

# 마스터-슬레이브 조작기에서 제한된 힘반영제어기 구조를 고려한 Tendon 설계

## Tendon Design for Master-slave Manipulator in Consideration of Constrained Force Reflection Control Structure

강 민 식\*·윤 우 현\*

Min Sig Kang and Woo Hyun Yoon

(2009년 7월 13일 접수 ; 2009년 9월 1일 심사완료)

**Key Words :** Master-slave Manipulator(마스터-슬레이브 조작기), Bilateral Control(양방향제어), Tendon(텐던), Position Tracking(위치추종), Force Reflection(힘반영), Modal Analysis(모드해석)

### ABSTRACT

In this work, a master-slave manipulator system which will be used for handling objects contaminated by radioactivity has been addressed. The links of manipulators are driven independently by individual motors installed on the base and the driving torque is transmitted through pre-tensioned tendons. Since the measurable variables are the positions and rates of master/slave motors, only a constrained specific bilateral control structure is available. In the consideration of the flexibility of the tendon and constrained control structure, we derived a necessity for tendon design to prevent uncontrollable vibration mode through a modal analysis. Based on a reduced rigid body model, a control design was suggested and tendons were selected. The feasibility of the proposed analysis and tendon design were verified along with some simulation results.

### 1. 서 론

#### 기 호 설 명

- $J_m, J_s$  : 마스터 슬레이브 구동부 회전관성
- $J_1, J_2$  : 마스터 슬레이브 링크 회전관성
- $K_m, K_s$  : 마스터 슬레이브 텐던 강성
- $K_p, K_d$  : 비례-미분 제어이득
- $U$  : 특이행렬
- $\alpha$  : 힘반영 비율
- $\lambda$  : 특이치
- $\theta_m, \theta_s$  : 마스터 슬레이브 구동부 회전각
- $\theta_1, \theta_2$  : 마스터 슬레이브 링크 회전각

원격조작기(telemanipulator)는 우주, 심해, 방사능 지역 등 위험지역에서 작업을 수행하기 위해 개발되었다<sup>(1,2)</sup>. 이 연구에서는 방사능 오염물질 처리 공간인 핫셀(hotcell) 내부에서의 작업을 위해 제작 중인 6-자유도 원격조작기를 대상으로 한다. 이 조작기는 핫셀 내부에 설치되는 슬레이브(slave) 조작기와 안전한 조종실에 설치되는 마스터(master) 조작기로 이루어진다. 조작자는 핫셀 내부의 작업 상황을 카메라 영상을 보면서 마스터 조작기를 조작한다.

원격조작기는 양방향제어(bilateral control)가 일반적으로 적용되며, 양방향제어의 목적은 슬레이브 조작기가 마스터 조작기의 운동을 추종하고, 슬레이브 조작기가 주위 환경과 접촉하거나 외부의 힘이 작용하는 경우 조작자가 그 힘을 느낄 수 있도록

† 교신저자; 정회원, 경원대학교 기계자동차공학과  
E-mail : mskang@kyungwon.ac.kr  
Tel : (031)750-5524, Fax : (031)750-5273  
\* 경원대학교 토목공학과

하는 데 있다<sup>(3,4,5)</sup>.

이 연구 대상 조작기는 방사능 오염지역에 설치되는 관계로 고장배제 및 유지보수의 측면에서 슬레이브조작기에 센서부착이 제한되어 있어, 제어에 이용할 수 있는 정보는 마스터와 슬레이브 구동기의 회전각과 회전속도뿐이다. 따라서 적용 가능한 제어기 구조는 매우 한정되어 있다.

다자유도 조작기에서 각 링크의 조인트에 구동기를 직접 설치하는 방법이 일반적이나, 이 경우 구동기는 상단링크의 부하로 작용하므로 구동장치 용량이 커지고, 따라서 조작기가 커지는 단점이 있다. 이러한 단점 보완을 위해 모든 구동기를 조작기의 베이스에 장착하고 구동기로부터 해당 링크까지는 텐던을 통해 동력을 전달토록 하였다. 텐던은 강성이 있어 정적 부하에 의한 처짐이나 진동 등의 문제가 있으나<sup>(6,7)</sup>, 중량과 크기 측면에서 장점이 있고, 또한 운용자가 영상을 보면서 조작하므로 조작기의 이동 속도가 크지 않으며, 조작기 말단 작업부의 위치오차 조건이 엄격하지 않은 점을 고려하여 텐던 구동을 선택하였다.

이 연구에서는 이상과 같이 설계된 마스터-슬레이브조작기에서 제한된 제어기 구조를 전제로 슬레이브 조작기 링크가 안정적으로 해당 마스터 조작기 링크의 운동을 추종하고, 정해진 힘반영비를 실현할 수 있는 제어기 설계방법과 텐던의 설계요소를 분석하였다. 저자들이 조사한 바 텐던을 이용한 마스터-슬레이브 조작기의 제어에 관한 연구는 보고되지 않았으며, 특히 제한된 제어기 구조를 이용한 경우는 이 연구가 처음에 해당된다.

이 연구에서는 진동모드 해석<sup>(8)</sup>을 통해 가제어성을 보장하는 텐던의 설계조건을 도출하고, 강체기반 제어기 설계 및 텐던 선정 방법을 제시하며, 제시된 내용의 타당성은 전산 시뮬레이션을 통해 검증한다.

## 2. 텐던구동 조작기 동적모델

Fig. 1은 슬레이브 조작기로 총 6-자유도를 갖는다. 1-축은 상부암 피치, 2-축은 하부암 피치, 3-축은 상부암 롤, 4축은 하부암 롤, 5축과 6축은 그립퍼의 피치와 롤축이다. 모든 링크의 구동모터는 기저부에 장착되며, 구동력은 모터폴리와 조인트 폴리를 연결한 텐던에 의해 전달된다. 마스터조작기와

슬레이브 조작기는 말단부를 제외하고는 기구적으로 동일하다. 슬레이브조작기 말단부에는 그립퍼가, 마스터조작기에는 조작자용 핸들이 있다.

