

텐서그리티 구조 시스템의 형상 탐색

Form-finding of Tensegrity Structure System



이재홍*
Lee, Jae-Hong

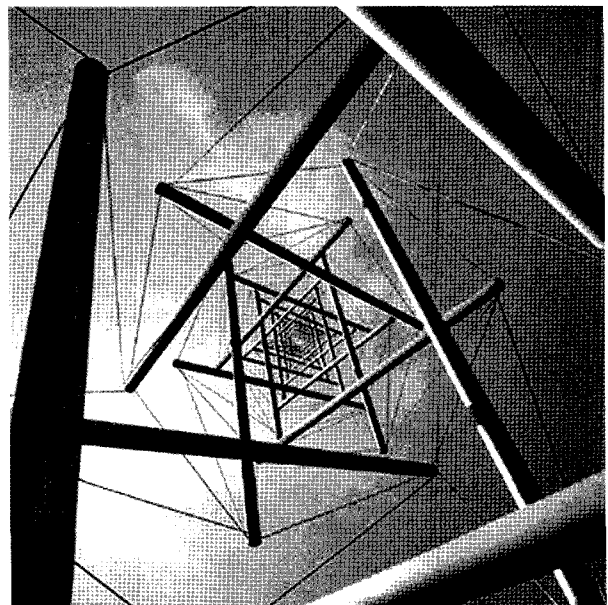


이수현**
Lee, Su-Hyun

1. 서론

텐서그리티는 Buckminster Fuller(1961)에 의해 최초로 제안된 구조로서 “인장의 바다에 있는 작은 압축 부재의 섬”이라는 표현으로 정의하였다. Fuller의 정의를 통해서도 알 수 있듯이 텐서그리티 구조는 인장력을 받는 연속된 그물 형식의 인장 요소와 그 내부에 서로 격리되어 있는 압축력을 받는 압축요소들이 함께 이루어진 장력 안정 시스템 구조이다. 이러한 형태의 안정성을 유지하기 위해 프리스트레스를 도입하여 상호 평형상태를 만족해야하는 데 이를 자기평형이라고 하며 구조물에 적용될 프리스트레스의 크기를 찾는 과정을 형상탐색(Form-Finding)이라고 한다.

형상탐색에 의해 서로 다른 구조부재들이 특정한 비율에 맞추어 프리스트레스를 전달하며 이를 통해 텐서그리티 구조물에 요구되는 형태를 얻을 수 있으며 텐서그리티 구조물에 있어서 형상탐색은 매우 중요한 과정이라고 할 수 있다. 또한 형상탐색의 결과를 통해 텐서그리티 구



〈그림 1〉 니들타워(Needle Tower)

조물에 도입되는 프리스트레스의 정보 즉, 프리스트레스의 압축 및 인장에 대한 특징을 결정지을 수 있다. 따라서 텐서그리티 구조물에 대한 구조 해석을 수행하기에 앞서 적합한 형상을 유지하기 위한 형상탐색 과정이 선행되어야한다.

* 정회원 · 한국기술교육대학교 건축공학부 교수, 공학박사

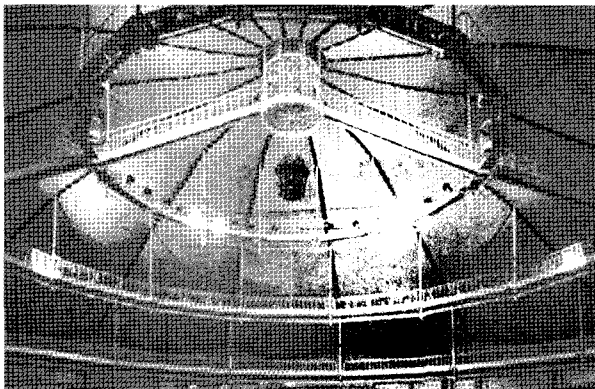
** 정회원 · FBG Korea 대표이사

2. 텐서그리티 시스템의 특징

텐서그리티 시스템은 일반적으로 알려진 Fuller의 정의인 “인장의 바다에 있는 작은 압축 부재의 섬”을 기반으로 하여 많은 선행연구자들에 의해 다양하게 정의되어져 있으며 이로 인해 기존의 사례 중 일부 구조물에 대해 텐서그리티 구조물의 적용 사례인지에 대한 논의가 이루어지고 있다. 하지만 일반적으로 텐서그리티로 정의되는 구조물의 주요 특징을 정리하면 다음과 같다.

