## 해석적 방법에 의한 선박 시뮬레이터용 단순 조종 모델 개발

김동진<sup>1,†</sup>·여동진<sup>2</sup>·이기표<sup>1</sup> 서울대학교 조선해양공학과<sup>1</sup> 한국해양연구원 해양시스템안전연구소<sup>2</sup>

# Development of a Simple Manoeuvring Model for Ship-handling Simulator by Analytical Methods

Dong-Jin Kim<sup>1,†</sup>·Dong-Jin Yeo<sup>2</sup>·Key-Pyo Rhee<sup>1</sup> Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University<sup>1</sup> Maritime & Ocean Engineering Research Institute, KORDI<sup>2</sup>

#### Abstract

In the ship-handling simulator, it is important for a ship manoeuvring model to represent the dynamic characteristic of a ship and to be simple for reducing calculation time. Especially, even if principal dimensions of a ship are given in initial design stage, or manoeuvring test data are only given by model or real ship's trials, simulations are often needed to check the manoeuvrability of a ship. In this paper, a simple manoeuvring model based on turning test data of a ship is mathematically developed. And the simulation results are verified by comparing with turning test results of a real ship.

Keywords : Ship-handling Simulator(선박 운항 시뮬레이터), Simple manoeuvring model(단순 조종 모델), Turning test(선회 시험)

### 1. 서 론

선박 운항 시뮬레이터는 대상 선박의 항행 시나리오 재현을 통 한 운항 안전성 검증, 혹은 전술 시험 및 훈련 등에 주로 이용된 다. 이러한 운항 시뮬레이터는 가능한 한 선박의 움직임을 현실적 으로 재현할 수 있어야 하며, 실시간 정보 처리 및 가시화를 위해 계산 시간 단축이 필수적이다. 따라서 내부의 모델은 대상 선박의 동역학 특성을 잘 반영하면서 동시에 단순하여야 한다.

대상선의 모형 시험 결과나 CFD 계산 결과가 주어져 있으면 선형 및 비선형 계수를 모두 구한 후 상세 비선형 모델을 완성하 여 시뮬레이션을 실시할 수 있다. 하지만 일반적으로 초기 설계 단계에서 대상선의 주요 제원만 주어진 경우, 혹은 모형선이나 실 선 조종 시험 결과만 주어진 상황에서 시뮬레이션이 필요한 경우 도 많다. 이와 같이 대상 선박의 정보가 적은 상황에서도 조종 성 능을 예측할 수 있는 경량화 모델이 필요하다.

단순 조종 모델에 관한 이전 연구를 보면 Nomoto, et al.(1957) 에 의해 K-T모델이 제안되었고, Suh and Song(1994), Lee and Lee(1998) 등에 의해 K-T모델의 분석 및 활용이 이루어졌다. Norrbin(1965), Van Leeuwen(1970)등은 K-T모델에 비선형 항 및 속도 변화 식을 추가하여 현실성을 높이는 연구를 수행하였다. 최근에 Yoon, et al.(2007)은 RIB형 무인 선박에 대한 수평면 조 종운동 간략 모델을 제안하였다. Kim, et al.(2010)은 근사적 방법 에 의한 선박의 전진속도-선회율 모델링 연구를 수행한 바 있다.

본 연구에서는 대상선의 선회 시험 정보만을 이용한 단순 조종 모델링 기법을 제안하였다. 전진 속도와 선회율을 1차 미분방정식 의 해 형태로 가정하고 모델 내의 계수를 결정하는 방법을 수학 적으로 전개하였다. 실선 선회 시험 정보가 주어졌을 때 제안한 모델로 선회 시뮬레이션을 수행하고 결과를 비교하여 제안한 모 델의 신뢰도를 검증하였다.

#### 2. 선회 시험 정보

대상 선박의 조종 성능을 판별하기 위해 일반적으로 선회 시험 (Turning test)을 실시한다. 선박이 일정한 속도로 전진하다가 명 령 타각이 입력되면 Fig. 1과 같은 선회 궤적을 그리게 된다. 선회 궤적 결과를 통해 전진거리(Advance), 전술직경(Tactical diameter), 정상선회반경(Steady turning radius) 등의 정보를 얻을 수 있다.

본 연구에서 제안한 단순 조종 모델 내의 계수는 대상선의 선 회 시험 정보를 통해 추정하게 되며, 필요한 정보를 정리하면 Table 1과 같다.

