

동적 시스템의 감쇠행렬 추정

Estimation of Damping Matrices for Dynamic Systems

이 건 명†·김 경 주*·주 영 호**

Gun-Myung Lee, Kyung-Ju Kim and Young-Ho Ju

(2009년 6월 22일 접수 ; 2009년 9월 28일 심사완료)

Key Words : Model Updating(모형 개선), Damping Matrix(감쇠행렬), Proportional Damping(비례감쇠), Impedance Matrix(임피던스행렬), Residue(레지듀)

ABSTRACT

Finite element models of dynamic systems can be updated in two stages. In the first stage, mass and stiffness matrices are updated neglecting damping. In the second stage, a damping matrix is estimated with the mass and stiffness matrices fixed. Methods to estimate a damping matrix for this purpose are proposed in this paper. For a system with proportional damping, a damping matrix is estimated using the modal parameters extracted from the measured responses and the modal matrix calculated from the mass and stiffness matrices from the first stage. For a system with non-proportional damping, a damping matrix is estimated from the impedance matrix which is the inverse of the FRF matrix. Only one low or one column of the FRF matrix is measured, and the remaining FRFs are synthesized to obtain a full FRF matrix. This procedure to obtain a full FRF matrix saves time and effort to measure FRFs.

1. 서 론

요즘 동적 하중을 받는 복잡한 기계시스템이나 구조물의 응답을 예측하는 것은 설계단계에서 필수적이 되었으며, 이 목적을 위하여 유한요소해석(FEA : finite element analysis)이 널리 이용되고 있다. 그러나 이 방법을 사용하여 예측한 응답과 실제 실험으로 측정된 응답 사이에는 차이가 있을 수 있으므로 이 두 응답을 일치시키기 위하여 유한요소모형을 개선하는 방법에 관한 연구가 활발히 수행되어왔다. 관련된 연구들은 참고문헌에 조사, 요약되어 있다^(1,2). 모형 개선(model updating)에의 접근 방법의 하나로 감도 해석⁽³⁾이 있다. 감도 해석에서

는 모형의 응답, 예를 들면 고유값과 고유벡터의 개선변수(updating variable)에 대한 감도를 구하고, 이 감도에 따라서 개선변수를 변화시킨다. 또 다른 접근방법은 Lin⁽⁴⁾과 Imregun⁽⁵⁾이 개발한 주파수 응답함수(FRF : frequency response function)법이 있다. 이 접근방법에서는 측정된 FRF와 유한요소모형으로부터 예측한 FRF를 일치시키기 위해서 요소수정계수를 계산하고, 이 요소수정계수를 요소의 강성행렬과 질량행렬에 곱함으로써 유한요소모형을 개선한다.

일반적으로 유한요소모형을 개선할 때 감쇠는 고려하지 않고 있으며, 감쇠를 포함한 모형 개선은 소수의 연구에서 수행되었다. 구조 매개변수와 감쇠비를 함께 개선하는 2단계 신경회로망 방법⁽⁶⁾이 개발되었고, 앞에서 언급한 FRF법은 구조물의 질량행렬과 강성행렬뿐만 아니라 감쇠행렬도 규명할 수 있도록 발전되었다⁽⁷⁾. 제어 이론에서 도입된 eigenstructure assignment⁽⁸⁾법은 유한요소모형을 개선하는데 사용되고 있는데 그 이름이 의미하는 것처럼 측정된 고

† 교신저자; 정회원, 경상대학교 기계항공공학부, 항공기부품기술연구소

E-mail : gmlee@gnu.ac.kr

Tel : (055)751-5313, Fax : (055)757-5622

* 경상대학교 대학원 기계공학과

** 두산중공업

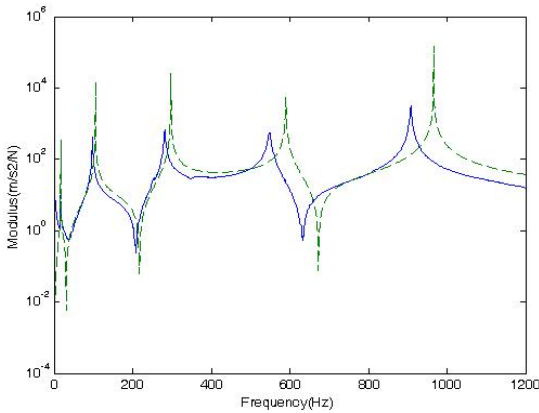


Fig. 1 Comparison of the measured (solid line) and analytical (dashed line) FRFs before updating

유값과 고유벡터를 재생한다.

