

하천 내 유사와 인 이동에 관한 모델링

김경현[†]

국립환경과학원

Modeling of Sediment and Phosphorous Transport in a River Channel

Kyunghyun Kim[†]

National Institute of Environmental Research

(Received 20 December 2009, Revised 20 January 2010, Accepted 22 January 2010)

Abstract

A model has been developed to investigate in-river sediment and phosphorus dynamics. This advective-dispersive model is coupled with hydrodynamics and sediment transport submodels to simulate suspended sediment, total dissolved phosphorus, total phosphorus, and particulate phosphorus concentrations under unsteady flow conditions. It emphasizes sediment and phosphorus dynamics in unsteady flow conditions, in which the study differs from many previous solute transport studies, conducted in relatively steady flow conditions. The diffusion wave approximation was employed for unsteady flow simulations. The first-order adsorption and linear adsorption isotherm model was used on the basis of the three-layered riverbed submodel with riverbed sediment exchange and erosion/deposition processes. Various numerical methods were tested to select a method that had minimal numerical dispersion under unsteady flow conditions. The responses of the model to the change of model parameter values were tested as well.

keywords : In-stream dynamics, Phosphorous transport, Sediment transport, Water quality modeling

1. 서론

인(Phosphorous)은 담수에서 식물성플랑크톤(phytoplankton)의 성장을 제한하는 요소로 알려져 있기 때문에 인의 발생과 제거, 이동에 대한 이해는 수질 관리에 있어 중요하다. 사면(hillslope)과 농지에서의 인의 유출 기작(mechanism)에 대해서는 많은 연구가 이루어졌으나 하천 내(in-stream)에서의 기작은 아직 잘 이해되지 않고 있다(Sharpley et al., 2002). 최근에 이 주제에 관한 몇몇 연구가 있었는데, 그중 Jakeman 등(1999)은 유역과 하천 내에서의 침식과 유사 이동 그리고 인의 이동에 대한 모형을 제안하였다. 제안된 모형은 하천 내에서의 인 이동에 대한 요소를 포함하고 있으나 유사와 결합된 입자상 인(particulate phosphorous, 이하 PP)에 대해서만 모의가 가능하다. 한편 Wade 등(2001)은 하천 내 인과 수생식물(aquatic macrophyte) 및 착생식물(epiphyte)과의 동역학(dynamics)을 모형화했다. 그러나 이 모형은 하나의 관리체적(control volume)을 사용했기 때문에 유사와 인의 이류-확산을 완전하게 표현하지 못한 한계가 있었다. 또한 이 모형은 수체와 하상 퇴적도(riverbed sediment) 그리고 부유사(suspended sediment, 이하 SS)의 반응 역학(kinetics)을 평형상태(equilibrium condition) 가정 하에서 표현했는데 이는 인이 평형상태에 도달하는데 수 시

간이 걸린다는 사실(Crockford and Willett, 2000)에 비추어 볼 때 부적절한 가정으로 판단된다. 더욱이 대상 하천 구간을 통과하는 과정에서 관측된 인의 변화량, 즉 유입량과 유출량의 차가 미미하여 모형에서 표현된 부분을 입증하기에 충분하지 않았다. 결국 Wade 등(2001)의 작업은 하천 내 인의 동역학을 충분히 모의했다고 볼 수 없으며 새로운 모형의 개발과 적용이 필요하다는 것을 의미한다.

본 연구는 부정류 조건에서 유사와 인의 하천 내 이동 과정을 이해하기 위하여 필요한 간단한 하천모형을 개발하는 것을 목적으로 한다. 이류(advection)의 영향이 지배적인 하천 시스템에서는 부유사와 하상 퇴적도 그리고 하상 퇴적도의 공극이 인의 이동에 많은 영향을 미친다. 따라서 하천 내 인의 기작에 대한 모의는 부유사와 하상 퇴적도에 대한 적절한 반응 역학 모형과 부정류 모의를 위한 유체역학(hydrodynamics) 모형을 요구한다. SWAT(Arnold et al., 1998)이나 WASP(Di Toro et al., 1983)과 같은 기존 모형들이 하천 내 인의 이동을 표현하고 있지만 SWAT은 단기 모의를 위한 모형이 아니기에 하천 내 인의 거동에 대한 표현이 충분하지 않고 WASP의 경우 Wade 등의 모형과 같이 용존 인(dissolved phosphorous, 이하 DP)과 PP의 평형(equilibrium) 상태를 가정하고 있다. 더욱이 WASP에는 하상 퇴적도의 공극의 영향이 제한적으로 표현되어있다. 따라서 유사와 인의 하천 내 이동 과정을 자세하게 연구하기 위한 모형으로서 기존 모형들은 불충분하며 새로운 모형의 개발이 필요하다.

[†] To whom correspondence should be addressed.
matthias@korea.kr

본 논문에서는 모형의 개발 및 적용에 관한 선행연구 (Kim et al., 2006)에서 다루지 않은 최적 수치계산법 선정과 개별 매개변수의 영향 분석을 수행하였다. 부정류 모의에 수반되는 수치계산의 오차문제를 극복하기 위해 다양한 수치계산 방법에 대한 검토 후 최적의 수치계산 방법을 선정하고 시험 모의를 통하여 모형 매개변수들의 변화에 따른 모의결과를 제시하였다.

2. 연구방법

개발된 모형은 유체역학과 유사이동 그리고 지화학적 과정(geochemical process)을 위한 하부모형들이 계층적인 구조로 결합된 이류-확산 모형이다. 모형의 개발에 있어 흐름은 1차원으로 가정되었으며 그 외 각각의 하부모형에 대한 가정들은 하부모형의 각 질에서 다루어진다. Fig. 1은 흐름과 하상 모형의 구조 그리고 물리적, 화학적 물질이동을 표현하였다.

2.1. 유체역학 모형

부정류 조건을 표현하기 위해 확산파(diffusive wave) 모형(Singh, 1996)이 사용되었다. 이를 위해 (1) 하상경사가 점진적으로 변하고 (2) Manning의 방정식이 마찰저항의 효과를 기술하기 위해 사용될 수 있다고 가정하였다. 이류가 지배적이며 지류의 영향에 의한 배수(backwater) 효과가 미미한 경우 확산파 근사는 적절한 것으로 고려되며 확산파 모형은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -c \frac{\partial h}{\partial x} + K_h \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + q_g \quad (1)$$

여기서 h 는 흐름 깊이(m), c 는 파속($m \ s^{-1}$), K_h 는 수리학

적 확산계수(hydraulic diffusivity, $m^2 \ s^{-1}$), x 는 흐름방향으로의 거리(m), t 는 시간(s), 그리고 q_g 는 단위 하상 면적당 지하수 유입속도($m \ s^{-1}$). 지하수 유입속도는 실제 지하수의 유입 뿐만 아니라 하천 구간 내 물수지의 모든 불균형 부분 즉, 미측정 유입수, 하상으로의 침투, 그리고 증발량 등을 포함하는 것으로 가정하였다. 파속과 수리학적 확산계수는 다음의 관계로부터 구해질 수 있다.

$$c = \frac{5}{3}u = \frac{5q}{3h} \quad (2)$$

$$K_h = \frac{q}{2S_o} \quad (3)$$

여기서 u 는 유속($m \ s^{-1}$), q 는 하상 면적당 유량($m^2 \ s^{-1}$), 그리고 S_o 는 하상구배이다. 확산과 방정식을 풀기 위해서는 q 와 h 와의 관계로부터 식 (1), (2), 그리고 (3)의 미지수 개수를 줄여야한다. 이를 위해 아래의 Manning의 방정식이 사용되었다.

$$q = uh = \frac{1}{n} h^{\frac{5}{3}} \sqrt{S_o - \frac{\partial h}{\partial x}} \quad (4)$$

여기서 n 은 Manning 계수이다.