텐던을 이용한 일반적 동력 전달 구조는 Fig. 2와 같이 좌측의 모터폴리, 우측의 링크폴리, 중단의 감속폴리로 구성되며, 좌우 텐던은 독립적으로 연결된다. 텐던은 조작 중 폴리어서 미끄러짐이 없고, 항상 장력만이 작용하도록 충분한 장력을 주어 조립한다.

Fig. 2에서  $k_a, k_b$ 는 각 텐던의 강성,  $r_a, r_b$ 는 감속기의 반경,  $r, J, \theta$ 는 각각 폴리반경, 회전관성, 회전각을 나타낸다. 이 후 하첨문자  $m, l$ 은 각각 모터축과 링크축을 지칭한다.  $J_m$ 은 구동모터와 기어 조립체, 구동폴리의 회전관성의 합이다.

Fig. 2 모델의 운동방정식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{cases} J_m \ddot{\theta}_m + 2k_a r_m (r_m \theta_m - r_a \theta_r) = \tau_m \\ J_r \ddot{\theta}_r + 2k_a r_a (r_a \theta_r - r_m \theta_m) + 2k_b r_b (r_b \theta_r - r_l \theta_l) = 0 \\ J_l \ddot{\theta}_l + 2k_b r_l (r_l \theta_l - r_b \theta_r) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

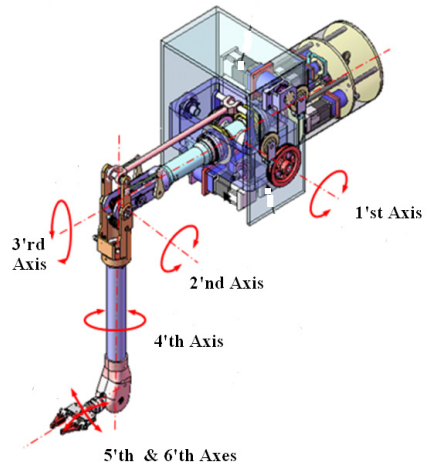


Fig. 1 Tendon driven slave manipulator

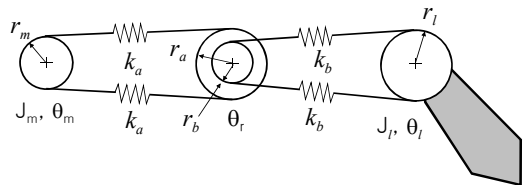


Fig. 2 Schematic model of tendon driven link

여기서 텐던의 질량은 무시하였다.  $\tau_m$ 은 구동토크이다.

식 (1)에서 감속기의 회전관성  $J_r$ 은 구동부와 링크의 회전관성에 비해 작아 무시할 수 있으며, 각 폴리반경의 관계가  $r_m = r_a = r_b = r_l = r$ 이므로, 식 (1)을 정리하면 다음과 같이 간단히 나타낸다.

$$\begin{cases} J_m \ddot{\theta}_m + K \theta_m - K \theta_l = \tau_m \\ J_l \ddot{\theta}_l + K \theta_l - K \theta_m = 0 \end{cases} \quad (2)$$

여기서  $K = 2r^2 k_a k_b / (k_a + k_b)$ 는 등가강성이다.

마스터와 슬레이브 조작기의 각 링크들은 상호 대응되므로, 식 (2)를 이용하여 마스터와 슬레이브 동일 회전축의 운동 방정식은 다음으로 나타낼 수 있다.

$$\text{master: } \begin{cases} J_m \ddot{\theta}_m + K_m \theta_m - K_m \theta_1 = \tau_{mc} \\ J_1 \ddot{\theta}_1 + K_m \theta_1 - K_m \theta_m = \tau_h \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\text{slave: } \begin{cases} J_s \ddot{\theta}_s + K_s \theta_s - K_s \theta_2 = \tau_{sc} \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + K_s \theta_2 - K_s \theta_s = \tau_e \end{cases} \quad (3.2)$$

여기서  $J_m, J_1$ 과  $J_s, J_2$ 는 각각 마스터측과 슬레이브측 구동부와 링크의 회전관성이며,  $\theta_m, \theta_1$ 과  $\theta_s, \theta_2$ 는 각각 마스터측과 슬레이브측 구동부와 링크의 회전각이다.  $K_m, K_s$ 는 텐던의 등가강성이며,  $\tau_{mc}, \tau_{sc}$ 는 제어 토크이고,  $\tau_h$ 는 마스터 링크에 운용자가 가하는 토크,  $\tau_e$ 는 슬레이브 링크가 외부 환경에 접촉할 때 링크에 전달되는 토크이다.

### 3. 제어기 구조를 고려한 텐던 설계

#### 3.1 제어기 구조

원격조작기의 제어는 슬레이브 링크의 마스터 링크 위치 추종과 힘반영을 실현해야 된다. 그러나 슬레이브 조작기가 방사능 환경에서 작업을 수행하므로 슬레이브 조작기 링크에 센서 장착이 제한되어 있다. 따라서 제어에 이용할 수 있는 정보는 마스터와 슬레이브 구동부의 회전각과 회전속도 정보가 유일하다. 이러한 제한점을 고려하여 선정된 제어기는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \tau_{mc} = \alpha \{ K_p (\theta_s - \theta_m) + K_d (\dot{\theta}_s - \dot{\theta}_m) \} \\ \tau_{sc} = - \{ K_p (\theta_s - \theta_m) + K_d (\dot{\theta}_s - \dot{\theta}_m) \} \end{cases} \quad (4)$$

여기서  $\alpha$ 는 힘반영비로 슬레이브 링크의 접촉력의  $\alpha$ 배 만큼 조작자가 느끼도록 하기 위한 상수이며,  $K_p$ 와  $K_d$ 는 각각 비례, 미분제어 이득이다.

