

# 세관 양광주 방전에서 플라즈마 확산의 완전 해

김동준 · 정종문 · 김정현 · 황하청 · 정재윤 · 조윤희 · 임현교 · 구제환 · 최은하 · 조광섭\*

광운대학교 전자물리학과, 서울 139-701

(2009년 11월 18일 받음, 2009년 12월 25일 수정, 2009년 12월 28일 확정)

관경이 수 mm인 세관 램프 내부에서 플라즈마의 확산을 조사하기 위하여 이극성(ambipolar) 확산방정식을 해하였다. 반경 방향의 확산에 의한 유리관 벽에서의 플라즈마 소멸 특성시간은  $\tau_r = (r_o/2.4)^2/D_o$ 로 주어진다. 반경  $r_o \sim 1$  mm이고 이극성 확산계수  $D_o \sim 0.01$  m<sup>2</sup>/s 이면,  $\tau_r \sim 17$   $\mu$ s이다. 이는 램프의 교류전원 구동에서 플라즈마를 유지하기 위한 구동 최소 주파수  $\sim 30$  kHz에 해당한다. 고전압이 인가되는 전극부에 발생한 고밀도의 플라즈마가 양광주로 확산되는 특성시간은  $\tau_z \sim 0.1$  s이다. 고밀도 플라즈마 경계에서의 시간에 대한 확산속도는  $t \sim 10^{-6}$  s일 때  $u_D \sim 10^2$  m/s이고,  $t \sim 10^{-3}$  s이면 그 속도는  $u_D \sim 1$  m/s로 느려진다. 따라서 램프 길이  $\sim 1$  m에 대하여 전극부에서 생성된 고밀도 플라즈마가 양광주 전체로 확산되는 시간은 수 초가 걸린다.

주제어 : 플라즈마, 방전, 확산, 양광주, 냉음극 형광램프, 외부전극 형광램프

## I. 서 론

기체방전에 의한 플라즈마를 이용한 냉음극 형광램프(Cold Cathode Fluorescent Lamp; CCFL)와 외부전극 형광램프(External Electrode Fluorescent Lamp; EEFL)는 액정 디스플레이(Liquid Crystal Display; LCD)의 백라이트 광원으로 사용되고 있다. 이러한 CCFL과 EEFL의 관경은 수 mm이며, 길이는 1~2 m에 이르고 있다. 램프 내부에 주입되는 기체는 불활성 혼합 기체(대개 Ne 95%와 Ar 5%)의 압력은 수 십 Torr와 미량의 수은을 액상으로 주입된다. 압력이 수십 Torr보다 매우 낮거나 높은 경우는 높은 전압을 인가하여도 방전이 어렵다. 유리관 양단에 형성된 전극에는 수십 kHz의 교류 전원이 인가되며, 전압은  $\sim 1$  kV이고 램프에 흐르는 전류는  $\sim 10$  mA이다 [1-4].

이러한 길이  $\sim 1$  m인 세관 램프 방전에서의 플라즈마 형성 과정은 전극 간격이  $\sim 1$  cm인 평행 평판에서의 플라즈마 형성 과정과 다르다. 평행 평판에서는 음극 강하부에 비하여 양광주의 영역이 상대적으로 작다. 그러나 세관의 경우, 음극 부에서 강한 전기장이 형성되고 대부분을 차지하는 양광주의 전기장의 세기는 매우 작다 [5-7]. 따라서 고전압이 인가되는 전극 부분의 강한 전기장에 의하여 플라즈마가 발생하고 확산에 의하여 양광주에 플라즈마가 형성된다. 즉, 강한 전기장에 의한 플라즈마 발생 영역은 전극 길이의 크기인  $\sim 2$  cm가

된다. 이러한 플라즈마가 세관의 길이 방향을 따라서 접지부분으로 확산된다. 동시에 세관의 반경 방향으로도 플라즈마가 확산된다. 전극부에서 생성된 플라즈마가 확산으로 약 1 m의 긴 램프 전체로 플라즈마가 형성되는 과정과 반경 방향으로의 플라즈마 확산을 이해하는 것이 이 논문의 목적이다.

세관 램프 플라즈마의 확산과정은 세관 형광램프의 발광 구조와 밀접한 관련이 있을 것이다. 최근에 참고문헌 [6,7] 등에서 형광램프 발광 구조를 밝히고자 하였다. 참고문헌 [6]에서는 세관 형광램프의 발광이 전자의 표류(drift)와 관련된다고 기술하고 있다. 참고문헌 [7]에서는 형광램프의 발광 구조를 양광주에서의 전자 플라즈마의 파동(electron plasma wave)으로 해석하고 있다. 그러나 이들은 실험적으로 측정한 결과들을 완전하게 해석하는 데는 한계를 보이고 있다. 즉, 이들 논문에서 형광램프의 발광은 세관의 긴 양광주가 어떻게 시공간적으로 플라즈마를 형성하는가에 대한 기술이 부족하다. 따라서 양광주에서 플라즈마의 확산의 시공간적인 변화를 구명하는 것이 세관 형광램프의 발광 구조를 이해하는 첫 단계로서 중요한 의미가 있다.

## II. 플라즈마 확산 방정식

플라즈마 확산 과정을 설명하기 위하여, 플라즈마 하전

\* [전자우편] gscho@kw.ac.kr

입자의 운동방정식 및 플라즈마 유체의 연속 방정식을 바탕으로 플라즈마 확산 방정식을 유도한다.