(4)



Fig. 1 Turning trajectory of a ship

Table 1 Main data of turning test

정보	기호	단위
초기속도	$V_0$	m/s
수렴속도	$V_d$	m/s
명령타각	δ	rad
전진거리	A	m
전술직경	D	m
정상선회반경	R	m

만약 대상 선박이 초기 설계 단계라면 주요 제원을 바탕으로 부록의 식 (17)-(20)을 통해 선회 시험 정보를 추정할 수 있고, 모 형선이나 실선의 선회 시험 결과가 주어져 있다면 직접 정보를 추출하여 모델링에 이용한다.

#### 3. 선회율-전진속도 모델(R&S 모델)

#### 3.1 기존 모델의 특성 및 한계

Nomoto, et al.(1957)는 sway 및 yaw 선형 운동 방정식을 연 성하여 식 (1)과 같은 K-T모델을 제안하였다. 식 (1)에서 변수 *r*은 선회율이다. 계수 *K*와 *T*는 대상선의 선회 시험이나 지그재그 시 험 결과, 혹은 유체력 미계수들의 조합으로 얻을 수 있다.

$$T\dot{r} + r = K\delta \tag{1}$$

Norrbin(1965)는 식 (2)와 같이 타각 입력에 대한 선회율의 비 선형적 변화를 고려하기 위해  $r^3$ 항을 추가한 식을 제안하였다.

$$\dot{Tr} + r + \alpha r^3 = K\delta \tag{2}$$

Van Leeuwen(1970)은 Norrbin(1965)의 모델에 식 (3)과 같 은 전진속도 방정식을 추가하여 속도 변화를 구현하였다.

$$T_V \dot{V} + V = K_V r^2 \tag{3}$$

이와 같이 기존의 단순 조종 모델은 속도 변화를 고려하지 않

거나, 혹은 계수를 결정하는 과정에서 유체력 미계수 등 많은 정 보를 필요로 한다. 따라서 최소한의 정보로 현실적인 시뮬레이션 이 가능한 단순 모델이 필요하다.

#### 3.2 R&S 모델

식 (1)의 K-T모델은 선회율 r이 1차 미분방정식의 해 형태이다. Yoon, et al.(2007)의 연구를 참고하여 전진속도 역시 1차 미분방 정식의 해라고 가정한 후 전진속도에 대한 식을 추가하면 식 (4) 와 같다.

$$T_V V + V = V_d$$

 $T\dot{r} + r = K\delta$ 

식 (4)에서 입력 변수는 타각  $\delta$ 이고, 상태 변수는 전진속도 V, 선회율 r이다.  $T_V$ , T는 각각 전진속도 및 선회율에 대한 시정수이 며  $V_d$ 는 수렴 속도, K는 선회 모멘트 관련 계수이다. 위의 모델을 R&S모델(Rate of turn & Speed model)이라고 명명하기로 한다.

선박의 길이 L과 초기 속도 Vo로 모델의 무차원화를 수행하면 식 (5)와 같다.

$$T_{V}'\dot{V}' + V' = V_{d}'$$

$$T'\dot{r}' + r' = K'\delta'$$

$$V' = V/V_{0}, \quad r' = r \cdot L/V_{0},$$

$$T_{V}' = T_{V} \cdot V_{0}/L, \quad T' = T \cdot V_{0}/L,$$

$$K' = K \cdot L/V, \quad \delta' = \delta, \quad t' = t \cdot V_{0}/L,$$
(5)

이하에서는 편의상 무차원화 표기 '을 생략한다. 초기값 V(0)= V<sub>0</sub>, r(0)=0를 고려하면 속도 및 선회율의 해석 해는 식 (6)과 같 다.

$$V(t) = (V_0 - V_d)e^{-\frac{t}{T_V}} + V_d$$

$$r(t) = K\delta(1 - e^{-\frac{t}{T}})$$
(6)

식 (6)을 0≤t≤t<sub>f</sub> 구간에서 시간에 대해 적분하면 임의의 시 간 *t=t<sub>f</sub>*일 때 선수각 및 XY 좌표를 구할 수 있다. 이는 식 (7)-(9) 와 같다.

$$\Psi_f = \int_0^{t_f} r(t) dt = \int_0^{t_f} [K\delta(1 - e^{-\frac{t}{T}})] dt$$

$$= K\delta(t_f + Te^{-\frac{t_f}{T}} - T)$$
(7)