이 논문에서는 2 단계로 유한요소모형을 개선하는 방법을 제안하였다. 첫 단계에서는 감쇠를 무시하고 유한요소모형의 질량과 강성행렬을 최적화 기법을 이용하여 개선한다. 두 번째 단계에서는 질량행렬과 강성행렬을 고정하고, 감쇠행렬을 구한다. 감쇠행렬은 계가 비례감쇠(proportional damping) 특성을 갖는 지의 여부에 따라 각각 다른 방법으로 구해진다. 비례감쇠인 경우 감쇠행렬은 실험데이터로부터 추출된 모드매개변수와 첫 단계에서 구한 질량과 강성행렬로부터 구한 모드행렬을 사용하여 구한다. 비례감쇠가 아닌 경우에는 FRF행렬의 역행렬인 임피던스 행렬을 이용하여 감쇠행렬을 추정한다. 이 논문에서는 감쇠를 추정하는 이 두 가지 방법의 타당성과 문제점을 시뮬레이션 데이터를 사용하여 고찰하고자 한다.

2. 유한요소모형 개선 첫 단계

유한요소모형으로부터 예측한 응답과 실제로 측정된 응답을 일치시키려는 유한요소모형의 개선은 2 단계로 나누어 수행될 수 있다. 첫 단계에서는 감쇠를 무시하고 계의 질량행렬과 강성행렬을 최적화 기법을 이용하여 개선한다. 최적화 기법을 적용하기 위하여 목적함수는 FEA로 예측한 응답과 실험으로 측정된 응답의 차이로 이루어진다. 응답의 형태도 고유진동수와 모드형을 선택하였고, 모드형 사이의 차이는 MAC(modal assurance criterion)값을 이용한

Table 1 Modal parameters estimated from the cantilever beam

| Mode | Natural frequency (Hz) | Damping ratio (%) |
|------|------------------------|-------------------|
| 1 | 15.86 | 1.78 |
| 2 | 97.76 | 0.69 |
| 3 | 281.37 | 0.52 |
| 4 | 548.75 | 0.66 |
| 5 | 907.80 | 0.20 |

다. 이때 목적함수는 다음 식과 같이 나타난다.

$$F_0 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\omega_{ai} - \omega_{ei}}{\omega_{ei}} \right)^2 + \sum_{i=1}^n (1 - MAC_i) \quad (1)$$

위 식에서 ω 는 고유진동수를, 하첨자 'a'와 'e'는 각각 FEA와 실험으로 구한 값을 의미하고, 'i'는 모드번호를, 'n'은 포함된 모드수를 나타낸다. 개선변수로는 Young계수 등 재료의 특성을 나타내는 변수, 두께 등의 치수, 응답을 측정하기 위하여 부착한 센서의 부하영향을 나타내는 변수 등을 선택할 수 있다. 최적화 과정은 목적함수를 최소화하는 개선변수를 찾는 과정으로 이 과정을 위하여 MATLAB의 Optimization Toolbox⁽⁹⁾에 있는 함수를 사용할 수 있다.

위에서 설명한 유한요소모형 개선 방법을 길이 0.27 m, 폭 0.034 m, 두께 0.0015 m, 밀도 7850 kg/m³의 강철 외팔보에 적용하였다. 적용 과정 및 결과는 이 논문의 주된 관심사가 아니므로 간략하게 설명하겠다. 외팔보의 FEA를 위하여 외팔보를 같은 길이의 5개의 요소로 나누었다. 이와 같이 하면 외팔보는 5개의 절점을 갖게 되고, 각 절점은 병진자유도와 회전자유도를 가지므로 외팔보는 총 10개의 자유도를 갖게 된다. 외팔보의 실험데이터는 고정단으로부터 두 번째 절점에 가속도계를 부착하고, 각 절점에 충격해머로 충격력을 가하여 측정된 5개의 FRF이다. 측정 주파수 범위는 0~1200 Hz이고, 데이터 사이의 주파수 간격은 1 Hz이다. 이 5개의 FRF로부터 추정된 모드매개변수는 Table 1에 수록되어 있다.

