

# 정재초음파를 이용한 입자제어 시스템의 유한요소해석 Finite Element Analysis of a Particle Manipulation System Using Ultrasonic Standing Wave

조 승 현\* · 박 재 하\* · 안 봉 영\* · 김 기 복\*

Seung Hyun Cho, Jae Ha Park, Bongyoung Ahn and Ki-Bok Kim

(2009년 4월 22일 접수 ; 2009년 12월 21일 심사완료)

**Key Words** : Ultrasonic Standing Wave(정재초음파), Acoustic Radiation Force(음향방사력), Particle Manipulation(입자 조작), Micro Channel(미세채널), Finite Element Analysis(유한요소해석)

## ABSTRACT

Micro particles in fluid can be manipulated by using ultrasonic standing wave since the ultrasound makes particles move by means of its acoustic radiation force. This work concerns the micro particle manipulation system using ultrasonic standing wave which consists of a microchannel, a reflector, and an ultrasonic transducer. In the present system, the effects of the structural elements should be carefully considered to comprehend the system and find the optimal operational condition. In this investigation, finite element analysis was employed to analyze the system. Some interesting characteristics on the reflector thickness, the channel width, and the operational frequency were observed. Several experimental results were compared with the analytic results. Consequently, this work solidifies the importance of those system parameters and reveals the possibility of various applications of the particle manipulation using ultrasonic standing wave.

## 1. 서 론

최근 산업계 및 다양한 학문 분야에서 미세입자(micro particle)의 응용이 활발해지면서 미세입자제어(micro particle manipulation)에 대한 관심과 중요성이 제고되고 있다<sup>(1)</sup>. 가령, 제조 공정 시설에서의 공기 중 오염 물질 제어, 대기 중 오염물질 및 미세먼지 등의 환경오염 측정, 나노/마이크로 입자의 제조 및 이를 이용한 신소재 생산 공정, 수중 오염 물질 제거 및 정수 처리, 바이오 및 의료 분석을 위한 세포 및 DNA 제어 등 현대 과학기술계에서 미세입자를 다루는 분야는 매우 다양하다. 이렇게

미세입자에 대한 학문적 관심 및 산업적 응용이 활발해짐에 따라, 효율적인 입자제어 방법의 필요성 또한 지속적으로 제기되고 있다.

일반적으로 미세입자 제어는 성장(growing), 이동(moving), 포집(harvesting), 분리(separation), 농축(concentration), 여과(filtration), 고정(fixation, trapping) 등 그 목적에 따라서 매우 다양한 입자제어 과정이 있다. 뿐만 아니라, 입자 또한 공기 중 미세먼지, 세라믹 분말과 같은 무기입자, 박테리아나 살아있는 세포와 같은 유기입자 등 크기나 재질에 따라 대상이 매우 다양하다. 이렇게 입자의 종류 및 제어 목적, 또한 입자가 섞여있는 유체에 따라서 적절한 제어 기술이 요구된다.

액체에 섞여 있는 크기 수 내지 수백 마이크로미터의 입자의 경우, 이를 이동, 포집, 농축, 분리 등의 조작을 위해 여러 가지 기전(mechanism)이 이용

† 교신저자; 정회원, 한국표준과학연구원 안전측정센터  
E-mail : seungcho@kriss.re.kr

Tel : (042)868-5752, Fax : (042)868-5639

\* 한국표준과학연구원 안전측정센터

될 수 있다. 이러한 기전은 물리적 원리에 따라서 전자기적, 광학적, 역학적 방법으로 나눌 수 있다<sup>(2)</sup>. 전자기적 방법으로 전기영동(電氣泳動, electrophoresis)<sup>(3)</sup>, 유전영동(誘電泳動, dielectrophoresis)<sup>(4)</sup>, 자기영동(磁氣泳動, magnetophoresis)<sup>(5)</sup> 등이 있다. 대표적인 광학적 방법으로는 레이저 광압(laser optical radiation pressure)을 이용한 광 핀셋(optical tweezers)<sup>(6)</sup>이 있으며, 이외에 원심분리법(centrifugation), 공기역학(aerodynamic)법, 열영동(thermophoresis) 등의 역학적 방법이 있다.

