

인력선 프레임의 병렬화 위상 최적설계

김현석*, 이기명**, 김민근*, 조선희†*

서울대학교 공과대학 조선해양공학과*
현대중공업**

Parallelized Topology Design Optimization of the Frame of Human Powered Vessel

Hyunsuk Kim*, Ki Myung Lee**, Min-Geun Kim* and Seonho Cho†*

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering
and Research Institute of Marine Systems Engineering, Seoul National University*
Hyundai Heavy Industries Co., Ltd**

Abstract

Topology design optimization is a method to determine the optimal distribution of material that yields the minimal compliance of structures, satisfying the constraint of allowable material volume. The method is easy to implement and widely used so that it becomes a powerful design tool in various disciplines. In this paper, a large-scale topology design optimization method is developed using the efficient adjoint sensitivity and optimality criteria methods. Parallel computing technique is required for the efficient topology optimization as well as the precise analysis of large-scale problems. Parallelized finite element analysis consists of the domain decomposition and the boundary communication. The preconditioned conjugate gradient method is employed for the analysis of decomposed sub-domains. The developed parallel computing method in topology optimization is utilized to determine the optimal structural layout of human powered vessel.

※Keywords: Topology design optimization(위상 최적설계), Adjoint sensitivity(에조인 설계민감도), Optimality criteria method(최적조건법), Parallel computation(병렬화 연산), Preconditioned conjugate gradient method(PCG 기법), Human powered vessel(인력선)

1. 서론

위상 최적설계는 재료 물성치에 대한 설계민감도와 최적설계를 결합하여, 주어진 재료량 제한조건 하에서 최고의 강성을 갖는 구조를 설계하는 최적의 재료분포를 찾는 방법이다. 이는 상대적으로 치수나 형상 설계보다 최적화 효과가 크고, 실행이 용이하여 20여 년간 최적설계 분야에서 지속적으로 개발되었으며 최근에는 정규 재료밀도(Bulk Material Density) 함수를 이용한 밀도법(Density Method)이 널리 사용되고 있다 (Bendsøe and Sigmund 2003). 그러나 이를 대형 공학문제로 확장하였을 때에는 계산시간과 메모리 한계로 인하여 병렬화 연산이 필연적으로 요구된다. 본 논문에서는 유한요소 해석에서 반복해법(PCG method)과 최적조건법(Optimality Criteria Method)을 이용하여 병렬화 위상 최적설계 기법을 개발하였다. 또한 선형 탄성체의 지배방정식에서 약 형식(Weak Form)을 유도하고 연속체 기반의 설계 민감도 식을 유도하였으며 대형 구조물의 유한요소 해석을 위한 병렬화 기법(Shewchuk 1994, Tallec 2004)을 소개하였다. 최적조건법(Rozvany and Zhou 1991, Vemaganti and Lawrence 2005)을 이용한 위상 최적화 기법을 소개하고 인력선 예제에 대하여 병렬 위상 최적설계를 수행하여 궁극적으로는 새로운 프레임의 형상을 제시하고자 한다.

2. 선형 탄성해석

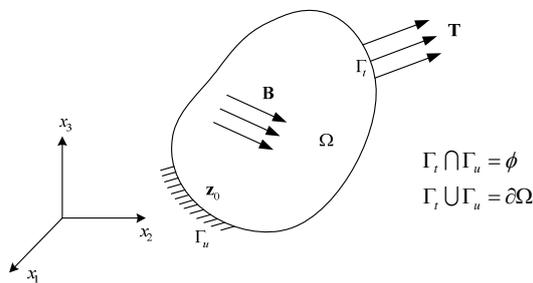


Fig. 1 Elastic body in space

Fig. 1과 같이 영역 Ω 를 갖는 선형 탄성체를 고려한다. 여기서 Γ_t , Γ_u , \mathbf{T} , \mathbf{B} 는 표면력 경계(Traction Boundary), 변위 경계(Displacement Boundary), 표면력(Surface Traction), 체적력 강도(Body Force Intensity)를 의미한다. 탄성체의 평형 방정식(Equilibrium Equation)은 다음과 같다.

$$\sigma_{ij,j} + b_i = 0 \text{ in } \Omega \quad (1)$$

여기서 σ 는 코시 응력(Cauchy Stress)이고, \mathbf{b} 는 체적력 강도이다. 주어진 경계조건(Boundary Condition)은 다음과 같다.