2.2. 유사 이동 모형

유사 이동 모형은 Ziegler and Lick(1986)에 의해 개발되고 이후 Ziegler and Nisbet(1994)가 부유사 이동 모의를 위해 van Rijn(1984)의 방법을 더함으로써 수정한 모형이다. 유사 이동 하부 모형에 대해서 다음의 네 가지를 가정

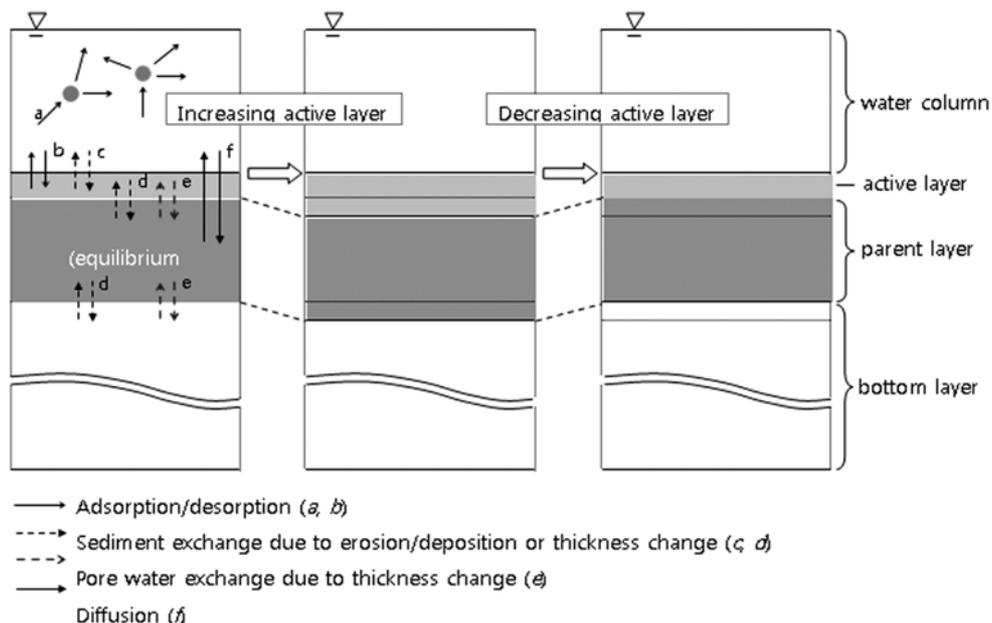


Fig. 1. Schematic of mass exchange processes in the sediment bed model.

하였다. (1) 이동 가능하고 인의 상호작용에 관여하는 유사 (available sediment, 이하 유효 유사)는 입자 크기에 따라 응집성과 비응집성 입자로 구분될 수 있다. (2) 침식은 오직 활성층(active layer; Fig. 1)에서만 일어나며 입자 구분에 따른 각각의 침식율은 활성층의 입자 구분비에 영향을 받는다. (3) 모층(parent layer)의 입자 구분비는 바닥층(bottom layer)의 것과 동일하다(Fig. 1). (4) 점성 입자가 포함된 비점성 하상이 가정되었다.

2.2.1. 유사 이류-확산 모형

유사의 질량 수지 방정식은 각각의 입자 구분 i ($i=1$ 점성, $i=2$ 비점성)에 대해 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial(hc_i)}{\partial t} = -\frac{\partial(qc_i)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hK_i \frac{\partial c_i}{\partial x} \right) + E_i - D_i \quad (5)$$

여기서 c_i 는 입자 구분 i 의 부유 유사 농도(kg m^{-3}), K_i 는 흐름 방향으로의 유사 확산 계수($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$), E_i 는 침식량($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$) 그리고 D_i 는 퇴적량($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$)이다. E_i 와 D_i 는 Ziegler and Nisbet(1994)의 방법에 의해 계산된다.

2.2.2. 하상 모형

본 연구에서는 Ziegler and Nisbet(1994)의 비점성 하상 모형이 사용되었으며 이 모형에 하나의 층을 추가함으로써 약간의 변형을 주었다. 모형은 세 개의 층 즉, 활성층, 모층, 그리고 바닥층으로 구성되어진다(Fig. 1). van Niekerk 등(1992)에 의해 제안되었고 Ziegler and Nisbet(1994)에 의해 변형된 활성층의 두께 방정식은 다음과 같다.

$$b_{act} = \frac{d_{50}\tau_b}{5\tau_{c50}} \quad (6)$$

여기서 τ_b 는 하상전단력($\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$)이며 유속이 바뀔 때 따라 그 값이 달라진다. τ_{c50} 는 입자 지름의 국지 증양값 d_{50} (m)를 가지는 하상 입자가 최초의 이동을 하는 임계하상전단력이다. 가정 2에 의해서, 입자 구분 i 의 침식율 E_i 는 다음과 같다.

$$E_i = f_{act,i}E \quad (7)$$

여기서 $f_{act,i}$ 는 활성층의 입자 구분 i 의 부피비이며 E 는 van Rijn(1984)에 의해 계산되는 잠재(potential) 침식율($\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$)이다.

활성층에서의 입자 크기 구분 i 의 질량 수지는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial m_{act,i}}{\partial t} = D_i - E_i + \rho_s \frac{\partial b_{act}}{\partial t} \left[\frac{f_{prt,i}}{f_{act,i}} \right]$$

$$\begin{aligned} f_{prt,i} & \text{ 활성층의 두께가 증가하는 경우} \\ f_{act,i} & \text{ 활성층의 두께가 감소하는 경우} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $m_{act,i}$ 는 활성층의 입자 구분 i 입자의 단위 하상면 적당 질량(kg m^{-2}), ρ_s 는 입자 밀도(kg m^{-3}), 그리고 $f_{prt,i}$ 는 모층의 입자 구분 i 의 부피비이다. 오른쪽의 세번째 항은 활성층의 두께 변화에 따른 하상 유사의 질량변화를 표현하고 있다(Fig. 1). 한편 모층과 바닥층 사이의 경계는 상층수(overlying water)와 모층 사이의 인 상호 교환이 거의 없어지는 지점으로 정의된다. 이때 $f_{prt,i} = f_{bat,i}$ 이 가정되며 여기서 $f_{bat,i}$ 모층의 입자 구분 i 의 부피비이다(가정 3). 모층에서 하상 유사 질량 수지는 다음과 같이 표현된다.

활성층의 두께가 증가하는 경우,

$$\frac{\partial m_{prt,i}}{\partial t} = 0 \quad (9(a))$$

활성층의 두께가 감소하는 경우,

$$\frac{\partial m_{prt,i}}{\partial t} = \rho_s \frac{\partial b_{act}}{\partial t} (f_{prt,i} - f_{act,i}) \quad (9(b))$$

여기서 $m_{prt,i}$ 는 입자 구분 i 입자의 단위 하상면적당 질량(kg m^{-2})이다. $m_{act,i}$ 와 $m_{prt,i}$ 는 다음과 같이 표현될 수 있으며 따라서 식 (8), (9(a)), 그리고 (9(b))가 계산되어진다.

$$m_{act,i} = \rho_s b_{act} f_{act,i} \quad (10(a))$$

$$m_{prt,i} = \rho_s b_{prt} f_{act,i} \quad (10(b))$$

2.3. 인 모형

인 이동 하부모형은 유사 이동 하부 모형과 동일한 수치 격자망과 하상 모형에 기반해서 개발되었다. 인의 질량 수지 방정식은 다음과 같은 가정을 가진다. (1) 상층수와 활성층에서 1차 흡착 모형과 선형 등온흡착 모형이 사용될 수 있다. (2) 활성층 공극수의 DP의 농도는 상층수의 그것과 동일하다. (3) 모층에서 PP와 총용존인(total dissolved phosphorus, 이하 TDP)은 평형상태이다. (4) 모층의 입자 구분 i 에 흡착된 인의 질량은 바닥층의 그것과 같다. 첫번째 가정은 다른 연구에서 사용된 바 있다(Novotny et al., 1978; Wade et al., 2001). 하천 수로에서 활성층은 작은 입자에 대한 선별침식(armoring) 효과에 의해 큰 입자로 구성되기 쉬우며 물이 그 틈을 자유롭게 통과할 수 있을 것이다. 따라서 두번째 가정이 적절하다고 볼 수 있다. 그러나 모층에서는 저류시간이 크고 상층수와 혼합이 제한적이기 때문에 평형상태가 가능하다(가정 3). 마지막 가정은 이전 가정인 $f_{prt,i} = f_{bat,i}$ 와 동일하게 설명될 수 있다.