플라즈마의 구성 입자인 이온과 전자의 운동은 다음 식으로 표현한다.

$$m_j n \frac{d\vec{u}_j}{dt} = nq_j \vec{E} - \vec{\nabla} p_j - m_j n u_j \vec{u}_j \quad (1)$$

아래 첨자  $j$ 는 이온의 경우는  $j=i$ , 전자는  $j=e$ 이다. 열평형 상태인  $\vec{\nabla} p_j = k_B T_j \vec{\nabla} n$ 와 플라즈마의 준 중성 상태  $n_e \approx n_i \approx n$ 을 적용하면, 식 (1)의 정상 상태(steady state)인  $d\vec{u}_j/dt \approx 0$ 에서, 각 입자의 flux는

$$\vec{\Gamma}_j = n \vec{u}_j = \pm n \mu_j \vec{E} - D_j \vec{\nabla} n \quad (2)$$

이다. 여기서 이동도(mobility)는  $\mu_j = e/m_j \nu_j$ 이고, 확산 계수(diffusion coefficient)는  $D_j = k_B T_j / m_j \nu_j$ 이다. 위 식에서 부호  $\pm$ 는 각각 이온과 전자에 해당된다.

플라즈마 전류를 고려하면, 전류 밀도  $\vec{J}$ 는

$$\vec{J}/e = \vec{\Gamma}_i - \vec{\Gamma}_e = (D_e - D_i) \vec{\nabla} n + n(\mu_e + \mu_i) \vec{E} \quad (3)$$

이다. 이로부터 전기장은

$$\vec{E} = \frac{\vec{J}}{ne(\mu_e + \mu_i)} - \frac{D_e - D_i}{\mu_e + \mu_i} \frac{\vec{\nabla} n}{n} \quad (4)$$

이다. 위식 오른쪽 첫째 항은 외부 전기장이며 두 번째 항은 분극(polarization) 전기장이다.

정상 상태에서 전자와 이온의 확산은 동일하며, 이극성 확산(ambipolar diffusion) 계수  $D_a = (D_i \mu_e + D_e \mu_i) / (\mu_e + \mu_i)$ 을 사용하여 다음 식을 얻는다,

$$\vec{\Gamma}_e = -D_a \vec{\nabla} n - \frac{\mu_e}{\mu_e + \mu_i} \frac{\vec{J}}{e} \quad (5)$$

$$\vec{\Gamma}_i = -D_a \vec{\nabla} n + \frac{\mu_i}{\mu_e + \mu_i} \frac{\vec{J}}{e} \quad (6)$$

위 결과를 연속 방정식  $\partial n / \partial t + \vec{\nabla} \cdot \vec{\Gamma}_j = 0$ 에 대입하면,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ 과 함께 플라즈마의 확산 방정식은

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D_a \nabla^2 n = 0 \quad (7)$$

이다. 식 (5)와 (6)에서 플라즈마 플럭스는 전기장에 의한 전류 흐름과 플라즈마 밀도의 차이에 의한 확산 두 가지이다. 세관 램프에서 양광주의 전기장은 매우 작다고 가정한다. 따라서 본 연구에서는 밀도 차에 의한 확산을 다루고자 한다. 식 (7)의 해로부터 플라즈마 밀도  $n$ 을 구하고, 확산 플럭스  $\vec{\Gamma}_D = -D_a \vec{\nabla} n$ , 확산속도  $\vec{u}_D = -D_a (\vec{\nabla} n) / n$ 을 계산한다.

### III. 확산 방정식의 완전 해

식 (7)에서 플라즈마 밀도  $n(t, r, z)$ 는 플라즈마 확산 시간  $t$ , 세관의 반경 방향  $r$ , 길이 방향  $z$ 에 대한 해이다. 변수 분리에 의하여  $n(t, r, z) = T(t)R(r)Z(z)$ 이면,  $R$ 에 대한 방정식은  $\nabla_r^2 R + c_r R = 0$ 이다.  $R(r)$ 는  $r=0$ 에서 유한한 값을 갖고,  $R(r=r_o) = 0$ 의 경계조건 적용하여 Bessel 제 1 종 해인  $R(r) = J_o(\sqrt{c_r} r)$ 를 얻는다. 여기서  $\sqrt{c_r} r_o = 2.4$ 이며,  $J_o$ 의 첫 번째 영인  $J_o(2.4) = 0$ 에서 정해진다. 따라서 상수  $c_r = (2.4/r_o)^2$ 이다. 함수  $Z$ 에 대한 방정식은  $\nabla_z^2 Z + c_z Z = 0$ 이다. 이 식의 해는  $Z(z) = A \cos kz + B \sin kz$ 이며,  $c_z = k^2$ 이다. 함수  $T$ 의 방정식은  $\partial T / \partial t = -D_a(c_r + c_z)T$ 이며, 해는  $T(t) = T_o \exp\{-[k^2 + (2.4/r_o)^2]D_a t\}$ 이다.

따라서 자유 경계 조건을 갖는 확산 방정식의 해는  $k$ 에 대한 푸리에(Fourier) 적분으로 다음과 같이 나타낸다.

$$n(t, r, z) = J_o(2.4r/r_o) e^{-(2.4/r_o)^2 D_a t} \int_0^\infty (A \cos kz + B \sin kz) e^{-k^2 D_a t} dk \quad (8)$$

식 (8)에서 A와 B는 초기 조건으로 정해진다. 본 연구에서는 세관의 좌측 전극( $0 < z < l$ )에 고전압이 인가되어 전극 부근에 플라즈마가 발생하고, 식 (8)으로 주어지는 플라즈마 밀도의 시공간적 변화에 따라서 확산되는 과정을 이해하고자 한다. 따라서 전극부근의 강한 전기장에 의하여 발생하는 플라즈마의 영역을  $0 < z < l$ 이라 하고, 그때의 플라즈마 밀도를  $n_o$ 로 한다. 이때의 플라즈마 밀도의 초기 조건  $n(t=0)$ 는 다음과 같은 계단 함수로 가정하여,

$$f(z) = n(t=0, r=0, z) = \begin{cases} n_o; & 0 < z < l \\ 0; & z > l \end{cases} \quad (9)$$

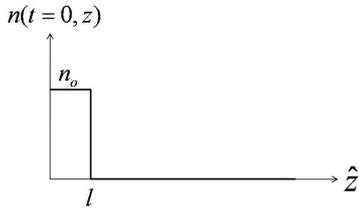


Figure 1. A high density plasma ( $n_0$ ) is generated in the area of electrode ( $0 < z < l$ ) where a high electric field is formulated with a high voltage ( $\pm V$ ). The plasma density is assumed as the step function of Eq. (9).

