

논문 2009-46SP-5-5

압축 감지 기술과 무선통신 응용

(Compressed Sensing and the Applications of Wireless Communications)

황대성*, 김대성*, 최진호**, 하정석***

(Daesung Hwang, Daesung Kim, Jinho Choi, and Jeongseok Ha)

요약

Compressed Sensing (이하 압축 감지 기술)은 Nyquist 률 이하로 아날로그 신호를 샘플 할 수 있는 기법이다. 이 기법으로 신호는 기존의 신호 샘플 방법보다 적은 수의 측정값으로 표현이 가능하며 또한 선형 프로그래밍을 이용하여 측정값으로부터 본래 신호를 높은 확률로 복원할 수 있다. 이를 통해 압축 감지 기술은 같은 신호를 획득하는데 소모되는 측정 시간 및 ADC (analog-to-digital converter) 자원의 양을 크게 감소시키는 장점을 갖는다. 본 논문에서는 압축 감지 기술에 대한 기본적인 개념과 임의 기저를 이용하여 아날로그 신호로부터 측정값을 획득하는 방법과 본래 신호를 복원하는 방법에 대해 설명하고, 무선통신 분야에서의 압축 감지 기술 응용 예시를 소개한다.

Abstract

Compressed Sensing is a method to sample analog signals at a rate under the Nyquist rate. With this scheme, it is possible to represent signals with a relatively smaller number of measurements than that of the conventional sampling method, and the original signals are reconstructed with high probability from the acquired measurements using the linear programming. Compressed sensing allows measurement time and/or the amount of ADC (analog-to-digital converter) resources for the signal acquisitions to be reduced. In this paper, we presents the backgrounds of the compressed sensing, a way to acquire measurements from an analog signal with a random basis, and the signal recovery method. Also, we introduce applications of compressed sensing in wireless communications.

Keywords : Compressed Sensing, UWB, Channel Estimation, Random Access

I. 서론

현재 대부분의 아날로그 신호 및 이미지 샘플링에 기반이 되는 Nyquist-Shannon 샘플링 이론은 대역폭이 제한된 아날로그 신호에 대하여 Nyquist 률 보다 빠르게 신호를 샘플하면 손실 없이 복원이 가능하다는 사실을 제시한다. 그러나 상기의 Nyquist-Shannon 샘플링

이론은 샘플한 신호의 완벽한 복원을 위한 충분조건일 뿐이다. 즉, 신호의 특성에 따라 Nyquist 률 보다 낮은 속도로 샘플하여도 완벽복원이 가능하다.

본 논문에서 기술하는 Compressive sensing (CS) 혹은 압축 감지 기술은 Nyquist 률 이하로 아날로그 신호를 샘플하여 이산시간 (discrete time) 신호로 표시하는 기법들 중 한 방법이다. 이 기법을 이용하면 아날로그 신호를 기존의 샘플링 방법보다 적은 수의 측정값으로 표현이 가능하며 획득한 측정값으로부터 본래 아날로그 신호를 완벽하게 복원하거나 작은 오차를 가지고 복원할 수 있다. 즉, 기존의 샘플링기법에 비하여 더 작은 개수의 측정값만으로도 신호를 손실 없이 표현이 가

* 학생회원, *** 정회원, 한국과학기술원
(Korea Advanced Institute of Science and Technology)

** Swansea University
(Swansea University)

접수일자: 2009년7월15일, 수정완료일: 2009년9월1일

능함으로 신호 압축의 효과를 가진다. 특히, 압축 감지 기술을 사용할 때, 기존의 샘플링 방법과 비교하여 낮은 샘플링 율로 신호를 측정하기 때문에 저속의 ADC를 사용할 수 있는 장점도 갖는다.

압축 감지 기술은 2000년도 중반 Candès와 그의 동료들을 통해 처음 소개되었다^[1~2]. 이 압축 감지 기법은 사실 완전히 새로운 방식은 아니며, Donoho 등이 성긴 신호 (sparse signal) 를 효율적으로 표현하기 위해 l_1 -최소화를 이용한 것에 기초를 두고 있다^[3]. 이러한 연구의 결과는 이후 영상 신호 처리 분야에서 다양하게 응용되고 있다. Candès와 그의 동료는 더 나아가 성긴 신호를 얼마큼 적은 개수의 기저 함수들로 표현할 수 있는지에 대한 이론적인 한계를 밝혔으며, 그것이 압축 감지 기술의 시작이 되었다.