2.3.1. 인의 이류-확산 모형

개발된 모형은 TDP와 PP를 모의하고 그 둘을 합하여 총

인(total phosphorous, 이하 TP)값을 계산한다. 상층수 TDP의 질량 수치는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial(hc_p)}{\partial t} = -\frac{\partial(qc_p)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hK \frac{\partial c_p}{\partial x} \right) - \sum_{i=1}^2 \left\{ \underbrace{hc_i k_{f,i} (k_{e,i} c_p - s_{s,i})}_{adsorption(a)} + \underbrace{m_{act,i} k_{f,i} (k_{e,i} c_p - s_{act,i})}_{adsorption(b)} \right\} + \frac{\partial b_{act}}{\partial t} \left[\frac{n_{prt} c_{pprt}}{n_{act} c_p} \right] + \underbrace{k_i (c_p - c_{pprt})}_{diffusion(f)} + \underbrace{q_{fp}}_{groundwater}$$

$n_{prt} c_{pprt}$ 활성층의 두께가 증가하는 경우
 $n_{act} c_p$ 활성층의 두께가 감소하는 경우

여기서 c_p 는 상층수 TDP의 농도(kg m⁻³), $k_{e,i}$ 는 입자 단위 i 에 대한 선형 흡착계수(m³ kg⁻¹), $k_{f,i}$ 는 입자 구분 i 에 대한 일차 반응역학 계수(s⁻¹), k_i 는 물질이동계수(m s⁻¹), K 는 흐름방향으로의 TDP의 확산계수(m² s⁻¹), $s_{s,i}$ 는 부유 유사 단위 질량당 흡착된 인의 질량(kg kg⁻¹), $s_{act,i}$ 활성층의 하상 유사 단위 질량당 흡착된 인의 질량(kg kg⁻¹), c_{pprt} 는 모층 공극수 TDP의 농도(kg m⁻³), n_{act} 와 n_{prt} 는 각각 활성층과 모층의 공극 그리고 c_{gp} 는 지하수의 TDP 농도이다. n_{act} 와 n_{prt} 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$n_{prt} = n_{max} - f_{prt,1} - f_{prt,2} \quad (12(a))$$

$$n_{act} = n_{max} - f_{act,1} - f_{act,2} \quad (12(b))$$

여기서 n_{max} 는 최대 공극이다. 식 (11)과 아래의 방정식들에 나타난 기호(a, b, c, d, e, 및 f)는 Fig. 1에도 동일하게 사용되었다. 상층수 PP의 질량 수치 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial(hc_i s_{s,i})}{\partial t} = -\frac{\partial(qc_i s_{s,i})}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(hK_i \frac{\partial c_i s_{s,i}}{\partial x} \right) + \underbrace{hc_i k_{f,i} (k_{e,i} c_p - s_{s,i})}_{adsorption(a)} + \underbrace{E_i s_{act,i} - D_i s_{s,i}}_{ero/dep(c)}$$

식 (13)의 모든 변수들은 앞서 정의되었다.

2.3.2. 인 하상 모형

활성층 하상 퇴적토의 질량 수치와 유사하게, 활성층에서의 PP 질량 수치는 아래와 같다.

$$\frac{\partial(m_{act,i} s_{act,i})}{\partial t} = \underbrace{m_{act,i} k_{f,i} (k_{e,i} c_p - s_{act,i})}_{adsorption(a)} - \underbrace{E_i s_{act,i} + D_i s_{s,i}}_{ero/dep(c)} + \rho_s \frac{\partial b_{act}}{\partial t} \left[\frac{f_{prt,i} s_{prt,i}}{f_{act,i} s_{act,i}} \right]$$

sediment exch. (d)

$$\begin{aligned} f_{prt,i} s_{prt,i} & \text{ 활성층의 두께가 증가하는 경우} \\ f_{act,i} s_{act,i} & \text{ 활성층의 두께가 감소하는 경우} \end{aligned} \quad (14)$$

모층에서 TP농도는 TDP과 PP를 따로 계산해서 합하는 대신에 평형상태 가정하에서 직접 계산된다. 모층에서 TP의 질량수치는 다음과 같다.

활성층의 두께가 증가하는 경우,

$$\frac{\partial n_{prt} TP_{prt}}{\partial t} = \underbrace{k_i (c_p - c_{pprt})}_{diffusion(f)} \quad (15(a))$$

활성층의 두께가 감소하는 경우,

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{prt} TP_{prt}}{\partial t} = \rho_s \frac{\partial b_{act}}{\partial t} & \left\{ \underbrace{\sum_{i=1}^2 (n_{prt} f_{prt,i} s_{prt,i} - n_{act} f_{act,i} s_{act,i})}_{sediment\ exch.\ (d)} \right\} \\ & - \underbrace{\frac{\partial b_{act}}{\partial t} (n_{act} c_p - n_{prt} c_{pprt})}_{\text{pore water exch. (e)}} + \underbrace{k_i (c_p - c_{pprt})}_{diffusion(f)} \end{aligned} \quad (15(b))$$

식 (15(b))의 오른쪽 첫번째 항에 대응하는 항이 식 (15(a))에는 없는데 이는 가정 (4)와 2.2절의 가정 (3)에 기인한다. 모층 공극수의 TDP는 PP와 평형상태로 가정된다(가정 (3)). TP는 TDP와 PP의 합이므로 c_{pprt} 는 다음과 같이 표현된다. 수치계산을 위해 식 (14)와 (15(b))의 $s_{prt,1}$ 와 $s_{prt,2}$ 는 $k_{e,1} c_{pprt}$ 와 $k_{e,2} c_{pprt}$ 로 각각 대체될 수 있을 것이다.

$$c_{pprt} = \frac{TP_{prt}}{1 + \rho_s (k_{e,1} f_{prt,1} + k_{e,2} f_{prt,2})} \quad (16)$$

2.4. 수치계산 방법의 선정

이류 지배적 흐름 체계의 수치해는 안정성과 진동(oscillation)문제를 가지기 쉽다는 것은 잘 알려진 사실이다. 더욱이 흐름이 부정류라면 1차 절단 오차(truncated error)인 수치적 확산(numerical dispersion) 문제는 피하기 어렵다. 정상류에서와 같이 수치 격자 간격을 적절히 조절하여 Courant 수를 1로 만드는 것이 불가능하기 때문이다. 격자 간격을 매우 작게 하면 오차를 어느 정도 줄일 수 있으나 계산 시간이 문제가 된다. 이러한 문제들을 극복하기 위한 최근의 노력들에는 Zhang 등(1993), Aral 등(1998), 그리고 Zhang and Aral(2004) 등이 있으나 새로운 수치해석 기법을 개발하는 것은 본 연구의 범위를 벗어난다. 대신 1차원 이동 방정식을 위한 가장 표준적인 수치해석 기법들을 수치적 오차와 안정성에 대해 평가하였다. 이들 기법들은 후방시간전방공간(backwater time forward space, 이하 BTFS) 그리고 후방시간후방공간(backward time backward space, 이하 BTBS) Euler 방법들, Lagrangian explicit 과 Lagrangian implicit 방법들, MacCormack 방법, 그리고

Crank-Nicolson 방법이다. 본 연구에서는 이들 수치계산 방법들을 $\Delta t = 1200$ s에 각각 $\Delta x = 500$ m, 1000 m, 와 2000 m의 3가지 조합에 대하여 평가하였다. 하천 폭은 20 m로 가정되었으며 가정된 초기 유량과 농도를 Fig. 2(a)에 나타내었다. 가상의 부정류 상태를 표현하기 위해 두 개의 흐름파를 모의의 중간부분에 위치시켰다. 또한 수치적 확산 효과를 분명하게 보이기 위해 톱날 모양의 초기 농도분포를 사용하였다. 하류의 유량은 식 (1)~(4)를 통해 계산하였으며 하류의 농도는 이류항만 포함된 이동 방정식을 풀어 계산하였다.(즉, 공급/소비 혹은 source/sink 항이 없으며 $K = 0$). 그러므로 만약 수치적인 오차가 발생하지 않는다면 정확하게 동일한 모양의 농도분포가 하류에서 도달시간 이후에 나타나야 한다. 정상류 상태에서의 안정성 기준은 부정류 상태에서 안정적인 해를 얻기 위한 최소한의 조건이라는 것을 이해해야 한다. 그러므로 정상류에 대한 기준이 이 연구에 사용되었으며 이는 Table 1에 나타내었다. 또한 정상류 상태에서의 수치적 확산이 부정류에 대한 근사치로서 사용될 수 있다. 모의된 유속의 범위는 0.56 m s^{-1} 에서 0.98 m s^{-1} 로 사용된 흐름 체계가 이류가 지배적인(확산에

비해 유속에 의한 이동이 지배적인)것을 확인할 수 있다. 유속 범위의 최소-최대값에 대하여 수치적 확산을 0으로 만드는 수치 격자의 거리값은 각각 672 m와 1176 m 이다 (즉 $0.56 \text{ m s}^{-1} \times 1200 \text{ s} = 672 \text{ m}$, $0.98 \text{ m s}^{-1} \times 1200 \text{ s} = 1176 \text{ m}$). 그러므로 앞서 세 가지의 수치 격자 거리값 500, 1000, 그리고 2000 m는 모든 가능한 세 가지 경우 즉, 모의의 전 기간에 걸쳐 Courant 수가 1보다 작은 경우, 일부에서는 1인 경우, 그리고 전 기간에 걸쳐 1보다 큰 경우를 표현할 수 있다.