이다. 식 (9)는 Fig. 1의 전극부 영역  $0 < z < l$ 에 발생된 플라즈마 밀도  $n_0$ 이다. 이러한 플라즈마가 길이 방향으로 확산되어 양광주의 형성과정을 해석하고자 한다.

식 (9)의 초기 플라즈마 밀도 함수  $f(z)$ 에 대한 식 (10)의 해는

$$n(t, r, z) = \frac{n_0 J_0(2.4r/r_0)}{\sqrt{\pi}} e^{-(2.4/r_0)^2 D_a t} \int_{(z-l)/\sqrt{4D_a t}}^{(z+l)/\sqrt{4D_a t}} e^{-x^2} dx \quad (10)$$

이다. 식 (10)의 유도과정은 부록에 별도로 수록하였다. 플라즈마 밀도의 초기조건이 Gaussian 함수인 경우도 부록에 수록하였다. 본 연구에서 초기 플라즈마 밀도를 식 (9)를 택하였으나 부록의 Gaussian 함수를 택하는 경우도 그 결과는 유사하다. 여기에서는 식 (9)의 결과만을 다룬다. 다음의 소절에서는 위 식 (10)에 대한 계산결과를 자세하게 다루어 확산 구조를 이해하고자 한다.

### 1. 반경 방향의 확산

식 (10)에서  $r$ -방향의 확산에 대한 시간적인 변화는  $n(t, r) \sim \exp[-(2.4/r_0)^2 D_a t]$ 이다. 따라서 플라즈마가  $r$ -방향으로 확산되어 소멸되는 특성 시간  $\tau_r$ 은,  $\exp(-t/\tau_r)$ 에서  $\tau_r = (r_0/2.4)^2/D_a$ 이다. 이는 반경  $r_0$ 가 크면 확산으로 플라즈마가 소멸되는 시간이 길다는 것이다. 반면에  $D_a$ 가 크면 확산이 빨라져서 소멸 시간이 짧아진다는 의미이다. 글로우 방전의 양광주에서 일반적으로 전자의 온도는  $k_B T_e \sim 2$  eV이며, 이온의 온도는  $k_B T_i \sim 0.03$  eV이다. 전자와 중성자 원자와의 충돌 단면적은  $\sigma^{tot} \sim 10^{-20}$  m<sup>2</sup>이다. 이온과 중성자 원자의 충돌 단면적은  $\sigma^{in} \sim 10^{-18}$  m<sup>2</sup>이다. 따라

서 충돌 주파수는  $\nu_e = n_n \sigma^{tot} u_e \sim 10^{10}$  s<sup>-1</sup>,  $\nu_i = n_n \sigma^{in} u_i \sim 10^8$  s<sup>-1</sup>이다 [6,7]. 이들로부터  $D_a \sim k_B T_e / M \nu_i \sim 10^{-2}$  m<sup>2</sup>/s를 얻을 수 있다. 여기서  $M$ 은 이온의 질량이다.

세관의 반경  $r_0 \sim 1$  mm이고  $D_a \sim 0.01$  m<sup>2</sup>/s이면,  $\tau_r \sim 1.7 \times 10^{-5}$  s가 된다. 즉, 유리관의 벽을 통하여 플라즈마가 없어지는 시간이 약 17  $\mu$ s이다. 양광주에서 일정한 밀도의 플라즈마를 유지하기 위해서는 전극부분에 고압을 인가하여 플라즈마를 지속적으로 생성하여야 한다. 따라서 교류에 의한 고전압의 인가 주기는 최소한 플라즈마의 확산에 의한 소멸만을 고려한다면, 주기는 약 17  $\mu$ s 이하가 되어야 한다. 주기가 17  $\mu$ s이면 전압의 +와 -의 극성을 고려하면, 전압의 주파수는 30 kHz 이상이 되어야 한다. 실제로 램프의 구동 주파수는 통상 60~90 kHz이다. 즉, 실제로 램프의 구동 주기는 플라즈마의 소멸 주기보다 더 작다.

플라즈마의 발생은 전극에 고압을 인가하여 전극부분에 생성되고, 이렇게 생성된 플라즈마는 길이 방향으로 확산되어 양광주 전체에 일정한 플라즈마 밀도를 갖게 한다. 관경이 1 mm인 양광주 플라즈마는 약 17  $\mu$ s의 시간으로 유리 관벽에서 확산 소멸된다. 이와 같이 플라즈마의 생성과 플라즈마의 길이 방향의 확산, 그리고 반경 방향의 확산에 의한 소멸이 반복되면서 일정한 밀도를 유지한다. 다음 절에는 길이 방향의 확산을 기술한다.

### 2. 길이 방향의 확산

앞에서 언급한 것과 같이 세관 형광램프는 60~90 kHz의 교류로 구동한다. 통상적인 구동방식은 램프 양단의 한쪽은 고전압( $\pm V$ )을 인가하고, 다른 한쪽은 접지한다. 고전압이 인가되는 전극부  $0 < z < l$ 의 유리관 내부에는 강한 전기장에 의하여 고밀도의 플라즈마가 발생한다. 이때의 고밀도 플라즈마를 Fig. 1과 같은 모델을 적용한다. 한편, 양광주 영역의 전기장은 매우 작으며, 전극부에서 발생된 고밀도의 플라즈마가 양광주로 확산된다. 여기서 전극부분에서 생성된 고밀도( $n_0$ )의 플라즈마가  $z$ -방향으로 시간에 따라서 어떻게 확산되는지를 조사한다.