압축 감지 기술의 이론적 연구는 2000년도 중반 이후부터 활발히 진행되어 왔다. Candès와 그의 동료들은 성긴 특징을 갖는 이산 시간 신호를 표현 할 때, 본래 신호의 Fourier 계수의 일부 정보만 가지고도 l_0/l_1 -최소화를 이용하여 본래 신호를 완벽하게 복원이 가능함을 보였으며, 또한 신호를 완벽 복원하기 위해 필요한 측정값의 최소 개수에 대한 이론적 한계를 제시하였다^[1]. 이러한 결과를 더욱 일반화하기 위하여, RIP (restricted isometry property) 를 압축 감지 기술 분석에 적용하였고, 이를 바탕으로 성긴 신호로부터 측정값을 획득하는 과정에 대해 완벽한 신호 복원을 위한 충분조건을 제시하였다^[4~5].

압축 감지 기술의 응용은 영상 신호 처리 분야, 부호 이론 분야, 그리고 무선통신 분야 등 다양한 분야에서 살펴볼 수 있다. 영상 신호 처리 분야에서는 영상 신호가 DCT (discrete cosine transform) 및 Wavelet 변환 영역에서 일반적으로 가지는 성긴 특징을 기반으로 효율적인 신호 획득에 관한 연구가 진행되었으며^[6], 부호 이론 분야에서는 채널의 오류 신호가 가지는 성긴 특징을 활용하여 압축 감지기술의 결과를 오류 정정에 적용하는 연구가 진행 되었다^[5]. 무선 통신 분야에서는 성긴 특징을 갖는 채널에 대한 추정 방법에 관한 연구^[9~10]와 임의의 접속 방식에서 적은 수의 활성 사용자를 추정하는 방법에 관한 연구^[11]가 진행되었다.

본 논문은 단락 II에서 압축 감지 기술에 대한 기본적인 개념과 임의의 기저(random basis)인 경우에 대해 압축 감지 기술을 설명한다. 이어서 단락 III에서 무선 통신 분야에서 압축 감지 기술의 응용으로써 광대역

(ultra-wideband) 무선통신 채널 추정과 임의접속 (random access) 방식에서 활성 사용자 (active user) 추정 방법에 대해 소개한다.

II. 임의의 기저와 압축 감지 기술

압축 감지 기술은 성긴 신호를 적은 수의 기저 함수들로 표현하는 방법을 기초로 하는 기법이다. 따라서 성긴 신호에 대한 정의 및 해석이 필요하다.

가. 신호의 성긴 특성

아날로그 복소수 (또는 실수) 신호 $f(t)$ 를 샘플한 길이가 N 인 벡터는 N 차원 복소수 (또는 실수) 벡터 $\mathbf{f} \in \mathbb{C}^N$ 로 표현된다. 벡터 \mathbf{f} 는 직교정규화 기저 $\psi_1 \cdots \psi_N \in \mathbb{C}^N$ 로 표현되는 N 차원 변환 영역에서 다음의 식 (1)로 표현된다.

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^N s_i \psi_i = \Psi \mathbf{s} \quad (1)$$

상기 식 (1)에서 $\{s_i\}_{i=1}^N$ 는 신호 \mathbf{f} 를 직교정규화 기저 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 의 선형 결합 형태로 표현 시 사용되는 계수이며, $s_i = \langle \mathbf{f}, \psi_i \rangle$ 로 표현된다. 이 경우에 \langle, \rangle 는 벡터 간의 내적을 표현한다. 그리고 \mathbf{s} 는 N 차원 복소수 공간 \mathbb{C}^N 의 벡터로 s_i 를 원소로 갖는다. Ψ 는 직교정규화 기저 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 를 열로 갖는 $N \times N$ 크기의 행렬로 변환 행렬이라고 한다.

정수 $K \ll N$ 에 대해 벡터 \mathbf{s} 의 원소들 중 K 개의 0이 아닌 값과 $(N-K)$ 개의 0인 값으로 구성될 때, \mathbf{s} 는 K -성긴 벡터라고 한다. 또한, 이 경우에 신호 \mathbf{f} 는 Ψ -영역에서 K -성긴 특징을 갖는다고 한다.

