

소통을 가능하게 하는 수학기론 ‘코딩이론’

글 | 박형주_고등과학원 계산과학부 교수 alanpark@kias.re.kr

20세기 중반 이전의 수학과 그 이후의 수학을 비교할 때 가장 극명하게 드러나는 차이가 있다. 소수의 엘리트 또는 전문가들의 지적 관심의 대상으로 여겨지던 수학이 이제는 대중문화 발전의 한가운데로 들어와 있다는 것이다. 이러한 문명사적 변화의 출발은 2차 세계대전 중으로 거슬러 올라간다. 큰 전쟁을 치르고 냉전시대가 이어지면서, 폰 노이만이나 투링 같은 수학자들이 과학 기술의 진보에 지대한 영향을 미쳤던 때문이다. 21세기 들어서면서 현대수학은 과학기술의 발전, 더 크게는 문명의 발전에 기여하는 바가 더욱 크다. 현대수학이 정보화시대의 도래에 기여한 바의 예로 코딩이론을 빼놓을 수 없다.

실수와 왜곡의 불가피성

불행하게도 우리가 사는 세계는 완벽하지 않아서 많은 실수가 발생한다. 제3자를 매개로 삼은 두 사람 사이의 의사소통에서도 흔히 왜곡이 생겨 진의가 전달되지 않은 한다. 연인 간에도 서로의 문화적 배경의 차이 등으로 인해 뜻이 다르게 전달되는 일도 있다. ‘아니오’라는 메시지가 온 경우에도 여러 정황을 고려하여 ‘예’인지, ‘아니오’인지를 추측하는 체계적인 이론이 있다면 참 편하지 않을까?

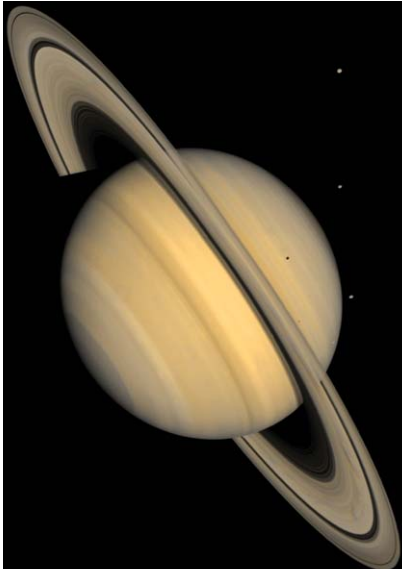
정보의 교류도 예외가 아니다. 정보의 교류 중 발생하는 왜곡을 탐지 또는 교정하는 이론이 코딩이론이라고 하는 수학 이론이다. 1948년에 현대정보이론의 아버지로 불리는 클로드 새넌이 쓴 유명한 논문인 ‘통신의 수학적 이론’에서 출발하였다. 이 논문에서 새



현대정보이론의 아버지 클로드 새넌

넌은 이제는 일상어가 되어 버린 비트라는 단어를 처음 사용하면서 통신과정에서의 왜곡을 어떻게 해결할 것인가의 문제를 다루었다.

통신 과정에서의 왜곡이란, 0과 1로 구성된 신호가 전송될 때 노이즈로 인해 0이 1로 또는 1이 0으로 바뀌는 경우가 발생하는 것을 말한다. 예를 들어 1011이라는 신호가 전송과정에서 1001로 바뀌었다면 1비트 에러가 생긴 것이다. 이러한 에러를 탐지하는 가장 단순한 방법으로 4비트 신호를 보낼 때 마지막에 한 자리를 더해서 5비트 신호를 보내는 방법을 생각해 볼 수 있다. 마지막에 더하는 숫자는 전체 5비트 신호의 각 자릿수를 더해서 짝수가 나오도록 결정하자. 따라서 1011은 10111이 되고, 1100은 11000이 된다. 이러한 방법을 사용하면, 보내고자 하는 메시지가 1011일 때 10111을 대신 보내게 된다. 여기에서, 실제 보내고자 하는 메시지의 내



보이저가 보내온 화상신호를 코딩이론으로 선명하게 복원한 토성 사진

용과는 관계없는 마지막 자릿수를 짝비트라고 한다.

보낸 신호에 위의 예에서와 같은 1비트 에러가 발생하면 10011이 도착하게 된다. 하지만 수신자는 금방 의문을 품게 된다. 우리가 사용하기로 한 5비트 신호의 유형에 따르면 각 자리를 모두 합했을 때 짝수가 되어야 하는데,

도착한 신호인 10011의 경우에는 합이 홀수이기 때문이다. 따라서 통신과정에서 왜곡이 발생하여 잘못된 신호가 수신되었음을 알 수 있다. 즉 에러 탐지가 가능해진 것이다. 이 경우에는 어떤 신호가 원래 보낸 신호인지 추측할 수 있는 방법이 없으므로, 즉 자동 에러 교정은 안 되므로 재송신을 요청하는 방법밖에는 없을 것이다.