식 (12)에서  $z$ -방향의 확산만을 고려한 플라즈마 밀도는

$$n(t, z) = \frac{n_0}{\sqrt{\pi}} \int_{(z-l)/\sqrt{4D_a t}}^{(z+l)/\sqrt{4D_a t}} e^{-x^2} dx \quad (11)$$

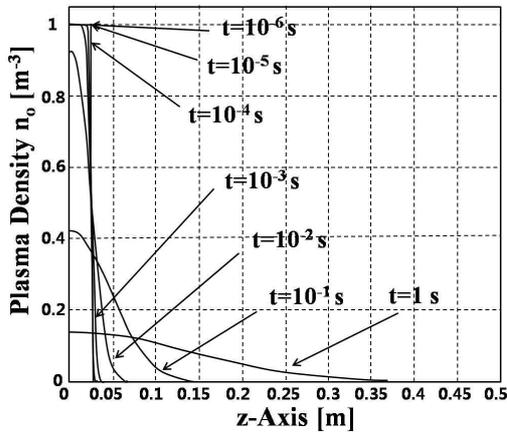


Figure 2. The plasma density  $n(t, z)$  calculated in Eq. (11) with the initial plasma density of Fig. 1. The plasma ( $n_0$ ) in the area of electrode as  $0 < z < l = 2.5$  cm diffuses along the  $z$ -axis. The characteristic diffusion time is about 0.15 s during which the plasma density reduces to be  $n_0 e^{-1}$  at  $z=0$ . The plasma density will not vary in the time of  $t=10^{-6}$  s and  $t=10^{-5}$  s, while the density decreases significantly after  $t=10^{-3}$  s.

이다. 식 (11)을 이용하여 플라즈마 플럭스(plasma flux)은  $\Gamma(t, z) = -D_a \nabla n$  로서 다음과 같다.

$$\Gamma(t, z) = n_0 \sqrt{\frac{D_a}{4\pi t}} \left[ e^{-\frac{(z-l)^2}{4D_a t}} - e^{-\frac{(z+l)^2}{4D_a t}} \right] \quad (12)$$

Fig. 2는 식 (11)으로 의한 플라즈마 밀도의 변화를 나타낸 것이다. 전극부의 길이는 세관램프에서 일반적인 전극의 크기에 해당하는  $l=2.5$  cm를 택하였다. 초기에 전극 영역  $0 < z < l$ 에 발생된 밀도  $n_0$ 의 플라즈마가 시간에 따라  $z$ -방향으로 확산된다. 램프 구동 주기에 해당하는 시간  $t \sim 10 \mu\text{s}$  이하에서는 밀도의 변화가 거의 없다. 전극부의  $z=0$ 에서의 플라즈마 밀도  $n_0$ 의 시간에 대한 변화에서,  $n_0 e^{-1}$ 로 감소되는 특성 시간( $\tau_z$ )은  $\tau_z \sim 0.15$  s이다. 즉,  $z$ -방향의 확산은 특정 시간  $\tau_z \sim 0.15$  s에 대하여 확산에 의한  $z$ -영역은 약 0.1 m이다. 램프 길이 0.5 m의 영역으로 확산되는 데 걸리는 시간은 1 s 이상으로 느리게 진행된다. 이는 램프를 구동하여 1 s 정도의 시간이 지나야 양광주 전체에 플라즈마로 채워진다는 뜻이다. 물론, 1 s 이후에는 고전압 인가에 따라서 램프 내부에 플라즈마가 유지(sustain)되는 형태로 구동된다.

Fig. 3은 식 (12)에 의한 플라즈마 플럭스(plasma flux)

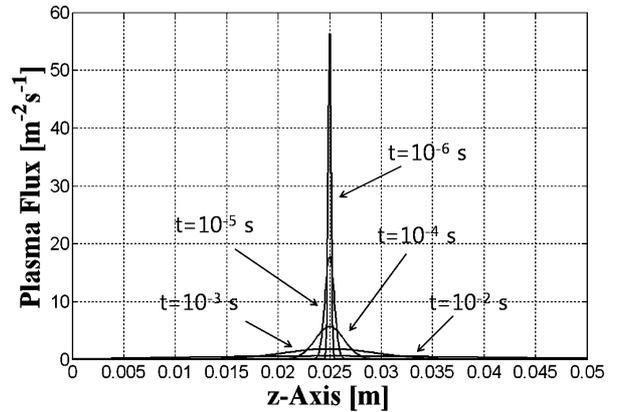


Figure 3. The Plasma flux  $\Gamma(t, z)$  of Eq. (12). Initially, the peak value of plasma flux appears at the plasma boundary of  $l=0.025$  m. As the time  $t > 10^{-2}$  s, the peak shifts along the  $z$ -axis, the shifting velocity is very slowly as about 0.05 m/s.

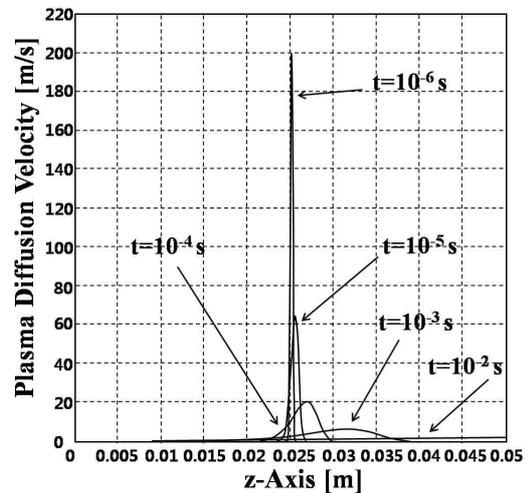


Figure 4. The plasma diffusion velocity  $u_D = \Gamma/n$ . The velocity is about  $10^2$  m/s in the time of  $10^{-6}$  s, and the diffusion velocity is reduced to less than 10 m/s after the time of  $10^{-3}$  s. The peak of diffusion velocity shifts along the  $z$ -axis, and the shifting speed is about 4.5 m/s.