 $Y_f = \int^{t_f} V(t) \sin(\Psi(t)) dt$ 

$$X_{f} = \int_{0}^{t_{f}} V(t) \cos(\Psi(t)) dt$$

$$= \int_{0}^{t_{f}} [((V_{0} - V_{d})e^{-\frac{t}{T_{V}}} + V_{d}) \cdot \cos(K\delta \cdot (t + Te^{-\frac{t}{T}} - T))] dt$$
(8)

$$= \int_{0}^{t_{f}} [((V_{0} - V_{d})e^{-\frac{t}{T_{V}}} + V_{d}) \cdot \sin(K\delta \cdot (t + Te^{-\frac{t}{T}} - T))]dt$$

(9)

#### 4. R&S 모델의 계수 추정법

#### 4.1 계수 V<sub>d</sub>, K 추정법

수렴 속도 Va는 선회 시험 정보에서 이미 주어지거나, 혹은 부 록의 식 (20)과 같이 선박 길이와 전술 직경에 대한 추정식에서 얻을 수 있다.

선회 모멘트 관련 계수 K는 다음과 같이 계산할 수 있다. 우선 정상 선회 시에는 r=0이므로 식 (10)이 성립한다.  $r_d$ 는 정상 선회 단계에서 선회율의 수렴 값이다.

$$r_d = K\delta \tag{10}$$

한편 정상 선회 단계에서 속도와 선회율이 일정하고 궤적이 완 전한 원이라고 가정하면 식 (11)이 성립한다.

$$r_d = \frac{V_d}{R} \tag{11}$$

따라서 식 (10), (11)에 의해 계수 K는 식 (12)와 같이 결정된다.

$$K = \frac{V_d}{R\delta} \tag{12}$$

#### 4.2 계수 T<sub>V</sub>, T 추정법

R&S모델의 계수 *T<sub>V</sub>*, *T*는 Fig. 2와 같은 과정으로 반복 계산을 통해 구한다.

우선 계수 T를 가정한 후 식 (7)에서 선수각이 90°와 180°가 되는, 즉 전진거리와 전술직경에 각각 도달하는 데에 필요한 시간  $t_A$ 와  $t_D$ 를 구한다. 식 (8)에서 좌변은 선회 시험으로부터 주어진 전진거리이며 우변은  $0 \le t \le t_A$  구간에서 적분을 수행한다. T는 가정하였지만  $T_{V_{-}}$ 는 아직 미지수이므로  $T_{V}$ 에 대한 적분 방정식이 된다. 방정식을 풀어 얻은  $T_{V_{-}}$ 라고 한다. 마찬가지로 식 (9) 에서는 전술직경 정보를 좌변에 대입하고 적분방정식을 풀어서  $T_{V_D}$ 를 구할 수 있다.  $T_{V_A} = T_{V_D}$ 일 때 전진거리 및 전술직경 식 을 동시에 만족하는 유일한  $T_V$ 를 얻게 되고 이 때 가정한 T도 두



Fig. 2 Flow chart for estimating  $T_{V}$ , T

식을 만족시키는 계수가 된다.

하지만 실제 계산을 할 때 식 (8), (9)를 *Tr*에 대한 적분 방정 식 형태로 풀면 수식이 복잡하여, 해를 구하는데 많은 시간이 소 요되며 해를 찾을 수 없는 경우도 발생한다. 따라서 다음과 같은 근사적 방법을 이용하는 것이 바람직하다.

예를 들어 *Tv*=2, *T*=2, *V*<sub>d</sub>=0.6, *K*=0.6이고 δ=35°일 때 시간 에 대한 *r*과 이를 시간 적분한 Ψ의 그래프는 Fig. 3과 같다.

실제 식 (8), (9)의 적분 방정식의 삼각함수 내에 들어있는 또는 t에 대한 다항식과 지수식의 합으로 복잡한 형태이지만, Fig. 3의 또 그래프를 볼 때 시간에 대한 완만한 곡선이기 때문에 몇 개의



시간 구간별로 단순 1차식 근사를 하더라도 그 오차가 매우 작다고 예상할 수 있다.