BTBS 방법은 모든 경우에 걸쳐 안정적이었으나 상당한 수치적 확산을 생성시켰다(Fig. 2(b)). 이것은 Table 1에 나타난 이 방법의 positivity와 수치적 확산 분석에 의해 설명될 수 있다. Positivity 기준은 해가 항상 양수라는 것을 보장하는데 이 기준은 차분된 방정식의 왼쪽항의 행렬 중 주대각선에 나열된 값들이 모두 양수이며 비대각선 값들은 모두 음수일 경우에 만족된다. BTBS 방법의 수치적 확산식(Table 1)은 이 방법이 항상 수치적 확산을 가지며 Δx 의 커짐에 따라 증가한다는 것을 보여주며 Fig. 2(b)의 결과를 설명해준다. 반면 BTFS 방법에 대해서는 부호의 다

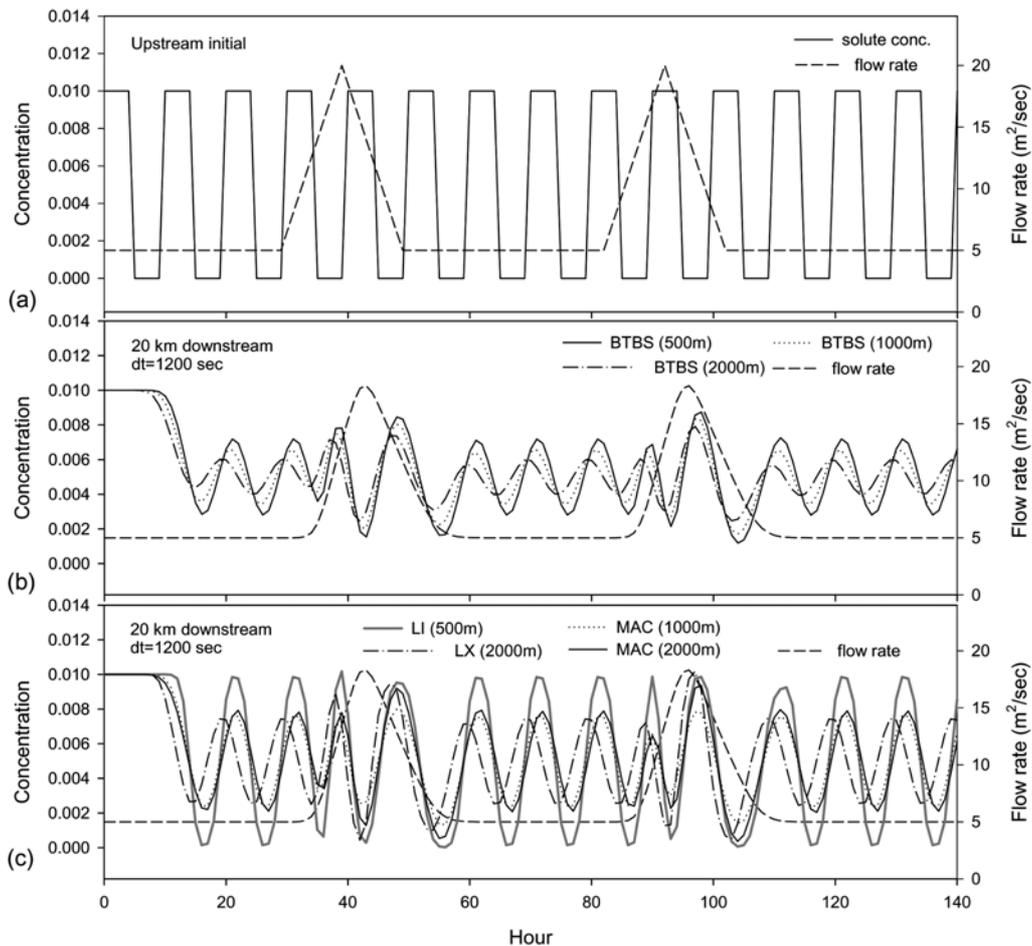


Fig. 2. Comparison of numerical schemes: (a) the boundary conditions of flow rate and solute concentration at the upstream end of the domain, (b) solutions by the BTBS method with different grid distances at 20 km downstream, and (c) solutions by the Lagrangian implicit method (LI), the Lagrangian explicit method (LX), and the MacCormack method (MAC) with different grid distances at 20km downstream.

름에 의해 수치적 확산이 0이 되는 Δt 와 Δx 의 비가 존재한다. 그러나 positivity 조건을 만족하기 위해서는 Δx 가 작아야 한다는 것을 알 수 있다. 특히 확산항은 없고 이류항만인 본 수치 실험에서는(Table 1에서 $K=0$) Δx 가 0보다 작아야하기 때문에 만족하는 Δx 값이 존재하지 않으며 따라서 Fig. 2(c)에 결과가 나타나지 않았다. Lagrangian implicit 방법 또한 positivity 조건을 만족시켜야 하는데 본 수치실험에서는 Δx 가 유속 u 와 Δt 의 곱의 모든 값보다 작아야하며 그 최소값은 672 m이다. 이때 정상류 부분에 대해서는 수치적 확산이 0이 된다. 따라서 672 m에 가장 가까운 경우인 $\Delta x=500$ m만이 최소의 수치 오차와 안정적인 해를 가진다. Lagrangian explicit 방법의 경우 또한 $\Delta x=672$ m에서 0인 수치 오차를 가질 수 있으나 안정성 조건을 만족하기 위해서는 Δx 가 1176 m보다 커야하며 따라서 $\Delta x=2000$ m인 경우에만 안정적인 해를 가진다. 쌍곡선 방정식들의 경우 MacCormack방법의 안정성 조건은 Courant 수 ≤ 1 (Anderson et al., 1984)이며 따라서 $\Delta x=1000$ m (흐름의 침두만 제외하고 Courant 수 ≤ 1) 그리고 2000 m (Courant 수 ≤ 1) 경우에 대해 안정적인 해를 가진다. 감쇠(attenuation)의 정도는 BTBS 방법보다는 작고 Lagrangian implicit 방법보다는 큰 것으로 나타났다. Crank-Nicolson 방법이 무조건적으로 안정적인 해를 가진다고 알려져 있으나 그것의 positivity 조건을 만족시키기 위해서는 매우 작은 격자를 사용해야 한다는 것이 발견되었고 세 가지 경우 중 어떠한 것도 이를 만족시키지 못해

해가 진동하는 문제가 나타났다. 주어진 격자 크기에 따른 안정성 조건이 Table 2에 제시되었다. 수치해석 결과는 Lagrangian implicit 방법이 안정적이고 최소의 수치적 오차를 보였으며 최종적으로 본 연구에서는 Lagrangian implicit 방법을 $\Delta x=500$ m와 $\Delta t=1200$ s 격자에 적용하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1. 모의 1