의 변화이다. Fig. 2의 밀도 변화에서 예측되는 바와 같이 전극부와 양광주 경계인  $z=l$ 에서 플럭스의 최고(peak)치를 갖는다. 이러한 최고치의 위치는  $t > 10^{-3}$  s 이후에는  $z$ -축 방향으로 이동한다. 이동하는 속도는 0.05 m/s 이하로서 매우 느리다.

식 (11)과 (12)에서 플라즈마의 확산 속도를 계산할 수 있다. 즉, 확산 속도(diffusion velocity)는  $u_D = \Gamma/n$ 이다. 이 식에 의한 플라즈마의 확산속도 변화가 Fig. 4에 나타난

다. 램프의 구동 주기 시간인  $t \sim 1 \mu\text{s}$  시간에서는 확산 속도가  $u_D \sim 10^2 \text{ m/s}$ 이며, 시간이 증가할수록 확산속도  $u_D$ 는 느려진다,  $t \sim 1 \text{ ms}$  시간에서는  $\sim 10 \text{ m/s}$ ,  $t \sim 1 \text{ s}$  시간에서는  $\sim 10^{-2} \text{ m/s}$ 이다. 확산 속도  $u_D$ 의 peak 값도 시간변화에 따라서  $z$ -축 방향으로 이동한다. 이때의 이동 속도는  $\sim 4.5 \text{ m/s}$ 로서 느리다.

부록에서와 같이 초기의 플라즈마 밀도를 Gaussian 함수로 가정하는 경우도 플라즈마의 확산 시간과 속도는 거의 동일한 결과를 얻는다. 전극부의 플라즈마 밀도  $e^{-1}$ 로 감소되는 특성 시간은  $\tau_z \sim 0.05 \text{ s}$ 이며, 플라즈마 플럭스의 최고 (peak)치는 전극부에서  $z$ -축 방향으로 이동한다. 램프의 구동 주기 시간인  $t \sim 1 \mu\text{s}$  시간에서는 확산 속도가  $u_D \sim 10 \text{ m/s}$ 이며, 시간이 증가할수록 확산속도  $u_D$ 는 느려진다.

#### IV. 결과 및 논의

플라즈마 입자의 운동 방정식 및 연속 방정식으로부터 플라즈마 확산방정식을 정립하여, 자유 경계조건에서 완전 변수분리로 해하였다. 확산방정식의 해로서 플라즈마 밀도와 플라즈마 플럭스의 공간 및 시간적인 변화를 수식으로 나타내었다.

반경 방향의 확산은 플라즈마가 유리관의 벽에서 소멸한다는 의미이다. 이는 일반적으로 유리관 벽에서의 플라즈마의 소멸은 유리관 표면에서의 전자와 이온의 재결합이다. 따라서 플라즈마가 유리관의 벽으로 빨리 확산될수록 유리관의 벽에서의 재결합에 의한 플라즈마의 소멸이 빠르게 된다. 반경 방향의 플라즈마 소멸의 시간적 변화는  $n(t, r) \sim \exp[-(2.4/r_o)^2 D_a t]$ 이다. 따라서 플라즈마가  $r$ -방향으로 확산되어 소멸되는 특성 시간은  $\tau_r = (r_o/2.4)^2 / D_a$ 이다. 이는 반경  $r_o$ 가 작은 세관일수록 플라즈마의 소멸이 빠르다는 의미이다. 그리고 이극성 확산계수  $D_a$ 가 클수록, 확산에 의한 플라즈마의 소멸 시간이 짧아진다는 의미이다. 확산에 의한 소멸이 반경에 관계되는 것은 플라즈마의 밀도와 관계된다. 즉, 확산은 확산계수( $D_a$ )와 밀도의 구배( $\nabla n$ )에 비례한다. 따라서 동일한 플라즈마 양에 대하여 반경이 작으면, 밀도 크고 밀도 구배가 커서 확산이 빠르다. 세관의 반경  $r_o \sim 1 \text{ mm}$ 이고  $D_a \sim 0.01 \text{ m}^2/\text{s}$ 이면,  $\tau_r \sim 1.7 \times 10^{-5} \text{ s}$ 가 된다. 즉, 유리관의 벽을 통하여 플라즈마가 없어지는 시간이 약  $17 \mu\text{s}$ 이다. 양광주에서 일정한

밀도의 플라즈마를 유지하기 위해서는 전극부분에 고압을 인가하여 플라즈마를 지속적으로 생성하여야 한다. 따라서 교류에 의한 고전압의 인가 주기는 최소한 플라즈마의 확산에 의한 소멸만을 고려한다면, 주기는 약  $17 \mu\text{s}$  이하가 되어야 한다. 주기가  $17 \mu\text{s}$ 이면 전압의 +와 -의 극성을 고려하면, 전압의 주파수는  $30 \text{ kHz}$  이상이 되어야 한다. 실제로 램프의 구동 주파수는 통상  $60 \sim 90 \text{ kHz}$ 이며, 이에 해당하는 주기는 플라즈마의 소멸 주기보다 짧기 때문에 교류 전원의 구동에 의한 플라즈마의 유지가 가능하다.