Ogata(1990)에 의하면 1차 미분방정식 시스템을 라플라스 변 환하였을 때 전달 함수가 식 (13)과 같다면, 단위 계단 응답(Unit step response)은 Fig. 4처럼 도시화할 수 있다.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{Ts+1} \tag{13}$$



Fig. 4에서 *t* > 5*T*일 경우 목표 수렴 값의 99.3% 이상이므로 거의 수렴했다고 볼 수 있다.

R&S모델의 선회율 r 역시 식 (13)과 같은 전달 함수를 갖는 미분방정식의 해이므로 위와 같은 형태로 최종 선회율에 수렴하 며, r을 시간 적분한  $\Psi$  역시 같은 경향으로 수렴할 것이다. 따라 서  $\Psi$ 를 구간별 선형화 할 때도 r 관련 시정수 T를 기준으로 Fig. 4와 같이 선회 초기에 시간 T 간격으로 t=5T까지 다섯 구간 선 형화하고 그 이후는 선형으로 근사할 수 있다. 실제 계산을 수행 했을 때 초반에는 r과  $\Psi$ 의 변화가 급격하기 때문에 처음  $0 \leq t$ < T 구간을  $0 \leq t < 0.5T$ ,  $0.5T \leq t < T$  두 구간으로 더 세 분화하였다.

예를 들어  $T_{V}=2$ , T=2,  $V_{d}=0.6$ , K=0.6,  $\delta=35^{\circ}$ 일 때  $\Psi$ 의 해석 해와 구간별 선형 근사 직선을 비교하면 Fig. 5와 같다. 또한  $\Psi$ 의 해석 해와 구간별 선형 근사 해에 따른 선회 시뮬레이션 결 과를 Fig. 6처럼 비교할 수 있다. 결론적으로  $\Psi$ 의 해석 해에 의한 선회 궤적은 구간별 선형 근사한  $\Psi$ 에 의한 궤적과 오차 1% 내외 로 거의 같기 때문에  $\Psi$ 를 구간별로 선형화하여도 무리가 없다.

한 예로 Fig. 2의 과정에 따라 먼저 *T*를 가정하고 식 (7)로부터 *t*<sub>4</sub>, *t*<sub>D</sub>를 구했을 때 가정한 *T*와 *t*<sub>4</sub>, *t*<sub>D</sub>의 대소 관계가 식 (14)와 같 다고 가정한다.

 $T \! < \! t_A \! < \! 2 \, T$ 

$$\frac{1}{3T < t_D < 4T} \tag{14}$$

식 (8), (9)에서 전진거리와 전술직경의 적분방정식은 식 (15), (16)처럼 전개된다.



식 (15), (16)에서 α<sub>i</sub>, β<sub>i</sub>는 Ψ를 구간별로 t에 대해 1차식 근사하 였을 때 일차항 계수 및 상수항이다. 이와 같이 구간별로 적분을 수행하여 더해야 하는 번거로움이 있으나 적분방정식의 삼각함수 내부가 1차식으로 단순화되어 계산 프로그램으로 적분 방정식을 전개할 때 훨씬 안정적이다.

식 (15), (16)과 같은 방법으로 식을 전개하고 방정식을 풀어  $T_{V_A}$ ,  $T_{V_D}$ 를 얻고 두 값의 차이가 허용 오차 이내일 경우 전진거 리와 전술직경 식을 동시에 만족하는  $T_V$ 라고 결정한다. 또한 이 때 가정한 T 역시 두 식을 만족하는 값으로 결정할 수 있다.

#### 5. R&S모델의 검증

Kijima, et al.(2003)의 연구 중에 모형선의 선회 시험 및 시뮬 레이션 결과로부터 선회 정보를 발췌하면 Table 2와 같다.

선회 수렴 속도 V<sub>d</sub>의 경우 Kijima, et al.(2003)의 연구에서처 럼 선회 시험 결과에 정확히 제시되어 있으면 그 값을 그대로 사 용하고, 만약 주어지지 않았을 경우 부록의 식 (20)을 사용하여 추정하는 것을 권장한다. 단, 대상선이 쌍축선박이면 Lyster and Knights(1979)의 연구를 참고하여 쌍축선박에 적용되는 V<sub>d</sub> 계산 식을 사용해야 한다.

