

Interval Type-2 TSK 퍼지논리시스템 기반 다중 퍼지 예측시스템 설계

Design of Multiple Fuzzy Prediction System based on Interval Type-2 TSK Fuzzy Logic System

방영근* · 이철희**

Young-Keun Bang and Chul-Heui Lee

* 강원대학교 대학원 전기전자공학과

** 강원대학교 IT특성화학부대학 전기전자공학부

요 약

본 논문은 예측 시스템의 성능을 개선하기 위해 비선형데이터의 내재된 특성이나 불확실성을 보다 효과적으로 반영할 수 있는 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템 기반 다중 퍼지 예측시스템의 설계를 다룬다. 본 논문에 제시된 다중 예측시스템들은 데이터의 비선형적 특성들을 효과적으로 고려하기 위해 설계되며, 각각의 시스템은 Type-1 TSK 퍼지논리나 다른 방법들에 비해 데이터의 불확실성을 충분히 반영할 수 있는 Interval Type-2 TSK 퍼지논리를 기반으로 구현된다. 또한, 1차 차분변환 과정을 통해, 데이터의 원형으로부터 최적의 차분데이터를 생성하고, 이들을 각 시스템의 입력으로 사용함으로써 시스템 설계 시 보다 안정된 통계적 정보를 제공할 수 있도록 한다. 마지막으로, 두 개의 전형적인 시계열 데이터의 예측 시뮬레이션을 통해 제안된 방법의 효용성을 검증한다.

키워드 : Interval Type-2 TSK 퍼지논리, 1차 차분변환, 차분데이터, 시계열

Abstract

This paper presents multiple fuzzy prediction systems based on an Interval type-2 TSK fuzzy Logic System so that the uncertainty and the hidden characteristics of nonlinear data can be reflected more effectively to improve prediction quality. In proposed method, multiple fuzzy systems are adopted to handle the nonlinear characteristics of data, and each of multiple system is constructed by using interval type-2 TSK fuzzy logic because it can deal with the uncertainty and the characteristics of data better than type-1 TSK fuzzy logic and other methods. For input of each system, the first-order difference transformation method are used because the difference data generated from it can provide more stable statistical information to each system than the original data. Finally, computer simulations are performed to show the effectiveness of the proposed method for two typical time series examples.

Key Words : Interval Type-2 TSK fuzzy logic, first-order difference transformation, difference data, time series

1. 서 론

예측분야에서 다루어져야 할 다양한 데이터들은 일반적으로 자연현상에 기인하는 강한 비선형성(nonlinearity)을 가지고 있다. 따라서 이러한 데이터들을 다루기 위해선 데이터의 이면에 내재된 패턴이나 규칙, 확률 및 통계적 특성을 잘 분석할 수 있어야하고, 또한 분석된 자료들을 잘 반영할 수 있는 시스템을 구현하여야 우수한 예측 성능을 나타낼 수 있다. 이러한 데이터의 예측모델로 선형 회귀 모형들이 널리 사용되었으며, 최근에는 ANN(Artificial Neural

Networks), FLS(Fuzzy Logic System)과 같은 soft computing 기법들을 이용하여 더욱 개선된 성능의 예측 시스템들을 구현하고 있다 [1-3]. 이러한 soft computing 기법들 중 Zadeh에 의해 제안된 퍼지이론[4,5]은 인간 사고의 애매함을 반영함에 있어 효과적 이었으며, Takagi와 Sugeno는 퍼지논리의 잇점과 선형 모형의 잇점을 고려한 TSK 퍼지논리 시스템을 제안하였다 [6,7]. 더욱이, Zadeh는 [5]에서 데이터의 불확실성을 보다 효과적으로 취급하기 위하여 기존의 퍼지이론에 확장원리를 적용한 Type-2 퍼지집합을 소개하였고, 이는 Mendel[8-10]에 의해 General Type-2 퍼지논리 시스템과 Interval Type-2 퍼지논리 시스템으로 더욱 명확히 체계화 되었으며, 다양한 분야에서 그 성능을 검증받아 왔다 [11,12].

또한, 비선형 데이터의 원형보다 차분데이터를 사용하여 예측시스템을 설계함으로써 시스템의 성능을 개선하는 연구가 진행되고 있으며 [13,14], 우리는 차분데이터를 이용한 q보다 효과적인 모델구현 법을 제안한 바 있다 [15,16]. 이

접수일자 : 2010년 2월 2일

완료일자 : 2010년 4월 15일

** 교신저자

본 과제(결과물)는 지식경제부의 지원으로 수행한 에너지 인력 양성사업의 연구결과입니다.

는 차분데이터들의 평균이나 분산과 같은 통계적 특성이 비선형 데이터의 원형보다 안정된 형태를 가지며, 이를 통해 시스템의 데이터에 대한 기술능력을 개선할 수 있기 때문이다.

본 논문에서는 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템 기반 다중 예측시스템의 설계를 다룬다. 제안된 예측시스템의 설계를 위한 데이터로는 비선형 데이터의 원형이 아닌 1차 차분데이터를 이용하며, 하나의 차분데이터를 적용할 경우 생길 수 있는 경험에 기반된 선택이나 원형데이터의 특성을 충분히 반영할 수 있는지의 문제를 해결하기 위해 데이터의 종류에 따라 최적 개수의 차분데이터를 생성할 수 있는 1차 차분변환 과정을 적용하였다. 또한, 1차 차분변환 과정을 통해 생성된 다수의 차분데이터들 각각에 상응하여 다중 예측시스템을 설계함으로써 원형데이터의 특성과 각각의 차분데이터들의 예측경향을 충분히 반영할 수 있도록 하였으며, 각각의 예측시스템의 설계에는 General Type-2 TSK 퍼지논리 시스템의 연산과정의 복잡성을 개선한 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템을 적용하여 생성된 시스템의 규칙기반들이 데이터의 불확실성을 충분히 기술할 수 있도록 하였다. 마지막으로, 각 시스템의 규칙기반의 동조와 파라미터 추정에는 K-means 클러스터링 알고리즘과 LSM(least square method)를 이용하였으며, 비선형 데이터로 빈번히 사용되는 Mackey-Glass 시계열 데이터와 실생활에 이용될 수 있는 전력생산량 데이터의 시뮬레이션을 통해 제안된 예측시스템의 성능과 효용성을 검증하였다.