식 (4)의 제어기 구조상 마스터와 슬레이브 링크 동역학은 제어루프 외부에 존재하므로 슬레이브 링크에 외력이 작용하는 경우 추종성능을 보장할 수 없는 한계점이 존재하며, 또한 정적상태에서는 정밀한 힘반영을 보장하지만 동적 상태에서는 이를 보장하지 못하는 한계점을 갖는다<sup>(9)</sup>.

#### 3.2 텐던 설계

식 (4)의 제어기를 적용할 경우와 조작기의 작업 특성을 고려하여 텐던의 강성에 대한 요구조건을 정할 수 있다.

(1) 제어기 구조에 따른 조작기 텐던 강성 조건

식 (3)에서 마스터조작기의 고유진동수는  $\lambda_{m1} = 0, \lambda_{m2} = K_m (1/J_m + 1/J_1)$ , 슬레이브조작기의 고유진동수는  $\lambda_{s1} = 0, \lambda_{s2} = K_s (1/J_s + 1/J_2)$ 이다. 여기서  $\lambda_{m1} = 0$ 와  $\lambda_{s1} = 0$ 는 각각 강체모드로 구동부와 링크가 동일방향, 동일 속도로 회전하는 모드이며,  $\lambda_{m2}$ 와  $\lambda_{s2}$ 는 구동부와 링크가 반대방향으로 진동하는 모드이다.

식 (3)과 (4)를 조합하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$M\ddot{x} + Kx = bc(K_p x + K_d \dot{x}) + \tau_d \quad (5)$$

$$M = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_m \\ \theta_s \\ \theta_2 \end{bmatrix}, \quad \tau_d = \begin{bmatrix} \tau_h \\ 0 \\ 0 \\ \tau_e \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} K_m & -K_m & 0 & 0 \\ -K_m & K_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_s & -K_s \\ 0 & 0 & -K_s & K_s \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

식 (5)의 구조에서와 같이 벡터  $c$ 에 직교하는 특이벡터를 갖는 진동모드는 제어가 불가능하며, 이 모드는 식 (5)의 특이치 해석을 통해 얻을 수 있다.

식 (5)의 특이치는  $[-M\lambda + K]u = 0$ 에서 얻을 수 있으며, 여기서  $\lambda$ 는 특이치,  $u$ 는 특이벡터이다. 벡터  $c$ 에 직교하는 특이벡터는  $u = [a \ 1 \ 1 \ b]^T$ ,  $a, b$

는 임의의 상수, 이므로 이 특이벡터를 갖는 특이치를 다음에서 정할 수 있다.

$$[K - M\lambda] \begin{Bmatrix} a \\ 1 \\ 1 \\ b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

식 (5)를 풀어서 얻은 특이치와 특이벡터는 다음 두 모드가 존재한다.

- (i)  $\lambda_1 = 0, u_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T$
- (ii)  $\lambda_2 = K_m(1/J_m + 1/J_1) = K_s(1/J_s + 1/J_2),$   
 $u_2 = [-J_m/J_1 \ 1 \ 1 \ -J_s/J_2]^T$

첫 번째는 마스터와 슬레이브의 구동부 및 링크 전체가 동일방향, 동일속도로 회전하는 강체모드이며, 두 번째는 두 구동부가 동일방향, 동일속도를 가지나 링크는 반대방향으로 진동하는 모드로 마스터와 슬레이브측 고유진동수가 서로 일치하는 경우,  $\lambda_{m2} = \lambda_{s2}$ 에 발생된다. 이는 제어기 (4)가 마스터와 슬레이브 구동부의 각도 및 각속도의 차이에 제어 이득을 곱한 구조이므로 두 구동부의 회전각이 동일 방향, 동일 속도로 진동하는 모드는 제어가 불가능하기 때문이다. 그런데, 첫 번째 강체모드는 슬레이브 링크가 마스터 링크 위치를 정확히 추종하는 모드이므로 설계목적에 부합되나, 두 번째 모드는 상대적 진동이므로 감소되어야 한다. 따라서 이러한 제어 불가능한 진동모드를 피하기 위해  $\lambda_{m2}$ 와  $\lambda_{s2}$ 가 서로 다른 값을 갖도록 설계되어야 한다. 그런데 슬레이브 조작기에 작용하는 부하는 처짐을 발생시키며, 이 처짐은 식 (4)의 제어기로는 보상이 불가능한 오차이므로 슬레이브 조작기의 강성이 더 크도록 설계되는 것이 바람직하다. 즉,  $\lambda_{m2} < \lambda_{s2}$ . 단, 강성이 큰 경우 풀리가 커지며, 큰 조립강성 때문에 마찰이 커지는 단점이 있다.

(2) 비례제어에 의한 폐회로 고유진동수 증가

식 (4)의 제어기를 적용한 폐회로에서 비례이득의 증가에 따라 위치에너지가 증가하여 고유진동수가 증가한다<sup>(10)</sup>. 즉,  $K_p \cong 0$ 일 때 고유진동수는  $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0, \lambda_3 = K_m(1/J_m + 1/J_1), \lambda_4 = K_s(1/J_s + 1/J_2)$ 이며,  $K_p$ 의 증가에 따라 고유진동수는 점차 증가

한다.  $K_p = \infty$ 일 때는 마스터 구동부와 슬레이브 구동부가 일체가 되는 경우에 해당하므로 이때 운동방정식은 식 (6)과 같다. 단, 폐회로의 가장 큰 고유진동수는  $\lambda'_4 = \infty$ 이 된다.