고전압을 전극부에 인가하면, 방전 초기에 전극부에 고밀도의 플라즈마가 발생되어 양광주 전체로 확산된다. 길이( $z$ -축) 방향의 확산은 반경( $r$ )-방향으로의 확산에 의한 플라즈마의 소멸과는 달리 플라즈마가 유리관 내부 전체에 만들어지는 과정이다. 즉, 초기 방전으로 길이  $l \sim 2.5 \text{ cm}$ 인 전극부에 플라즈마가 발생하여 확산으로 길이 방향으로 퍼지는 과정이다. 램프 구동 주기에 해당하는 시간  $t = 10 \mu\text{s}$  이하에서는 전극부에 발생된 플라즈마 밀도의 변화는 거의 없다. 전극부의 플라즈마 밀도  $n_o$ 의 시간에 대한 변화에서,  $n_o e^{-1}$ 로 감소되는 특성 시간( $\tau_z$ )은  $\tau_z \sim 0.15 \text{ s}$ 이며, 이 시간 동안에 확산에 의한  $z$ -방향으로 플라즈마가 퍼지는 영역은 약  $0.1 \text{ m}$ 이다. 또한 플라즈마가 램프 길이  $0.5 \text{ m}$ 의 영역으로 확산되는 데 걸리는 시간은  $1 \text{ s}$  이상으로 느리게 진행된다. 이는 램프를 구동하여  $1 \text{ s}$  정도의 시간이 지나야 양광주 전체에 플라즈마로 채워진다는 뜻이다. 플라즈마가 유리관 내부 전체에 형성된  $1 \text{ s}$  이후에는 고전압 인가에 따라서 램프 내부에 플라즈마가 유지(sustain)되는 형태로 구동된다. 플라즈마의 플럭스(flux)는 전극부와 양광주 경계인  $z=l$ 에서 플럭스의 최고(peak)치를 갖는다. 이러한 최고치의 위치는  $t > 10^{-3} \text{ s}$  이후에는  $z$ -축 방향으로 이동한다. 이동하는 속도는  $0.05 \text{ m/s}$  이하로서 매우 느리다. 플라즈마의 확산 속도는 밀도의 구배로 계산되므로, 밀도의 구배는 전극부와 양광주 경계에서 형성된다. 따라서 확산 속도는 전극부 경계에서 램프의 구동 주기 시간인  $t \sim 1 \mu\text{s}$  시간에서는 확산 속도가  $u_D \sim 10^2 \text{ m/s}$ 이며, 시간이 증가할수록 확산속도  $u_D$ 는 느려진다,  $t \sim 1 \text{ ms}$  시간에서는  $\sim 10 \text{ m/s}$ ,  $t \sim 1 \text{ s}$  시간에서는  $\sim 10^{-2} \text{ m/s}$ 이다. 확산 속도  $u_D$ 의 peak 값도 시간변화에 따라서  $z$ -축 방향으로 이동한다. 이때의 이동 속도는  $\sim 4.5 \text{ m/s}$ 로서 느리다.

램프 길이 방향으로의 플라즈마 확산은 상당히 느리다. 램

프 길이 1 m의 세관 내부 전체에 플라즈마가 확산으로 완전히 형성되는 시간은 수 초가 걸린다. 이 시간 이후에는 구동 전압 펄스에 의하여 플라즈마가 세관 전체 길이에 유지되는 형태로 플라즈마가 존재한다. 이 결과는 최근 참고문헌 [8]에서 램프의 발광이 플라즈마 확산으로 기술된 것과 상충된다. 즉, 램프의 발광에 광의 전파 속도는  $10^5 \sim 10^6$  m/s로 매우 빠르다. 이 속도와 플라즈마 확산 속도  $10^2$  m/s와는 크게 차이가 있다. 램프 발광은 참고문헌 [7]에서 플라즈마 파동으로 기술한 바와 같이 확산과 관련은 있을 것이나, 직접 확산 속도와는 다르다는 것이 이 연구의 결과로서 확인된다.

### V. 결 론

이 논문은 LCD-TV용 광원인 CCFL과 EEFL의 세관 램프에서 플라즈마 확산을 기술하였다. 고전압이 인가되는 전극부에서 발생한 고밀도의 플라즈마가 양광주로 확산되는 과정에서 확산 속도 및 확산 플럭스를 계산하였다. 플라즈마의 전자와 이온에 대한 운동 방정식 및 연속 방정식으로부터 이극성 확산(ambipolar) 방정식을 유도하여, 자유 경계조건에서 일정한 초기조건에 대한 완전 해를 구하였다.

플라즈마는 세관의 반경( $r$ )-방향으로 확산에 의하여 유리관 벽에서 소멸된다. 플라즈마 소멸의 특성 시간은  $\tau_r = (r_o/2.4)^2/D_a$ 이다. 이는 세관의 반경  $r_o$ 가 작을수록, 확산계수  $D_a$ 가 클수록 확산에 의한 플라즈마의 소멸이 빠르다는 것이다. 세관의 반경  $r_o \sim 1$  mm이고  $D_a \sim 0.01$  m<sup>2</sup>/s이면,  $\tau_r \sim 1.7 \times 10^{-5}$  s가 된다. 즉, 유리관의 벽을 통하여 플라즈마가 없어지는 시간이 약 17  $\mu$ s이다. 이는 일반적으로 램프의 최소 구동 주파수(30 kHz)에 해당하는 주기의 시간과 유사하다. 따라서 세관 램프의 구동 주파수(60~90 kHz)는 플라즈마의 소멸을 보상하여 플라즈마를 세관 내부에 유지하기 위한 주파수이다.