짜코드라고 하는 이 방법을 수학적으로 발전시키면 훨씬 더 향상된 코드를 만드는 것이 가능한데, 이러한 방법을 사용하면 1비트 에러가 아닌 여러 비트의 에러가 난 경우에도 에러를 탐지할 수 있고, 많은 경우에는 에러의 자동 교정까지 가능해진다. 물론 손해 보는 것도 있다. 위의 예에서, 보내고자 하는 메시지는 4비트인데도 메시지와 관계없는 불필요한 1비트를 추가하여 5비트를 보내므로 전송속도가 느려지는 것이다. 결국은 우리는 불변의 진리에 다시 다다른다. 세상에 공짜는 없다는 것이다. 신호압축이라는 방법을 사용하여 전송속도의 문제를 어느 정도는 해결하는 것이 가능하므로 조금은 위안이 될 뿐이다.

유용함의 의외성

1960년대까지만 해도 지나치게 추상적이라 하여 코딩이론의 실용성에 의문을 가지는 사람들이 많았다. 이러한 회의론을 말끔히 없애준 것은 우주탐사분야에서 코딩이론이 거둔 빛나는 성과였다. 1971년에 무인탐사우주선인 마리너 9호가 화성의 궤도에 진입하여 여러 사진들을 지구로 송신했는데, 당시로는 경이로운 일이었다.

태양활동의 영향과 지구대기의 난 조건으로 화상신호에 회복불능으로 여겨지는 많은 에러가 생겼는데도, 추상적인 수학이론일 뿐이라 치부되던 코딩이론이 이 에러들을 바로잡고 훌륭한 사진들을 재생해냈던 것이다. 그 이후 1979년에 보이저가 더 발전된 코딩이론을 사용하여 목성과 토성의 컬러사진들을 전송해냈고, 오늘날에는 음악 CD의 저장이나 컴퓨터 모뎀 등에도 코딩이론이 필수적인 부분이 되었다. 대수학적으로 코딩이론은 유한체 상에서의 추상적 수학이론인데, 추상성이 유용성을 막는 사유가 될 수 없음을 입증한 셈이다.

인터넷이 출현한 과정을 보자. 1980년대에 스위스의 유럽입자물리연구소(CERN)에서 인터넷 개념이 개발된 것으로 흔히들 알려져 있는데, 이제는 인터넷을 통한 광범위한 정보교환이 일상화되면서 삶의 방식이 바뀌고 있다. 하지만 문명사적인 사건으로까지 기억될 이러한 인터넷의 출현에도 문제가 있었다. 광섬유 등을 통한 초고속 통신이야 빠른 속도뿐 아니라 왜곡도 잘 생기지 않으니 믿음직하지만, 잡다한 네트워크들을 묶은 인터넷은 이곳저곳에서 신호왜곡이 생기는 못 믿을 통신 채널이었던 것이다. 가벼운 글이야 몰라도 신용카드번호 같은 주요정보를 못 믿을 방식으로 전송하여 엉뚱한 번호가 전해지게 할 수는 없는 노릇인데, 다행히도 수학자들이 개발해둔 코딩이론이 있었다. 인터넷에서도 신호왜곡의 걱정 없이 중요한 정보의 교환이 가능한 이론적 토대가 이미 이루어져 있었던 것이다. 실험실 밖으로 외출할 수 없었을 인터넷 개념은 학자들의 지극히 일상적인 학문 행위의 결과로 날개를 단 것이다.

수학의 문화적 측면과 다양한 응용 가능성에 관심을 가진 수학자로서 타 분야의 학자들과 교류하면서 좌절을 경험할 때가 있다. 수학적으로 변형된 문제와 그 해법이 너무 추상적이라 하여 그 유용성을 의심받을 때이다. 새년의 개척자적 연구는 40년대에 이루어졌으나, 그 추상성으로 인하여 유용성이 의심 받았다는 사실은 앞에서 언급한 바와 같다. 그래서 학자들의 학문적 활동에 당대의 유용성 잣대를 함부로 적용하는 것은 무모하며 위험하다. 학문적 활동이 갖는 문화적 가치와 시대를 뛰어 넘어 국가의 자산이 될 수 있는 개연성을 찬찬히 이해할 필요가 있다. 당장의 실용적 가치를 우선해야 할 기업의 연구지원방침은 이해하지만, 국가의 연구지원 정책은 이와는 달라야 하는 것이다. ㉔



글쓴이는 서울대학교 물리학과 졸업 후, U.C. 버클리에서 수학 박사 학위를 받았다. 오슬랜드 대학교 수학과 교수를 지냈고, 현재 고등과학원 계산과학부 교수이며 학부장이다. 대한수학회 국제교류위원장과 2014년 국제수학자대회 유치위원장을 맡고 있다.