이 외에도 다양한 입자제어 방법이 존재하지만 이 연구에서는 정재초음파(ultrasonic standing wave)를 이용한 입자제어 방법을 다루고자 한다. 정재초음파 장(field) 내에 입자가 위치하면 입자는 음압마디(sound pressure node) 또는 반음압마디(sound pressure antinode)로 힘을 받아 이동한다<sup>(7)</sup>. 이 원리를 이용하면 유체 내의 입자를 제어 할 수 있다. 이 방법은 초음파의 음향방사력(acoustic radiation force)<sup>(8)</sup>을 이용한 것으로 입자의 전자기 및 광학적 특성보다는 크기, 밀도, 체적 탄성율(bulk modulus) 등 입자의 역학적 물성에 큰 영향을 받는다. 이러한 정재초음파를 이용한 입자제어 방법은 물에 섞여 있는 미세입자를 대상으로 주로 생명공학분야에서 최근 연구가 활발하다<sup>(9-13)</sup>.

정재초음파 이용 입자제어 방법은 다량의 입자를 동시에 처리할 수 있고 입자의 응답 특성이 빨라 고속 제어가 가능하다. 또한, 전자기적 방법이나 광학적 방법에 비해 분석용 센서에 대한 간섭이 적다는 장점을 가지고 있다. 하지만, 정확한 입자제어 성능을 확보하기 위해 정재초음파 장이 효율적으로 형성되어야 한다. 이를 위해서 각 장치 구성 요소의

재질 및 치수가 신중히 선정되어야 하고, 운용시 주파수 및 파워 등의 영향 또한 적절히 고려되어 설계되어야 한다.

이 연구에서는 유한요소해석을 수행하여 미세채널, 초음파 변환기, 반사체로 구성된 정재초음파 발생 모듈에서 각 구성요소가 정재초음파 발생에 미치는 영향을 이해하고자 하였다. 이 때, 중요 파라미터로 미세채널의 폭, 반사체의 두께, 초음파의 가진 주파수를 선택하고 각 파라미터가 채널 내에 형성된 정재초음파 장에 어떠한 영향을 미치는지 분석하였다. 이를 위해서 간략화된 유한요소 모델을 수립하고, 채널 내에서 정재초음파 발생 양상에 대해 해석을 수행하였다. 실험 결과와의 비교를 통해 해석의 유효성을 확보하였으며, 결과적으로 미세채널 모듈에서 정재초음파가 형성되는 현상에 대한 이해의 폭을 넓히고, 이를 기반으로 미세채널 모듈 설계를 위해 필수적으로 고려해야 할 시스템 파라미터에 대한 정보를 얻을 수 있었다.

## 2. 미세채널로 구성된 정재초음파 시스템

서로 반대방향으로 진행하는 같은 주파수의 파동이 만나면 서로 중첩(superposition)되면서 마치 파가 제자리에 머물러 있는 것과 같은 효과가 나타나는데 이것을 정재파(standing wave)라고 한다. Fig. 1과 같이 초음파를 반사체(reflector)를 향해 입사시키면 반사체의 근처에서는 입사파와 반사파가 중첩되어 정재초음파가 형성된다. 따라서, Fig. 1과 같이 초음파 발생을 위한 초음파 변환기(transducer), 초음파 반사를 위한 반사체를 양 벽면으로 하는 채널을 구성하면 정재초음파 발생 장치를 구성할 수 있다.

정재초음파 장에서 음압이 항상 영이 되는 지점을 음압마디, 음압이 극대·극소를 이루는 지점을 반음압마디라고 한다. 입자가 정재초음파 장 내에 위치하면 음향방사력으로 인해 음압마디 또는 반음압마디로 이동한다. 초음파로 인해 입자에 작용하는 힘을 일컫는 음향방사력( $F_{RF}$ )은 다음 식으로 표현된다<sup>(8)</sup>.

$$F_{RF} = -\frac{\pi P_0^2 V \beta_0}{2\lambda_0} \phi(\beta, \rho) \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda_0} z\right) \quad (1)$$

$$\phi(\beta, \rho) = \frac{5\rho_c - 2\rho_0}{2\rho_c + \rho_0} - \frac{\beta_c}{\beta_0} \quad (2)$$