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\theta}_1 + K_m \theta_1 - K_m \theta_{ms} &= 0 \\ J_{ms} \ddot{\theta}_{ms} + (K_m + K_s) \theta_{ms} - K_m \theta_1 - K_s \theta_2 &= 0 \\ J_2 \ddot{\theta}_2 + K_s \theta_2 - K_s \theta_{ms} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $J_{ms} = J_m + J_s$

이 시스템의 특성방정식은 다음과 같다.

$$\lambda [ \{ \lambda - \gamma_1 \} \{ \lambda - \gamma_2 \} - \gamma_3 ] = 0 \quad (7)$$

$$\gamma_1 = K_m \left( \frac{1}{J_{ms}} + \frac{1}{J_1} \right), \gamma_2 = K_s \left( \frac{1}{J_{ms}} + \frac{1}{J_2} \right),$$

$$\gamma_3 = \frac{K_m K_s}{J_{ms}^2}$$

따라서  $\lambda_1 = 0$ 이며, 나머지 두 고유진동수를 분석하기 위해 식 (7)에서 다음 함수  $p(\lambda)$ 를 정의하면,

$$p(\lambda) = \{ \lambda - \gamma_1 \} \{ \lambda - \gamma_2 \} - \gamma_3 \quad (8)$$

$$p(\lambda_3) = \frac{J_s K_m}{J_m J_{ms}} \{ \lambda_3 - \lambda_4 \} \quad (9.1)$$

$$p(\lambda_4) = \frac{J_m K_s}{J_s J_{ms}} \{ \lambda_4 - \lambda_3 \} \quad (9.2)$$

앞의 식 (2)에서  $\lambda_3 < \lambda_4$ 가 되도록 설계하므로, 식 (9)에서  $p(\lambda_3) < 0, p(\lambda_4) > 0$ 이며, 따라서 나머지 두 고유진동수  $\lambda'_2$ 와  $\lambda'_3$  ( $\lambda'_2 < \lambda'_3$ )는  $\lambda'_2 < \lambda_3, \lambda'_3 < \lambda_4$ 이다. 즉, 비례제어를 적용한 폐회로의 고유진동수를 각각  $\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda'_3, \lambda'_4$ 라면  $\lambda'_1 = 0, \lambda_2 < \lambda'_2 < \lambda_3 < \lambda'_3 < \lambda_4 < \lambda'_4$ 의 대소관계가 성립된다. 정리하면, 비례 제어 이득을 증가시킬 때 폐회로의 첫 번째 고유진동수는 영이지만, 나머지 고유진동수는 모두 증가한다. 단, 두 번째와 세 번째 고유진동수는 각각  $K_p \cong 0$ 일 때의 세 번째와 네 번째 고유진동수를 초과하지는 못한다.

(3) 폐회로 추종 성능

식 (4)의 제어기를 적용한 폐회로에서 마스터링크와 슬레이브링크 회전각의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{K_m K_s B}{A_m (A_s A_2 - K_s^2) - \alpha A_2 B^2} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} A_m &= J_m s^2 + \alpha K_d s + (K_m + \alpha K_p) \\ A_s &= J_s s^2 + K_d s + (K_s + K_p) \\ A_2 &= J_2 s^2 + K_s, \quad B = K_d s + K_p \end{aligned}$$

식 (10)을 다시 쓰면

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} \equiv G(s) = \frac{K_m K_s B}{D_2 D_3 D_4} \quad (11)$$

$$D_i = s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2, \quad i = 2, 3, 4, \quad \omega_2 < \omega_3 < \omega_4$$

식 (10), (11)에서  $G(0)=1$  이므로 마스터가 정지한 상태이거나 일정 회전속도로 움직이는 경우 슬레이브링크는 마스터링크를 정확하게 추종한다. 또한 추종 동특성은 두 번째 모드인  $D_2$ 가 지배적인 영향을 미치며, 나머지  $D_3$ 와  $D_3$ 는  $\omega_3, \omega_4$ 가  $\omega_2$ 에 비해 클수록 응답에 미치는 영향이 작아진다. 즉, 텐던의 강성이 높을수록 슬레이브링크의 추종성능이 좋아진다.

#### 4. 제어기 설계

폐회로는 6-차이나 선정 가능한 제어기 이득은 두 개이므로 제어하기 쉽지 않다. 또한 제어계 외부에 존재하며 유연모드와 결합되어 있는 링크간의 추종성능을 보장하기는 어렵다.

다행히 대상 조작기는 운용자가 감시영상을 보면서 마스터링크를 운용하므로 마스터링크의 운동은 빠르지 않으며, 현재 예상하는 마스터링크 운동의 주파수 특성은 1 Hz미만으로 예상하고 있다. 따라서 이러한 마스터의 운동 대역폭을 고려하여 적합한 텐던과 제어기를 설계할 수 있다.

여기서는 앞에서 논의한 바에 따라 텐던의 강성을 가능한 한 높여  $\lambda_{m2}$ 와  $\lambda_{s2}$ 를 크게 설계하고 응답에 지배적인 영향을 미치는 두 번째 모드를 대상으로 제어기 설계하는 방법을 적용한다. 두 번째 모

드를 추출하기 위해 다음과 같이 모드해석 방법을 이용한다.

식 (5)는 독립된 마스터와 슬레이브계의 운동방정식을 단순히 합하여 표현한 것이므로, 제어에 의한 두 조작기의 결합을 반영하기 위해 다음의 변형된 강성행렬을 고려하자.

$$K = \begin{bmatrix} K_m & -K_m & 0 & 0 \\ -K_m & K_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_s & -K_s \\ 0 & 0 & -K_s & K_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta k & -\Delta k & 0 \\ 0 & -\Delta k & \Delta k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

이 강성행렬은 두 구동기 사이에 회전탄성  $\Delta k$ 를 갖는 스프링을 연결한 경우의 강성행렬에 해당한다. 계의 모드해석을 위해 좌표변환  $x = Uq$ 를 도입하며, 변환행렬  $U$ 는 식(12)에서  $\Delta k \rightarrow 0$  일 경우 강성행렬을 갖는 계의 특이행렬로 정한다.