선택된 매개변수 값들과 경계조건들을 사용하여 가상적인 길이 55 km, 폭 20 m의 하천구간에 대하여 시험 모의를 실시하였다. 매개변수들의 범위는 문헌으로부터 얻어졌다(Kim, 2005). 각각의 매개변수에 대해 주어진 범위의 두 경계값과 중앙값으로 세 번의 모의가 이루어졌으며 이때 다른 매개변수값들은 모두 각각의 중앙값으로 고정되었다. 모든 시험모의에 대해 Manning 계수 n , 최대 하상 공극 n_{max} , 그리고 입자 구분 $i=1$ 에 대한 확산계수 K_1 값은 각각 0.04, 0.3, 그리고 0.5로 고정되었다. 지하수 유입은 없는 것으로 가정되었다. 유량과 SS농도는 모든 모의에 대해 일정한 값으로 가정되었으며 각각 $16 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ 그리고 10 mg L^{-1} 이었다(Fig. 3(a)). 시험모의의 조건과 매개변수값을 Table 3에 정리하였다. 모의 1에서 유사의 침식 혹은 퇴적은 흐름 속도와 무관하게 없는 것으로 가정되었다. 또한 유일한 TDP의 공급원은 상류로부터의 유입수 TDP(1 mg L^{-1})이며 하상 퇴적토와 SS에는 초기에 인이 없는 것으로 가정되었다. 따라서 하상 퇴적토와 SS에 의해 인이 흡수될 것으로 예상되었다. 모의 1에서는 오직 인의 거동에 대한 매개변수값의 영향을 살펴보고자 하였다. 구간 말단에서의 모의 결과를 Figs. 3(a-f)에 나타내었다. 우선 선형 흡착 계수 k_e 의 영향에 대한 모의 결과가 Fig. 3(b)에 제시되었다. k_e 는 주어진 TDP의 농도와 평형상태인 PP의 양을 결정하기 때문에 하상 유사와 SS가 흡착할 수 있는 잠재적인 인의 양을 결정한다. 55 km 구간 말단에서의 TDP농도는 k_e 값의 변화에 의해 크게 영향 받음을 알 수 있다. 약 15시간 정도의 유달시간 뒤에 k_e 의 최대값과 중앙값에 대해 TDP농도는 약 0.2 mg L^{-1} 까지 증가하는데 머물렀으나 최소값에 대해서는 최초 유입농도인 1 mg L^{-1} 까지 회복하였다. SS에 결합된 PP의 농도는 k_e 값에 비례해서 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 모층 공극수의 TDP농도는 상층수의 TDP농도에 곧바로 반응하여 k_e 값이 최소일 때 평형 농도인 1 mg L^{-1} 에 이르렀으며 다른 두 경우 높은 흡착능에 의해 공극수 TDP농도는 상층수보다 상대적으로 낮았다. 모층의 TP농도는 k_e 값이 최소일 때 평형상태에 도달하였으며 나머지 두 경우는 계속해서 증가하였다.

1차 반응 역학 계수 k_f 는 SS에의 인의 흡착 속도를 규정한다. 하상 유사량에 비해 상대적으로 낮은 SS의 총량 때문에 k_f 의 변화가 인의 농도에 미치는 영향은 SS에 흡착된 PP농도를 제외하고는 미미하였다(Fig. 3(c)).

질량 이동 계수 k_l 은 하상 유사층과 상층수간의 인 이동

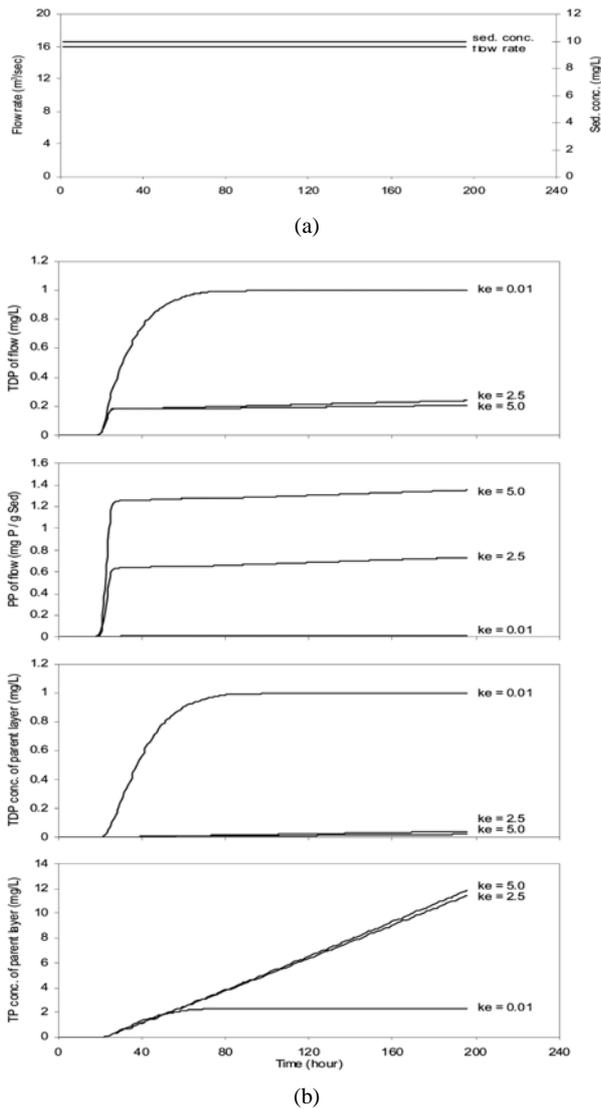
Table 1. Numerical dispersion and stability criteria for steady flow conditions

Method	Numerical dispersion	Positivity
BTFS	$-\frac{u\Delta x}{2} + \frac{u^2\Delta t}{2}$	$\Delta x \leq \frac{K}{u}$
BTBS	$\frac{u\Delta x}{2} + \frac{u^2\Delta t}{2}$	Unconditional
Lagrangian Implicit	$-\frac{u\Delta x}{2} + \frac{u^2\Delta t}{2}$	$\frac{u\Delta t}{\Delta x} + \frac{K\Delta t}{\Delta x^2} \geq 1$
Lagrangian Explicit	$\frac{u\Delta x}{2} - \frac{u^2\Delta t}{2}$	$\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{u\Delta x - K}$, $\Delta x \geq \frac{2K}{u}$ *
Crank-Nicolson	None	$\Delta x \leq \frac{2K}{u}$
MacCormack	None	$\Delta x \geq u\Delta t$

* Stability condition

Table 2. Stability of numerical schemes

Method	Cases ($\Delta t = 1200$ s)		
	$\Delta x = 500$ m	$\Delta x = 1000$ m	$\Delta x = 2000$ m
BTFS	Unstable	Unstable	Unstable
BTBS	Stable	Stable	Stable
Lagrangian Implicit	Stable	Unstable	Unstable
Lagrangian Explicit	Unstable	Unstable	Stable
Crank-Nicolson	Unstable	Unstable	Unstable
MacCormack	Unstable	Stable	Stable

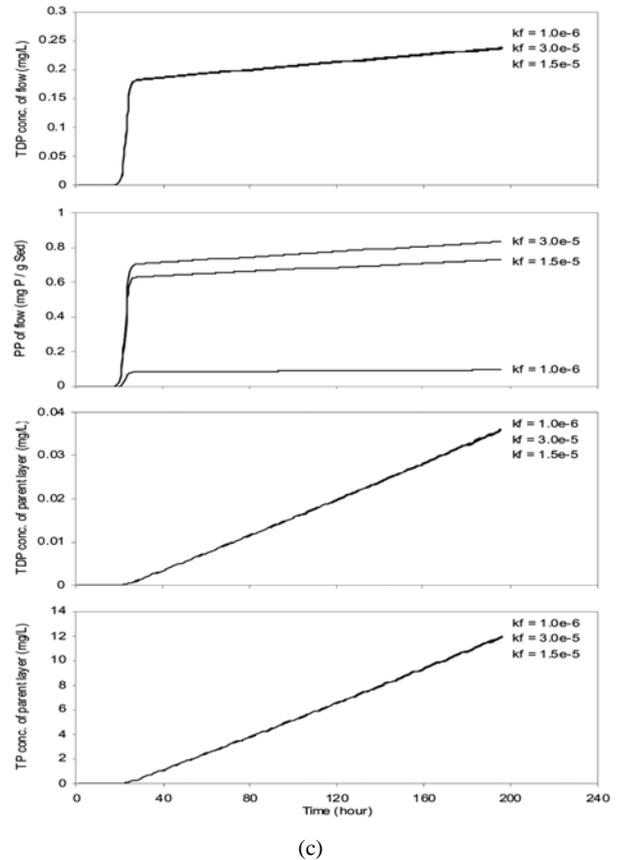


(b)