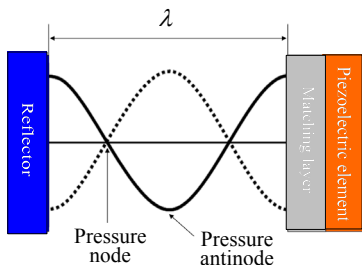
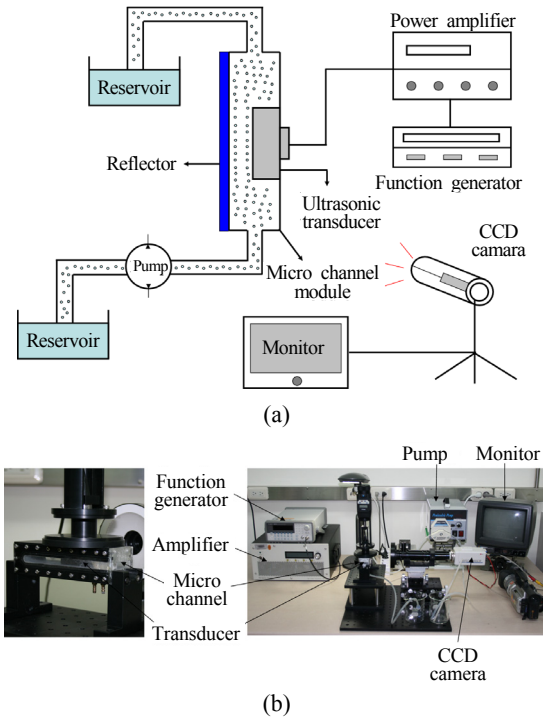


Fig. 1 Ultrasonic standing wave generation in a micro channel device comprising a reflector and an ultrasonic transducer

- $P_0$  : Pressure amplitude
- $V$  : Volume of a particle
- $\lambda_0$  : Wavelength of ultrasound
- $\beta_c, \beta_0$  : Compressibility of a particle and fluid
- $\rho_c, \rho_0$  : Density of a particle and fluid
- $z$  : Location from pressure nodal line



**Fig. 2** (a) The conceptual diagram of an experimental arrangement for ultrasonic standing wave particle manipulation, (b) the photograph of an experimental setup with a micro channel module

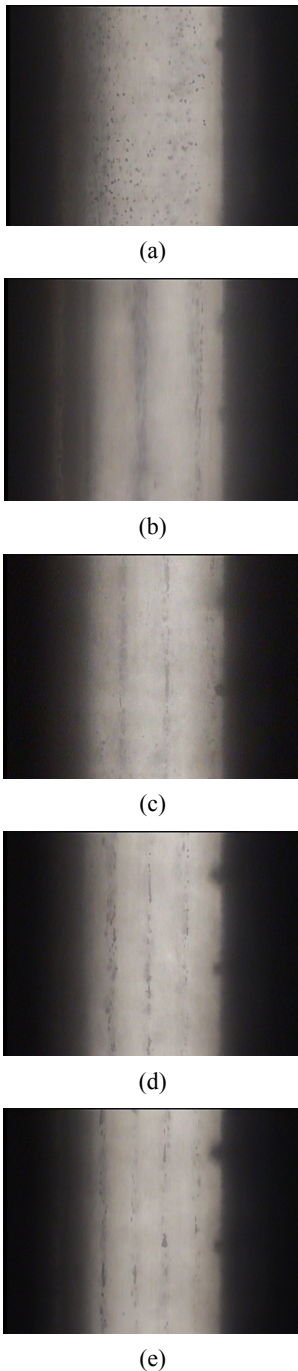
**Table 1** The components of the experimental setup for ultrasonic particle manipulation

Component	Product
Ultrasonic transducer	2.25 MHz immersion ultrasonic transducer, A330S-SU, Panametrics
Power amplifier	AG 1017L, T&C Power Conversion Inc.
Function generator	Agilent 33250A
Pump	Easy load peristaltic pump 7518-00
CCD camera	LG LVC-S200HM
Particle	SiC(400 mesh), Sigma-Aldrich

식 (2)에서 대비계수(contrast factor,  $\phi$ )는 입자와 유체의 밀도와 압축률에 의해 결정이 된다. 대비계수가 양의 값일 경우 입자는 음향방사력은 음압마디로 힘을 받으므로 입자가 음압마디로 이동하게 되고, 음일 경우는 반대로 반음압마디로 이동한다.