2. 1차 차분변환 과정

데이터의 특성을 시스템에 보다 안정적으로 반영하기 위해선 차분변환이나 log 또는 root변환 등을 들 수 있다. 하지만 연속된 차분변환의 경우에는 과 차분으로 인한 분산의 증대나 차분에서 원형으로의 회귀 시 연산의 부담을 초래할 수 있으며, log나 root변환의 경우에는 데이터의 변환을 위한 복잡한 판별식이 요구 된다 [17]. 또한, 1차 차분의 경우 복잡한 연산의 부담은 줄일 수 있으나, 충분한 통계량의 개선은 아니므로 비선형 데이터의 특성을 반영하기에는 문제점이 존재한다. 따라서 적절한 수의 1차 차분데이터들을 선별하여 시스템에 적용한다면, 연산의 부담을 줄이면서도 이들 차분데이터들의 특성을 이용하여 원형데이터의 다양한 특성을 보다 잘 기술할 수 있을 것이다. 만약, 시스템의 학습을 위한 훈련데이터의 길이가 N 이라면, 1차 차분 간격 값은 $N-1$ 개가 되며 각각의 차분 간격에 따른 원형데이터와의 상관성은 식(1)의 자기상관 함수에 의해 구해진다.

$$r_j = \frac{\frac{1}{N-j} \sum_{i=1}^{N-j} (y(i) - \bar{y})(y(i+j) - \bar{y})}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y(i) - \bar{y})^2} \quad (1)$$

여기서, $y(i)$ 는 i 번째 훈련 데이터이며, \bar{y} 는 훈련 데이터의 평균이다. 또한, j 는 차분 간격 값이며, r_j 는 상관계수 값이다.

구해진 상관계수 값들을 이용하여 시스템에 적용될 차분데이터를 얻는 과정을 살펴보자. 먼저, 생성된 모든 차분데이터를 이용할 경우, 각각의 차분데이터들을 위해 설계되어야 할 시스템의 수 또한 $N-1$ 개 되며, 이는 데이터의 양이

크면 클수록 그 만큼 증가되므로 시스템 설계의 엄청난 부담을 초래한다. 반대로, 상관성이 가장 높은 1차 차분데이터 하나를 이용할 경우, 서두에서 언급했듯이 1차 차분데이터가 완전히 통계량의 안정을 취한 형태가 아니므로 원형데이터의 특성을 충분히 표현한다고 볼 수 없다. 또한, 일반적으로 강상관성으로 표현되는 상관계수 0.7을 임계치로 정의할 경우, 구해진 상관계수 값들이 모두 0.7이하이면 시스템 설계에 사용될 차분데이터를 확보할 수 없으며, 반대로 상당히 많은 수의 상관계수가 이를 만족하였다면, 이 또한 시스템 설계의 부담을 초래하게 된다. 따라서 이러한 임계치의 정의는 데이터에 따라 경험에 기반되어 선택되어 질 수 밖에 없다 [14]. 하지만 본 논문에서는 데이터에 상관없이 항상 적절한 수의 1차 차분데이터가 선택될 수 있도록 하였다.

먼저, 구해진 상관계수 값들 중 0이하에 대한 계수 값들과 그들에 상응하는 차분간격들을 제거하고 나머지 계수 값들을 내림차 정렬한다. 따라서 제거된 계수 값의 개수가 Φ 개라면 내림차 정렬된 계수는 $N-\Phi-1$ 이 된다. 다음으로, 내림차 정렬된 계수 값들 중 상위 5개에 상응하는 차분간격들을 1차 차분 선택하게 되며, 이는 원형 데이터의 특성반영을 위한 1차 차분 변환된 데이터들의 수를 최소한 확보하기 위해서이다. 하지만, 정렬된 상관계수 값들 중 6번째 이하의 계수 값에서 높은 상관계수 값이 존재한다면, 이에 상응하여 생성되는 1차 차분데이터 또한 원형데이터의 특성을 반영할 수 있는 높은 가능성을 가지지만, 1차 차분선택 방법만으로는 시스템 설계 시 배제되어야 하는 문제점이 발생한다. 따라서 이러한 문제에 대처하기 위하여 2차 차분선택과정을 거치게 되며, 방법은 다음과 같다. 1차 차분선택된 상관계수 값들을 제외한 나머지 계수 값들에 대하여 다음과 같이 차연산을 수행한다.

$$CH_s = (cof_s - cof_{s+1}), \text{ where } s = [1, N-7-\Phi] \quad (2)$$

여기서, cof 는 (2)에 의해 계산된 차연산 계수 값들이고, s 는 차 연산을 위한 총 수행 길이로 1차 선택에 의해 5개의 차분간격이 선택되었으므로 식(2)와 같이 정의된다.

이렇게 차연산이 끝나면, $\max(CH_s)$ 의 값을 절단 값으로 하여 절단 값 이상에 위치한 상관계수 값들에 상응하는 차분간격들을 2차 차분 선택한다. 그러므로 1차와 2차의 선택과정을 통해 시스템의 설계를 위해 확보되는 차분데이터의 수는 최소한 6개(1차: 5개, 2차: 1개 이상) 이상이 되며, 예측을 수행해야할 데이터의 종류에 따라 경험에 기반된 임계치의 정의 없이도 항상 적절한 수의 1차 차분데이터를 확보하여 시스템을 설계할 수 있다. 마지막으로 선택된 1차 차분간격들을 이용하여 다음과 같이 각각의 차분데이터들을 생성한다.

$$\begin{aligned} d_{m(i)}t_1 &= y(N) - y(N-m(i)) \\ d_{m(i)}t_2 &= y(N-1) - y(N-m(i)-1) \\ &\vdots \\ d_{m(i)}t_n &= y(N-n-1) - y(N-m(i)-n-1) \\ &\vdots \\ d_{m(i)}t_{N-m(i)} &= y(m(i)+1) - y(1) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, $m(i)$ 는 각각의 선택된 차분 간격 값들의 i 번째 값이며, $d_{m(i)}t_n$ 은 생성된 n 번째 차분 데이터이다.

3. Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템

그림 1은 Type-2 퍼지논리 시스템의 구조를 보여준다.