나. 측정값의 획득 및 신호의 복원

아날로그 신호를 이산시간 신호로 표시하는 과정은 신호의 획득 방법에 관계없이 일반화된 식으로 표현할 수 있다. 이 과정에서 획득한 신호의 정보를 측정값이라고 하며 y_j 로 표현한다. 측정값은 획득 방법에 따라 정의된 획득 커널 $\phi_j(t)$ 과 아날로그 신호 $f(t)$ 간의 내적으로 정의되며, 이는 식 (2)로 표현된다.

$$y_j = \langle f(t), \phi_j(t) \rangle, \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

상기 식 (2)에서 M 은 측정값의 개수를 나타내며, \langle, \rangle

는 연속신호(continuous signals)들 간의 내적을 나타낸다. 측정값은 이산시간 신호 f 에 대해서도 표현할 수 있으며, 이를 수식으로 나타내면 식 (3)과 같다.

$$y_j = \langle f, \phi_j \rangle, j = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

식 (3)에서 ϕ_j 는 $\phi_j(t)$ 의 길이가 N 인 이산시간 표현식이며, 식 (2)의 측정값과 식 (3)의 측정값 y_j 가 동일한 값을 갖도록 선택된다.

압축 감지 기술은 신호 f 가 K -성긴 특성을 가지고 있다는 가정으로부터 출발한다. 본 기술에서 신호의 획득은 신호 자체를 샘플 하는 대신에 압축된 형태의 측정값을 직접 얻는 것에 목표를 둔다. 즉, 측정값의 개수 M 은 N 보다 작게 선택한다. 측정값을 선택하는 한 가지 방법으로는 신호 f 에 대한 성긴 벡터 s 의 원소들 중에서 K 개의 0이 아닌 원소들을 획득하는 것이다. 그러나 일반적으로 성긴 벡터의 0이 아닌 원소 위치는 미리 알고 있지 않으며, 또한 여러 신호에 대해 성긴 벡터의 0이 아닌 원소 위치는 다르다. 따라서 상기의 방법은 측정방법으로 이용될 수 없다.

Φ 가 ϕ_j 를 행으로 갖는 $M \times N$ 크기의 측정 행렬이라고 하고 y 가 측정값을 원소로 갖는 $M \times 1$ 크기의 측정 벡터라고 할 때, 측정 벡터 y 는 식 (1)을 이용하면 다음의 식 (4)와 같이 행렬의 형태로 표현된다.

$$y = \Phi f = \Phi \Psi s = \Theta s \quad \text{여기서 } \Theta = \Phi \Psi \quad (4)$$

상기 식 (4)에서 Θ 는 $M \times N$ 크기의 행렬로 감지 행렬이라고 하며, 측정 벡터와 성긴 벡터간의 관계를 나타낸다.

압축 감지 기술에서 신호 f 는 측정 벡터 y 로부터 복원된다. 측정 벡터 y 와 신호 f 간의 관계는 식 (4)으로 표현되며, $M \times N$ 크기의 측정 행렬 Φ 로부터 신호 f 를 미지수로 갖는 $y = \Phi f$ 가 과소 결정된 방정식임을 알 수 있다. 즉, 주어진 측정 벡터 y 에 대해 하나 이상의 해 f 가 존재하며, 따라서 일반적인 방법으로는 측정 벡터 y 로부터 신호 f 를 완벽하게 복원할 수 없다. 그러나 신호는 특정 변환 영역에서 성긴 특징을 가지기 때문에 측정 벡터는 식 (5)와 같이 감지 행렬 Θ 의 일부 열로 선형 결합된 형태로 표현되며, 이 경우에 미지수의 개수는 수학적의 개수보다 작거나 같게 된다.

$$y = \sum_{i \in T} \theta_i s_i = \Theta_{T} s_T \quad (5)$$

상기 식 (5)에서 T 는 s 의 지원 영역 (support region, $\forall i \in T, s_i \neq 0, \forall j \in T^c, s_j = 0$) 으로 $T \subset [1, N]$ 이며 $|T| = K$ 를 만족한다. θ_i 는 감지 행렬 Θ 의 i 번째 열을 표현하며, Θ_T 는 감지 행렬 Θ 의 $M \times K$ 크기의 부분 행렬로 T 의 색인에 해당하는 열로 구성된다. s_T 는 $K \times 1$ 크기의 벡터로 s 의 0이 아닌 원소로만 구성된다.