이 연구에서는 Fig. 2에서와 같이 초음파 변환기, 미세채널, 반사체로 이루어진 정재초음파 발생 모듈을 구성하고, 이를 포함하여 입자거동 관찰을 위한 실험장치를 구성하였다. 실험을 위한 입자는 평균 직경 약 30 마이크로미터 내외의 탄화규소(SiC, silicon carbide) 입자를 이용하였고, 액체는 물을 사용하였다. 이 경우 대비계수는 양의 값을 가지므로 탄화규소 입자에 음압마디쪽으로 음향방사력이 작용한다. 실험에는 Table 1에 기술된 장치들을 사용하였다. 미세채널 모듈의 반사체는 두께 15.57 mm의 스테인레스스틸로 제작되었으며, 관찰을 위해 아크릴 창을 두었다.

탄화규소 입자가 섞여있는 물을 미세채널 내에 흘리면서 초음파를 인가하면 Fig. 3과 같은 입자의 거동을 관찰할 수 있다. 이 때, 미세채널의 폭은 1.5 mm이다. Fig. 3에서 미세채널에 생성된 정재초음파로 인해 탄화규소 입자가 힘을 받아 채널 내의 특정 위치로 이동하여 채널과 평행하게 정렬됨을 관찰할 수 있다. 앞서 언급한 바와 같이 탄화규소 입자의 경우 정재초음파 장의 음압마디로 이동하므로, 입자가 정렬한 위치가 음압마디의 위치라고 간주할 수 있다. 물에서 음속이 약 1500 m/s이므로 미세채널 내에서 형성되는 음향의 기본 공진주파수는 약 2 MHz이다. Fig. 3의 입자 거동 관찰 결과에 따르면, 탄화규소 입자 거동에 영향을 줄 수 있을 정도의 음압마디가 공진주파수(약 2 MHz)가 아닌 다른 주파수대역에서도 생성됨을 확인할 수 있다. 단, 주파수에 따라서 입자가 모이는 음압마디의 위치와 개수가 틀리며, 입자들이 집속되는 정도가 조금씩 다르다는 사실 또한 관찰할 수 있다. 입자제어 효율이 미세채널시스템의 다양한 파라미터에 영향을 받는다는 것은 자명하므로, 미세채널 구성 요소가 정재초음파 장 형성에 미치는 영향에 대해 파악할 필요가 있다. 이 연구에서는 이를 위해 미세채널 모듈을 유한요소로 모델링하고 정재초음파 발생 양상의 해석을 위해 조화해석(harmonic analysis)을 수행하였다. 유한요소해석은 상용 프로그램인 ANSYS를 이용하였다.



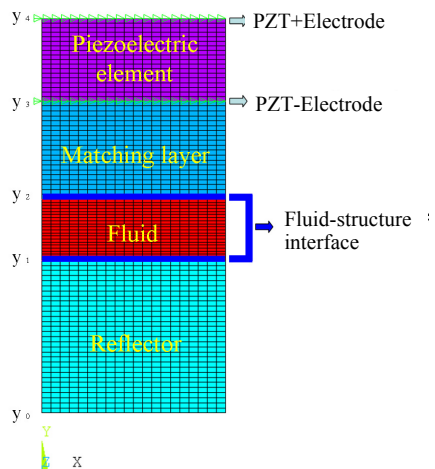
**Fig. 3** The observed SiC particle behavior in a micro channel module by the ultrasonic standing wave. The operating frequencies of the exciting sinusoidal signal are 1.2 MHz (a), 1.6 MHz (b), 2.0 MHz (c), 2.4 MHz (d) and 2.8 MHz (e). The width of the channel is 1.5 mm