이 특이행렬은 다음 식으로 결정된다.

$$U = [\{u_1\} \quad \{u_2\} \quad \{u_3\} \quad \{u_4\}] \quad (13)$$

$$\{u_1\} = \beta_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \{u_2\} = \begin{bmatrix} \beta_{21} \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ \beta_{22} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix},$$

$$\{u_3\} = \begin{bmatrix} \{u_{m2}\} \\ \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{bmatrix}, \quad \{u_4\} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ \{u_{s2}\} \end{bmatrix}$$

$$\beta_1 = 1/\sqrt{(J_1 + J_m + J_s + J_2)}$$

$$\beta_{21} = \beta_1 e, \quad \beta_{22} = \beta_1 / e, \quad e = \sqrt{(J_s + J_2)/(J_1 + J_m)}$$

$$\{u_{m2}\} = \beta_m \begin{bmatrix} \sqrt{J_1/J_m} \\ -\sqrt{J_m/J_1} \end{bmatrix}, \quad \beta_m = 1/\sqrt{J_m + J_1}$$

$$\{u_{s2}\} = \beta_s \begin{bmatrix} \sqrt{J_2/J_s} \\ -\sqrt{J_s/J_2} \end{bmatrix}, \quad \beta_s = 1/\sqrt{J_s + J_2}$$

여기서  $\{u_1\}$ 은 강체모드,  $\{u_3\}$ 는 마스터의 2번째 모드,  $\{u_4\}$ 는 슬레이브의 2번째 모드로 구성된 특이벡터이다.  $\{u_2\}$ 는 행렬  $[\{u_1\} \quad \{u_3\} \quad \{u_4\}]$ 에 직교하므로 결정할 수 있으며,  $\{u_1\}$ 와  $\{u_2\}$ 의 크기는 표준화하여,  $U^T M U = I_{(4 \times 4)}$ , 결정한다.

식 (13)의 특이행렬을 이용하여 식 (5)를 다시 쓰면

$$U^T M U \ddot{q} + U^T K U q = U^T \tau_c + U^T \tau_d \quad (14)$$

특이행렬의 특성에 따라 다음과 같이 정리된다.

$$\ddot{q} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{s2} \end{bmatrix} q = U^T \tau_c + U^T \tau_d \quad (15)$$

여기서  $\lambda_2$ 는  $\Delta k \rightarrow 0$ 이므로  $\lambda_2 \cong 0$ 이 된다.

앞의 논의에서와 같이 두 번째 모드만을 취하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{q}_2 &= \{u_2\}^T \tau_c + \{u_2\}^T \tau_d \\ &= \{u_2\}^T bc \{u_2\} \{K_p q_2 + K_d \dot{q}_2\} + \{u_2\}^T \tau_d \end{aligned} \quad (16)$$

따라서

$$\ddot{q}_2 + g \{K_p q_2 + K_d \dot{q}_2\} = \{u_2\}^T \tau_d \quad (17)$$

여기서

$$g = (\alpha \beta_{21} + \beta_{22})(\beta_{21} + \beta_{22}) = \frac{\alpha}{J_1 + J_m} + \frac{1}{J_2 + J_s}$$

식 (17)은 마스터와 슬레이브 각각의 구동부와 링크를 하나의 강체로 가정하는 경우 폐회로의 두 번째 진동모드에 해당된다. 식 (17)에서 두 번째 모드의 원하는 폐회로 특성이 감쇠비  $\zeta_d$ 와 고유진동수  $\omega_d$ 로 정할 경우 제이키 이득은 다음과 같이 결정된다.

$$K_d = 2\zeta_d \omega_d / g, \quad K_p = \omega_d^2 / g \quad (18)$$

앞에서 논의한 바와 같이 세 번째와 네 번째 고유진동수는  $\omega_d$ 보다 충분히 클수록 좋은 응답특성을 얻을 수 있다.

### 5. 시뮬레이션 및 논의

이 장에서는 3장의 해석과 4장의 제어기 설계의 타당성 검증을 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬

레이션 대상은 Fig. 1의 하부암의 볼축이다. 이 축의 파라미터는 Table 1과 같다. 텐던은 상용화된 케이블 5가지 종류 중에서 선정한다. 각 텐던의 강성은 40.2, 70.6, 158.4, 296.2, 409.6 N/rad이다.

#### 5.1 시뮬레이션 1

3장의 해석을 검증하기 위해 마스터와 슬레이브 텐던을 동일하게,  $K_m = K_s = 70.6$  N/rad, 선정된 경우를 고려하였다. 이 경우 마스터와 슬레이브 두 번째

Table 1 Model parameters for simulation 1

Variable	Symbol	Value
Moment of inertia of master driver	$J_m$	$1152 \times 10^{-6} \text{ Kg m}^2$
Moment of inertia of master link	$J_1$	$318.5 \times 10^{-6} \text{ Kg m}^2$
Moment of inertia of slave driver	$J_s$	$1152 \times 10^{-6} \text{ Kg m}^2$
Moment of inertia of slave link	$J_2$	$318.5 \times 10^{-6} \text{ Kg m}^2$
Force reflection ratio	$\alpha$	0.1

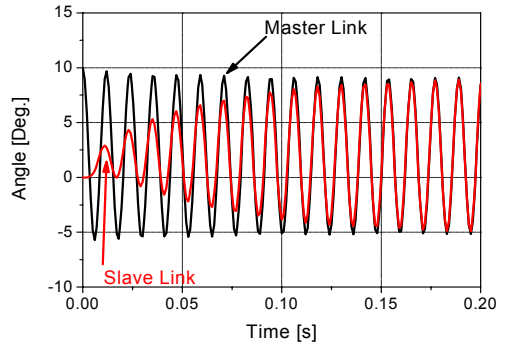


Fig. 3(a) Response to an initial condition(link responses)