$$\sigma_{ij}n_j = t_i \text{ on } \Gamma_t \quad (2)$$

$$z_i = z_i^0 \text{ on } \Gamma_u \quad (3)$$

식 (1)-(3)을 만족하는 약 형식 (Weak Form)은 다음과 같다.

$$a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = \ell(\bar{\mathbf{z}}), \quad \forall \bar{\mathbf{z}} \in \bar{\mathbf{Z}}, \quad (4)$$

여기서 \mathbf{z} 는 변위이며 가상변위 $\bar{\mathbf{z}}$ 는 가상 변위공간 $\bar{\mathbf{Z}}$ 에 속한다. $a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}})$ 와 $\ell(\bar{\mathbf{z}})$ 는 각각 변형 에너지 형식(Bilinear Strain Energy Form)과 하중 형식(Linear Load Form)이다.

$$a(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = \iiint_{\Omega} \sigma_{ij}(\mathbf{z})\varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{z}})d\Omega \quad (5)$$

$$\ell(\bar{\mathbf{z}}) = \iiint_{\Omega} b_i\bar{z}_i d\Omega + \iint_{\Gamma_t} t_i\bar{z}_i d\Gamma_t \quad (6)$$

식 (4)에서 설계변수에 대한 1차 변분을 취하면 다음과 같은 설계민감도 식을 얻는다.

$$a_{\mathbf{u}}(\mathbf{z}', \bar{\mathbf{z}}) = \ell'_{\delta\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{z}}) - a'_{\delta\mathbf{u}}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}), \quad \forall \bar{\mathbf{z}} \in \bar{\mathbf{Z}} \quad (7)$$

여기서

$$\mathbf{z}' \equiv \frac{d}{d\tau} \mathbf{z}(\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}) \Big|_{\tau=0} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\mathbf{z}(\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}) - \mathbf{z}(\mathbf{u})}{\tau} \quad (8)$$

$$\ell'_{\delta \mathbf{u}}(\bar{\mathbf{z}}) \equiv \frac{d}{d\tau} \ell_{\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}}(\bar{\mathbf{z}}) \Big|_{\tau=0} \quad (9)$$

$$a'_{\delta \mathbf{u}}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \equiv \frac{d}{d\tau} a_{\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) \Big|_{\tau=0} \quad (10)$$

$\bar{\mathbf{z}}$ 는 변분 과정에서 설계변수에 대한 의존성을 고려하지 않음을 의미한다.

일반적인 성능함수(Performance functional)는 다음과 같이 적분식 형태로 나타낼 수 있으며

$$\psi = \iiint_{\Omega} g(\mathbf{z}, \nabla \mathbf{z}, \mathbf{u}) d\Omega, \quad (11)$$

이것의 1차 변분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \psi' &\equiv \frac{d}{d\tau} \left[\iiint_{\Omega} g(\mathbf{z}(\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}), \nabla \mathbf{z}(\mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}), \mathbf{u} + \tau \delta \mathbf{u}) d\Omega \right] \Big|_{\tau=0} \\ &= \iiint_{\Omega} [g_z \mathbf{z}' + g_{\nabla z} \nabla \mathbf{z}' + g_u \delta \mathbf{u}] d\Omega \end{aligned} \quad (12)$$

$\mathbf{z}' \in \mathbf{Z}$ 이므로 식 (12)의 \mathbf{z}' 을 가상변위 $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ 로 변경한 예조인 하중(Adjoint Load)을 정의하면 응답(Adjoint Response) $\boldsymbol{\lambda}$ 에 대한 예조인 방정식(Adjoint Equation)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a_{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\lambda}, \bar{\boldsymbol{\lambda}}) = \iiint_{\Omega} [g_z \bar{\boldsymbol{\lambda}} + g_{\nabla z} \nabla \bar{\boldsymbol{\lambda}}] d\Omega, \quad \forall \bar{\boldsymbol{\lambda}} \in \mathbf{Z} \quad (13)$$

$\bar{\boldsymbol{\lambda}} \in \mathbf{Z}$ 이고 또한 $\mathbf{z}' \in \mathbf{Z}$ 이므로 $\bar{\boldsymbol{\lambda}}$ 를 \mathbf{z}' 로 바꿀 수 있다.