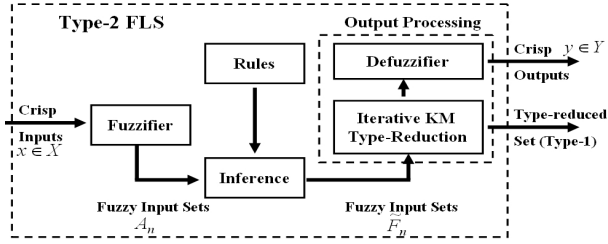


그림 1. Type-2 퍼지논리 시스템
Fig. 1. Type-2 Fuzzy Logic System

Type-2 퍼지논리 시스템의 구조는 Type-1 퍼지논리 시스템과 유사하나 출력을 얻는 과정에 차이가 있다. 이는 Type-2 퍼지집합이 데이터의 불확실성을 표현하기 위하여 FOU(Footprint of Uncertainty)의 개념을 이용하기 때문이다. 아래의 그림 2는 본 논문에 사용된 불확정 편차에 의한 Interval Type-2 퍼지집합의 FOU를 보여준다.

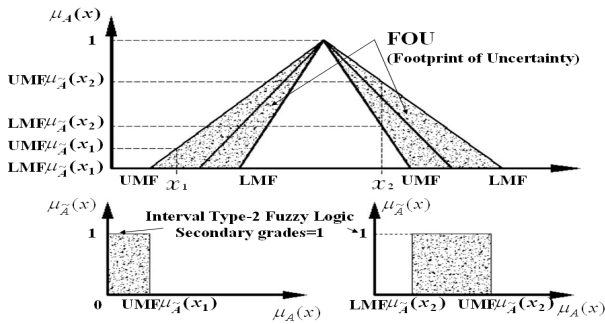


그림 2. Interval Type-2 퍼지집합의 FOU
Fig. 2 FOU for an Interval Type-2 membership function

Type-2 퍼지집합에서 사용하는 FOU는 3차원적 멤버쉽 함수를 2차원 평면으로 사상시키기 위해 도입된 개념으로 그림 2에서와 같이 UMF와 LMF에 의해 정의된다. 여기서, UMF(upper membership function)는 상위 멤버쉽함수를 의미하고, LMF(lower membership function)는 하위 멤버쉽함수를 의미한다. Type-2 퍼지 집합 \tilde{A} 는 Type-2 멤버쉽 함수 $\mu_{\tilde{A}}(x, \mu_A)$ 로 완전히 기술되며, 식(4)와 같이 표현된다.

$$\tilde{A} = \{((x, \mu_A), \mu_{\tilde{A}}(x, \mu_A)) \mid \forall x \in X, \forall \mu_A \in J_x \subseteq [0, 1]\} \quad (4)$$

여기서, $\mu_{\tilde{A}}(x, \mu_A)$ 는 0과 1사이의 값을 가지며, 식(4)는 다음과 같이 다시 표현될 수 있다.

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{\mu_A \in J_x} \mu_{\tilde{A}}(x, \mu_A) / (x, \mu_A) \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (5)$$

Type-2 퍼지 집합 식(5)는 다시 식 (6)처럼 간략화 될 수 있다. 이는 본 논문에 사용된 Interval Type-2 퍼지집합의 경우 그림 2에서 보여 지듯이 Secondary grades $\mu_{\tilde{A}}(x, \mu_A)$ 가 모두 1이기 때문이다.

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{\mu_A \in J_x} 1 / (x, \mu_A) \quad J_x \subseteq [0, 1] \quad (6)$$

그림 3은 Type-1 퍼지논리와 Interval Type-2 퍼지논리 시스템의 추론과정을 보여준다.

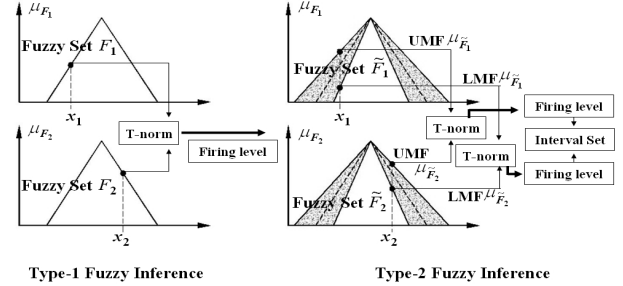


그림 3. Type-1과 Interval Type-2 퍼지집합의 추론과정
Fig. 3. Inference processes for Type-1 and Interval Type-2 Fuzzy Sets

그림에서 T-norm은 minimum 또는 product연산을 의미하며, Interval Type-2 퍼지 집합에서는 입력변수의 멤버쉽 함수가 다음과 같이 UMF와 LMF 정의된다.

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{F}_1}(x_1) &= [LMF, UMF] = [\underline{\mu}_{\tilde{F}_1}(x_1), \bar{\mu}_{\tilde{F}_1}(x_1)] \\ \mu_{\tilde{F}_2}(x_2) &= [LMF, UMF] = [\underline{\mu}_{\tilde{F}_2}(x_2), \bar{\mu}_{\tilde{F}_2}(x_2)] \end{aligned} \quad (7)$$

또한, 그림 3의 추론과정을 살펴보면, Interval Type-2 퍼지집합의 두 입력에 대한 추론과정은 Type-1 퍼지집합의 추론과정과 유사한 방법으로 추론되며, 다음과 같이 정의된다.

$$F(\mathbf{x}) = [\underline{f}(\mathbf{x}), \bar{f}(\mathbf{x})], \text{ where } \begin{aligned} \underline{f}(\mathbf{x}) &= \underline{\mu}_{\tilde{F}_1}(x_1) \star \underline{\mu}_{\tilde{F}_2}(x_2) \\ \bar{f}(\mathbf{x}) &= \bar{\mu}_{\tilde{F}_1}(x_1) \star \bar{\mu}_{\tilde{F}_2}(x_2) \end{aligned} \quad (8)$$

따라서 Interval Type-2 퍼지논리는 각각의 Interval Type-2 퍼지집합에 대한 입력변수들의 LMF와 UMF의 추론으로 정확히 기술될 수 있는 Interval Set이 된다. 만약, Interval Type-2 퍼지집합의 UMF와 LMF가 같다면, 다시 말해 불확실성의 정도를 나타내는 FOU가 0일 경우, 그림 3과 수식 (7)과 (8)에 의해 Interval Type-2 퍼지집합은 정확히 Type-1 퍼지집합으로 사상되며, 이는 General Type-2의 경우에서도 동일하다.