주어진 정보를 기초로 R&S모델의 계수를 구할 수 있다. 계수  $V_d' = V_d/V_0$ 이므로 Table 2에서 바로 구하고, 계수 K'는 식 (12) 를 통해 계산한다. 계수  $T_{v'}$ , T는 Fig. 2에서 제시된 바와 같이 식

Table	2	Kijima,	et	al.(2003)'s	turning	test	results
-------	---	---------	----	-------------	---------	------	---------

Model Ship(L=2.5m)					
$V_0$	$V_d$	δ	Α	D	R
0.77m/s	0.39m/s	35°	7.5m	7.5m	3.1m

Table 3 Coefficients of R&S model(based on Kijima, et al.(2003)'s results)

$V_d'$	K'	$T_{v}'$	T'
0.50	0.66	2.00	1.98



Fig. 7 Comparison of turning trajectory with Kijima, et al.(2003)'s results

(7), (8), (9)에 Table 2의 선회 시험 정보를 대입한 후 반복법을 사용하여 구한다. 최종적으로 얻은 계수는 Table 3과 같다.

Fig. 7, Fig. 8에서 R&S 모델로 구한 선회 궤적 및 전진 속도, 선회율의 시간 변화를 Kijima, et al.(2003)의 결과와 비교하였다. 주어진 선회 정보와 비교할 때 전진거리는 3.2% 감소하고, 전술 직경은 1.1% 증가하여 그 오차가 작다. 속도와 선회율 역시 모델 단순화의 한계로 선회 초기에 약간의 차이를 보이나, 상승 시간 및 수렴 값이 Kijima, et al.(2003)의 결과와 상당히 유사함을 확 인할 수 있다.



Fig. 8 Comparison of time histories of speed and rate of turn with Kijima, et al.(2003)'s results

#### 6. 결 론

본 연구에서는 대상선의 선회 시험 정보가 주어진 경우 선회 운동을 현실적으로 추정할 수 있는 단순 조종 모델을 제안하였다.

전진 속도와 선회율을 1차 미분방정식의 해 형태로 단순화하면 총 네 개의 계수를 포함하는 'R&S모델'이 성립된다. 대상 선박의 선회 시험에서 초기 속도, 수렴 속도, 명령 타각, 전진거리, 전술직 경, 정상선회반경 정보를 추출한다면 이를 통해 모델 내의 계수를 결정할 수 있다.

전진 속도와 선회율에 대한 1차 미분방정식을 풀어 해석 해를 구할 수 있으며, 전진거리 및 전술직경이 시정수  $T_{V}$ , T에 대한 함 수이므로 반복 계산을 통해 식을 만족하는 시정수를 결정할 수 있다. 계산을 신속하고 안정적으로 수행할 수 있도록 선수각의 구 간별 선형화 방법을 제안하였다. 한편 수렴 속도  $V_d$  및 선회 모멘 트 계수 K는 주어진 선회 정보로부터 간단하게 결정할 수 있다.

실제 선박의 선회 시험 정보만을 가지고 제안한 모델로 시뮬레 이션 한 후 실제 결과와 비교하였을 때 상당히 유사한 결과를 얻 음으로써 R&S 모델의 정확성을 검증하였다.

본 연구에서 제안한 모델은 M&S(Modeling & Simulation) 분 야에서 대상선의 모델링에 이용될 수 있다. 또한 부록에 인용한 바와 같이 주요 제원과 전진거리, 전술직경 등의 관계가 통계적으 로 주어져 있다면, 선박의 초기 설계 단계에서 조종 성능을 미리 추정하는 방안이 될 수 있다. 이후 계수들의 수정 및 보완을 통해 임의의 타각 입력이 가능한 모델로의 발전이 필요하다.

#### 부록

Lyster and Knights(1979)는 선박 주요 제원에 대한 전진거리, 전술직경, 정상선회반경, 그리고 선회 시 속도 감소비 추정식을 제안하였다. 단축(single screw) 선박과 쌍축(twin screw) 선박에 대한 통계 처리를 분류하여 수행하였고, 그 중에 단축 선박에 대 한 식을 인용하면 식 (17)-(20)과 같다.