K -성긴 벡터의 완벽복원을 위해서는 $|T| = K$ 를 만족하는 임의의 T 에 대해서 식 (5)는 유일한 해를 가져야 한다. RIP는 임의의 T 에 대해 식 (5)가 유일한 해를 가지기 위한 감지 행렬 Θ 의 충분조건을 제시하며 다음의 식 (6)로 표현된다^[6].

$$1 - \epsilon \leq \frac{\|\Theta v\|_{l_2}^2}{\|v\|_{l_2}^2} \leq 1 + \epsilon \quad (6)$$

상기 식 (6)에서 $0 < \epsilon < 1$ 이며, v 는 임의의 $3K$ -성긴 벡터이다. 감지 행렬 Θ 가 식 (6)를 만족하는 경우에 감지 행렬 Θ 는 RIP를 가진다고 한다. 압축 감지 기술을 이용하면 RIP를 가지는 감지 행렬 Θ 를 이용하여 생성한 측정 벡터 y 로부터 임의의 K -성긴 벡터 f 를 완벽하게 복원할 수 있다.

신호 복원의 조건에 대한 다른 접근 방법으로는 측정 행렬 Φ 을 변환 행렬 Ψ 에 비결합적으로 (incoherent) 만드는 방법이 있다^[4, 6~7]. M 개의 획득 커널 $\{\phi_j\}_{j=1}^M$ 이 N 개의 직교정규화 기저 $\{\gamma_k\}_{k=1}^N$ 로부터 임의로 선택된다고 가정한다. 이 때, $\{\gamma_k\}_{k=1}^N$ 와 변환 기저 $\{\psi_i\}_{i=1}^N$ 간의 결합력 (coherence)은 식 (7)으로 정의된다^[7].

$$\mu = \sqrt{N} \max_{k,j} |\langle \gamma_k, \psi_j \rangle| \quad (7)$$

결합력은 두 직교정규화한 기저가 얼마나 닮았는지에 대해 측정한다. 각각의 γ_k 가 많은 개수의 변환 기저 ψ_i 로 표현되는 경우에 두 기저간의 결합력은 작으며, 반대로 각각의 γ_k 가 적은 개수의 변환 기저 ψ_i 로 표현되는 경우에는 결합력은 크다. 결합력은 1에서 \sqrt{N} 의 값을 갖는다. 압축 감지 기술은 신호를 보다 적은 개수의 측정값을 이용하여 표현하는 것이 목적이다. 따라서 γ_k 는 각각의 측정값이 신호의 전반적인 정보를 포함하도록 변환 기저 ψ_i 와 결합력이 낮은 기저로 선택된다.

압축 감지 기술은 선형 프로그래밍을 이용하여 효율적으로 신호 f 를 측정 벡터 y 로부터 추정할 수 있다.

식 (8)은 측정 벡터 y 로부터 성긴 벡터 s 를 얻는 과정을 나타낸다^[1~2].

$$\hat{s} = \operatorname{argmin}_s \|s\|_{l_1} \quad (8a)$$

$$\text{subject to } y = \Phi \Psi s \quad (8b)$$

상기 식 (8)에서 측정 행렬 Φ 은 기저 $\{\gamma_k\}_{k=1}^N$ 로부터 임의로 선택된 M 개의 벡터를 행으로 갖는다. 이 때, 측정값의 개수 M 이 식 (9)을 만족하는 경우에 식 (8)을 이용하여 측정 벡터 y 로부터 s 를 완벽하게 복원할 수 있다^[4, 6~7].

$$M \geq C \cdot \mu^2 \cdot K \cdot \log N \quad (9)$$

상기의 식 (9)에서 C 는 고정된 상수이며 성긴 벡터 s 의 0이 아닌 원소의 개수 K 와 신호 f 의 원소 개수 N 에 대해 독립적이다.

다. 임의 행렬을 이용한 압축 감지 기술

감지 행렬 $\Theta = \Phi \Psi$ 를 구성하는 변환 행렬 Ψ 는 일반적으로 고정되어 있다. 따라서 감지 행렬 Θ 의 특성은 측정 행렬 Φ 의 선택에 영향을 받는다. 감지 행렬 Θ 가 RIP를 가지면서 동시에 변환 행렬 Ψ 와 결합력이 낮은 측정 행렬 Φ 를 설계하는 방법은 상당히 높은 계산 복잡도를 요구한다. 일반적으로 압축 감지 기술은 상기의 문제를 우회하기 위해 임의 행렬(Random Matrix)을 측정 행렬 Φ 로 선택한다. 임의 행렬은 고정된 변환 행렬에 대해 높은 확률로 비결합적인 특징을 갖는다^[8].