4. 제안된 Interval Type-2 TSK 퍼지 예측시스템 설계

본 논문에서는 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템을 기반으로 하여 예측시스템을 구현하였으며, 그 구조는 Type-1 TSK 퍼지논리 시스템과 유사하지만 앞선 기술에서 보여 지듯이 Interval Type-2 퍼지집합의 사용으로 인해 출력이 Interval Set으로 정의되는 차이가 있다. 먼저, 1차 차분 변환 과정을 통해 변환된 차분데이터들로부터 각각의 시스템의 입력으로 사용될 차분데이터 쌍은 아래와 같이 생성된다.

$$Sets = \{d_{m(i)t_k}, d_{m(i)t_{k+1}}, d_{m(i)t_{k+2}}, \dots, d_{m(i)t_{k+q}}\} \quad (9)$$

where, $k = [1, N - m(i) - q]$

여기서, $d_{m(i)t_k}$ 는 TSK 퍼지 논리시스템의 파라미터 추정을 위한 출력 값을 의미한다. 또한, k 는 생성되는 차분 데이터 쌍의 길이를 의미한다. 따라서 본 논문에서의 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템의 j 번째 규칙에 대한 일반 식은 식(10)과 같이 정의된다.

$$\tilde{R}^j: \text{If } d_{m(i)t_{k+1}} \text{ is } \tilde{F}_1^j \text{ and } d_{m(i)t_{k+2}} \text{ is } \tilde{F}_2^j \text{ and } \dots \text{ and } d_{m(i)t_{k+q}} \text{ is } \tilde{F}_q^j$$

$$\text{Then } Y^j = \sum_{c=0}^q P_c^j d_{m(i)t_{k+c}} \quad (10)$$

where $d_{m(i)t_{k+0}} = 1$ and $P_c^j = [p_c^j - s_c^j, p_c^j + s_c^j]$

여기서 P_c^j 는 추정되어야 할 파라미터들이며, p_c^j 는 P_c^j 의 각각의 중심 또는 평균을 의미하고 s_c^j 는 P_c^j 의 폭을 의미한다. 또한, Y^j 는 $d_{m(i)t_k}$ 에 대한 Interval Set으로 $[d_{m(i)t_k}^L, d_{m(i)t_k}^R]$ 와 같이 정의된다.

따라서 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템은 규칙의 생성을 위한 입력공간의 퍼지분할, 출력을 얻기 위한 파라미터 추정 그리고 최종 출력을 얻기 위한 연산과정을 필요로 하게 된다. 또한, 식(10)과 같이 j 번째 규칙의 q 개의 입력에 대한 Interval Type-2 퍼지논리의 추론은 다음과 같이 각각의 입력들이 만족하는 퍼지집합들의 UMF와 LMF에 의해 최종적으로 기술된다.

$$F^j(\mathbf{x}) = [f^j(\mathbf{x}), \bar{f}^j(\mathbf{x})] \quad (11)$$

$$f^j(\mathbf{x}) = \mu_{\tilde{F}_1^j}(x_1) \star \dots \star \mu_{\tilde{F}_q^j}(x_q) \quad (12)$$

$$\bar{f}^j(\mathbf{x}) = \bar{\mu}_{\tilde{F}_1^j}(x_1) \star \dots \star \bar{\mu}_{\tilde{F}_q^j}(x_q) \quad (13)$$

여기서, \star 는 T-norm 연산을 의미하며, 본 논문에서는 minimum T-norm을 사용한다.

4.1 입력 공간의 퍼지 분할

그림 5는 본 논문의 Interval Type-2 퍼지집합의 예이다. Interval Type-2 퍼지집합의 생성에 본 논문에서는 불확정 편차 기반 삼각형 소속함수를 이용한 Interval Type-2 퍼지집합을 사용하였으며, 각각의 시스템에 사용되는 차분데이터들의 최소값과 최대값 사이를 전체 입력공간(universe of discourse)으로 하여 그림과 같이 $\tilde{N}B$, $\tilde{N}S$, $\tilde{Z}E$, $\tilde{P}S$, $\tilde{P}B$ 의 다섯 개의 퍼지집합으로 구현하였다. 그림 4에서 \tilde{F}_i 는 사용된 퍼지집합을 의미하며, \mathbf{z} 는 각 퍼지집합의 중심을 의미한다. 또한 $d_{m(i)t}$ 는 각각의 시스템의 입력 차분데이터들을 의미한다.

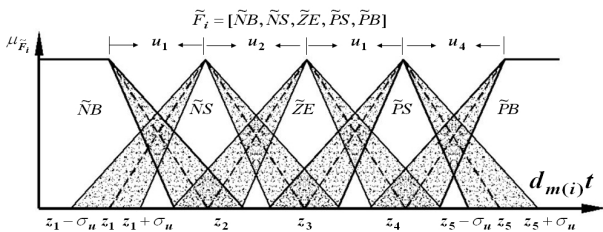


그림 4. 제안된 시스템에 사용된 Type-2 퍼지집합
Fig. 4. Example of Type-2 Fuzzy Sets for the proposed system

또한, 그림에서 퍼지집합의 불확실성의 정도를 표현하는 FOU의 범위 σ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma_u = \sqrt{\sum_{h=1}^q (x_h^u - \bar{x}^u) / (g-1)} \quad (14)$$

여기서, u 는 각각의 퍼지집합의 중심 간의 경계를 의미하며, g 는 각각의 경계 속에 포함되는 데이터의 수이다.

이렇게 구현된 Interval Type-2 퍼지집합들의 중심과 σ 는 K-means 클러스터링 알고리즘에 의해 보다 적합한 형태로 구현된다. 아래의 그림 5는 제안된 예측시스템의 Interval Type-2 퍼지집합이 K-means 클러스터링에 의해 동조된 실 예이다.

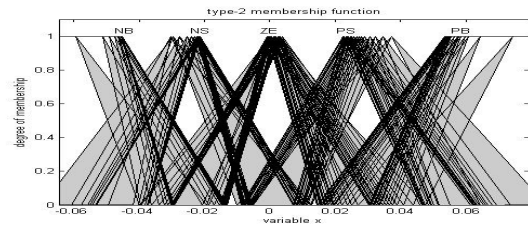


그림 5. K-means에 의한 Mackey-Glass 데이터의 Type-2 퍼지집합의 동조 예

Fig. 5. Example of the proposed Type-2 Fuzzy Sets tuned by K-means clustering algorithm(Mackey-Glass)