$$\frac{2R}{L} = 4.19 - 203 \frac{C_B}{\delta} + 47.4 \frac{Trim}{L} - 13.0 \frac{B}{L} + \frac{194}{\delta} - 35.8 \frac{SpCh}{LT_d} (ST-1) + 3.82 \frac{SpCh}{LT_d} (ST-2)$$
(17)

$$+7.79\frac{A_B}{LT_d}+0.70(\frac{T_d}{T_L}-1)(\frac{\delta}{|\delta|})(ST-1)$$

$$\frac{D}{L} = 0.910 \frac{2R}{L} + 0.424 \frac{V_0}{\sqrt{L}} + 0.675$$
(18)

$$\frac{A}{L} = 0.519 \frac{D}{L} + 1.33 \tag{19}$$

$$\frac{V_d}{V_0} = 0.074 \frac{D}{L} + 0.149 \tag{20}$$

식 (17)-(20)에서 R, D, A는 각각 정상선회반경, 전술직경, 전 진거리이고,  $V_0$ ,  $V_d$ 는 각각 초기 속도, 선회 시 수렴 속도이다. L은 수선간 길이,  $C_B$ 는 방형계수,  $\delta$ 는 타각, B는 선폭, ST는 선미 타입(closed stern이면 1, open water stern이면 2), NR은 타의 개수,  $T_d$ 는 선회 시 흘수,  $T_L$ 은 설계 흘수, Sp는 타의 스팬길이, Ch는 타의 코드길이이다.  $A_B$ 는 대상선의 측면도에서 F.P.(forward perpendicular) 앞쪽 선수부의 흘수 이래 면적을 나타낸다. F.P.를 기준으로 선수가 앞쪽으로 돌출되어 있으면 양이고, F.P.보다 선 수가 뒤쪽에 있으면 비어있는 면적을  $A_B$ 로 하며 부호는 음이다.

Table 4 Dimension ranges of single screw ships(Lyster and Knights(1979))

Doromotor	Single screw			
Farameter	Minimum	Maximum		
$L(\mathrm{ft})$ (; $L_{PP}$ )	180	1080		
$C_B$	0.56	0.87		
$\delta$ (deg)	10	45		
B/L	0.11	0.18		
$T_{rim}/L$	0	0.05		
$Sp \cdot Ch/(LT_d)$	0.01	0.04		
$A_B/(LT_d)$	-0.11	0.04		
$V_0/\sqrt{L}$	0.2	1.0		
$T_d/T_L$	0.5	1.0		

예를 들어 구상 선수는 A<sub>B</sub>가 대부분 양이고 경사 선수(raked stem) 는 음의 값을 가진다. 모든 변수들의 길이 단위는 feet, 속도 단위 는 knots를 사용하였다.

통계 처리에 사용된 단축 선박 제원의 범위를 Table 4에 정리 하였다.

#### 후 기

본 연구의 일부는 서울대학교 BK21해양기술인력양성사업단 및 해양시스템공학연구소(RIMSE)의 지원에 의해 수행되었습니다.

#### 참 고 문 헌

- Kijima, K. & Nakiri, Y., 2003. On the Practical Prediction Method for Ship Manoeuvring Characteristics. Proceedings of MARSIM '03.
- Kim, D.J. Yeo, D.J. & Rhee, K.P., 2010. Development of Simple Dynamic Models for Ship Manoeuvring Simulation. *Journal of the Korea Society for Simulation*, 19(3), pp.17-25.
- Lee, S.K. & Lee S.J., 1998. Evaluation of Course-keeping Quality of a Ship by Zig-Zag Test. *Journal of the Society of Naval Architecture of Korea*, 35(1), pp.54-60.
- Lyster, C.A. & Knights, H.L., 1979. *Prediction Equations for Ship's Turning Circles.* Transactions of North East Coast Institution of Engineers and Shipbuilders, pp.217-232.
- Nomoto, K, Taguchi, T. Honda, K. & Hirano, S., 1957. *On the Steering Qualities of Ships. International Shipbuilding Progress*, 4(35), pp.354-370.
- Norrbin, N., 1965. Zig-zag Test Technique and Analysis with Preliminary Statistical Results. SSPA Allmann Report, 12.
- Ogata, K., 1990. *Modern Control Engineering*. Prentice-Hall, Inc., USA, pp.254-257.
- Suh, S.H. & Song, Y.G., 1994. Study on the Control Algorithms for the Auto-Pilot System. *Journal of the Society of Naval Architecture of Korea*, 31(2), pp.38-44.
- Van Leeuwen, G., 1970. *A Simplified Non-linear Model of a Manoeuvring Ship.* Report No.262, Shipbuilding Laboratory, University of Tech. Delft.
- Yoon, H. K. et al., 2007. A Simplified Horizontal Maneuvering Model of a RIB-Type Target Ship. *Journal of the Society of Naval Architecture of Korea*, 44(6), pp.572-578.