식 (1)을 목적함수로 하고, 개선변수로 재료의 Young 계수, 응답을 측정하기 위하여 외팔보에 부착한 가속도계의 질량과 질량관성모멘트를 선정하였다.

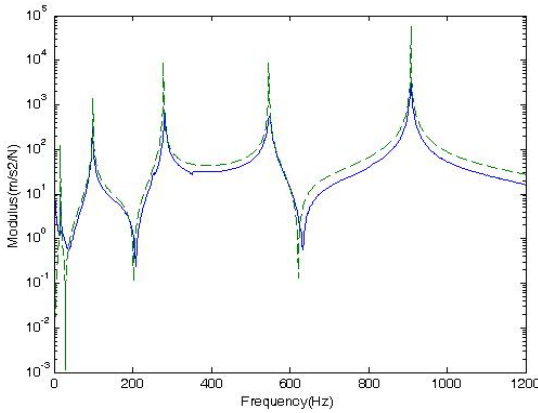


Fig. 2 Comparison of the measured(solid line) and analytical(dashed line) FRFs after updating

Fig. 1은 개선변수들의 초기값을 각각 $210 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, 0.0021 kg , $1.826 \times 10^{-7} \text{ kgm}^2$ 로 하였을 때 감쇠를 고려하지 않은 유한요소모형으로부터 예측한 FRF와 충격시험으로 측정된 FRF를 비교하고 있다. MATLAB의 최적화 함수 중의 하나인 ‘fminunc’를 사용하여 도달한 최적점에서의 개선변수값은 각각 초기값의 0.8807, 0.8788, 6.4513배였다. 최적점에서 Young 계수의 감소는 유한요소모형의 강성이 작아져야 한다는 예상과 일치한다. 가속도계의 질량과 질량관성 모멘트는 가속도계에 연결된 케이블의 영향으로 최적점에서 증가할 것으로 예상하였었다. 그러나 가속도계의 질량은 초기값보다 작은 값이 얻어졌고, 이는 도달한 최적점이 매우 정확하지는 않다는 것을 의미한다. Fig. 2는 최적점에서의 두 FRF를 비교하고 있다. 두 FRF의 피크의 위치는 잘 일치하고 있으나 감쇠를 고려하지 않았으므로 피크의 크기에는 많은 차이가 있음을 볼 수 있다.

3. 모형 개선 두 번째 단계

유한요소모형 개선의 두 번째 단계에서는 첫 단계에서 구한 질량행렬과 강성행렬을 고정하고, 감쇠행렬을 구하는데 계의 감쇠 특성이 비례감쇠인지 아닌지에 따라 서로 다른 방법을 적용한다.

3.1 비례감쇠인 경우

비례감쇠 계에서는 모드의 직교성으로부터 다음 관계가 성립한다.

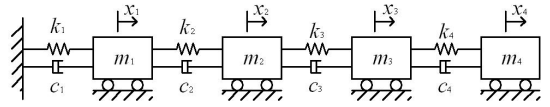


Fig. 3 A 4 dof system with lumped parameters

$$[X]^T [C] [X] = [C_{ii}] \quad (2)$$

위 식에서 $[C]_{N \times N}$ 는 감쇠행렬이고 $[X]_{N \times N}$ 는 모드 형으로 이루어진 모드행렬이며, 모형 개선 첫 단계에서 구한 질량행렬과 강성행렬로부터 고유치문제의 해로서 구해지므로 행과 열의 개수가 같다. N 은 계의 자유도를 의미한다. $[C_{ii}]_{N \times N}$ 는 대각행렬이며 i 번째 요소가 $2\zeta_i \omega_{ni}$ 의 값을 갖는다. 그리고 측정 주파수 범위밖의 모드에 해당하는 대각선 요소는 영의 값을 갖는다. ζ_i 와 ω_{ni} 는 i 번째 모드의 감쇠비와 고유진동수이고, 이 모드매개변수들은 측정된 FRF로부터 complex exponential법⁽¹⁰⁾ 등의 모드매개변수 추출 방법을 사용하여 구할 수 있다. 식 (2)로부터 감쇠행렬 $[C]$ 는 일반적인 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[C] = ([X][X]^T)^{-1} [X] [C_{ii}] [X]^T ([X][X]^T)^{-1} \quad (3)$$