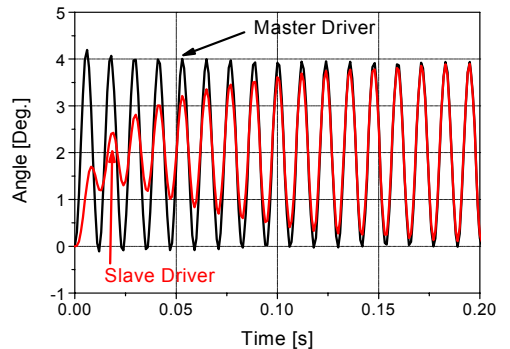


Fig. 3(b) Response to an initial condition(drive responses)

고유진동수는  $\omega_{m2}=\omega_{s2}=84.7$  Hz로 서로 일치하므로 제어 불가능한 모드가 존재한다. 제어기는 식 (18)에서  $\zeta_d=2$ ,  $\omega_d=5$  Hz를 갖도록 설계하였으며, 결정된 이득은  $K_d=0.168$ ,  $K_p=1.32$  이다.

Fig. 3은 초기조건에 의한 폐회로 응답으로 초기 조건은 마스터의 링크가  $\theta_1(0)=10^\circ$ 이며, 나머지 조건은 모두 영이다. Fig. 3(a)은 마스터와 슬레이브 링크의 회전각, Fig. 3(b)는 구동부 회전각이다. 3장의 해석 결과와 같이 폐회로는 84.7 Hz의 감쇠되지 않는 진동모드가 존재함을 확인 할 수 있다. 추가적인 시뮬레이션을 통해 제어이득에 관계없이 비감쇠 진동이 발생함을 확인하였다.

**5.2 시뮬레이션 2**

3장의 비례이득 증가에 따른 폐회로 고유진동수 변화를 보기 위해 시뮬레이션을 수행하였다. 모델은 Table 1과 동일하며, 단 슬레이브 텐던의 강성은  $K_s=158.4$  N/rad로 가정하였다.  $K_p=0$ 일 때 고유진동수는  $\omega_1=\omega_2=0$ ,  $\omega_3=78.9$ ,  $\omega_4=120.4$  Hz,  $K_p=\infty$  일 때는  $\omega_1=0$ ,  $\omega_2=42.6$ ,  $\omega_3=85.0$  Hz이다.  $K_p$ 의 증가에 따른 고유진동수는 Fig. 4와 같이  $\omega_1=0$ 을 유지하고 나머지는 모두 증가하며,  $K_p=\infty$ 일 때의 고유진동수를 초과하지 않음을 알 수 있다.

**5.3 시뮬레이션 3**

슬레이브 조작기가 부하를 파지한 상태와 파지하지 않은 상태 모두에서 제어성능을 만족해야 한다. 따라서 우선 부하를 파지한 상태에서 텐던강성과 제어이득을 결정하고, 이 텐던과 제어이득 사용시

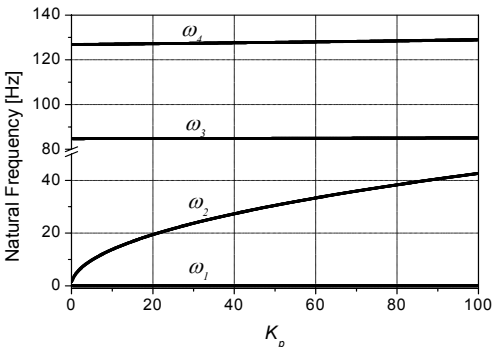
Table 2에서와 같이 슬레이브링크의 작은 부하 및 무부하 상태에서의 응답을 확인하였다. 마스터 운동 특성을 고려하여 추종성능 확인을 위한 마스터의 운동은 1 Hz 대역폭을 갖는 저역필터의 계단응답으로 가정하였다. 계단입력 크기는  $10^\circ$ 로 하였다.

부하파지 상태에서 슬레이브 링크관성은 최대  $J_2=0.338$  Kgm<sup>2</sup>이다. 슬레이브 텐던은 최대부하 파지시  $\lambda_{m2} < \lambda_{s2}$ 이 되도록 정하였다.

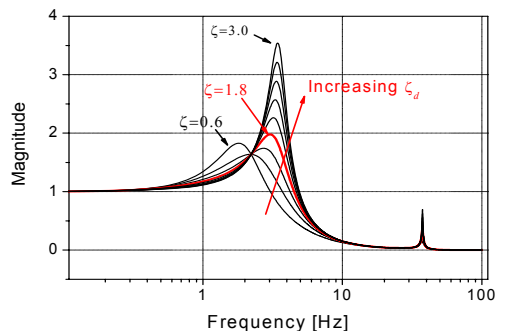
Table 2에서 첫 번째는 최대부하 파지의 경우로 이때 고유진동수는  $\omega_{m2}=63.9$  Hz,  $\omega_{s2}=88.4$  Hz이다. 제어기 설계에서는 마스터링크 운동의 주파수 대역폭을 고려하여 식 (18)에서  $\omega_d=2$  Hz로 하였으며, Fig. 5에서와 같이  $\zeta_d=0.6$ 부터 3.0까지 변화에 따른 식 (11)의 주파수응답을 보았다.  $\zeta_d$ 가 증가할 수록 이득이 1인 주파수 범위가 증가하지만 반면 4 Hz부근 첨두치가 커지며, 이에 따른 슬레이브링크의 추종성능이 나빠졌다. 37 Hz 부근의 세 번째 모드는  $\zeta_d$ 의 변화에 따른 영향은 작았다. 시뮬레이션 결과로부터 추종성능이 우수한  $\zeta_d=1.8$ 을 선정하였고, 이때 제어 이득은  $K_d=15.3$ ,  $K_p=53.6$ 이다. Fig. 6(a)은 이 경우 링크 응답으로 초기 최대  $1.0^\circ$ 의 추종 오차를 갖지만, 시간이 지나면서 점차 감소하여 정상상태에 도달되며, 정상상태 오차는 영이 되었다. Fig. 6(b)에서 구동부의 추종오차 특성은 링크의 추종오차와

