형
$t \leq 10$	46	47.871	45.834
$10 < t \leq 20$	215	203.477	203.826
$20 < t \leq 30$	283	282.218	289.730
$30 < t \leq 40$	223	205.250	213.609
$40 < t \leq 50$	148	160.450	158.721
$50 < t \leq 60$	65	75.600	68.741
$60 < t \leq 70$	18	21.299	17.034
$70 < t \leq 80$	2	3.835	2.505
계	1000	1000	1000

(1) 고장률 감소모형

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^8 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(46 - 47.871)^2}{47.871} + \dots + \frac{(2 - 3.835)^2}{3.835} = 6.104$$

$\chi_0^2 = 6.104 < \chi_{0.05, 4}^2 = 9.49$ 이므로, 유의수준 5%에서 추정된 고장률 감소모형은 데이터를 반영하고 있다고 할 수 있다.

(2) 고장률 감소모형

$$\chi_0^2 = \sum_{i=1}^8 \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(46 - 45.834)^2}{45.834} + \dots + \frac{(2 - 2.505)^2}{2.505} = 2.266$$

$\chi_0^2 = 2.266 < \chi_{0.05, 4}^2 = 9.49$ 이므로, 추정된 고장률 감소모형은 유의수준 5%에서 데이터를 반영하고 있다고 할 수 있다.

5. 결론 및 추후 연구과제

본 연구에서는 가혹 환경 하에서 운영되는 시스템을 대상으로 외부환경보수의 차별적 특성을 고려한 외부환경보수의 고장률 모형을 제시하였다. 제안된 모형은 외부환경보수를 실시할 경우 그 보수 효과의 특성에 따라 고장률 감소모형과 사용시간 감소모형으로 구분하여 전개하였다.

제안된 모형은 환경의 가혹도로인하여 시스템의 고장률이 정상 환경의 경우보다 더 커지거나, 수명이 짧아지는 경우에 대하여 외부환경보수에 의해 늘어난 고장률 또는 짧아진 수명을 정상 환경에서 사용되는 수준으로 일정비율 회복한다고 가정하였으며, 환경의 가혹도는 해당 환경에 의한 시스템 수명의 가속도로 표현하여 전개하였으며, 시뮬레이션을 사용하여 제안된 모형의 적합도를 확인해본 결과, 제안된 두 모형 모두 95% 유의수준에서 고장자료의 내용을 반영하고 있다고 판단되었다. 따라서 본 연구에서 제안된 모형은 시스템이 운영되는 환경을 조절함으로써 시스템의 수명을 늘이거나 가용도는 높여주는 작업이 수행되는 상황에 적용이 가능할 것이라 판단된다.

외부환경보수는 최근에 새롭게 소개된 개념이기 때문에 관련 연구가 거의 없다. 그러나 그 특징이 예방보수와 유사한 점이 많이 존재하며, 따라서 기존의 예방보수와 관련된 연구의 개념을 기반으로 외부환경보수의 특징을 고려한 추후연구들이 가능할 것이다. 또한 본 연구에서 제안한 고장률 감소 모형과 사용시간 감소 모형이 각각 더 적절히 적용되는 시스템적 환경적 특징을 규명하는 것도 본 연구의 실용성을 높이는 데 있어서 가치가 있을 것이라 판단된다.

참고문헌

- Cohen, A. C. (1991), Truncated and censored samples : theory and applications, Marcel Dekker, New York.
- Iskandar, B. P. and Blischke, W. R. (2003), Reliability and warranty analysis of a motorcycle based on claims data, Case Studies in Reliability and Maintenance, New Jersey, John Wiley and Sons, Inc., 623-656.
- Majeske, K. D. (2003), A mixture model for automobile warranty data, *Reliability Engineering and System Safety*, **81**(1), 71-77.
- Meeker, W. Q. and Escobar, L. A. (1998), Statistical methods for reliability data, John Wiley and Sons, New York.
- Nelson, W. (1990), Hazard plotting of left truncated life data, *Journal of Quality Technology*, **22**(3), 230-232.
- Oh, Y. S. and Bai, D. S. (2001), Field data analyses with additional after warranty failure data, *Reliability Engineering and System Safety*, **72**(1), 1-8.

Pal, S. and Murthy, G. S. R. (2003), An application of Gumbel's bivariate exponential distribution in estimation of warranty cost of motor cycle, *The International Journal of Quality and Reliability Management*, **20**(4), 488-502.

Rai, B. and Singh N. (2003), Hazard rate estimation from incomplete and unclean warranty data, *Reliability Engineering and System Safety*, **81**(1), 79-92.

Rai, B. and Singh, N. (2004), Modeling and analysis of automobile warranty data in presence of bias due to customer-rush near warranty expiration, *Reliability Engineering and System Safety*, **86**(1), 83-94.