$[X]$ 의 행과 열의 개수가 같은 경우 위 식은 다음과 같이 간단해 진다.

$$[C] = ([X]^T)^{-1} [C_{ii}] [X]^{-1} \quad (4)$$

점성감쇠를 갖는 계의 FRF 행렬은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[H] = ([K] - \omega^2 [M] + i\omega [C])^{-1} \quad (5)$$

위 식에서 $[H]$ 는 FRF행렬, $[K]$ 와 $[M]$ 은 모형 개선 첫 단계에서 구한 강성행렬과 질량행렬을 의미한다. 이렇게 구한 FRF를 실험으로 측정된 FRF와 비교함으로써 추정된 행렬의 정확도를 평가할 수 있다.

위 감쇠행렬 추정 방법의 특성을 고찰하기 위하여 이 방법을 Fig. 3과 같은 4자유도계에 적용하였다. 이 계는 질량 $m_1=m_2=m_3=m_4=1 \text{ kg}$ 이고, 강성 $k_1=k_2=k_3=k_4=10000 \text{ N/m}$, 감쇠 $c_1=c_2=c_3=c_4=5 \text{ Ns/m}$ 인

비례감쇠 계이다. 이 계의 감쇠행렬은 다음과 같다.

$$[C] = \begin{bmatrix} 10 & -5 & 0 & 0 \\ -5 & 10 & -5 & 0 \\ 0 & -5 & 10 & -5 \\ 0 & 0 & -5 & 5 \end{bmatrix} \quad (6)$$

이 계의 FRF는 식 (5)를 이용해서 구할 수 있고, 그 중의 하나인 H_{11} 은 Fig. 4와 같다. 모드매개변수는 complex exponential법을 이용하여 FRF로부터 추출하여 Table 2에 나열하였다. 모형개선의 첫 단계에서 정확한 질량행렬과 강성행렬이 구하여졌다는 가정하에, 식 (4)를 이용하여 추정된 감쇠행렬은 다음과 같다.

$$[C]_{estimated} = \begin{bmatrix} 10.006 & -5.008 & 0.007 & -0.003 \\ -5.008 & 10.013 & -5.011 & 0.004 \\ 0.007 & -5.011 & 10.010 & -5.004 \\ -0.003 & 0.004 & -5.004 & 5.002 \end{bmatrix} \quad (7)$$

추정된 감쇠행렬을 식 (6)에 나타난 원래의 행렬과 비교해보면, 정확한 감쇠행렬이 구하여졌음을 알

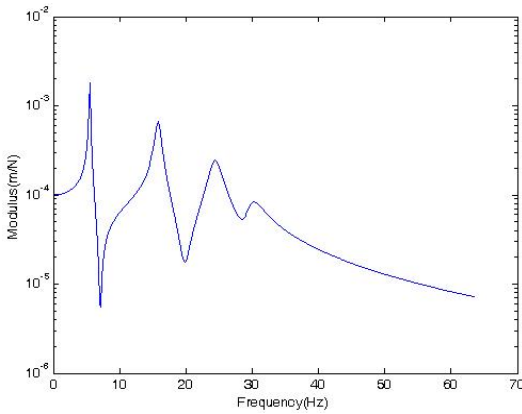


Fig. 4 A FRF of the 4 dof system

Table 2 Modal parameters estimated from the simulated FRFs

| Mode | Natural frequency (Hz) | Damping ratio (%) |
|------|------------------------|-------------------|
| 1 | 5.53 | 0.87 |
| 2 | 15.92 | 2.50 |
| 3 | 24.38 | 3.83 |
| 4 | 29.91 | 4.71 |

수 있다. $[M]$, $[K]$ 와 $[C]_{estimated}$ 을 이용하여 식 (5)로부터 구한 FRF는 원래의 FRF와 완벽하게 일치하였다.