$$a_{\mathbf{u}}(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{z}') = \iiint_{\Omega} [g_z \mathbf{z}' + g_{\nabla z} \nabla \mathbf{z}'] d\Omega \quad (14)$$

그리고 $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbf{Z}$ 이고 또한 $\bar{\mathbf{z}} \in \mathbf{Z}$ 이므로 식 (7)에서 $\bar{\mathbf{z}}$ 를 $\boldsymbol{\lambda}$ 로 바꾸면 다음과 같다.

$$a_{\mathbf{u}}(\mathbf{z}', \boldsymbol{\lambda}) = \ell'_{\delta \mathbf{u}}(\boldsymbol{\lambda}) - a'_{\delta \mathbf{u}}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}), \quad \forall \boldsymbol{\lambda} \in \mathbf{Z} \quad (15)$$

변형에너지 형식 $a_{\mathbf{u}}(\bullet, \bullet)$ 은 각각의 독립변수에 대하여 선형적이므로 식 (14)와 (15)는 동일하며 다음 식이 성립한다.

$$\iiint_{\Omega} [g_z \mathbf{z}' + g_{\nabla z} \nabla \mathbf{z}'] d\Omega = \ell'_{\delta \mathbf{u}}(\boldsymbol{\lambda}) - a'_{\delta \mathbf{u}}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}) \quad (16)$$

식 (16)을 식 (12)에 대입하면, 성능함수 ψ 의 설계변수 \mathbf{u} 에 관한 1차 변분식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\psi' = \iiint_{\Omega} g_u \delta \mathbf{u} d\Omega + \ell'_{\delta \mathbf{u}}(\boldsymbol{\lambda}) - a'_{\delta \mathbf{u}}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}) \quad (17)$$

3. 병렬화

선형 함수인 식(4)의 약 형식을 이산화하여 유한요소 방정식을 구성하면 아래와 같다.

$$\mathbf{Kz} = \mathbf{f} \quad (18)$$

여기서 \mathbf{K} 는 강성행렬(Stiffness Matrix), \mathbf{z} 는 변위장(Displacement Field), 그리고 \mathbf{f} 는 구조물에 가해지는 외력을 나타낸다. 해 공간에서 강성행렬 \mathbf{K} 가 대칭 양정(Symmetric Positive Definite)이므로 최소 범함수 정리(Minimum Functional Theorem)를 이용하면, 다음과 같이 범함수 $F(\mathbf{z})$ 를 최소화하는 변위장 \mathbf{z} 를 구하는 문제로 치환할 수 있다(Lee and Cho 2006).

$$F(\mathbf{z}) = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T \mathbf{Kz} - \mathbf{z}^T \mathbf{f} \quad (19)$$

반복 해법인 Conjugate Gradient(CG) Method는 위의 비선형 함수를 이전 탐색방향을 모두 포함하는 초평면(Hyperplane) 상에서 최소화한다면 해의 수렴성이 급격히 증가하는 원리에서 도출되었다(Shewchuk 1994). 즉, 이전의 탐색방향을 \mathbf{p}^k 라

고 나타내면, CG 기법은 $(i+1)$ 번째 반복과정에서의 해 \mathbf{x}^{i+1} 를 찾기 위해 목적함수를 다음의 초평면 상에서 최소화하게 된다.

$$\mathbf{x}^0 + \text{span}(\mathbf{p}^0, \mathbf{p}^1, \dots, \mathbf{p}^i) \quad (20)$$

식(20)의 공간을 식(18)의 잉여항(Residual) \mathbf{r} 을 이용해서 나타내면 다음과 같이 행렬 \mathbf{K} 의 대칭성에 의해 직교 기저(Orthogonal Basis)를 갖는 Krylov 부공간(Subspace)과 동일함을 알 수 있다 (Kim et al. 2004).

$$\text{span}(\mathbf{r}^0, \mathbf{K}\mathbf{r}^0, \dots, \mathbf{K}^i\mathbf{r}^0) \quad (21)$$