**Table 2** Model parameters for simulation 3

Case	Inertia [Kgm <sup>2</sup> ]	Stiffness [Kgm <sup>2</sup> ]
1	$J_2=0.338$	$K_m=40.2, K_s=296$
2	$J_2=0.113$	$K_m=40.2, K_s=296$



**Fig. 4** Closed-loop natural frequencies as increasing  $K_p$



**Fig. 5** FRF of  $\Theta_2(s)/\Theta_1(s)$  as increasing  $\zeta_d$  in case 1

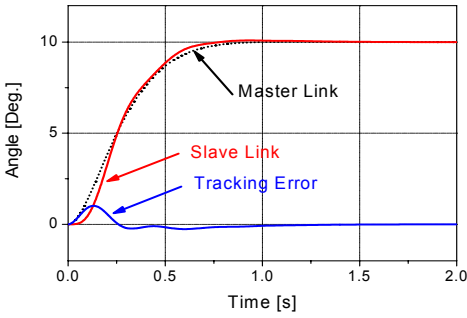


Fig. 6(a) Tracking response of in case 1(link responses)

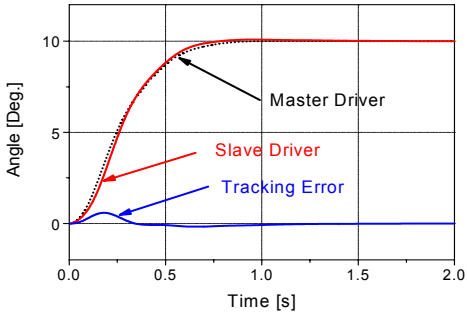


Fig. 6(b) Tracking response of in case 1(drive responses)

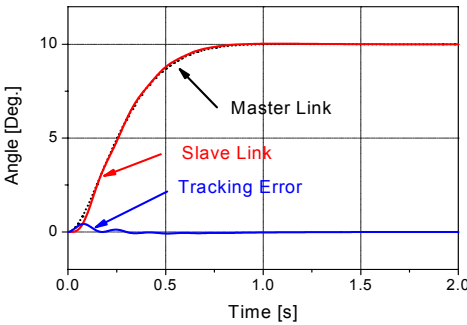


Fig. 7(a) Tracking response of in case 3(link responses)

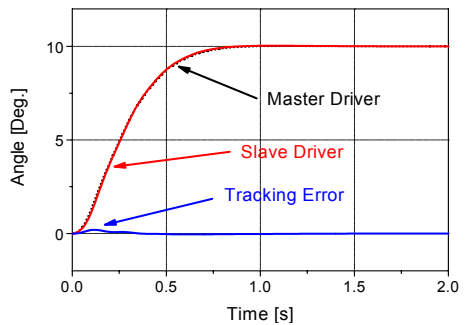


Fig. 7(b) Tracking response of in case 3(drive responses)

유사하나 그 최대크기는 0.58°로 링크오차보다 작았다. 이는 구동부는 제어루프 내부, 링크는 제어루프 외부에 존재하기 때문으로 분석된다.

Fig. 7은 두 번째 경우인  $J_2=0.113 \text{ Kg}m^2$ 일 때 추종응답이다. 첫 번째 경우와 같이 링크응답은 Fig. 7(a)과 같이 초기 진동 후 오차가 영인 정상상태에 도달되었으며, 최대 추종오차는 0.42°로 Fig. 6(a)에서보다 작았다. 구동부 응답은 Fig. 7(b)로 유사하며, 최대 추종오차는 0.19°로 Fig. 6(b)에서보다 작다.

추가적인 시뮬레이션을 통해 부하관성이 작아질수록 추종성능은 더 좋아짐을 확인하였다.

힘반영 성능 확인을 위해 Table 2의 첫 번째 경우에서 마스터 링크에 일정한 토크  $\tau_h=0.1 \text{ Nm}$ 를 가하여 회전시키고, 슬레이브 링크가 회전 중  $\theta_2=10^\circ$ 의 위치에서 벽에 부딪히는 경우를 시뮬레이션 하였다. 이때 링크와 벽의 접촉동역학은 강성  $K_c=20 \text{ Nm/rad}$ , 감쇠계수  $C_c=10 \text{ Nms/rad}$ 로 가정하였다. Fig. 8은 링크의 접촉토크와 반향된 토크이다.

0.35초에서 슬레이브 링크가 벽에 부딪친 후 접촉력은 충격에 의해 큰 피크를 보이다 점차 작아져 정상상태에 도달되며, 반향된 토크는 접촉 직후부터 증가하여 가하는 토크와 동일한 값 0.1 Nm이 된다. 정상상태에서 접촉 토크는  $\tau_e=1 \text{ Nm}$ 로 반향토크의 10배가 되며, 이는 힘반영비  $\alpha=0.1$ 과 일치한다.

Fig. 9(a)는 이때의 링크응답으로 접촉 후 접촉동역학에 의해 속도가 낮아지며, 정상상태에 도달되어 정지한다. 정지상태에서 슬레이브 링크의 10°를 초과한 회전량은 접촉강성이 압축된 양,  $\tau_e/K_c=0.05 \text{ rad}$ 에 해당된다. 마스터 링크와 슬레이브 링크의 회전각 차이는 정지상태에서 두 구동부의 회전각 차이와 회전토크에 의해 마스터 강성이 압축된 양, 슬레이브 강성이 압축된 양의 합에 해당된다. 즉,

$\theta_1(\infty) - \theta_2(\infty) = \frac{\tau_e}{K_p} + \frac{\tau_e}{K_s} + \frac{\tau_h}{K_m}$ . Fig. 9(b)에서 정지상태에 도달 된 후 마스터와 슬레이브 구동부 회전각 차이는 구동토크를 비례제어이득으로 나눈 값,  $\tau_e/K_p=0.0187 \text{ rad}$ 과 같다.