비례감쇠가 아닌 계에 위의 감쇠행렬 추정 방법을 적용하였을 때의 정확도를 고찰하기 위하여 이 방법을 비례감쇠가 아닌 계에 적용하였다. Fig. 3의 4자유도계에서 c_3 와 c_4 의 값을 $c_3=c_4=10$ Ns/m로 바꾸어 비례감쇠가 아닌 계로 만들었다. 이 새로운 계의 FRF를 구하고, 계가 비례감쇠라는 가정하에 이 FRF로부터 모드매개변수를 추출한 다음 식 (4)를 사용하여 감쇠행렬을 구하였다. 이 때에도 계의 질량행렬과 강성행렬은 정확한 값을 알고 있다고 가정하였다. 새로운 계의 원래의 감쇠행렬과 추정된 감쇠행렬을 아래에 나타내었다.

$$[C] = \begin{bmatrix} 10 & -5 & 0 & 0 \\ -5 & 15 & -10 & 0 \\ 0 & -10 & 20 & -10 \\ 0 & 0 & -10 & 10 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[C]_{estimated} = \begin{bmatrix} 15.567 & -7.801 & 0.585 & -0.570 \\ -7.801 & 16.151 & -8.371 & 0.015 \\ 0.585 & -8.371 & 15.582 & -7.786 \\ -0.570 & 0.015 & -7.786 & 7.780 \end{bmatrix} \quad (9)$$

두 감쇠행렬을 비교하면 그 차이가 작지 않음을 알 수 있다. 그리고 이 계의 원래의 FRF와 추정된

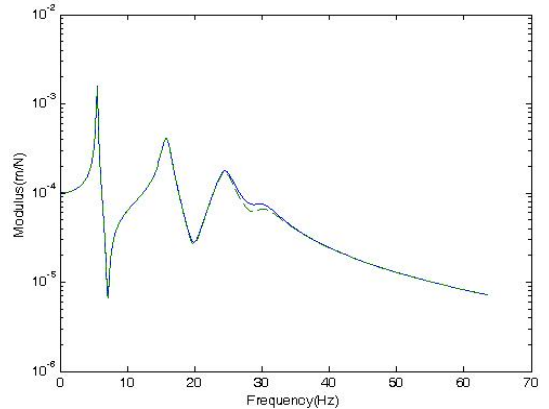


Fig. 5 Comparison of the original(solid line) and analytical(dashed line) FRFs for the 4 dof system with non-proportional damping

감쇠행렬을 사용하여 예측한 FRF를 Fig. 5에서 비교하였다. 이상의 결과로써 이 감쇠행렬 추정 방법을 비례감쇠가 아닌 경우에 적용하면 추정 결과에 큰 오차가 있을 수 있으므로 비례감쇠가 아닌 경우에 적용할 수 있는 다른 감쇠행렬 추정 방법이 필요함을 확인할 수 있다.

이 감쇠행렬 추정 방법을 실제 계인 앞에서 다른 외팔보에 적용하였다. 모형개선 첫 단계에서 추정된 질량행렬과 강성행렬, 그리고 이 감쇠행렬 추정 방법을 사용하여 추정된 감쇠행렬로부터 예측한 FRF를 Fig. 6에 나타내고, 측정된 FRF와 비교하였다. Fig. 6을 관찰하면 두 FRF가 잘 일치하고 있어 모형 개선이 성공적으로 이루어졌다고 판단할 수 있으며, 외팔보 재료가 비례감쇠 특성을 지닌다고 할 수 있다. 0 Hz 부근의 저주파수 대역에서 두 FRF가 잘 일치하지 않는 것은 압전식 센서의 고유의 특성으로 인하여 이 주파수 대역에서 정확한 FRF가 측정되지 않았기 때문인 것으로 판단된다.