즉 반복과정에서 방향벡터는 이전의 방향벡터들과 선형 독립적으로 형성되어, 식(18) 해의 차원을 N 이라고 했을 때 최대 N 번 혹은 그 이전의 반복계산 과정을 통해 해가 얻어질 수 있다. 이러한 CG 방법의 다른 특징은 해의 수렴성이 행렬의 조건수(Condition Number)에 많은 영향을 받는다는 것이다. 행렬의 조건수를 낮추기 위해 CG 반복계산 과정 내에서 행렬 연산에 프리컨디셔너(Preconditioner) 행렬을 적용하는 Preconditioned Conjugate Gradient (PCG)기법이 주로 사용된다 (Shewchuk 1994, Barret et al. 1994). 본 논문에서는 병렬화에 초점을 두었기 때문에 계산과정이 가장 적고 행렬 요소간 연산이 없는 자코비 프리컨디셔너를 사용하였으며 다음과 같이 정의된다 (Shewchuk 1994).

$$\mathbf{Q} = \mathbf{D}^{-1} = \{\text{diag}(\mathbf{K})\}^{-1} \quad (22)$$

탄성체의 영역을 Fig. 2와 같이 분할하여 고려할 때 전체 영역 Ω 는 분할된 부영역의 결합으로 이루어지며, 마찬가지로 식 (4)를 만족하여야 한다 (Tallec 1994, Papadrakakis 1997).

$$\Omega = \mathbf{A} \Omega_i \quad (23)$$

여기서 ns 는 부 영역의 개수이며 \mathbf{A} 는 부영역을 결합하는 어셈블리 연산자이다.

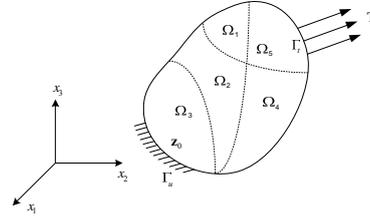


Fig. 2 Domain decomposition of elastic body

영역 분할기법을 식(4)에 적용하면 다음과 같다.

$$\mathbf{A}_{i=1}^{ns} [a_i(\mathbf{z}_i, \bar{\mathbf{z}}_i)] = \mathbf{A}_{i=1}^{ns} [\ell_i(\bar{\mathbf{z}}_i)], \quad \forall \bar{\mathbf{z}}_i \in \bar{\mathbf{Z}} \quad (24)$$

식 (24)를 이산화된 공간에서 구성하여 가상 변위를 소거하면 식 (18)의 형태가 되며 항들은 각각 아래와 같이 구성된다.

$$\mathbf{K} = \mathbf{A} \mathbf{K}_i, \quad \mathbf{f} = \mathbf{A} \mathbf{f}_i \quad (25)$$

유한요소의 영역분할은 요소를 중심으로 이루어지므로 부영역의 경계면에는 외부 요소들의 절점이 위치한다. 부영역에서 정보의 갱신이 이루어지면 접촉하고 있는 다른 부 영역과의 경계면에서는 Fig. 3과 같이 정보교환이 필요하게 된다. 경계면에서의 통신 알고리즘은 참고문헌에서 다루고 있다(Aoyama and Nakano 1999).

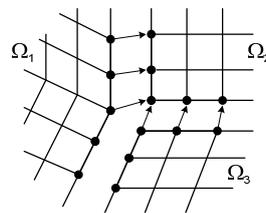


Fig. 3 Communication at the interfaces

병렬 컴퓨터의 구조는 크게 두 가지로 분류가 되는데, 하나는 다중 프로세서들이 BUS나 스위치를 통해 공유된 메모리에 접근하는 방식인 SMP(Symmetric Multiprocessor)이고, 다른 하나는 각각의 프로세서가 독립적인 메모리를 가지며

필요한 정보만을 교환하는 방식인 MPP(Massively Parallel Processors)이다. 일반적으로 여러 프로세서를 가진 슈퍼컴퓨터는 MPP 형태를 취하게 된다. 단일 BUS로 다중 프로세서를 관리하는 경우 프로세서의 수, 공유 메모리의 크기나 컴퓨터의 효율에 한계를 가지므로 여러 대의 컴퓨터를 연결한 병렬 프로그래밍이 많이 이루어진다. 네트워크를 통해 코드 내부의 정보가 프로세서 혹은 메모리 간에 교환되어야 할 경우가 발생하는데, PVM, MPI 등이 이를 지원한다(Aoyama and Nakano 1999, Pacheco 1997). 본 논문에서는 MPI 라이브러리를 이용해 네트워크를 통한 통신을 구성한다.