<Appendix A>

모수 α, β, ρ 에 대한 식 (19)의 그레디언트(gradient)는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L(\alpha, \beta, \rho | X)}{\partial \alpha} &= \sum_{k=0}^{m-1} \left(\sum_{t_k < x_i \leq t_{k+1}} \frac{\partial \ln f^k(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \alpha} \right) \\ &+ \sum_{t_m < x_i} \frac{\partial \ln f^m(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \ln L(\alpha, \beta, \rho | X)}{\partial \beta} &= \sum_{k=0}^{m-1} \left(\sum_{t_k < x_i \leq t_{k+1}} \frac{\partial \ln f^k(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \beta} \right) \\ &+ \sum_{t_m < x_i} \frac{\partial \ln f^m(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \beta} \\ \frac{\partial \ln L(\alpha, \beta, \rho | X)}{\partial \rho} &= \sum_{k=0}^{m-1} \left(\sum_{t_k < x_i \leq t_{k+1}} \frac{\partial \ln f^k(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \rho} \right) \\ &+ \sum_{t_m < x_i} \frac{\partial \ln f^m(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \rho} \end{aligned}$$

위의 식들은 $\ln f^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)$ 의 각 모수들에 대한 편미분인 $\frac{\partial \ln f^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \alpha}$, $\frac{\partial \ln f^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \beta}$, $\frac{\partial \ln f^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \rho}$ 를 구함으로써 계산이 가능하며 식 (17)에 의하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \ln f^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \alpha} \\ &= \frac{\partial \left(\ln \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i) - \sum_{j=0}^{i-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i) dx_i \right.}{\partial \alpha} \\ &\quad \left. - \int_{t_i}^t \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i) dx_i \right) \\ &= \frac{\partial \ln \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \alpha} - \sum_{j=0}^{i-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \alpha} dx_i \\ &\quad - \int_{t_i}^t \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \alpha} dx_i \\ &= \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i) / \partial \alpha}{\lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)} - \sum_{j=0}^{i-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \alpha} dx_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \int_{t_j}^t \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \alpha} dx_i \\
\frac{\partial \ln f^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \beta} &= \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i) / \partial \beta}{\lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)} - \sum_{j=0}^{i-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \beta} dx_i \\
& - \int_{t_j}^t \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \beta} dx_i \\
\frac{\partial \ln f^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \rho} &= \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i) / \partial \rho}{\lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)} - \sum_{j=0}^{i-1} \int_{t_j}^{t_{j+1}} \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \rho} dx_i \\
& - \int_{t_j}^t \frac{\partial \lambda^i(\alpha, \beta, \rho | x_i)}{\partial \rho} dx_i
\end{aligned}$$

따라서 모수 α, β, ρ 에 대한 식 (19)의 그레디언트(gradient)는 $\lambda^i(t)$ 의 α, β, ρ 각각에 대한 편미분 $\frac{\partial \lambda^i(t)}{\partial \alpha}, \frac{\partial \lambda^i(t)}{\partial \beta}, \frac{\partial \lambda^i(t)}{\partial \rho}$ 를 구하여 계산이 가능하다.

고장률 감소 모형과 사용시간 감소 모형 각각에서의 고장률 함수 $\lambda^i(t)$ 에 대한 α, β, ρ 의 편미분은 다음과 같다.

1. 고장률 감소 모형

$$\begin{aligned}
\lambda^i(t) &= k \cdot \lambda_n(k \cdot t) \\
& - \rho \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j (k \cdot \lambda_n(k \cdot t_{i-j}) - \lambda_n(t_{i-j}))
\end{aligned}$$

이므로,

$$\frac{\partial \lambda^i(t)}{\partial \alpha} = k \cdot \frac{\partial \lambda_n(k \cdot t)}{\partial \alpha}$$

$$\begin{aligned}
& - \rho \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j \left(k \cdot \frac{\partial \lambda_n(k \cdot t_{i-j})}{\partial \alpha} - \frac{\partial \lambda_n(k \cdot t_{i-j})}{\partial \alpha} \right) \\
\frac{\partial \lambda^i(t)}{\partial \beta} &= k \cdot \frac{\partial \lambda_n(k \cdot t)}{\partial \beta} \\
& - \rho \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j \left(k \cdot \frac{\partial \lambda_n(k \cdot t_{i-j})}{\partial \beta} - \frac{\partial \lambda_n(k \cdot t_{i-j})}{\partial \beta} \right) \\
\frac{\partial \lambda^i(t)}{\partial \rho} &= \rho \sum_{j=0}^{i-1} j \cdot (1-\rho)^{j-1} (k \cdot \lambda_n(k \cdot t_{i-j}) - \lambda_n(t_{i-j})) \\
& - \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j (k \cdot \lambda_n(k \cdot t_{i-j}) - \lambda_n(t_{i-j}))
\end{aligned}$$

2. 사용시간 감소 모형

$$\lambda^i(t) = k \cdot \lambda_n \left\{ k \cdot t - \rho(k-1) \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j t_{i-j} \right\}$$

이므로,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \lambda^i(t)}{\partial \alpha} &= k \cdot \frac{\partial \lambda_n \left\{ k \cdot t - \rho(k-1) \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j t_{i-j} \right\}}{\partial \alpha} \\
\frac{\partial \lambda^i(t)}{\partial \beta} &= k \cdot \frac{\partial \lambda_n \left\{ k \cdot t - \rho(k-1) \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j t_{i-j} \right\}}{\partial \beta} \\
\frac{\partial \lambda^i(t)}{\partial \rho} &= k \cdot \lambda_n \left\{ k \cdot t - \rho(k-1) \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j t_{i-j} \right\} \\
& \times \left\{ \rho(k-1) \sum_{j=0}^{i-1} j \cdot (1-\rho)^{j-1} t_{i-j} - (k-1) \sum_{j=0}^{i-1} (1-\rho)^j t_{i-j} \right\}
\end{aligned}$$

where,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \lambda_n(t)}{\partial \alpha} &= \frac{1}{\beta} \left(\frac{t}{\beta} \right)^{\alpha-1} + \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{t}{\beta} \right)^{\alpha-1} \cdot \ln \left(\frac{t}{\beta} \right) \\
\frac{\partial \lambda_n(t)}{\partial \beta} &= - \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2 \left(\frac{t}{\beta} \right)^{\alpha-1}
\end{aligned}$$