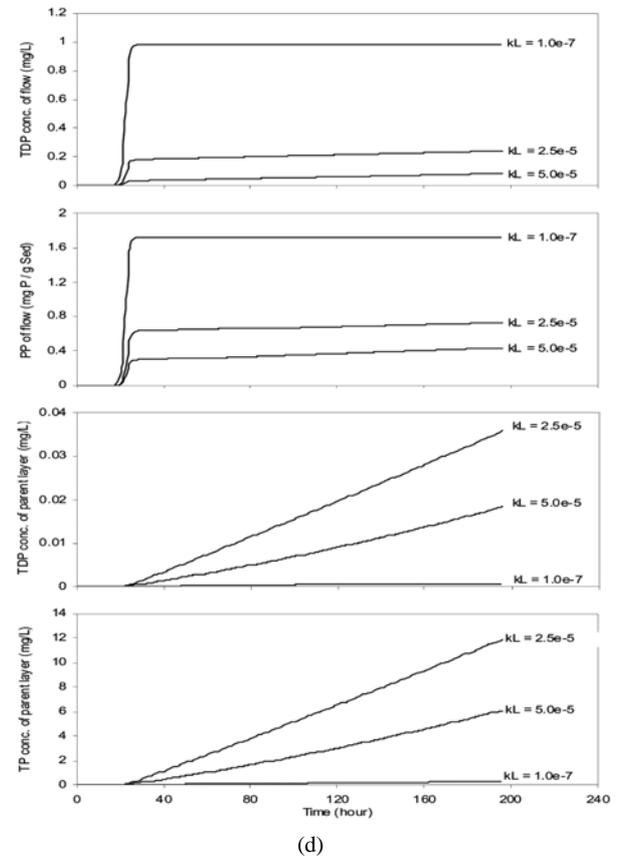
Fig. 3. Results from first test simulations: (a) constant flow rate and SS concentration, (b) effects of k_e on phosphorus simulations.

에 있어 벨브와 같은 역할을 한다(본 시험 모의에서는 침식이나 퇴적이 없는 것으로 가정되었다). 하천 구간 말단에 TDP농도는 하상 유사 공극수로의 이동에 의해 k_i 의 값이 클수록 낮았으며 SS의 PP농도는 다만 상층수 TDP농도에 대응하여 그 농도가 결정되었다. 모층의 TDP와 TP농도는 k_i 에 비례하여 선형적으로 증가하였다(Fig. 3(d)).

모층의 초기 유효 입자 구분비 $f_{prt}^{t=0}$ 와 모층 두께 b_{prt} 의 인 모의에 대한 영향은 서로 유사한데 왜냐하면 두 매개변수가 모두 인을 흡수할 하상 퇴적토의 총량을 규정하기 때문이다. 가장 낮은 $f_{prt}^{t=0}$ 값의 경우 상층수의 TDP농도는 초기 농도에 가까운데 그것은 하상에 인을 흡수할 수 있는 유효 퇴적토의 양이 적기 때문이다. 동일한 결과가 최소 b_{prt} 값의 경우에도 적용될 수 있다. SS에 결합된 PP농도는 단순히 상층수 TDP농도에 반응한 결과이다. 최소의 $f_{prt}^{t=0}$ 값에 대해 모층 공극수의 TDP농도는 상층수의 TDP농도의



(c)



(d)

Fig. 3. Results from first test simulations: (c) effects of k_f and (d) effects of k_i on phosphorus simulations (continued).

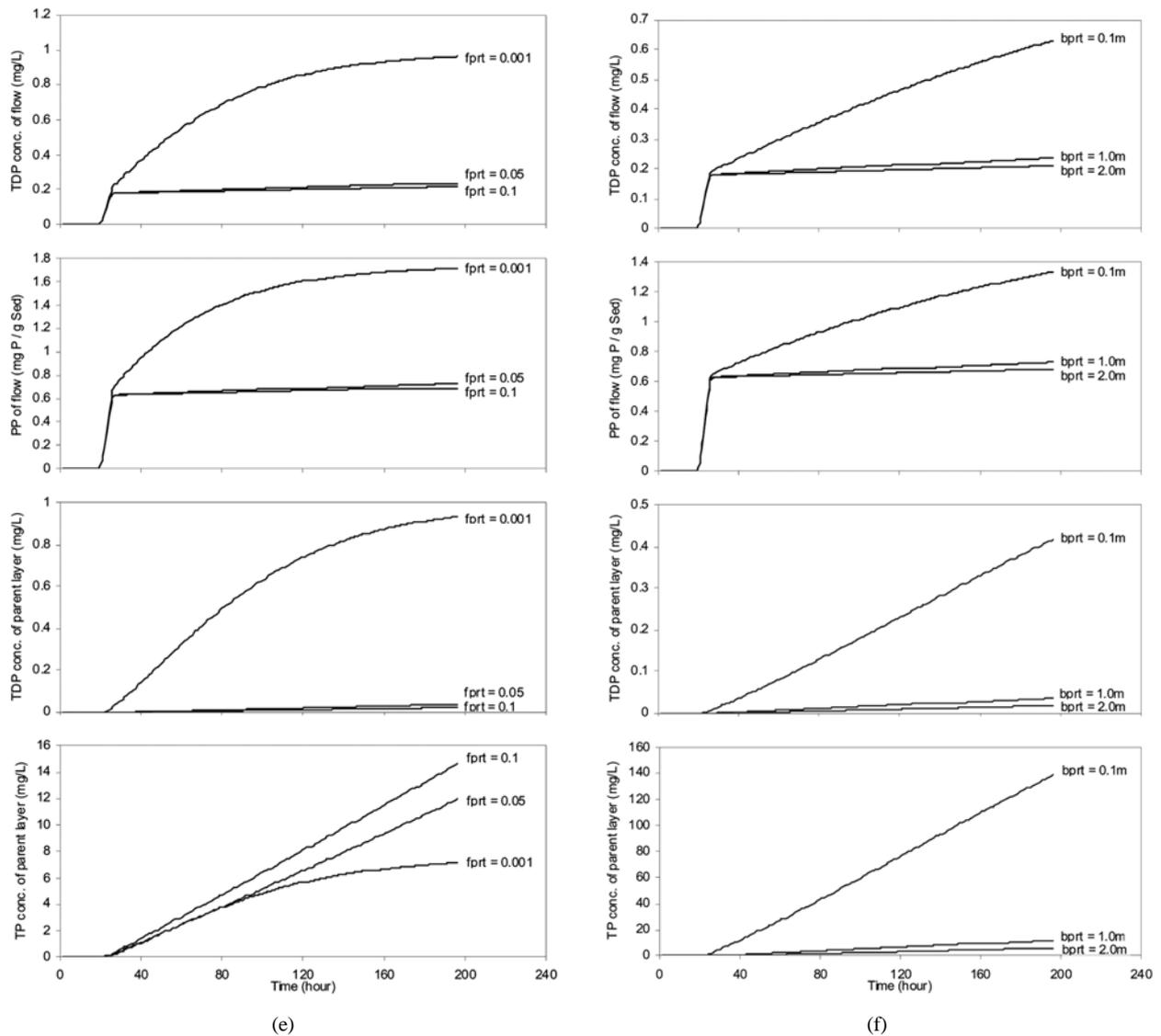


Fig. 3. Results from first test simulations: (e) effects of $f_{prt}^{t=0}$ and (f) effects of b_{prt} on phosphorus simulations (continued).

Table 3. Conditions and Model parameters for the test simulations (For the simulation 1, all the parameters were fixed to the middle values except the one on the testing in each test)

Conditions and Parameters	Simulation 1	Simulation 2	Simulation 3
Channel dimension	Length = 55 km, Width = 20 m, Slope = 0.0007		
Inflow flow rate, $m^3 s^{-1}$	16		
Groundwater inflow rate, $m^2 sec^{-1}$	0		
Inflow SS conc., $mg L^{-1}$	10		
Inflow TDP conc., $mg L^{-1}$	1		
Manning coeff. n	0.04		
Maximum porosity n_{max}	0.3		
Diffusion coefficient of class 1, $K_1^1 m^2 sec^{-1}$	0.5		
Linear adsorption coeff. $k_e m^3 kg^{-1}$	0.01, 2.5, 5.0	2.5	2.5
Parent layer thickness $bprt, m$	0.1, 1.0, 2.0	1.0	1.0
First-order kinetic rate coeff., $k_f sec^{-1}$	1.0×10^{-6} , 1.5×10^{-5} , 3.0×10^{-5}	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}
Mass transport coeff. $k_t, m sec^{-1}$	1.0×10^{-7} , 2.5×10^{-5} , 5.0×10^{-5}	2.5×10^{-5}	2.5×10^{-5}
Available sediment fraction at parent layer $f_{prt}^{t=0}$	0.05	0.001, 0.05, 0.1	0.05
Initial TP concentration at parent layer $TP_{prt}^{t=0}, mg L^{-1}$	0.05	0.05	0.001, 0.05, 0.1