4.2 파라미터 추정

Interval Type-2 TSK 퍼지규칙의 출력 Y^j 는 비록 Interval Set으로 정의되지만 그 파라미터의 추정은 Type-1 TSK 퍼지규칙의 파라미터 추정으로 구해질 수 있다. 이는 앞서 언급되었듯이 Type-2 퍼지집합의 불확실성 정도를 나타내는 FOU가 0일 경우 정확히 Type-1 퍼지집합으로 사상될 수 있기 때문이다. 따라서 Type-1 TSK 퍼지 논리시스템의 파라미터 추정기법을 적용하여 파라미터를 추정한 후 Interval Set으로 정의된 출력을 위한 적절한 연산과정을 거치면 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템의 출력을 얻을 수 있다. 따라서 만약, j 번째 퍼지규칙 R^j 의 전반부 퍼지규칙을 만족하는 입력데이터 쌍의 수가 n 개 이면, 후반부의 선형 식은 다음과 같이 n 개의 연립 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} d_{m(i)t_k}^{(j)(1)} &= p_0^j + p_1^j d_{m(i)t_{k+1}}^{(1)} + p_2^j d_{m(i)t_{k+2}}^{(1)} + \dots + p_q^j d_{m(i)t_{k+q}}^{(1)} \\ d_{m(i)t_k}^{(j)(2)} &= p_0^j + p_1^j d_{m(i)t_{k+1}}^{(2)} + p_2^j d_{m(i)t_{k+2}}^{(2)} + \dots + p_q^j d_{m(i)t_{k+q}}^{(2)} \\ &\vdots \\ d_{m(i)t_k}^{(j)(n)} &= p_0^j + p_1^j d_{m(i)t_{k+1}}^{(n)} + p_2^j d_{m(i)t_{k+2}}^{(n)} + \dots + p_q^j d_{m(i)t_{k+q}}^{(n)} \end{aligned} \quad (15)$$

또한, 이 연립방정식은 다음과 같이 행렬과 벡터로 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} d_{m(i)t_k}^{(j)(1)} \\ d_{m(i)t_k}^{(j)(2)} \\ \vdots \\ d_{m(i)t_k}^{(j)(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_{m(i)t_{k+1}}^{(1)} & d_{m(i)t_{k+2}}^{(1)} & \dots & d_{m(i)t_{k+q}}^{(1)} \\ 1 & d_{m(i)t_{k+1}}^{(2)} & d_{m(i)t_{k+2}}^{(2)} & \dots & d_{m(i)t_{k+q}}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & d_{m(i)t_{k+1}}^{(n)} & d_{m(i)t_{k+2}}^{(n)} & \dots & d_{m(i)t_{k+q}}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0^j \\ p_1^j \\ p_2^j \\ \vdots \\ p_q^j \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$G^j = T^j \theta^j \quad (17)$$

여기서, G^j 는 출력벡터, T^j 는 입력벡터, θ^j 는 파라미터 벡터를 의미한다. 따라서 파라미터들은 식(18)의 최소자승법을 통해

추정될 수 있다.

$$\Theta^j = ((T^j)^T T^j)^{-1} (T^j)^T G^j \quad (18)$$

식(18)에 의해 추정된 파라미터들은 다음과 같은 오차과 위의 합을 최소화하는 값을 가진다.

$$E^j = (G^j - T^j \Theta^j)^T (G^j - T^j \Theta^j) \quad (19)$$

4.3 출력연산

Interval Type-2 TSK 퍼지규칙의 출력 식(9)로 정의되는 입력데이터 쌍들 중 하나가 j 번째 규칙을 만족하였다면, Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템의 j 번째 규칙의 출력 Y^j 는 $[d_{m(i)}^j t_k^L, d_{m(i)}^j t_k^R]$ 로 정의되는 Interval Set로 $d_{m(i)}^j t_k^L$ 와 $d_{m(i)}^j t_k^R$ 는 다음과 같이 각각 정의된다.

$$d_{m(i)}^j t_k^L = \sum_{c=0}^q p_c^j d_{m(i)}^j t_{k+c} - \sum_{c=0}^q |d_{m(i)}^j t_{k+d}| s_c^j, \quad (20)$$

where $d_{m(i)}^j t_{k+0} = 1$

$$d_{m(i)}^j t_k^R = \sum_{c=0}^q p_c^j d_{m(i)}^j t_{k+c} + \sum_{c=0}^q |d_{m(i)}^j t_{k+d}| s_c^j, \quad (21)$$

where $d_{m(i)}^j t_{k+0} = 1$

또한, 하나의 입력데이터 쌍은 여러 개의 규칙을 만족할 수 있다. 따라서 하나의 입력데이터 쌍이 총 Q 개의 퍼지 규칙을 만족하였다면, 그 입력 쌍에 대한 Interval Type-2 퍼지논리 시스템의 최종 출력은 Karnik-Mendel 알고리즘[18]에 의한 최대 가중평균 무계중심에 의한 y_k^R 과 최소 가중평균 무계중심에 의한 y_k^L 로부터 구해진다. 먼저, y_k^L 을 구하는 방법은 다음과 같다.

Step 1) 구하여진 파라미터 P 를 이용하여 아래와 같이 각 규칙의 평균출력을 계산한다.

$$d_{m(i)}^j t_k = (d_{m(i)}^j t_k^L + d_{m(i)}^j t_k^R) / 2 = \sum_{c=0}^q p_c^j d_{m(i)}^j t_{k+c} \quad (22)$$

where $d_{m(i)}^j t_{k+0} = 1$

Step 2) 구하여진 각각의 출력들을 오름차 정렬한다.

Step 3) 다음의 수식을 이용하여 firing level α_j 의 값을 초기화한다.

$$\alpha^j = \frac{1}{2} [f^j + \bar{f}^j], \quad j = 1, \dots, Q \quad (23)$$

Step 4) Step 3)의 초기화된 평균 firing level을 이용하여 입력에 대한 전체 출력 값을 계산한다.

$$d_{m(i)} t_k = \sum_{j=1}^Q \alpha^j \left(\sum_{c=0}^q p_c^j d_{m(i)}^j t_{k+c} \right) / \sum_{j=1}^Q \alpha^j \quad (24)$$

where $d_{m(i)} t_{k+0} = 1$

Step 5) 최소 가중평균 무계중심을 구하기 위하여 다음을 만족하는 switch point D 를 구한다.

$$d_{m(i)}^D t_k \leq d_{m(i)} t_k \leq d_{m(i)}^{D+1} t_k \quad (25)$$

Step 6) 정의된 switch point D 값을 변수로 식(26)을 이용하여 최소 가중평균 무계중심에 의한 y_k^L 을 계산한다.

$$y_k^L = \frac{\sum_{j=1}^D \bar{f}^j \hat{d}_{m(i)}^j t_k^R + \sum_{j=D+1}^Q \bar{f}^j \hat{d}_{m(i)}^j t_k^L}{\sum_{j=1}^D \bar{f}^j + \sum_{j=D+1}^Q \bar{f}^j} \quad (26)$$

여기서, $\hat{d}_{m(i)}^j t_k^L$ 은 $d_{m(i)} t_k$ 보다 작은 평균 출력 값들을 의미하고 $\hat{d}_{m(i)}^j t_k^R$ 은 보다 큰 평균 출력 값들을 의미한다.