유한요소 해석은 전술한 영역 분할 기법을 적용한 PCG 방법으로 수행한다. PCG 방법은 강성행렬의 역행렬을 구하지 않고, 벡터-벡터, 행렬-벡터와 같은 단순한 계산을 반복하여 해를 구하기 때문에 이러한 연산들을 병렬화하여 전체 PCG 기법을 병렬화하게 된다. 부영역 간의 경계면 통신을 입력 값이 통신 전의 절점 정보이고 출력 값이 통신이 완료된 절점 정보인 BCOMM이라는 함수로 정의하였다. 설계민감도 해석의 병렬화에서 위상 최적화의 설계변수는 요소와 1:1로 대응되는 밀도함수이므로 영역분할과 동시에 설계변수들이 해당 부영역으로 할당된다. 이때 부영역에 속한 설계변수는 부영역에서의 정보만으로 설계민감도를 얻을 수 있다. 위의 내용을 요약하면 아래의 Table 1과 같다.

Table 1 Procedure of parallelization

	vector-vector	matrix-vector
Serial	$\mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$	$\mathbf{c} = \mathbf{A}\mathbf{b}$
Parallel	$\mathbf{a}_G = \text{BCOMM}(\mathbf{a}_L)$ $\mathbf{c}_L = \mathbf{a}_G \cdot \mathbf{b}_L$ $c = \text{MPI_REDUCE}(c_L)$	$\mathbf{b}_G = \text{BCOMM}(\mathbf{b}_L)$ $\mathbf{c}_L = \mathbf{A}_{\text{subdomain}}\mathbf{b}_L$ $\mathbf{c} = \text{BCOMM}(\mathbf{c}_L)$

4. 위상 최적설계

선형 탄성문제에 관하여, 위상 최적화 문제를 다음과 같이 정리할 수 있다(Lee and Cho 2005).
Minimize

$$f = \Pi = \iiint_{\Omega} b_i z_i(\rho) d\Omega + \iint_{\Gamma_t} t_i z_i(\rho) d\Gamma_t \quad (26)$$

Subject to

$$g = \iiint_{\Omega} \rho d\Omega - V_{\text{allowable}} \leq 0 \quad (27)$$

여기서 Π , $V_{\text{allowable}}$ 과 ρ 는 각각 컴플라이언스(Compliance), 가용 재료량(Allowable Volume), 상대 재료밀도(Bulk Material Density)를 나타낸다. 설계변수인 재료분포는 다음과 같이 SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) 방법을 이용하여, 각 요소에 대한 상대 재료밀도와 재료 물성치로 표현할 수 있다.

$$E_i = \rho_i^n E_0, \quad (i = 1, 2, \dots, NE) \quad (28)$$

여기서 E_0 는 실제 재료의 Young's Modulus이고, n 은 재료분포 형태에 관련되는 집중계수(Concentration Parameter)이다. NE 는 요소의 개수이다. 상대 재료밀도는 수치적 특이성을 피하기 위하여 다음과 같이 하한을 도입한다.

$$0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq 1 \quad (29)$$

목적함수 (26), 제약조건 (27), 추가 제약조건 (side Constraints; 28)으로 구성되는 최적화 문제는 여러 방법으로 접근할 수 있다; 최적조건법(Optimality Criteria Method; Rozvany 1991), MMA(Method of Moving Asymptotes), 순차 선형계획법(Sequential Linear Programming). 본 논문에서는 설계변수의 개별적인 갱신이 가능하여 병렬화하기 편리한 최적조건법을 이용하였다. 식 (26)-(29)를 결합한 라그랑지안(Lagrangian)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L = f + \lambda(g + s^2) + \iiint_{\Omega} \mu^+(\rho - 1) d\Omega - \iiint_{\Omega} \mu^-(\rho - \rho_{\min}) d\Omega \quad (30)$$

여기에서 λ , μ^+ , μ^- 는 음이 아닌 라그랑지 승수이며 s 는 잉여변수(Slack Variable)이다. 쿤-터커(Kuhn-Tucker) 최적조건을 적용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial L}{\partial \rho_i} = \frac{\partial f}{\partial \rho_i} + \lambda \frac{\partial g}{\partial \rho_i} + \mu^+ - \mu^- = 0 \quad (31)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g + s^2 = 0 \quad (32)$$

또한 Switching 조건들은 다음과 같다.