영향으로 인해 1 mg L⁻¹에 이르렀으나 나머지 두 경우에 대해서는 하상 퇴적토의 흡착에 의해 그 농도가 상대적으로 낮게 모의되었다. 비슷한 결과가 b_{prt} 경우에도 적용될 수 있다. 두 매개변수의 영향에서 차이점은 모층의 TP농도 모의에서 나타났다. 낮은 $f_{prt}^{t=0}$ 값에 대해 TP농도는 평형상태에 이르렀으나 다른 두 경우에 대해서는 계속해서 증가하였다. 반면 낮은 b_{prt} 값에 대해 TP농도는 다른 두 경우에 비해 상당히 높았는데 이는 모층의 두께가 얇아 상대적으로 상층수의 TDP에 대한 충분한 흡수가 이루어지기 때문이다(Fig. 3(e)와 Fig. 3(f)). 전체적으로 볼 때 k_f 를 제외한 모든 매개변수가 높은 민감도를 보였으나 k_f 는 오직 PP농도에 대해서 높은 민감도를 보였다.

3.2. 모의 2

두 번째 시험 모의에서는 유사의 침식과 퇴적이 일어날 수 있도록 하였다. 다른 모든 조건은 모의 1과 동일하다. 모의가 시작되면 유속에 상응하는 활성층이 형성되며 그것의 유효 입자비는 모층의 $f_{prt}^{t=0}$ 와 동일하게 된다. Fig. 4(a)에 하천 구간 말단에서의 SS농도가 세 가지의 $f_{prt}^{t=0}$ 값에 대하여 모의되어 제시되었다. 높은 $f_{prt}^{t=0}$ 에 대하여 더 높은 SS농도가 비선형적으로 예측되었다. Fig. 4(b)에는 다른 $f_{prt}^{t=0}$ 값에 따른 유사의 침식에 영향을 받은 상층수 TDP농도 모의 결과를 모의 1의 결과와 함께 제시하였다. 검은 실선은 모의 1의 결과이며 회색 점선은 모의 2의 결과이다. 중앙값과 높은 $f_{prt}^{t=0}$ 값에 대한 TDP 곡선의 앞부분은 모의 1의 결과에 비해 낮은 것으로 나타났는데 이는 침식에 의해 증가된 상층수의 SS의 양에 기인한다(최대 각각 0.06과 0.073 g L⁻¹, 반면 모의 1의 경우 0.01 g L⁻¹로 일정). 전체적으로 PP농도의 경향성은 상층수 TDP농도를 따른다. 모의 2에서 가장 낮은 PP농도는 모의 1의 농도보다 높다. 이는 SS농도가 상대적으로 낮은 이유도 있으나 활성층에서 모의기간 동안 상층수에 노출되어 인을 충분히 흡착한 입자가 침식되어 떠올랐기 때문이기도 하다. 반면 모의 1에서 SS의 노출시간은 단지 유달시간에 불과하다. $f_{prt}^{t=0}$ 의 중앙값과 최고값에 대해서 PP농도는 최초로 모의 1의 대응값보다 낮으나 이후 보다 긴 노출 시간 때문에 더 높아진다. 모층에서의 TDP와 TP농도는 상층수의 SS농도와 결과적인 TDP농도에 영향을 받은 것으로 보인다.

3.3. 모의 3

세 번째 모의는 하상으로부터 인이 용출되는 경우에 대해 모의하였다. 모든 조건은 모의 1과 동일하나(Fig. 5(a)) 다만 인의 유일한 공급원은 하상 퇴적토층으로부터의 용출로 가정하였다. 유입수에는 인이 포함되지 않은 것으로 가정하였다. 모층의 초기 TP농도 $TP_{prt}^{t=0}$ 와 다른 매개변수들은 고정시켰으며 모의 결과는 Fig. 5(b)에 제시하였다. 예상된 바와 같이 하상 퇴적토층으로부터 인의 용출로 인해 흐름의 TDP와 PP농도가 시간이 지남에 따라 증가하였고 모층의

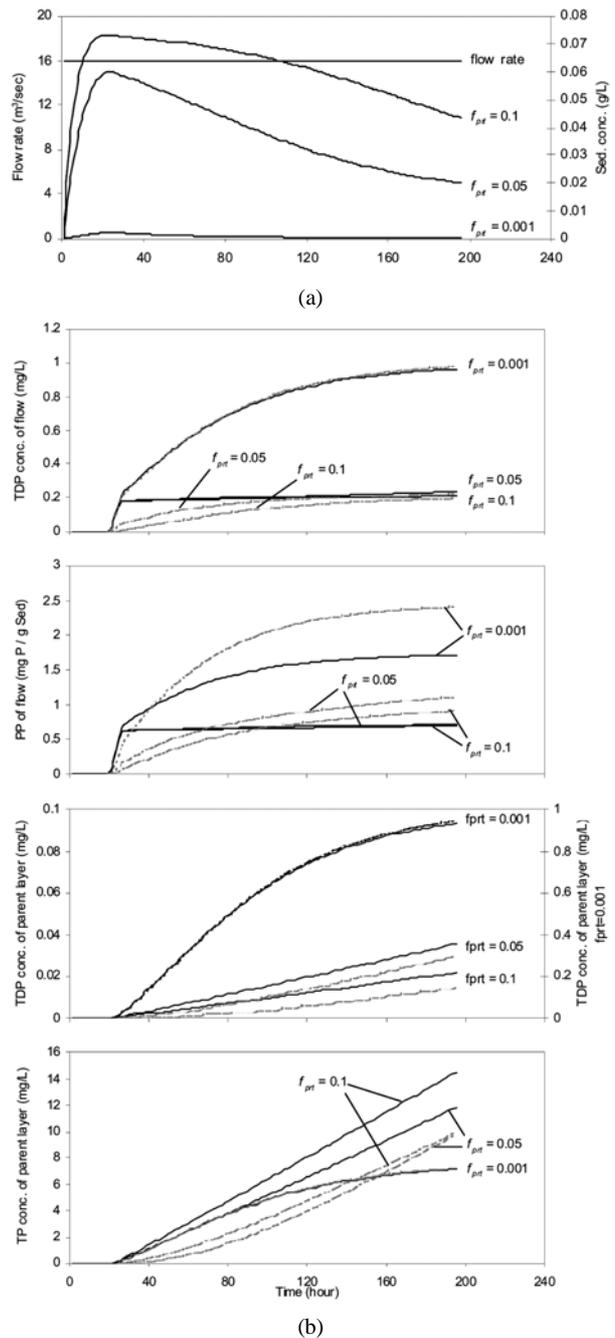


Fig. 4. Results from second test simulation: (a) effects of $f_{prt}^{t=0}$ on sediment and (b) phosphorus simulations.

TDP와 TP농도는 감소하였으며 그 정도는 $TP_{prt}^{t=0}$ 의 값에 따라 각각 달리 나타났다.