- 핀-조인트(Pin-Jointed)프레임 시스템
3차원의 형태를 갖춘 핀-조인트 프레임들의 그룹이다.
- 순수한 압축/인장
오직 순수한 압축재와 인장재로 구성되어 있으며 여기서 인장재는 케이블이다.
- 인장의 바다에 있는 작은 압축부재의 섬
압축부재는 반드시 서로 연결되어 있지 않아야 하며 물위에 떠있는 형상과 흡사하다.
- 프리스트레스를 받는 시스템
구조물의 안정성을 위해 프리스트레스가 도입되어 자기평형상태를 유지하여야한다.

이러한 특징을 통해 텐서그리티 구조는 경량으로도 큰 강성을 얻을 수 있어 케이블 돔 구조물의 지붕으로 적합하다. 또한 동일한 양의 재료를 사용하였을 때 다른 시스템에 비해 보다 많은 하중을 지지할 수 있으며 높은 탄성을 가지고 있어 경제적으로 유리할 뿐만 아니라 형상이 자유롭고 독특하여 구조물 이외에도 조형물 등과 같



〈그림 2〉 서울올림픽 체조 경기장

이 다양한 분야에 적용할 수 있다.

반면, 강도가 낮고 진동에 약하며 구성요소 중 일부가 파괴되면 전체 구조물에 미치는 영향이 크다. 또한 원하는 형태를 구성하기 위해서는 정확한 프리스트레스 값이 필요하다. 따라서 텐서그리티 구조 시스템을 적용하기 위해서는 구조물의 안정성 및 형상 확보를 위해 정확한 형상탐색이 필요로 하다.

3. 형상탐색(Form-Finding)

3.1 기본 개념 및 기하학적 특성

텐서그리티 시스템은 연속적인 인장재 내에 불연속적인 압축재가 포함된 형상으로 내부에는 하중이 각 부재로 분배되는 방식을 통해 일반적인 구조 시스템과 뚜렷하게 구별된다. 인장하중은 연속된 망과 같은 인장 케이블을 통해 구조물 전체에 하중을 전달하는 반면, 압축하중은 매우 국부적으로 작용하게 된다. 따라서 일반적인 구조 시스템들과 달리 텐서그리티 구조는 인장 부재가 하중지지의 기본으로써 ‘균형을 이룬 전 방향 능력의 자립구조’로 구성되어진다. 이러한 텐서그리티 구조 시스템을 구성하기 위한 기본적인 기하학적 특성은 다음과 같다.

● 자기평형상태 (Self-equilibrium)

텐서그리티 및 프리스트레스를 도입한 케이블 네트 워크에 대해 정의하기 위해 다음과 같은 식을 사용할 수 있다.

$$r = l_s / l_c \tag{1}$$

r 은 압축봉과 케이블의 비를 나타내며 l_s 는 압축봉, l_c 는 케이블의 길이를 나타낸다. 이를 통해 r 은 다음과 같이 세 가지 상태를 나타낼 수 있다.

- 1) $r < 1$: 형상이 규정되지 않은 운동학적 부정정 상태
- 2) $r = 1$: 형상이 규정된 기하학적 평형 상태
- 3) $r > 1$: 형상이 규정된 자기평형상태

3)의 경우 시스템이 평형상태에 있기 위해서는 대응하는 두 하중(압축과 인장)의 크기가 같아야 하며 이 상태의 시스템은 자기 평형상태에 있다. 따라서 일반적 연성 구조에 프리스트레스를 도입하기 위해서는 경계조건이 필요한 반면, 텐서그리드 구조 시스템의 경우 절점이 고정되지 않은 상태, 심지어 공중에 떠 있는 상태에서도 인장재에 스트레스가 도입될 수 있으며 이러한 상태를 자기평형상태라고 한다.