$$\mu^+(\rho - 1) = 0, \mu^-(\rho - \rho_{\min}) = 0, \lambda s = 0 \quad (33)$$

$\lambda \neq 0$ 일 경우, s 는 0이므로 중간 범위의 밀도 ($\rho_{\min} < \rho < 1$)에 대하여 식 (31)과 (32)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$-\frac{1}{\lambda} \left(\frac{\partial f}{\partial \rho_i} / \frac{\partial g}{\partial \rho_i} \right) = 1 \quad (34)$$

$$g = 0 \quad (35)$$

식 (34)로부터 설계변수 (K+1) 번째 반복 갱신 관계식을 추정하면 다음과 같다.

$$\rho_i^{(K+1)} = \begin{cases} \max\{1 - \zeta, \rho_i^{(K)}, \rho_{\min}\} & \text{if } \rho_i^{(K)} B_K^n \leq \max\{1 - \zeta, \rho_i^{(K)}, \rho_{\min}\} \\ \rho_i^{(K)} B_K^n & \text{if } \max\{1 - \zeta, \rho_i^{(K)}, \rho_{\min}\} \leq \rho_i^{(K)} B_K^n \leq \min\{1 + \zeta, \rho_i^{(K)}, 1\} \\ \min\{1 + \zeta, \rho_i^{(K)}, 1\} & \text{if } \rho_i^{(K)} B_K^n \geq \min\{1 + \zeta, \rho_i^{(K)}, 1\} \end{cases} \quad (36)$$

여기서 η 는 감쇄인자(Tuning Parameter), ζ 는 변형제한(Move Limit)이며 B_K 는 다음과 같다.

$$B_K = -\frac{1}{\lambda} \left(\frac{\partial f}{\partial \rho_i} / \frac{\partial g}{\partial \rho_i} \right) \quad (37)$$

이를 식 (36)에 대입하면 다음과 같이 라그랑지 승수를 얻어낼 수 있다.

$$\lambda = \left[\sum_{i=1}^{NE} \left(-\frac{\partial f}{\partial \rho_i} / \frac{\partial g}{\partial \rho_i} \right)^\eta \rho_i \right] / V_{\text{allowable}}^{1/\eta} \quad (38)$$

감쇄인자 η 는 SIMP 방법의 집중계수 n 과 다음의 관계를 지닌다(Papadrakakis 1997).

$$\eta = \frac{1}{n+1} \quad (38)$$

최적조건법은 라그랑지 승수를 계산할 때를 제외하고는 설계변수 간의 어떠한 연산도 이루어지지 않는다. 따라서 라그랑지 승수를 만들어 주는 부분과 사용 재료량 제약조건을 이용한 수렴 판단 부분에만 MPI 함수를 적용하여 최적 조건법을 병렬화할 수 있다.

5. 수치 예제

5.1 외팔보의 위상 최적설계

Fig. 4와 같은 외팔보의 전체영역은 24,000개의 솔리드 요소로 구성되어 있으며 총 80,703개의 자유도를 갖는다. 재료량 30%와 집중계수 3을 사용하였고, 하중은 $10^7(N)$ 을 가하였다.

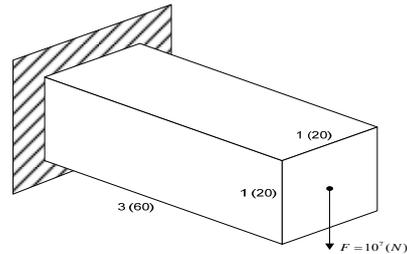


Fig. 4 Cantilever model

유한요소 해석을 수행할 때 프로세서 수의 증가에 따른 계산 시간의 변화는 Fig. 5와 같다. 프로세서의 수가 증가할수록 계산시간은 감소하나 병렬화되지 않는 부분의 영향도 존재하여 암달의 법칙(Amdahl's law)에 따라 프로세서가 증가할수록 속도 증가량은 점차 감소하는 경향을 보인다.



Fig. 5 Computing cost

4 개의 부영역으로 분할하여 최적설계를 수행하였다. Fig. 6과 같이 X 모양의 강성이 높은 내부 구조의 형상을 나타내어 위상 최적설계가 물리적으로 타당한 결과를 제시함을 알 수 있다. 최적설계가 진행될수록 PCG 해석의 반복계산 회수가 늘어나는 경향을 띠는데, 이는 재료가 점점 집중됨에 따라 강성행렬의 조건수가 커져 PCG 수렴이 느려지는 것에 기인한다. 즉 후반부로 갈수록 조건수를 줄이기 위한 프리컨디셔너의 역할 비중이 늘어난다고 할 수 있다.