3.2 비례감쇠가 아닌 경우

비례감쇠가 아닌 계의 감쇠행렬을 추정하기 위하여 아래의 관계식을 이용한다.

$$[K] - \omega^2[M] + i\omega[C] = [H]^{-1} \quad (10)$$

즉 FRF 행렬의 역행렬인 임피던스 행렬의 허수부는 계의 감쇠행렬에 관한 정보를 포함하고 있

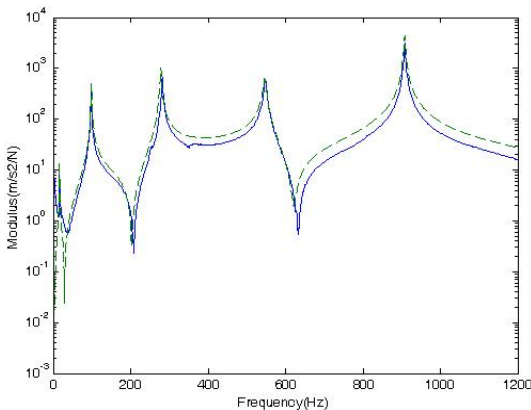


Fig. 6 Comparison of the measured (solid line) and analytical (dashed line) FRFs when the damping matrix was obtained from the estimated modal parameters

므로 이로부터 감쇠행렬을 추정할 수 있다. 이 방법은 계의 감쇠행렬을 추정하는데 이미 이용이 되고 있다⁽¹¹⁾. 이 방법에서는 FRF 행렬의 역행렬을 구하기 위하여 FRF 행렬의 모든 요소를 측정하여야 한다. 예를 들면 3.1절에서 다룬 4자유도계에 이 방법을 적용하기 위해서는 아래와 같이 16개의 FRF를 측정하여야 한다.

$$[H] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} \end{bmatrix} \quad (11)$$

FRF 행렬의 모든 요소를 측정하여야 하는 번거로움을 피하기 위하여 본 논문에서는 FRF 행렬의 한 행이나 열만을 측정하고, 이로부터 나머지 요소들을 예측하는 방법을 고안하였다. 하나의 FRF는 다음 식과 같이 모드매개변수의 식으로 나타낼 수 있다.

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i + jb_i}{\sigma_i + j(\omega - \omega_{di})} + \frac{a_i - jb_i}{\sigma_i + j(\omega + \omega_{di})} \right) \quad (12)$$

위 식에서 $\sigma = \zeta\omega_n$ 이고, $\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2}\omega_n$ 이며 $a_i + jb_i$ 는 모드 i 의 복소 레지듀(residue)를 의미한다. 이러한 레지듀로 이루어진 레지듀 행렬은 각각의 모드에 대하여 쓸 수 있고, 4 자유도계인 경우 각각의 모드에 대하여 다음과 같은 레지듀 행렬을 구할 수 있다.

$$[R] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} \end{bmatrix} \quad (13)$$

한편 레지듀 행렬 $[R]$ 은 식 (14)와 같이 모드형의 정보를 포함하고 있다. 이 식에서 Q 는 어떤 상수이고, u_i 는 i 점에서의 모드형 성분을 의미한다. 이 관계를 이용하면 레지듀 행렬의 한 행이나 열로부터 전체 행렬을 구할 수 있다. 예를 들면 식 (14)에서 레지듀 행렬의 두 번째 행을 알고 있다면 $r_{12}=r_{21}$, $r_{11}=r_{12}r_{21}/r_{22}$ 등과 같이 레지듀 행렬의 나머지 요소들을 구할 수 있다. 레지듀 행렬의 모든 요소를 구

한 다음 식 (12)를 이용하여 FRF 행렬의 측정하지 않은 요소들을 합성할 수 있다. 이렇게 함으로써 FRF 행렬이 구하여졌고, 식 (10)을 이용하면 감쇠행렬을 구할 수 있다.

$$[R] = Q \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}^T = Q \begin{bmatrix} u_1 u_1 & u_1 u_2 & u_1 u_3 & u_1 u_4 \\ u_2 u_1 & u_2 u_2 & u_2 u_3 & u_2 u_4 \\ u_3 u_1 & u_3 u_2 & u_3 u_3 & u_3 u_4 \\ u_4 u_1 & u_4 u_2 & u_4 u_3 & u_4 u_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

이 감쇠행렬 추정 방법을 감쇠행렬이 식 (8)과 같은 Fig. 3의 4 자유도계에 적용하였다. 이때 식 (5)로 구하여지는 FRF행렬은 한 행만을 구하고, 나머지는 위에서 설명한 방법으로 합성하였다. 이와 같이 구한 FRF 행렬에 식 (10)을 적용하여 구한 감쇠행렬은 식 (8)과 거의 일치하였다.