부하 변화 시 힘반향을 시뮬레이션 한 결과 부하가 작을수록 접촉 직전 속도가 크므로 접촉충격은 커지지만, 정적 상태에 도달된 후 힘반영은 보장됨을 확인하였다.



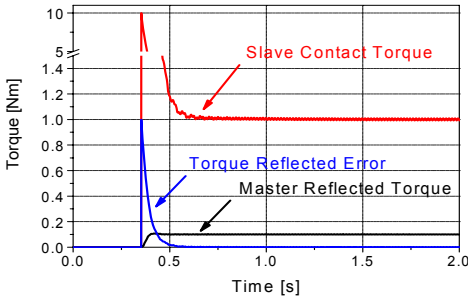


Fig. 8 Contact and reflected torques after contact

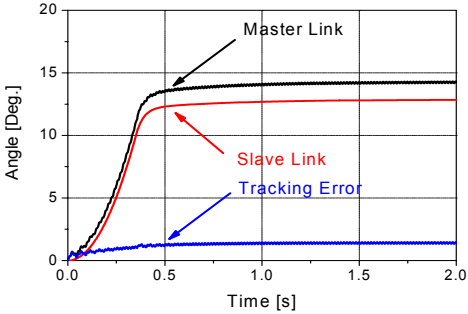


Fig. 9(a) Link positions before and after contact

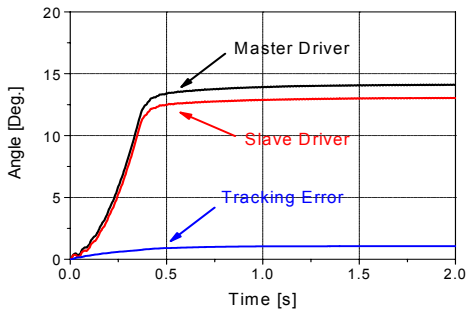


Fig. 9(b) Driver positions before and after contact

## 6. 결 론

이 연구는 텐던에 의해 구동되는 마스터-슬레이브 원격조작기에서 제한된 구조를 갖는 양방향 제어를 적용할 경우 슬레이브링크의 마스터 링크 위치 추종성과 힘반영을 목적으로 텐던의 설계 조건을 분석하였으며, 주어진 마스터 링크의 운동 조건과 사용되는 제어기 구조에 적합한 텐던의 선정 방법과 제어기 설계방법을 제시하였다.

마스터와 슬레이브 구동기의 회전각과 회전속도

차이만을 이용한 비례-미분 제어기 구조에서 마스터와 슬레이브의 진동모드 주파수가 동일할 경우 제어 불가능한 모드가 발생하므로 두 고유진동수가 서로 다르도록 텐던을 설계하여 한다. 또한 제어에 의해 폐회로의 첫 번째 고유진동수를 제외한 나머지 고유진동수는 비례이득의 증가에 따라 증가하며, 따라서 폐회로 응답에 지배적 영향을 미치는 두 번째 모드를 기준으로 용이하게 제어기를 설계할 수 있다. 제어이득 설계는 설계 감쇠비의 변화에 따른 전체 계의 폐회로 주파수 응답특성을 기준으로 각 모드가 적절한 감쇠를 갖도록 제어이득을 선정할 수 있다.

제시된 텐던 및 제어기 설계방법을 조작기의 하부 롤축에 적용한 시뮬레이션 결과 슬레이브링크의 마스터링크 추종 성능이 입증되었으며, 정상상태에서의 힘반영이 보장됨을 확인하였다.

## 후 기

이 논문은 2009년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구(No. 2009-0070686)이며, 2009년도 경원대학교 지원에 의한 결과임.

## 참 고 문 헌

- (1) Vertut, J. and Coiffet, P., 1985, "Teleoperation and Robotics-evolution and Development," Vol. 3A, Kogan Page.
- (2) Lewis, F. L., Abdallah, C. T. and Dawson, D. M., 1993, "Control of Robotic Manipulators," MacMillan.
- (3) Salcudean, S. E., Zhu, M., Zhu, W. H. and Hashtrudi-Zaad, K., 2000, "Transparent Bilateral Teleoperation under Position and Rate Control," Int. J. Robot Res., Vol. 19. No. 12, pp. 1185~1202.
- (4) Chopra, N., Spong, M., Ortega, R. and Barabanov, N. E., 2004, "On Position Tracking in Bilateral Teleoperation," Proc. of the 2004 American Control Conference, Boston, pp. 5244~5249.
- (5) S. Colombi, S., 1994, "Multivariable Design of Bilateral Master-slave Force Reflecting Servo-

mechanisms,” 18th Symposium on Fusion Technology, Swiss Federal Institute of Technology, Switzerland.

(6) Londi, F., Pennestri, E., Valentini, P. P. and Vita, L., 2004, “Control and Virtual Reality Simulation of Tendon Driven Mechanism,” *Multibody System Dynamics*, Vol. 12, pp. 133~145.

(7) Prisco, G. M. and Bergamasco, M., 1997, “Dynamic Modelling of a Class of Tendon Driven Manipulators,” *ICAR '97*, pp. 893~899.

(8) Meirovitch, L., 1967, “Analytical Methods in Vibrations,” MacMillan Company.

(9) Shin, H., Han, S. and Kim, S., 2005, “Vibration Control of a Single Link Flexible Manipulator Using Reaction Moment Estimator,” *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 15, No. 2, pp. 169~175.

(10) Gantmacher, F. R., 1959, “The Theory of Matrices,” Chelsea Publishing Company, New York, pp. 325~331.