### 3. 미세채널 모듈의 유한요소해석

이 연구에서는 정재초음파 발생을 위한 미세채널을 Fig. 4와 같이 2차원 모델링을 하였다. 미세채널 모델은 아래로부터 반사체, 채널, 초음파 변환기 세 부분으로 구성되어 있고, 초음파 변환기는 각각 음향 임피던스 정합층(acoustic impedance matching layer)과 압전소자(piezoelectric element)로 구성하였다. 일반적으로 초음파 변환기에 반드시 포함되는 후면재(backing)는 주로 과를 흡수하여 감쇄시키는 역할이어서 정재초음파 발생장치에서는 기능상 중요하지 않으므로 유한요소 모델에는 포함하지 않았다.

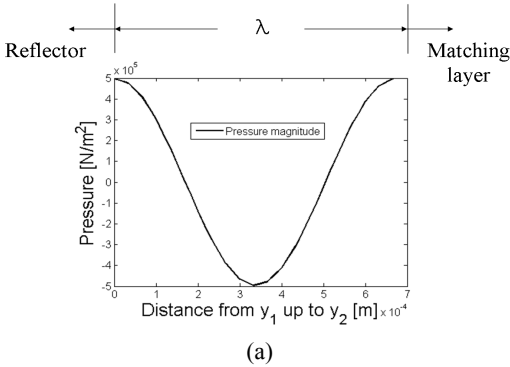
유한요소 모델에서 반사체와 정합층은 탄성요소로, 채널은 유체요소로, 압전소자는 압전요소로 요소망(mesh)을 생성하였다. 일반적으로 변환기의 압전소자와 정합층은 중심주파수 대역에서 각각 반파장 및 4분의 1 파장의 두께를 가질 때 가장 효율적이므로<sup>(14)</sup>, 중심주파수 2.25 MHz에서 해당 두께를 가질 수 있도록 치수를 설정하였다.

Fig. 5는 조화해석 수행 후 해석결과로서, 각각 채널에서 음압 분포, 반사체에서 변위 및 응력 분포, 변환기에서 변위 및 응력 분포의 해석 결과를 보여준다. 이 때, 가진 주파수는 변환기의 중심주파수인 2.25 MHz이고, 채널의 폭과 반사체의 두께는 2.25 MHz에서 각각 한 파장 및 4분의 3 파장의 거

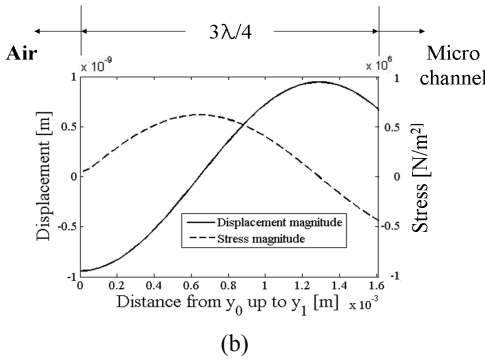


**Fig. 4** Finite element model of the micro channel module

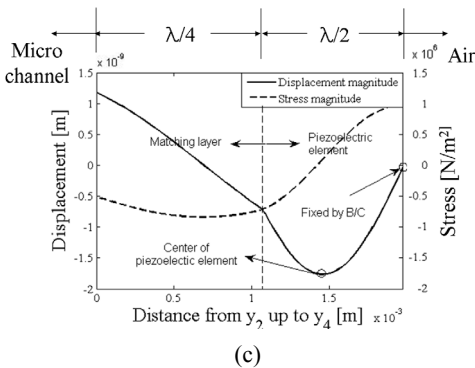
리가 되도록 설정하였다. 채널 내 유체 영역에서는 거의 한 파장 길이의 음압분포를 가진 정재초음파장이 잘 형성됨을 확인할 수 있다. 채널과 변환기 또는 채널과 반사체와의 경계는 거의 음압이 극대 또는 극소 값을 가지므로 반음압마디에 가깝다. 따라서, 반사체로부터 약 4분의 1 파장 및 4분의 3 파장만큼 떨어진 위치에 음압이 항상 영이 되는 두 개의 음압마디가 생성됨을 볼 수 있다.