Step 7) 연산된 y_k^L 을 Step 4)의 $d_{m(i)} t_k$ 값으로 적용하여 반복 수행한 후 변화가 없으면 종료하고, 그렇지 않으면 반복 수행 한다.

최대 가중평균 무계중심에 의한 y_k^R 을 구하는 방법은 y_k^L 을 구하는 방법과 동일하며, switch point D 대신 최대 가중평균 무계중심을 위한 switch point M 을 사용하고, 식(26) 대신 식(27)을 적용하여 계산한다.

$$y_k^R = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{f}^j \hat{d}_{m(i)}^j t_k^L + \sum_{j=M+1}^Q \bar{f}^j \hat{d}_{m(i)}^j t_k^R}{\sum_{j=1}^M \bar{f}^j + \sum_{j=M+1}^Q \bar{f}^j} \quad (27)$$

따라서 KM알고리즘에 의해 구하여진 y_k^L 과 y_k^R 을 이용하여 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템의 최종 출력을 정의 하면 다음과 같다.

$$Y_{TSK2}(k) = (y_k^L + y_k^R) / 2 \quad (28)$$

또한, 본 논문에서는 차분데이터를 퍼지시스템의 입력으로 사용하였기 때문에 시스템의 최종 출력은 다음과 같이 현재값과 증가분의 합으로 주어진다.

$$\hat{y}(k+\tau) = y(k) + Y_{TSK2}(k) \quad (29)$$

여기서, τ 는 전방 예측 간격을 의미하며, 본 논문의 τ 는 1로 정의된다.

5. 예측시스템의 선택

이상으로 구현된 다중 퍼지 예측시스템들이 모두 실제 예측 구간에서 동작한다면 연산의 복잡성뿐만 아니라 성능이 좋지 못한 예측 시스템의 출력 또한 결과에 영향을 미치게 되므로, 제안된 시스템의 성능을 저해하는 요소로 작용한다. 따라서 본 논문에서는 구현된 다중 예측 시스템들 중에서 최종 예측을 수행할 하나의 예측시스템을 선택하고, 선택된 예측 시스템을 이용하여 최종 예측을 수행케 함으로써 이런 문제를 보완하였다. 최종 예측시스템을 선택하기 위한 성능지표로는 다음과 같은 MSE(mean squared error)를 적용하였다.

$$MSE = \frac{1}{N - m(i) - q} \sum_{n=m(i)+q}^N (y(n) - \hat{y}(n))^2 \quad (30)$$

여기서, $y(n)$ 은 실제 데이터의 값을 의미하고 $\hat{y}(n)$ 은 예측시스템의 출력을 의미한다. 또한, 훈련구간에서 각각의 차분 입력데이터 쌍과 1스텝 전방예측에 의해 실제 시스템의 출력이 반영되는 구간은 $m(i) + q$ 번째부터이므로 정확한 성능지표를 위해 성능지표구간을 식(30)과 같이 정의 하

였다. 따라서 구현된 다중 퍼지 예측 시스템들 중에 훈련 데이터를 이용하여 예측을 수행한 후, 식(30)을 최소화한 하나의 예측시스템이 선택되게 되며, 선택된 예측시스템이 최종 예측을 수행하게 된다.

6. 시뮬레이션

이상으로 구현된 제안된 예측시스템의 예측성능을 검증하기 위하여 비선형 시스템의 모델링에 자주 언급되는 Mackey-Glass 시계열 데이터와 호주의 분기별 전력생산량 데이터를 이용하였다. 또한, 각각의 성능검증을 위한 성능지표, 훈련 데이터의 길이, 예측 데이터의 길이 및 파라미터들은 다른 논문들과의 성능비교를 위하여 인용된 논문들과 같은 값들로 정의 하였다.

Case 1) Mackey-Glass 시계열 데이터

Mackey-Glass 시계열 데이터는 식(31)에 의해 생성된다.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{0.2x(t-17)}{1+x^{10}(t-17)} - 0.1x(t) \quad (31)$$

생성된 데이터 중에서 $x(124)$ 에서부터 $x(1123)$ 까지 1000개의 데이터를 추출하여 500개의 데이터를 훈련데이터로 사용하고 나머지 데이터를 예측데이터로 사용하였다. 아래의 표 1과 그림 6은 Type-1 TSK 퍼지논리 시스템을 기반으로 하였을 때와 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템을 기반으로 하였을 때의 3입력에 대한 제안된 예측시스템의 성능비교를 보여준다. 성능비교를 위한 성능지수로는 MSE와 RMSE(root mean squared error)를 사용하였으며, 훈련구간의 MSE는 식(30)이 적용되었고 예측구간의 MSE는 예측데이터 전체에 대하여 실행하였다. 또한, 예측구간에서의 RMSE는 다음과 같이 정의된다.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{n=1}^L (y(n) - \hat{y}(n))^2} \quad (32)$$

여기서, L 은 예측데이터의 길이를 의미한다.

표 1. T1TSKFLS와 IT2TSKFLS 사이의 성능비교
Table 1. Comparison of the performance between T1TSKFLS and IT2TSKFLS

Systems No. of input	based on Type-1 TSK FLS		
	Training (MSE)	Forecasting	
		MSE	RMSE
3	5.4964E-7	5.7164E-7	7.5602E-4
Systems No. of input	based on Interval Type-2 TSK FLS		
	Training (MSE)	Forecasting	
		MSE	RMSE
3	4.9123E-7	4.9318E-7	7.0227E-4

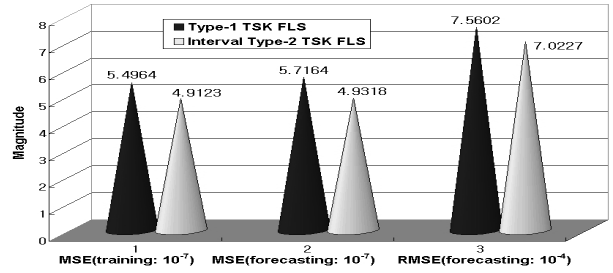


그림 6. T1TSK과 IT2TSK 퍼지논리 시스템 기반 제안된 시스템의 성능비교

Fig. 6. Comparative results between the proposed systems based on T1TSKFLS and IT2TSKFLS

표 1과 그림 6을 살펴보면 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템 기반 제안된 예측시스템의 성능이 훈련구간이나 예측구간 모두에서 Type-1 TSK 퍼지논리 시스템을 기반으로 하였을 때보다 우수함을 알 수 있다. 이러한 결과는 Interval Type-2 퍼지집합의 FOU로 인해 비선형 데이터의 불확실성을 시스템이 보다 잘 반영한 결과로 볼 수 있다. 아래의 그림 7은 제안된 Interval Type-2 TSK 퍼지 예측시스템의 최종 예측결과를 보여준다.