노이즈가 이 감쇠행렬 추정 방법의 정확도에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 FRF 행렬을 식 (5)를 이용하여 구하는 대신 시뮬레이션을 수행하여 구하였다. Fig. 3의 질량 m_1 에 sweep sinewave 형태의 힘이 작용할 때의 각 질량의 응답을 Runge-Kutta 법으로 구하고, 힘과 응답 데이터에 FFT를 취한 다음, 그 비로서 FRF를 구하였다. 이렇게 구한 FRF가 오차를 포함하도록 하기 위하여 averaging, windowing 등의 신호처리를 수행하지 않았다. Fig. 7은 이와 같은 방법으로 구한 FRF와 이로부터 추출한 모드매개변수를 사용하여 합성한 FRF를 비교

하고 있는데 시뮬레이션으로 구한 FRF가 노이즈를 포함하고 있는 것을 볼 수 있다. 이와 같이 시뮬레이션으로 구한 FRF에 이 감쇠행렬 추정 방법을 적용하여 추정한 감쇠행렬은 다음과 같다.

$$[C]_{estimated} = \begin{bmatrix} 10.233 & -5.639 & -0.179 & -0.487 \\ -5.639 & 14.915 & -10.678 & -0.705 \\ -0.179 & -10.678 & 18.974 & -10.876 \\ -0.487 & -0.705 & -10.876 & 8.896 \end{bmatrix} \quad (15)$$

이 행렬을 원래의 행렬인 식 (8)과 비교해 보면 약간의 차이를 볼 수 있다. 이와 같은 추정 오차를 정량적으로 나타내기 위하여 다음과 같은 추정 오차를 정의하였다.

$$error = \frac{\sum |\Delta e_{ij}|}{\sum |e_{ij}|} \times 100 \quad (16)$$

위 식에서 e_{ij} 는 행렬 내의 각각의 요소를 의미하고, Δe_{ij} 는 각각의 요소의 오차를 의미한다. 추정 오차를 이와 같이 나타내었을 때 식 (15)로 나타난 감쇠행렬의 추정 오차는 9.1%이다. 식 (10)에서 보는 바와 같이 이 감쇠행렬 추정 방법은 감쇠행렬 뿐만아니라 두 개 이상의 ω 값을 사용하면 질량행렬과 강성행렬도 추정할 수 있다. 이 방법으로 질량행렬과 강성행렬을 추정하였을 때 그 추정 오차는 각각 1.38%와 1.06%이었다. 이 방법은 감쇠행렬을 추정하기 위하여 사용되었지만 질량행렬과 강성행렬은 더 높은 정확도로 추정할 수 있음을 알 수 있다.

시뮬레이션으로 FRF를 구할 때 작용하는 힘과 응답에 각각 1%의 노이즈를 포함시켰다. 이 때 노이즈 레벨은 노이즈의 rms값과 원래 신호의 rms값의 비로서 정의한다. 노이즈를 포함한 데이터에 본 감쇠행렬 추정 방법을 적용하여 추정한 감쇠행렬의 추정 오차는 32.1%나 되었다. 이로서 이 감쇠행렬 추정 방법은 노이즈에 매우 민감한 것을 알 수 있다. 질량행렬과 강성행렬의 추정 오차는 각각 5.70%와 2.59%로서 감쇠행렬의 추정 오차에 비하여 훨씬 작은 값을 나타내었다.

이 감쇠계수 추정 방법을 비례감쇠가 아닌 실제 계에 적용하여 그 특성을 고찰하는 것은 향후 연구

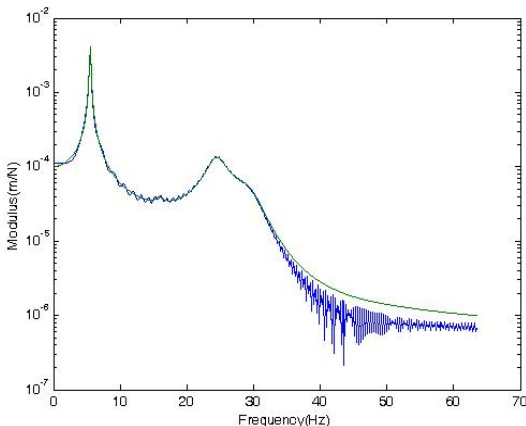


Fig. 7 Comparison of the simulated and synthesized FRFs of the 4 dof system

에서 수행할 예정이다. 비례감쇠계는 비례감쇠가 아닌 계의 특별한 경우이므로 향후 연구를 통하여 이 추정 방법이 개선이 되면 이 방법을 비례감쇠계의 감쇠행렬 추정에도 적용할 수 있을 것이다.