고전압에 의하여 전극부에 발생한 플라즈마는 세관의 길이( $z$ )-방향으로 확산되어 양광주를 형성하고 유리관 내부 전체에 플라즈마를 형성한다. 길이 방향으로의 플라즈마 확산의 특정시간은  $\tau_z \sim 0.15$  s이다. 확산속도는  $u_D \sim 10^2$  m/s이다. 즉, 고전압을 인가하여 최소한 0.1 s 이후에 램프 내부 전체에 플라즈마가 형성된다는 뜻이다. 고전압이 인가되어 전극부에 고밀도의 플라즈마가 형성되고, 고밀도 플라즈마의 경계에서 초기의 확산속도는  $u_D \sim 10^2$  m/s이

며, 점차 그 속도는 1 m/s로 느려진다. 위에서 램프의 반경 방향의 확산은 플라즈마의 유지를 위한 구동 주파수와 밀접한 관계가 있다. 그러나 램프 길이 방향의 확산은 구동 주파수와는 무관하다. 특히, 플라즈마의 준중성(quasi-neutrality)을 고려한 이극성 확산(ambi-polar diffusion)을 고려하여 램프 길이 방향의 확산 시간이 구동 주파수의 주기에 비하여 매우 작다. 따라서 램프의 길이 약 1 m의 길이 전체에 플라즈마가 완전히 형성되는 시간은 수 초가 걸린다. 플라즈마가 램프 내부 전체에 완전히 형성된 이후에는 교류 전압에 의하여 전극부에 새로운 플라즈마가 발생하고 양광주로 확산되어 플라즈마가 유지된다.

본 연구의 결과는 세관 램프의 플라즈마의 특성을 이해하는 기초 자료가 될 것이다. 본 연구를 통하여 세관 형광램프의 구동 주파수가 60~90 kHz가 되는 이유를 이해할 수 있다. 그리고 고밀도 플라즈마의 경계에서의 확산속도가  $10^2$  m/s로 상당히 느리며, 램프 길이  $\sim 1$  m에 대하여 플라즈마의 확산 시간이 수 초로 길다는 것을 확인한다. 이러한 길이 방향의 확산은 세관 램프의 발광과도 관련될 것이며, 램프의 발광 구조를 규명하기 위한 후속 연구가 기대된다.

### 부록: 플라즈마 밀도 계산

다음은 본문의 확산방정식의 해인 식 (8)으로부터 Fig. 1의 초기조건을 적용한 식 (10)의 플라즈마 밀도의 계산 과정이다. 그리고 초기조건이 Gaussian 형태일 때의 플라즈마 밀도의 해를 추가한다.

#### 1. 초기조건 계단함수에 대한 플라즈마 밀도

램프 좌측( $z=0$ )으로 플라즈마의 확산에 의한 손실 없는 것으로 가정하며, flux  $I(z=0,t) = -D_a \nabla n = 0$ 를 만족한다. 이로부터 식 (9)와 식 (8)에서  $B=0$ 를 얻는다. Fig. 1의 초기조건  $n(t=0, r=0, z) = f(z)$ 를 식 (10)에 적용하면,

$$n(0, 0, z) = \int_0^\infty A \cos(kz) dk = f(z) \tag{A-1}$$

따라서 Fourier 역전개에 의하여,

$$A(k) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty f(z) \cos(kz) dz \quad (A-2)$$

이다. 푸리에 적분식 (A-1)에 (A-2)를 대입하면,

$$n(0, 0, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[ \int_0^\infty f(z) \cos(kz) dz \right] \cos(kz) dk \quad (A-3)$$

와 같이 쓸 수 있다.

식 (8)에 초기조건을 적용하면 다음 결과를 얻는다.

$$n(t, r, z) = \frac{2n_o J_o(c\tau)}{\pi} e^{-c^2 D_o t} \int_0^\infty \left[ \int_0^l \cos(kz) dz \right] \cos(kz) e^{-k^2 D_o t} dk \quad (A-4)$$

여기서  $c = 2.4/r_o$ 이다.

$$\int_0^l \cos(kz) dz \cos(kz) \frac{\sin(kl) \cos(kz)}{k} = \frac{1}{2} \int_{z-l}^{z+l} \cos(kv) dv \quad (A-5)$$

(A-5)를 이용해서 식 (A-4)을 정리하면 식 (A-6)를 얻는다.

$$n(t, r, z) = \frac{n_o}{\pi} J_o(c\tau) e^{-c^2 D_o t} \int_0^\infty \int_{z-l}^{z+l} \cos(kv) e^{-k^2 D_o t} dv dk \quad (A-6)$$

식 (A-6)에서 적분 공식

$$\int_0^\infty e^{-\beta^2 x^2} \cos(ax) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} e^{-\frac{a^2}{4\beta}} \quad (A-7)$$

을 적용하면,

$$n(t, r, z) = \frac{n_o J_o(c\tau)}{2\sqrt{\pi D_o t}} e^{-c^2 D_o t} \int_{z-l}^{z+l} e^{-\frac{v^2}{4D_o t}} dv \quad (A-8)$$

이다. 적변변수  $x = v/\sqrt{4D_o t}$ 을 사용하면, 식 (A-8)로써

$$n(t, r, z) = \frac{n_o J_o(c\tau)}{\sqrt{\pi}} e^{-c^2 D_o t} \int_{(z-l)/\sqrt{4D_o t}}^{(z+l)/\sqrt{4D_o t}} e^{-x^2} dx \quad (A-9)$$

을 얻는다, 즉 본문의 식 (10)이다.

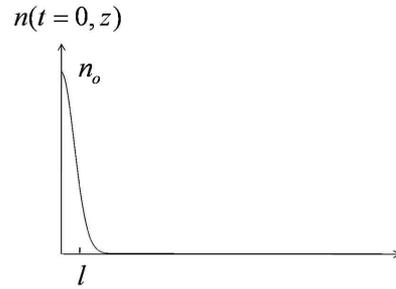


Figure 5. Gaussian model of a high-density plasma generated at the area of electrode side. The plasma density is Eq. (A-10) with  $n(t=0, z=l) = n_o e^{-l^2/l^2}$ .