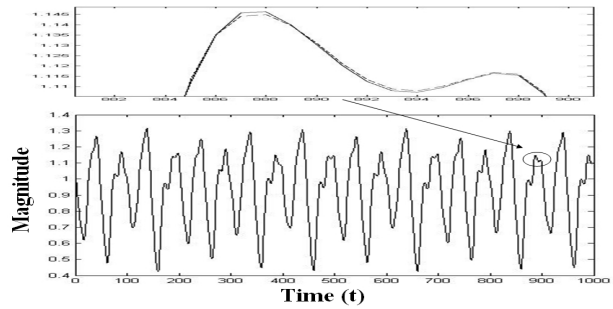


그림 7. Mackey-Glass 시계열 데이터의 예측결과
Fig. 7. Prediction result of the proposed system for Mackey-Glass Time Series

그림 7에서 실선은 실제의 데이터 값을 의미하고 점선은 예측결과 값을 의미한다. 그림을 살펴보면, 점선과 실선이 거의 중복되어 있음을 알 수 있으며, 이는 제안된 시스템의 예측성능이 매우 우수함을 보여준다. 아래의 표 2는 제안된 예측시스템과 다른 시스템[13,17]들 사이의 성능비교이다.

표 2. 제안된 시스템과 다른 방법들과의 성능비교
Table 2. Performance comparison between the proposed system and other systems

Model Index	ANN s	ARIMA -ANN	ANFI S	ANFIS 2	Proposed System	
					Type-1	Interval Type-2
RMSE	0.0122	0.0027	0.0012	0.0012	7.560E-4	7.022E-4

표 2를 살펴보면 Type-1 TSK 퍼지논리 시스템을 기반으로 하였을 경우에도 제안된 시스템의 성능이 다른 시스템들의 성능보다 우수함을 알 수 있다. 이는 제안된 시스템이 원형데이터 보단 차분데이터를 사용한 다중 예측시스템을

구현함으로써 비선형 데이터의 다양한 특성을 반영한 결과로 볼 수 있다. 또한, Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템을 기반으로 하였을 경우 데이터에 내재된 불확실성을 더욱 잘 반영할 수 있어 시스템의 성능이 향상되었음을 알 수 있다.

Case 2) 호주의 분기별 전력생산량 데이터

호주의 분기별 전력생산량 데이터[19]는 총 155개의 데이터로 구성되어 있으며, 이들 중 70개의 데이터를 훈련데이터로 사용하고 나머지 데이터를 예측 데이터로 사용하였다. 또한, 성능비교를 위한 성능지표로는 MSE와 MRE(mean relative error)를 사용하였으며, MRE는 다음과 같이 정의된다.

$$MRE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{|y_i - \hat{y}_i|}{|y_i|} \right) \times 100\% \quad (33)$$

아래의 표 3과 그림 8은 3입력 데이터에 대하여 제안된 예측시스템이 Type-1 TSK 퍼지논리 시스템을 기반으로 하였을 때와 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템을 기반으로 하였을 때의 각각의 성능변화를 보여준다.

표 3. T1TSKFLS와 IT2TSKFLS 사이의 성능비교
Table 3. Comparison of the performance between T1TSKFLS and IT2TSKFLS

Systems No. of input	based on Type-1 TSK FLS		
	Training (MSE)	MSE	MRE
3	2.8990E+4	4.1211E+5	1.7077
Systems No. of input	based on Interval Type-2 TSK FLS		
	Training (MSE)	MSE	MRE
3	2.8493E+4	3.7387E+5	1.6585

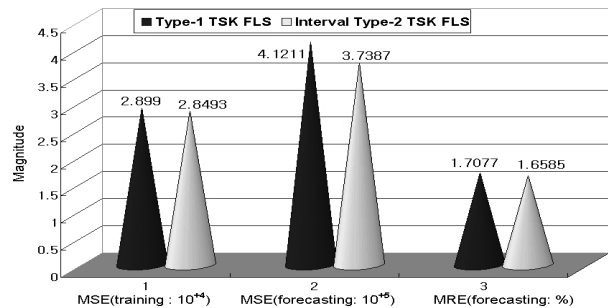


그림 8. T1TSK과 IT2TSK 퍼지논리 시스템 기반 제안된 시스템의 성능비교

Fig. 8. Comparative results between the proposed systems based on T1TSKFLS and IT2TSKFLS

표 3과 그림 8을 살펴보면, Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템 기반의 시스템 성능이 Type-1 TSK 퍼지논리 시스템을 기반으로 하였을 경우 보다 사용한 모든 지표에서 우수하게 나타났다. 이러한 결과들은, Mackey-Glass 시계열 예측의 경우와 마찬가지로, Interval Type-2 퍼지집합으로 구성된 시스템이 보다 효과적으로 데이터들의 불확실성

을 취급한 결과로 볼 수 있다. 아래의 그림 9는 호주의 분기별 전력생산량 데이터에 대한 제안된 예측시스템의 최종 예측결과를 보여준다.

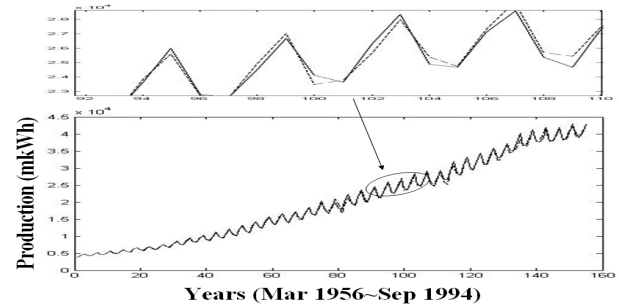


그림 9. 분기별 호주의 전력생산량 데이터의 예측결과
Fig. 9. Prediction result of the proposed system based on Interval Type-2 TSK FLS (Quarterly Electricity Production in Australia)

그림 9에서, 실선은 실제 전력생산량을 의미하고 점선은 제안된 시스템의 예측 출력을 의미한다. 그림을 살펴보면 시스템의 예측 출력이 데이터 전 구간에 좋은 예측을 수행하였음을 알 수 있다. 표 4는 제안된 예측시스템의 성능과 다른 시스템들[20]의 예측성능을 비교한 것이다.