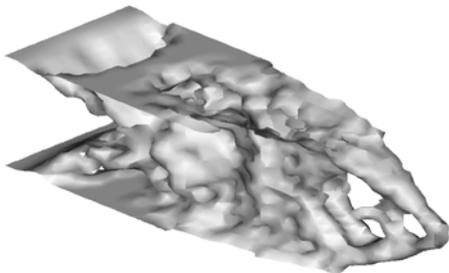


Fig. 6 Result of topology optimization

5.2 인력선 프레임의 위상 최적설계

인력선은 2 인이 탑승하여 페달을 돌려서 얻은 동력으로 추진기를 작동시키는 방식을 택한다. 프레임에 각각 2 기씩의 핸들, 의자, 그리고 페달이 있다. 또한 부유체에 연결되는 두 곳에서 변위가 구속된다. 그리고, 항주 중에는 두 지점에 장착된 날개에 의한 항력과 양력을 동시에 받는다. 따라서 핸들, 의자, 페달, 그리고 날개들에 의해 프레임에 외력이 작용한다고 볼 수 있다. 이러한 경계

및 하중 조건은 Fig. 7에 도시하였다.

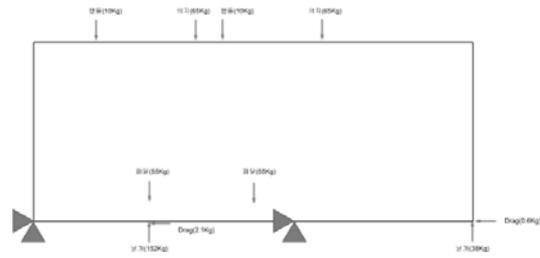


Fig. 7 Boundary and loading conditions

본 예제는 FRP재료와 집중계수를 3으로 사용하여 위상 최적설계를 수행하였으며 사용된 FRP 재료의 물성치는 아래의 Table 2와 같다.

Table 2 Material properties of FRP

Young's Modulus (E)	$7.5kg / mm^2 \times 10^2$
Poisson's Ratio (ν)	0.22
Yield Stress (σ_Y)	$12.25kg / mm^2$

위상 최적설계(Ha et al. 2003)는 9,000개의 솔리드 요소, 14,043개의 절점, 재료량 30%와 초기치 $\rho = 0.5$ 를 사용하였으며 위상 최적설계의 결과는 Fig. 8과 같다.

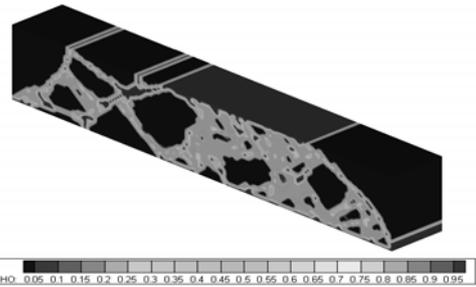


Fig. 8 Result of 3D topology optimization

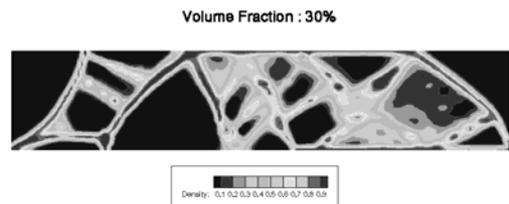


Fig. 9 Result of 2D topology optimization

Fig. 9의 2차원 위상 최적설계 결과와 3차원 위상 최적설계 결과를 비교해 보면, 좀 더 명확한 경계를 얻을 수 있었으며, 2차원 최적화에서는 고려하지 못한 횡 방향의 하중도 고려할 수 있어서 개선된 설계를 얻을 수 있었다.

Fig. 8와 Fig. 9 에서 위상최적설계를 수행한 결과, 밝은 부분은 재료가 집중적으로 분포하고, 어두운 부분은 재료가 거의 분포하지 않는 영역을 나타낸다. 병렬 위상최적 설계의 효과를 좀더 극명하게 설명하기 위해 아래 Fig. 10을 살펴보자.