●안정화 (Stabilization)

미소변위 메커니즘을 포함하는 텐서그리드 시스템은 자기평형 상태의 조건에 따라 다음과 같이 분류할 수 있다.

- 1) $m > 0, s > 0$: 정적 및 운동학적 부정정, 기하학적 변형
- 2) $m = 0, s = 0$: 정적 및 운동학적 정정
- 3) $m = 0, s > 0$: 정적 부정정, 운동학적 정정

다음의 식은 확장된 맥스웰 식으로써 이를 통해 텐서그리드 시스템에 발생하는 기하학적 안정성 확보 여부를 판단할 수 있다.

$$1) \text{ 2차원 : } 2N_j - N_e - N_c = m - s \quad (2)$$

$$2) \text{ 3차원 : } 3N_j - N_e - N_c = m - s \quad (3)$$

여기서 N_j, N_e, N_c 는 각 절점과 구성요소 및 외부 구속의 수이고, m 과 s 는 발생 메커니즘과 자기평형 상태의 수이다. 텐서그리드 시스템과 같이 기하학적 변형이 발생하는 시스템은 원래 형태로 외력에 대한 평형상태를 유지할 수 없으므로 작은 하중에도 상당한 변형이 발생한다. 이러한 시스템은 자기평형도입으로 미소변위 메커니즘을 안정화 시키는 동시에 초기 강성을 확보할 수 있다. 따라서 형상에 맞는 자기평형도입을 위해 정확한 형상탐색이 수행되어야한다.

3.2 형상탐색 방법

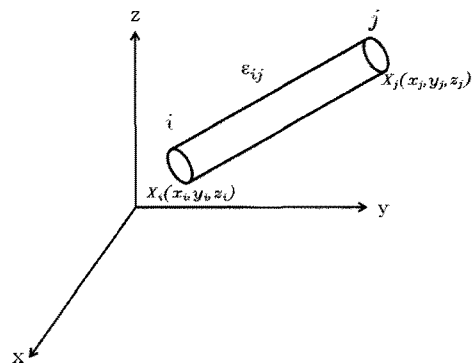
일반적으로 형상탐색을 수행하기 위한 방법에는 두 가지 방법이 있다. 첫 번째, Tanaka, H., Hangai, Y. 및 Hangai, Y., Kawaguchi, K.에 의해 제안된 불안정 트러스 구조물의 수치해석에 일반 역행렬을 도입하여 자기 평형응력모드 해석을 하는 방법인 일반 역행렬법 (Generalized Inverse Method)이 있으며, 두 번째 방법은 Sheck, M.이 제안한 하중을 길이로 나누는 하중밀도의 개념을 도입하여 비선형 방정식을 선형 방정식으로 변화하여 해석하는 방법인 내력 밀도법(Force Density Method)이 있다.

3.2 형상탐색 방법

일반적으로 형상탐색을 수행하기 위한 방법에는 두 가지 방법이 있다. 첫 번째, Tanaka, H., Hangai, Y. 및 Hangai, Y., Kawaguchi, K.에 의해 제안된 불안정 트러스 구조물의 수치해석에 일반 역행렬을 도입하여 자기 평형응력모드 해석을 하는 방법인 일반 역행렬법 (Generalized Inverse Method)이 있으며, 두 번째 방법은 Sheck, M.이 제안한 하중을 길이로 나누는 하중밀도의 개념을 도입하여 비선형 방정식을 선형 방정식으로 변화하여 해석하는 방법인 내력 밀도법(Force Density Method)이 있다.

3.2.1 일반 역행렬법

일반 역행렬을 이용한 형상해석을 수행하기 위하여 2개의 절점 i 와 j 를 갖는 3차원 2절점 트러스 요소를 그



〈그림 3〉 2절점 트러스 요소

림 3과 같이 나타내었다.