## 2. 초기조건 Gaussian 함수에 대한 플라즈마 밀도

위에서 전극부에 발생한 초기 플라즈마의 형태를 Fig. 1과 같은 계단함수를 가정하였다. 이 절에서는 플라즈마 밀도의 초기 함수를 Gaussian 확률 분포를 가정하여 밀도의 시공간 변화를 계산한다. Fig. 5는 초기 플라즈마 밀도인 Gaussian 함수,

$$f(z) = n_o e^{-z^2/l^2} \quad (A-10)$$

이다.

위의 초기조건을 적용하여 식 (A-6)를 유도하는 과정을 통하여

$$n(t, 0, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[ \int_0^\infty n_o e^{-z^2/l^2} \cos(kz) dz \right] \cos(kz) e^{-k^2 D_o t} dk \quad (A-11)$$

를 얻는다. 적분 공식인 식 (A-7)는

$$n(t, 0, z) = \frac{n_o l}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-k^2(l^2/4 + D_o t)} \cos kz dk \quad (A-12)$$

이다. 최종적으로 플라즈마 밀도는 변수  $r$ 을 포함하여,

$$(A-13) \quad n(t, r, z) = n_o J_o(c\tau) e^{-c^2 D_o t} \sqrt{\frac{l^2}{l^2 + 4D_o t}} e^{-\frac{z^2}{l^2 + 4D_o t}}$$

이다. 식 (A-13)을 이용하여 플라즈마 플럭스(plasma flux)는  $\Gamma(t, z) = -D_a \nabla n$ 로서 다음과 같다:

$$(A-14) \quad \Gamma(t, z) = \frac{2n_0 J_0(cr) D_a l z}{(l^2 + 4D_a t)^{3/2}} e^{-c^2 D_a t} e^{-\frac{z^2}{l^2 + 4D_a t}}$$

식 (A-13)와 식 (A-14)에서, 전극부의 플라즈마 밀도  $e^{-1}$ 로 감소되는 특성 시간은  $\tau_z \sim 0.05$  s이며, 플라즈마 플럭스의 최고(peak)치는 전극부에서  $z$ -축 방향으로 이동한다. 램프의 구동 주기 시간인  $t \sim 10^{-6}$   $\mu$ s시간에서는 확산 속도가  $u_D \sim 10$  m/s이며, 시간이 증가할수록 확산속도  $u_D$ 는 느려진다. 이 결과는 계단 함수일 때와 현격한 차이를 보이지 않는다.

### 감사의 글

본 논문은 교육부의 BK21사업의 연구비지원에 의하여 연구되었음.

### 참고문헌

- [1] Waymouth, *Electric Discharge Lamp* (MIT Press, MA, 1971), pp. 11-70.
- [2] R. Y. Pai, SID 97 Digest, pp. 447 (1997).
- [3] D. J. Jin, J. M. Jeong, H. S. Jeong, J. S. Kim, M. K. Lee, J. H. Kim, J. H. Koo, J. G. Kang, E. H. Choi, and G. S. Cho, J. Kor. Vac. Soc. **17**, 331 (2008)
- [4] J. Y. Chung, J. H. Kim, J. M. Jeong, D. J. Jin, H. C. Kim, J. H. Bong, H. C. Hwang, M. S. Lee, J. H. Koo, and G. S. Cho, J. Kor. Vac. Soc. **17**, 322 (2008)
- [5] M. Lieberman and A. Lichtenberg, *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing* (Wiley & Sons, N. Y. 2005), pp. 36.
- [6] G. Cho, A. Ahn, J. Jeong, B. Hong, J. Koo, Y. Kim, E. Choi, and J. Verboncoeur, J. Phys. D, Appl. Phys. **40**, 3945 (2007).
- [7] G. Cho, J. Kim, J. Jeong, B. Hong, J. Koo, E. Choi, J. Verboncoeur, and H. Uhm, Appl. Phys. Lett. **92**, 021502 (2008).
- [8] G. Cho, J. Kim, J. Jeong, H. Hwang, D. Jin, J. Koo, E. Choi, J. Verboncoeur, and H. Uhm, IEEE, Trans. Plasma Sci. **37**, 438 (2009).

## Exact Solutions of Plasma Diffusion in a Fine Tube Positive Column Discharge

D. J. Jin, J. M. Jeong, J. H. kim, H. C. Hwang, J. Y. Chung,  
Y. H. Cho, H. K. Lim, J. H. Koo, E. H. Choi, and G. S. Cho\*

*Department of Electrophysics/LCD-BLU Lab., oratory, Kwangwoon University, Seoul 139-701*

(Received November 18, 2009, Revised December 25, 2009, Accepted December 28, 2009)

The ambipolar diffusion equation has been solved in a fine-tube lamp of a few mm in diameter. In the diffusion of radial direction, the plasma diffuses and vanishes away at the glass wall by recombination with the characteristic time of plasma loss is given by  $\tau_r = (r_o/2.4)^2/D_a$ . With the radius  $r_o \sim 1$  mm and the ambipolar diffusion coefficient  $D_a \sim 0.01$  m<sup>2</sup>/s, the vanishing time is calculated  $\tau_r \sim 10$   $\mu$ s which corresponds to the least value of frequency 30 kHz for the sustaining the plasma in the operation of high voltage AC-power. In the diffusion of longitudinal z-direction, a high density plasma generated at the area of a high voltage electrode, diffuses into the positive column with the characteristic time  $\tau_z \sim 0.1$  s. The plasma diffusion velocity at the boundary of high density plasma is  $u_D \sim 10^2$  m/s at the time  $t \sim 10^{-6}$  s and the diffusion velocity becomes slow as  $u_D \sim 1$  m/s at  $t \sim 10^{-3}$  s. Therefore, for the long lamp of 1 m, it takes about several seconds for the high density plasma at the area of electrode to diffuse through the whole positive column space.

Keywords : Plasma, Discharge, Diffusion, Positive column, CCFL, EEFL

\* [E-mail] gscho@kw.ac.kr