(a)



(b)

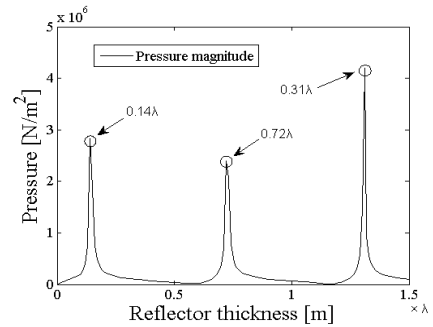


(c)

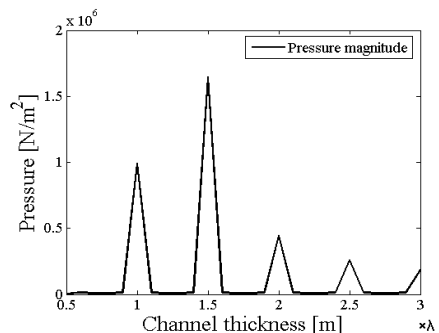
**Fig. 5** Result of finite element analysis: (a) pressure in the micro channel, (b) displacement and stress in the reflector, and (c) displacement and stress in the transducer

미세채널 내의 유체 영역과는 달리 반사체와 변환기 등 탄성 영역에서는 변위나 응력의 분포가 정해진 두께와 일치하지 않는다. 즉, 반사체의 두께를 4분의 3 파장으로 정하였지만, 해석결과에 나타난 변위의 분포는 4분의 3 파장 보다는 짧다. 이것은 편 의상 Fig. 4에서 해석 모델의  $x$  방향 길이를 유한하게 두어 매질을 통과하는 파의 속도가 무한 공간을 가정한 이론값과 차이가 나는 것이 한 원인인 것으로 생각한다. 만약, 파장이 더 짧은, 즉, 주파수가 더 높은 파를 가정하여 해석을 하면 이에 대한 영향이 줄어들 것으로 예상된다.

앞선 모델에서 반사체의 두께에 따른 영향을 확인하기 위해 다른 조건을 그대로 두고 반사체의 두께만 바꿔가면서 해석을 수행하였다. Fig. 6은 반사체의 두께가 바뀔 때 채널 내 최대 음압의 크기를 나타낸 것이다. 결과에 따르면 음압을 최대로 만드는 반사체의 두께는 각각 파장의 0.14배, 0.72배, 1.31배이다. 일반적으로 파의 전반사를 위한 반사



**Fig. 6** Maximum pressure in a channel according to the thickness variation of the reflector



**Fig. 7** Maximum pressure in a channel according to the variation of the channel width

체의 두께는 파장의 1/4배, 3/4배, 5/4배, 7/4배 등으로서<sup>(15)</sup>, 해석 결과와 차이가 있다. 이는 앞서 말한 대로, 이론적인 종파의 속도와 해석으로 인한 종파의 속도 차이가 한 원인이라고 생각된다. 그리고, 이 연구의 미세채널 모델에서는 한 번의 반사가 아닌 반복적인 다중의 반사를 통해 정재파가 형성되고 반대쪽 채널의 벽이 또 다른 반사체가 아닌 변환기로 구성되어 있기 때문에 생기는 차이로 생각된다. Fig. 6에 따르면, 반사체의 두께가 음압을 극대화 시킬 때가 아니더라도 어느 정도의 음압의 크기를 가지는 정재파를 구성할 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 7은 채널 폭에 따른 채널 내 최대 음압 크기를 나타낸 것이다. 이 때, 반사체의 두께는 파장의 0.75배로 결정하였다. Fig. 7의 결과에 따르면, 미세채널의 폭이 반파장의 정수배일 때 정재파의 형성이 효율적임을 알 수 있다. 이는 일반적으로 알려진 채널의 폭과 주파수의 관계와도 일치한다. 즉, 정재파는 채널 폭( $d$ )가 반파장( $\lambda/2$ )의 정수배일 때, 가

장 효율적으로 생성된다. 이 때, 정재파의 주파수는 다음과 같이 표현된다.

$$f = \frac{c_w}{\lambda} = \frac{nc_w}{2d} \quad (3)$$

여기서,  $c_w$ 는 물에서 종파의 속도,  $n$ 은 임의의 정수이다. 비록 식 (3)과 같이 특정주파수에서 정재파의 음압의 크기가 크지만, 실제의 경우는 특정 주파수에서만 입자를 제어할 수 있는 정재파가 발생하는 것은 아니다. 이는, 이 연구에서 다루는 시스템과 입자가 파의 크기가 상대적으로 적더라도 입자를 제어하기에는 충분하다는 것을 의미하고, Fig. 3의 실험 결과로부터 이러한 유추할 수 있다.