X_i 와 X_j 는 행벡터로 표현되며 전체 좌표계 x, y, z 에 대한 변위 u 는 다음과 같은 열벡터 형태로 표현될 수 있다.

$$X_i = [x_i, y_i, z_i] \quad (4)$$

$$X_j = [x_j, y_j, z_j] \quad (5)$$

$$u = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \quad (6)$$

부재의 길이 l 은 다음 식 (7)과 같이 계산되며 방향여현 벡터 γ 는 행벡터로 식 (4), (5), (7)에 의해 구할 수 있다.

$$l = [(X_j - X_i)(X_j - X_i)^T]^{1/2} \quad (7)$$

$$\gamma = [\gamma_x \ \gamma_y \ \gamma_z] = \frac{1}{l}(X_j - X_i) \quad (8)$$

요소의 변위 u 와 변형률 ϵ_{ij} 의 관계는 일반적으로 다음과 같은 식 (9)과 같이 표현된다. 트러스 요소의 축 변형률 ϵ 는 방향여현 벡터 γ 을 이용하여 식 (10)으로 표현된다.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji}) \quad (9)$$

$$\epsilon = \gamma u \quad (10)$$

모든 부재에 대해 식 (10)과 관련된 모든 식을 모으면 전체 해석 모델에 대한 변형률을 구할 수 있으며 이는 다음 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon = Bu \quad (11)$$

B 는 $M \times N$ 크기를 갖는 장방형 행렬로 M 은 총 부재의 수이며 N 은 구성요소의 총 자유도수이다. 또한 u 와 ϵ 은 각각 $N \times 1$ 과 $M \times 1$ 의 크기를 갖는 열벡터이다. 자기평형 응력모드 해석을 수행하기 위해 방향여현 벡터 $\gamma_a \ \gamma_b \ \gamma_c$, 자기평형 응력 n_a, n_b, n_c 그리고 절점

A 의 외부 절점력을 P_{Ax}, P_{Ay}, P_{Az} 라 하면 절점 A 에서 평형방정식은 식 (12)과 같이 나타낼 수 있으며 이를 전체 부재에 대해 관련된 식을 모으면 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\gamma_a \ \gamma_b \ \gamma_c\} \begin{Bmatrix} n_a \\ n_b \\ n_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{Ax} \\ P_{Ay} \\ P_{Az} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

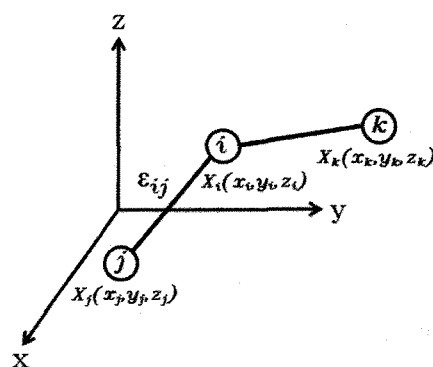
$$B^T n = P \quad (13)$$

$$B^T n = 0 \quad (14)$$

텐서그리티 구조물에 대한 자기평형 방정식을 이용하여 형상탐색을 수행할 경우 식 (13)을 식 (14)과 같이 나타내어 해석을 수행할 수 있으며 이때 얻은 결과 값은 부재에 적용하게 될 프리스트레스 비율 값을 나타낸다.

3.2.2 내력 밀도법

내력 밀도법을 이용하여 자기평형 응력모드 해석을 수행하기 위해 3개의 절점 i, j, k 를 갖는 3차원 3절점 트러스 요소를 나타내었다.