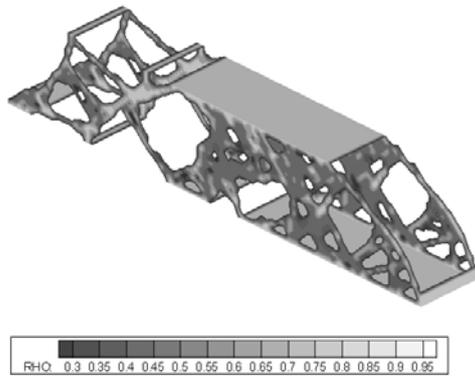


Fig. 10 3D topology Optimized HPV frame

Fig. 10은 재료가 분포하지 않은 영역을 제거하고 가시화한 결과로써, 2차원 위상 최적설계 결과에서는 표현하기 힘든 인력선 프레임의 레이아웃을 표현할 수 있을 뿐만 아니라 2차원에서 고려되지 않은 방향의 하중조건과 경계조건도 고려하여 최적화할 수 있다.

6. 결론

3차원 선형 탄성체의 위상 최적설계를 위하여 에너지 원리로부터 유한요소 해석과 설계민감도 해석 기법을 유도하였다. 반복해법의 하나인 PCG를 제시하고 영역 분할 기법을 적용하여, 분할된 부영역 집합에 대해 병렬 유한요소해석을 수행하고 그 효과를 제시하였다. 부영역 내에서 설계민감도 해석을 수행하고, 이를 최적 조건법에 적용하여 병렬화된 위상 최적설계 기법을

개발하였다. 이를 인력선 구조의 병렬 위상 최적설계에 적용하여 물리적으로 타당한 결과를 얻었으며 개발된 기법은 인력선 프레임의 레이아웃을 창조적으로 제시할 수 있음을 확인할 수 있었다.

후 기

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 지원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. R32-2008-000-10161-0).

참 고 문 헌

- Lee, K.M. and Cho, S., 2005, "Topology Design Optimization of Structures using Solid Elements," Proceedings of COSEIK Symposium-Spring, 18, pp. 309-316.
- Lee, K.M. and Cho, S., 2006, "Parallel Topology Optimization on Distributed Memory System," Proceedings of COSEIK Symposium-Spring, 19, pp. 291-298.
- Bendsøe, M.P. and Sigmund, O., 2003, Topology Optimization: Theory, Methods and Applications, Springer-Verlag, Berlin.
- Ha, Y.D., Kim, W.J., Jung, H.S. and Cho, S., 2003, "Topology Design Optimization of Ship Structures," Proceedings of the Annual Autumn Meeting (SNAK), pp. 550-555.
- Kim, T.S., Kim, J.E. and Kim, Y.Y., 2004, "Parallelized Structural Topology Optimization for Eigenvalue Problems," International Journal of Solids and Structures. Vol. 41, pp. 2623-2641.
- Shewchuk, J.R., 1994, An Introduction to the Conjugate Gradient Method without Agonizing Pain, Carnegie Mellon Univ.
- Tallec, P., 1994, "Domain Decomposition Methods in Computational Mechanics," Computational mechanics advances. Vol. 1, pp. 121-220.

- Rozvany, G.I.N. and Zhou, M., 1991, “ The COC Algorithm, Part I: Cross-section Optimization of Sizing,” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 89, pp. 281–308.
- Vemaganti, K. and Lawrence, W.E., 2005, “ Parallel Methods for Optimality Criteria-based Topology Optimization,” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 194, pp. 3637–3667.
- Barrett, R., Berry, M., Chan, T.F., Demmel, J., Donato, J., Dongarra, J., Eijkhout, V., Pozo, R., Romine, C. and van der Vorst, H., 1994, Templates for the Solutions of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods, 2nd ed., Philadelphia, PA.
- Papadrakakis, M., 1997, Parallel Solution methods in computational mechanics, John Wiley & Sons, Ltd.
- Aoyama, Y. and Nakano, J., 1999, RS/6000 SP: Practical MPI Programming, IBM.
- Pacheco, P.S., 1997, Parallel Programming with MPI, Morgan Kaufmann Publisher, San Francisco, CA.



< 김 현 석 >



< 이 기 명 >



< 김 민 근 >



< 조 선 호 >