4. 결론

본 연구는 자연하천에서 유사와 인의 거동에 대한 단순한 모형을 개발하고 특히 부정류에서의 수치오차를 최소화할 수 있도록 모형의 수치계산법을 선정하는 것을 목적으로 하였다. 개발된 모형은 부유사와 하상 퇴적토 그리고 인의 거동에 대한 각각의 하부 모형들이 계층적으로 결합

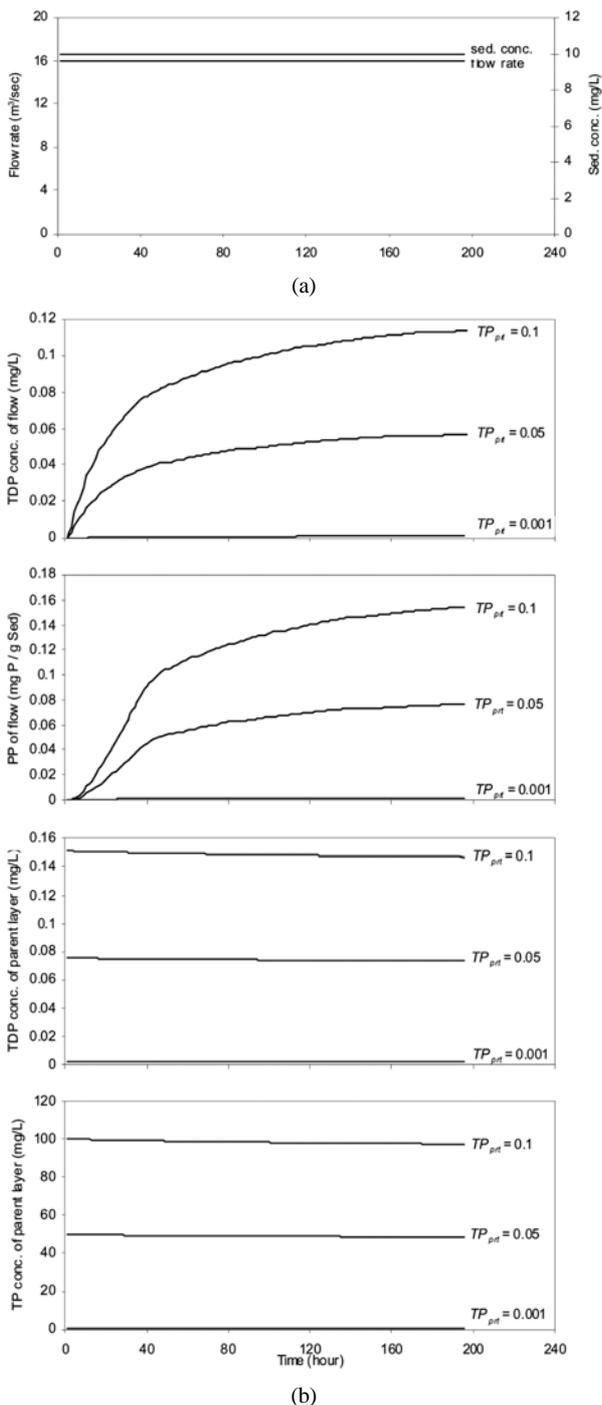


Fig. 5. Results from third test simulation: (a) constant flow rate and SS (b) effects of $TP_{prt}^t=0$ on phosphorus simulations.

된 이류-확산 모형이며 부유사, 총용존인, 총인 그리고 입자상 인의 농도를 부정류 조건하에서 모의할 수 있다. 수치계산법 선정에 위해 부정류 상태에서의 유속의 변화 혹은 이류가 지배적인 흐름의 특성상 일어날 수 있는 수치적 확산과 안정성 문제에 대해 고찰하였으며 1차원 이동 방정식을 위한 다양한 수치해석 기법이 평가되었다. 이때 정상류에 대한 수치적 확산과 positivity 기준을 부정류 조건에 대해 근사적으로 사용하였다. 마지막으로 가상 하천구간에

대한 시험모의를 통해 모형매개변수의 변화가 농도에측에 미치는 영향을 분석하였다.

수치계산법 선정에 있어 비록 계산시간 크기가 한가지 경우로 제한되었으나 모의의 전 기간에 걸쳐 Courant 수가 1보다 작은 경우, 일부에서는 1인 경우, 그리고 전 기간에 걸쳐 1보다 큰 경우를 포함시켜 평가결과의 신뢰도를 높이고자 하였다. 다양한 수치해석 기법에 대한 평가결과 Lagrangian implicit방법이 주어진 수치 격자 크기에 대하여 안정적이며 가장 적은 수치 오차를 내는 것으로 평가되었다. 또한 세가지 시나리오에 의한 가상 하천구간에 대한 시험모의를 통해 주어진 매개변수의 범위에서 국지적 민감도에 대한 분석이 이루어질 수 있었다. 1차 반응 역학 계수를 제외한 모든 매개변수들은 주어진 조건하에서 인의 모의에 상당한 민감성이 있음이 나타났다.

개발된 모형은 하천에서의 유사와 인의 거동을 모의하기 위한 모형으로 향후 실제 하천구간에 대한 적용을 통해 인과 하상 퇴적도 및 부유사 간의 흡착동력학을 비롯한 상호작용을 이해하는 데 사용할 수 있다. 이를 위해서는 하천 구간 경계지점에서의 양질의 유량, 부유사 및 인에 대한 모니터링 자료가 필요하며 각각의 물질수지가 완전하게 성립되어야 한다.

참고문헌

Anderson, D. A., Tannehill, J. C., and Pletcher, R. H. (1984). *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York.

Aral, M. M., Zhang, Y., and Jin, S. (1998). Application of relaxation scheme to wave propagation simulation in open-channel networks. *J. Hyd. Engr., ASCE*, **124**(11), pp. 1125-1133.

Arnold, J. G., Srinivasan, R., Mutiah, R. S., and Williams, J. R. (1998). Large area hydrologic modeling and assessment; part I: model development. *J. Am. Water Resour. Assoc.*, **34**(1), pp. 73-89.

Crockford, R. H. and Willett, I. R. (2000). The Maude Weir Sediments. 1. Desorption and sorption of phosphorus, and related changes in mineral magnetic properties after desorption. *Hydrol. Process.*, **14**, pp. 2383-2392.

Di Toro, D. M., Fitzpatrick, J. J., and Thomann, R. V. (1981, rev. 1983). *Water Quality Analysis Simulation Program (WASP) and Model Verification Program (MVP) - Documentation*. Hydroscience, Inc., Westwood, NY, for U.S. EPA, Duluth, MN, Contract No. 68-01-3872.

Jakeman, A. J., Green, T. R., Beavis, S. G., Zhang, L., Dietrich, C. R., and Crapper, P. F. (1999). Modelling upland and instream erosion, sediment and phosphorus transport in a large catchment. *Hydrol. Process.*, **13**, pp. 745-752.

Kim, K. (2005). *Sediment and phosphorus transport in a river channel under unsteady flow conditions*. USA, Ph.D. dissertation, Univ. of Illinois-UC, Urbana, IL.

Kim, K., Kalita, P. K., Bowes, M. J., and Eheart, J. W. (2006). Modeling of river dynamics of phosphorus under unsteady flow conditions. *Water Resour. Res.*, **42**, W07413,

- doi:10.1029/2005WR004210.
- Novotny, V., Tran, H., Simsiman, G. V., and Chesters, G. (1978). Mathematical modeling of land runoff contaminated by phosphorus. *Journal WPCF*, pp. 101-112.
- Sharpley, A. N., Kleinman, P. J. A., McDowell, R. W., Gitau, M., and Bryant, R. B. (2002). Modeling phosphorus transport in agricultural watersheds: Processes and possibilities. *J. Soil and Water Conser.*, **57**(6), pp. 425-439.
- Singh, V. P. (1996). *Kinematic Wave Modeling in Water Resources: Surface-Water Hydrology*, John Wiley and Sons, New York.
- van Niekerk, A., Vogel, K. R., Slingerland, R. L., and Bridge, J. S. (1992). Routing of heterogeneous sediments over movable bed: Model development. *J. Hyd. Engr., ASCE*, **118**(2), pp. 247-262.
- van Rijn, L. C. (1984). Sediment transport, part II: suspended load transport. *J. Hyd. Engr., ASCE*, **110**(11), pp. 1613-1641.
- Wade, A. J., Hornberger, G. M., Whitehead, P. G., Jarvie, H. P., and Flynn, N. (2001). On modeling the mechanisms that control in-stream phosphorus, macrophyte, and epiphyte dynamics: An assessment of a new model using general sensitivity analysis. *Water Resour. Res.*, **37**(11), pp. 2777-2792.
- Zhang, R., Huang, K., and van Genuchten, M. T. (1993). An efficient Eulerian-Lagrangian method for solving solute transport problems in steady and transient flow fields. *Water Resour. Res.*, **29**(12), pp. 4131-4138.
- Zhang, Y. and Aral, M. M. (2004). Solute transport in open-channel networks in unsteady flow regime. *Environ. Fluid Mech.*, **4**(3), pp. 225-247.
- Ziegler, C. K. and Lick, W. (1986). A numerical model of the resuspension, deposition and transport of fine-grained sediments in shallow water, UCSB Rep. ME-86-3, University of California, Santa Barbara, CA.
- Ziegler, C. K. and Nisbet, B. S. (1994). Fine-Grained Sediment Transport in Pawtuxet River, Rhode Island. *J. Hyd. Engr., ASCE*, **120**(5), pp. 561-576.