<그림 4> 3절점 트러스 요소

$(x_i, y_i, z_i), (x_j, y_j, z_j), (x_k, y_k, z_k)$ 을 절점 i, j, k 의 좌표라 하면 i 절점에서의 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (q_{i,j} + q_{i,k})x_i - q_{i,j}x_j - q_{i,k}x_k &= f_{i,x}^{ext} \\ (q_{i,j} + q_{i,k})y_i - q_{i,j}y_j - q_{i,k}y_k &= f_{i,y}^{ext} \\ (q_{i,j} + q_{i,k})z_i - q_{i,j}z_j - q_{i,k}z_k &= f_{i,z}^{ext} \end{aligned} \quad (15)$$

A을 요소의 연결인 C에 의해 계산되는 각 절점좌표의 차이를 나타낸 행렬이라 하면 식 (16)은 다음과 같이 식 (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$Aq = \begin{pmatrix} C^T \text{diag}(Cx) \\ C^T \text{diag}(Cy) \\ C^T \text{diag}(Cz) \end{pmatrix} q = 0 \quad (16)$$

마찬가지로 D는 하중밀도 q에 대한 행렬, X는 절점의 좌표라고 하면 식 (16)은 다음과 같이 식 (17)로 표현되며, 행렬 D을 식 (18)과 같이 분해하여 해석을 수행하면 절점의 좌표 벡터 X을 얻을 수 있다.

$$D[xyz] = (C^T \text{diag}(q)C)[xyz] = [000] \quad (17)$$

위에서 구한 X의 q을 각각 식 (16)과 (17)에 대입하여 반복계산을 수행하면 최적의 형상 및 하중밀도 값을 얻을 수 있다.

이 때 얻은 결과 값은 부재에 적용하게 될 프리스트레스 값을 길이로 나눈 값이다. 따라서 부재에 프리스트레스를 가할 경우 해당 부재의 길이를 고려하여 적용하여야 한다.

4. 결 론

형상탐색은 텐서그리티 구조 시스템에 있어서 그 형상 및 안정성 확보를 위해 구조 해석에 앞서 반드시 선행되어야 하는 과정으로써 형상탐색을 수행하기 위한 방법으로는 일반 역행렬법 및 내력 밀도법이 있으며 이에 대해 알아보았다. 일반 역행렬법을 이용한 형상해석을 수행할 경우 부재력을 바로 구할 수 있어 효과적이나 장방형 행렬의 역행렬 계산이 복잡하며 임의의 계수벡터 β의 결정이 정식화 되지 않아 텐서그리티 구조물 및 케이블 돔 구조물의 형상에 따라 해의 일관성을 나타내지 못한다. 또한 내력밀도법은 각 절점에서의 내력과 외력에 의한 평형 방정식만을 사용하여 해석을 수행하나 수식이 복잡하여 이를 정식화하기 어렵다는 단점이 있다.

텐서그리티 구조 시스템의 무궁무진한 잠재력에 비추어 건축 영역 및 다양한 분야에서 적용할 수 있도록 형상탐색의 단점을 보완할 수 있는 방법에 대한 연구가 활발히 진행되어야 할 것이다.

-참고문헌-

1. Fuller,R.B. (1961) "Tensegrity", Portfolio and Art News Annual, No.4. PP.112-127,144,148
2. Fuller,R.B.(1975) Synergetics : Explorations in the Geometry of Thinking, New York : MacMillan Publishing Co., Inc.
3. Fuller,R.B.(1981) "Tensegrity", Creative science and technology, February.
4. Tanaka,H., Hangai,Y.(1976) "Rigid Body Displacement and Stabilization Condition of Unstable Structures", Proceedings of IASS Symposium
5. Hangai,Y., Kawaguchi,K.(1991) "General Inverse and Its Application to Shape Finding Analysis", Baifukan
6. Calladine.C.R(1978) "Buckminster Fuller's "Tensegrity" Structures and Clerk Maxwell's rules for the Construction of Stiff Frames", International Journal of Solids and Structures, Vol. 14, pp.161-172
7. 김재열, 강주원, 박상민(2008) "케이블 돔 구조물의 자기평형응력 모드 결정에 대한 수치해석적 방법에 관한 연구", 대한건축학회 논문집(구조계), Vol.24, No.7, pp.53-60
8. 서삼열, 고광웅(2003) "내력밀도법을 이용한 텐서그리티 구조물의 안정화 기법에 관한 연구", 한국 셀·공간구조학회 논문집, Vol.3, No.4, pp.101-108