표 4. 제안된 시스템과 다른 방법들과의 성능비교
Table 4. Performance comparison between the proposed system and other systems

Model Index	Mamdani 모델	Fuzzy AR	다중퍼지 모델	GA-RS 방법	Proposed System	
					Type-1	Interval Type-2
MRE	7.8123	3.1254	2.7125	1.8100	1.7077	1.6585

표 4 역시 제안된 예측시스템의 성능이 다른 시스템들의 성능보다 우수함을 보여주며, 이러한 시뮬레이션 결과들은 제안된 시스템의 설계를 위해 사용된 데이터의 1차 차분 변환 과정이나 다중 예측시스템의 구현, Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템의 방법들이 비선형 시계열이 가지는 다양한 특성이나 불확실성을 충분히 반영한 결과임을 보여주며, 또한 이들을 이용해 구현된 제안된 예측시스템의 예측성능이 매우 우수함을 보여준다.

7. 결론

일반적으로 비선형 데이터가 가지는 다양한 특성들을 완벽히 반영할 수 있는 예측시스템의 설계는 쉽지 않다. 하지만 설계되는 시스템이 비선형 데이터의 다양한 특성들을 충분히 고려할 수 있고, 또한 데이터에 내재되어 있는 불확실성들을 충분히 반영할 수 있다면, 좋은 예측성능을 얻을 수 있을 것이다. 이러한 접근으로 본 논문에서는 원형데이터 보단 통계적 특성이 우수한 최적 차분데이터들을 1차 차분 변환 과정을 통해 생성하여 시스템 설계를 위해 사용하였

고, 또한 각각의 차분 데이터들의 예측경향을 분석하기 위해 다중 예측시스템을 구현하였다. 각각의 예측시스템의 구현에는 Interval Type-2 TSK 퍼지논리 시스템을 이용함으로써 데이터의 이면에 내재된 불확실성을 충분히 반영할 수 있도록 하였다. 이러한 방법에 의해 설계된 제안된 예측시스템은 데이터의 다양한 특성이나 불확실성을 충분히 반영할 수 있었으며, 시뮬레이션 결과들은 제안된 시스템의 성능이 비선형 데이터의 예측에 있어 우수함을 보여 주었다. 그러므로 제안된 예측시스템은 다양한 비선형 데이터의 예측을 다루는 분야에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다. 향후 연구과제로는 다양한 형태의 Type-2 퍼지집합의 정의와 사용하는 데이터에 따라 능동적으로 퍼지집합의 수를 정의할 수 있는 방법에 관한 연구가 필요할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

[1] George J. Klir and Bo Yuan, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and Applications*, Prentice-Hall, 1995.

[2] G.Janazcek, L.Swift, *Time Series Forecasting, Simulation, Applications*, Ellis Horwood, 1993.

[3] K.Ozawa, T.Niimura, "Fuzzy Time-Series Model of Electric Power Consumption", *IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, pp. 1195-1198, 1999.

[4] L. A. Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-1", *Information Science*, vol. 8, pp. 199-249, 1975

[5] L. A. Zadeh, "A computational approach to fuzzy quantifiers in natural languages", *Comput. Math*, vol. 9, pp. 149-184, 1983.

[6] T. Takagi, M. Sugeno, "Fuzzy Identification of Systems and its Applications to modeling and control", *IEEE Trans. Syst, Man, Cybern*, vol. 15, pp. 116-132, 1985.

[7] K. Tanaka, M. Sugeno, "A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer", *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 2, pp. 119-134, 1994.

[8] J. M. Mendel, *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic System: Introduction and New Directions*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, Nj 07458, 2001.

[9] J. M. Mendel, R. I. John, "Type-2 Fuzzy Sets Made Simple", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 10, pp. 117-127, 2002.

[10] J. M. Mendel, R. I. John, F. Lui, "Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems Made Simple", *IEEE Trans. on Fuzzy System*, vol. 14, pp. 808-821, 2006.

[11] A. Mencattini, M. Salmeri, S. Bertazzoni, R. Lojacono, E. Pasero, W. Moniaci, "Short Term Local Meteorological Forecasting Using Type-2

Fuzzy Systems", *LNCS*, vol. 3931, pp. 95-104, 2006.

[12] J. Y. Baek, Y. I. Lee, S. K. Oh, "Design of Nonlinear Model Using Type-2 Fuzzy Logic System by Means of C-means Clustering", *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 18, no. 6, pp. 842-848, 2008.

[13] M. El-Koujok, R. Gouriveau, N. Zerhouni, "Towards a Neuro-Fuzzy System for Time Series Forecasting in Maintenance Applications", *17th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control*, hal-00298361, version 1, 2008.

[14] C. H. Lee, S. H. Yoon, "Fuzzy Nonlinear Time-Series Forecasting with Data Preprocessing and Model Selection", *Journal of Telecommunications and Information*, vol. 5, pp. 232-238, 2001.

[15] Y. K. Bang, C. H. Lee, "Multiple Model Fuzzy Prediction Systems with Adaptive Model Selection Based on Rough Sets and its Application to Time Series Forecasting", *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 25-33, 2009.

[16] Y. K. Bang, C. H. Lee, "Design of Fuzzy System with Hierarchical Classifying Structures and its Application to Time Series Prediction", *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 19, no. 5, pp. 595-602, 2009.

[17] O. Valenzuela, I. Rojas, F. Rojas, H. Pomares, L. J. Herrera, A. Guillen, L. Marquez, M. Pasadas, "Hybridization of intelligents and ARIMA models for time series prediction", *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 159, pp. 821-845, 2008.

[18] N. N. Karnik, J. M. Mendel, "Centroid of a Type-2 Fuzzy Set", *Information Sciences*, vol. 132, pp. 195-200, 2001.

[19] <http://www-personal.buseco.monash.edu.au>

[20] Y. S. Joo, *Fuzzy System Modeling Using Genetic Algorithm and Rough Set Theory*, M. S. Thesis, Dept. of Electrical and Electronic Eng, Kangwon Univ, Korea, 2003.

저 자 소 개

방영근(Young-Keun Bang)

제 19권 5호 (2009년 10월호) 참조
E-mail :b2y2c1@hanmail.net

이철희(Chul-Heui Lee)

제 19권 5호 (2009년 10월호) 참조
E-mail :chlee@kangwon.ac.kr