4. 결 론

유한요소모형의 개선은 2단계로 나누어 수행될 수 있다. 첫 단계에서는 감쇠를 무시하고 계의 질량행렬과 강성행렬을 개선하고, 두 번째 단계에서는 첫 단계에서 구해진 질량, 강성행렬을 고정시키고 감쇠행렬을 구한다. 이 논문에서는 이러한 2단계 모형 개선과정의 두 번째 단계에 적용할 수 있는 감쇠행렬 추정 방법을 제안하였다.

감쇠행렬 추정을 위하여 계의 감쇠 특성에 따라 서로 다른 방법을 적용하는데, 비례감쇠 계인 경우에는 모형개선의 첫 단계에서 구한 질량과 강성행렬로부터 구한 모드행렬과, 계의 측정된 응답으로부터 추출한 모드매개변수를 사용하여 감쇠행렬을 추정한다. 이 방법은 계가 비례감쇠인 경우에는 높은 정확도로 감쇠행렬을 추정할 수 있다.

비례감쇠가 아닌 경우에는 FRF행렬의 한 행이나 열을 측정된 다음 이를 모드해석하여 각 모드에 대한 레지듀를 구하고, 이로부터 측정하지 않은 FRF들을 합성함으로써 전체 FRF 행렬을 구한다. 그런 다음 이 FRF 행렬의 역행렬인 임피던스행렬로부터 감쇠행렬을 추정한다. 이 방법을 사용하면 감쇠행렬뿐만 아니라 질량, 강성행렬도 추정할 수 있으나 이 방법은 노이즈에 매우 민감하다는 단점을 지니고 있다. 특히 감쇠행렬의 추정 정확도가 더욱 민감하다.

후 기

이 연구는 BK21사업의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

(1) Mottershead, J. E. and Friswell, M. I., 1993, "Model Updating in Structural Dynamics : a Survey," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 167, pp. 347~375.
 (2) Friswell, M. I. and Mottershead, J. E., 1995,

"Finite Element Model Updating in Structural Dynamics," Kluwer Academic Publishers, Massachusetts.

(3) Kim, S. Y. and Lee, D. H., 2006, "Identification of Fractional-derivative-model Parameters of Viscoelastic Materials Using an Optimization Technique," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 16, pp. 1192~1200.

(4) Lin, R. M. and Ewins, D. J., 1994, "Analytical Model Improvement Using Frequency Response Functions," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 8, pp. 437~458.

(5) Imregun, M., Visser, W. J. and Ewins, D. J., 1995, "Finite Element Model Updating Using Frequency Response Function Data - I. Theory and Initial Investigation," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 9, pp. 187~202.

(6) Lu, Y. and Tu, Z., 2004, "A Two-level Neural Network Approach for Dynamic FE Model Updating Including Damping," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 275, pp. 931~952.

(7) Lin, R. M. and Zhu, J., 2006, "Model Updating of Damped Structures Using FRF Data," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 20, pp. 2200~2218.

(8) Minas, C. and Inman, D. J., 1988, "Correcting Finite Element Models with Measured Modal Results Using Eigenstructure Assignment Methods," *Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference*, pp. 583~587.

(9) User's Guide (Version 3), 2004, *Optimization Toolbox For Use with MATLAB*, The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts.

(10) Ewins, D. J., 1995, "Modal Testing : Theory and Practice," *Research Studies Press Ltd.*, Somerset, chap. 4.

(11) Ozgen, G. O. and Kim, J. H., 2009, "Error Analysis and Feasibility Study of Dynamic Stiffness Matrix-based Damping Matrix Identification," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 320, pp. 60~83.