마지막으로 채널의 폭을 Fig. 3의 실험과 같은 조건인 1.5 mm로 결정하고, 주파수의 변화에 따른 영향을 해석하였다. Fig. 8은 각 주파수에서 채널 내의 음압분포를 나타낸 것이다. 주목할 만한 점은 반사체와의 경계에서는 거의 음압이 극대를 이루는 반음압마디가 형성이 된다는 것이다. 이를 기준으로 음압마디가 형성되므로 주파수에 따라서 음압마디의 위치가 변한다. 주파수가 커지면서 채널 내에 음압마디의 개수가 점점 증가하고 음압마디가 점점 반사체쪽으로 접근하는데, 이러한 사실은 Fig. 3의 실험 결과와 일치하는 것으로, 이를 통해 본 유한요소 해석이 타당하다는 사실을 확인할 수 있다. Fig. 8(b)는 주파수에 따른 음압위치를 보여주고 있다. 주파수가 증가하면서 음압마디의 개수가 증가하고 음압마디의 위치가 점차적으로 반사체로 접근함을 알 수 있다. 이 해석 결과는 실험에서 관찰한 입자의 거동과 일치하는데, Fig. 8(b)의 실험 결과는 Fig. 3의 실험에서 입자의 정렬위치를 측정하여 음압마디의 위치를 추정하여 표시한 것이다. 이 결과에 의하면, 한 번 음압마디로 이동한 입자는 계속 음압마디에 구속되어 있으므로 만약 주파수를 변화시킨다면 입자의 위치를 움직일 수 있다는 사실을 쉽게 유추할 수 있다. 즉, 음압마디의 위치가 주파수에 의해 제어될 가능성을 확인할 수 있다.

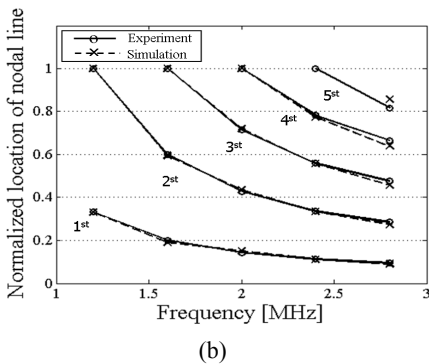
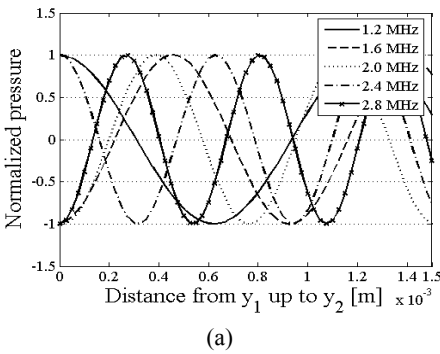


Fig. 8 (a) Normalized pressure distribution according to the variation of the operational frequency. (b) Normalized location of nodal lines from the reflector

#### 4. 결 론

이 연구에서는 정재초음파 발생용 미세채널 모델의 중요 설계 파라미터인 반사체 두께, 채널 폭, 가

진 주파수가 정재초음파 형성에 미치는 영향에 대해 유한요소해석을 통해 고찰해 보았다. 해석 결과를 통해 미세채널 내 정재초음파 발생 기전에 대하여 잘 이해할 수 있었으며, 몇 가지 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 채널 내에 형성된 정재초음파의 음압 크기는 반사체의 두께, 채널 폭, 가진 주파수는 매우 큰 영향을 받는다. 큰 음압을 얻는 것이 목적이라면 정해진 주파수에서 채널 폭은 반 파장의 정수배로 선택하는 것이 효과적이다.