특히, 임의 행렬 중에서 가우시안 행렬 (Gaussian Matrix)은 측정 행렬로 많이 고려되고 있다. 가우시안 행렬은 평균이 0이고 분산이 $1/N$ 인 상호 독립적이고 통계적인 특성이 동일한 (i.i.d., independent and identically distributed) 가우시안 확률 변수를 원소로 갖는다. 가우시안 행렬을 측정 행렬 Φ 로 선택 할 경우에 원소의 i.i.d한 가우시안 분포로 인해 감지 행렬 Θ 는 변환 행렬 Ψ 의 선택에 관계없이 가우시안 행렬이 된다. 또한 $M \times N$ 크기의 가우시안 행렬은 M 이 식 (10)을 만족하는 경우에 높은 확률로 RIP를 갖는다^[4, 6~7].

$$M \geq C \cdot K \cdot \log(N/K) \quad (10)$$

상기의 식 (10)에서 C 는 0보다 큰 작은 값을 갖는 고정된 상수이다.

압축 감지 기술은 가우시안 행렬을 측정 행렬 Φ 로 선택함으로 측정값의 개수 M 이 식 (10)을 만족하는 경우에 식 (8)을 이용하여 K -성긴 벡터를 높은 확률로 완벽하게 복원 할 수 있다.

지금까지 알아본 압축 감지의 기본 원리들을 무선통신에 응용한 예들을 다음절에서 알아보기로 하자.

III. 무선통신의 응용

1. 광대역 무선통신 채널 추정^[10]

광대역 무선통신은 정보를 전송함에 있어 넓은 대역폭과 낮은 전력이 요구되는 시스템이다. 광대역 무선통신에서 정보는 초단펄스 (ultra-short duration pulse)를 통해 전송되며, 이를 통해 신호전력은 주파수 영역에서 광범위하게 분산된다. 그 결과로 광대역 무선통신 시스템은 상대적으로 큰 전력으로 같은 주파수를 사용하는 협대역 무선통신 시스템에 무시할 정도의 간섭을 준다. 초단펄스의 사용은 간단한 송신기 구조를 가능하게 하며, 수신신호로부터 다중경로 다중화 (multipath diversity)를 얻는데 용이하게 한다. 그러나 광대역 무선통신은 초단펄스의 사용으로 수신단에서 수신신호를 획득하기 위해 고속의 ADC가 요구되며, 타이밍 동기화 및 채널 추정의 개선을 위해서는 더 높은 샘플링률이 요구된다.

압축 감지 기술은 광대역 수신신호의 획득 및 복원과 채널 추정에 대한 효율적인 방법을 제시한다. 광대역 무선통신 시스템이 다음 식 (11)로 모델링되는 다중경로 채널 (multipath channel)을 경험한다고 가정한다.

$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l \delta(t - \tau_l) \quad (11)$$

상기의 식 (11)에서 L 은 경로의 개수이며, $\delta(t)$ 는 Dirac delta 함수이다. 그리고 τ_l 과 α_l 은 각각 l 번째 다중경로의 지연시간과 채널 이득을 표현한다.

광대역 무선통신에서 사용되는 초단펄스를 $p(t)$ 로 표현 할 때, 잡음이 없는 환경에서 광대역 수신신호는 다음의 식 (12)로 표현된다.

$$f(t) = p(t) * h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \alpha_l p(t - \tau_l) \quad (12)$$

광대역 무선통신에서 초단펄스의 지속기간 (duration)은 다중경로의 평균 경로 도착간 시간 (average path

interarrival time) 보다 일반적으로 짧게 선택되거 때문에 수신신호 $f(t)$ 는 시간영역에서 성기게 나타난다.