(2) 주파수에 따라 음압마디의 위치와 개수가 크게 영향을 받는다. 즉, 입자의 위치를 주파수를 통해 제어할 수 있다.

(3) 해석 조건이 실제 실험 조건과 차이가 있지만 실험 결과와 유사한 결론이 얻었고, 이를 바탕으로 유한요소해석의 타당성을 어느 정도 검증할 수 있었다.

추후 미세채널로 구성된 정재초음파 시스템을 제작할 때, 이 연구의 결과가 시스템 파라미터를 결정할 때 많은 도움이 될 것으로 기대한다.

## 참 고 문 헌

(1) Shen, Y., 2003, "Modelling the Electro-acoustic Characteristics of Flow-through Ultrasonic Separators," Ph.D Thesis, University of Southampton.

(2) Wiklund, M. and Hertz, H. M., 2006, "Ultrasonic Enhancement of Bead-based Bioaffinity Assays," *Lab on a Chip*, Vol. 7, pp. 127~1292.

(3) O'Brien, R. W. and White, L. R., 1978, "Electrophoretic Mobility of a Spherical Colloidal Particle," *J. Chem. Soc., Faraday Trans. 2*, Vol. 74, pp. 1607~1626.

(4) Müller, T., Pfennig, A., Klein, P., Gradl, G., Jäger, M. and Schnelle, T., 2003, "The Potential of Dielectrophoresis for Single-cell Experiments," *IEEE Eng. Med. Biol. Mag.*, Vol. 22, pp. 51~61.

(5) Degré, G., Brunet, E., Dodge, A. and Tabeling, P., 2005, "Improving Agglutination Tests by Working in Microfluidic Channels," *Lab on a*

*Chip*, Vol. 5, pp. 691~694.

(6) Enger, J., Goksör, M., Ramser, K., Hagberg, P. and Hanstorp, D., 2004, "Optical Tweezers Applied to a Microfluidic System," *Lab on a Chip*, Vol. 4, pp. 196~200.

(7) Kundt, A. and Lehmann, O., 1874, "Longitudinal Vibrations and Acoustic Figures in Cylindrical Columns of Liquids," *Ann. Phys. Chem.*, Vol. 153, p. 1.

(8) Gor'kov, L. P., 1962, "On the Forces Acting on a Small Particle in an Acoustic Field in an Ideal Fluid," *Soc. Phys. Dokl.*, Vol. 6, pp. 773~775.

(9) Hertz, H. M., 1995, "Standing-wave Acoustic Trap for Nonintrusive Positioning of Microparticles," *J. Appl. Phys.*, Vol. 78, pp. 4845~4849.

(10) Wiklund, M., Spegel, P., Nilsson, S. and Hertz, H. M., 2003, "Ultrasonic-trap-enhanced Selectivity in Capillary Electrophoresis," *Ultrasonics*, Vol. 41, pp. 329~333.

(11) Hawkes, J. J., Barber, R. W., Emerson, D. R. and Coakley, W. T., 2004, "Continuous Cell Washing and Mixing Driven by an Ultrasound Standing Wave Within a Microfluidic Channel," *Lap on a Chip*, Vol. 4, pp. 446~452.

(12) Haake, A., Nield, A., Radziwill, G. and Dual, J., 2005, "Positioning, Displacement, and Localization of Cells Using Ultrasonic Forces," *Biotech. Bioeng.*, Vol. 92, pp. 8~14.

(13) Cho, S. H., Seo, D.-C., Ahn, B., Kim, K.-B. and Kim, Y.-I., 2008, "Position Control of Micro Particles in a Fluid Flow Using Ultrasonic Standing Wave," *Journal of KSNT*, Vol. 28, pp. 131~136.

(14) Kossoff, 1966, "The Effects of Backing and Matching on the Performance of Piezoelectric Ceramic Transducer," *IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics*, Vol. 13, pp. 20~30.

(15) Hill, M., 2003, "The Selection of Layer Thicknesses to Control Acoustic Radiation Force Profiles in Layered Resonators," *J. Acous. Soc. Am.*, Vol. 114, pp. 2654~2661.