광대역 무선통신에서 채널 추정을 위해 수신신호 $f(t)$ 를 다중경로를 표현할 수 있는 변환 기저 함수로 표현한다고 가정한다. 상기의 변환 기저 함수는 $\psi_j(t)$ 로 표현되며 식 (13)과 같다.

$$\psi_j(t) = p(t - (j-1)\Delta), j = 1, 2, \dots \quad (13)$$

일반적으로 변환 기저 함수는 신호의 유일성을 보장하기 위해 직교 특성을 갖는다. 즉, Δ 의 값은 변환 기저 함수 $\psi_j(t)$ 간의 중복 부분 (overlap) 이 발생하지 않도록 선택된다. 그러나 광대역 채널로부터 높은 다중경로 다중화를 얻는 측면에서는 Δ 의 값이 변환 기저 함수 $\psi_j(t)$ 간에 중복 부분 (overlap) 이 발생하도록 선택하는 것이 유리하다. 이때, Δ 의 값은 다중경로를 얼마큼의 정확도 (accuracy) 로 표현 할 것인가에 따라 결정된다. 예를 들어, 모든 경로 도착간 시간을 Δ 의 정수 배로 표현된다고 할 때, 변환 기저 함수 $\psi_j(t)$ 는 모든 다중경로를 정확하게 표현 할 수 있다. 수신신호 $f(t)$ 의 복원 및 채널 추정에 단락 II에서 소개된 방법을 이용하기 위해서는 상기 연속시간 함수 및 매개변수들을 이산화 (discretization) 할 필요가 있다. 즉, 목표 분해능 (target resolution) N 에 대해, 수신신호 $f(t)$ 는 다음의 식 (14)로 이산화된다.

$$\mathbf{f} = [f(0), f(T), \dots, f((N-1)T)]^T \quad (14)$$

식 (14)에서 \mathbf{f} 는 전치 (transpose) 를 의미하며, T 는 연속시간 함수 $f(t)$ 를 N 개의 성분으로 구성된 수신벡터 \mathbf{f} 로 표현 시에 사용되는 샘플링 주기를 나타낸다.

식 (13)에서 표현된 변환 기저 함수 $\psi_j(t)$ 도 수신신호 $f(t)$ 와 마찬가지로 N 개의 성분으로 구성된 벡터로 이산화되며 식 (15)와 같이 $\boldsymbol{\psi}_j$ 로 표현한다.

$$\boldsymbol{\psi}_j = [\psi_j(0), \dots, \psi_j((N-1)T)]^T \quad (15)$$

식 (13)의 Δ 의 값이 모든 다중경로를 표현할 수 있게 선택되었다고 가정한다. 또한, 최대로 지연된 경로가 $\boldsymbol{\psi}_Z$ 로 표현된다고 가정한다. 이 경우에 변환 행렬 $\boldsymbol{\Psi}$ 는 $\{\boldsymbol{\psi}_i\}_{i=1}^Z$ 를 열로 갖는 $N \times Z$ 크기의 행렬로 표현된다. 수신벡터 \mathbf{f} 는 식 (1)의 $\mathbf{f} = \boldsymbol{\Psi}\mathbf{s}$ 와 같이 $\boldsymbol{\Psi}$ -영역에서 표현될 수 있으며, \mathbf{s} 는 $Z \times 1$ 크기의 벡터이다. 변환 기저 함수 $\boldsymbol{\psi}_i$ 는 Z 개의 모든 다중경로를 표현할 수 있기 때문에 벡터 \mathbf{s} 는 Z -성진 벡터이다.

측정 행렬 $\boldsymbol{\Psi}$ 는 구성 원소들이 가우시안 분포를 따르는 가우시안 행렬이라고 가정한다. 수신벡터 \mathbf{f} 에 대한 측정 벡터 \mathbf{y} 는 주어진 가우시안 측정 행렬 $\boldsymbol{\Psi}$ 로부터 식 (4)를 이용하여 얻을 수 있다. 성진 벡터 \mathbf{s} 는 식 (8)을 이용하여 측정 벡터 \mathbf{y} 로부터 추정할 수 있다. 이 때, 완벽복원을 위한 측정값의 개수 M 은 식 (10)으로부터 얻어지는데, 이 경우에 식 (10)에서 K 는 다중경로의 개수 L 로 대체되고 N 은 변환 기저 함수 $\boldsymbol{\psi}_i(t)$ 의 개수 Z 로 대체된다.

수신신호 $f(t)$ 는 복원된 성진 벡터 \mathbf{s} 로부터 다음의 식 (16)으로 표현된다.

$$f(t) = \sum_{i=1}^Z s_i \psi_i(t) \quad (16)$$

채널에 대한 정보는 식 (16)으로 표현되는 수신신호 $f(t)$ 로부터 추정 할 수 있다. 먼저, 벡터 \mathbf{s} 의 원소를 절대 값을 기준으로 내림차순으로 정렬한다. k 번째 정렬된 원소의 색인을 $l_{(k)}$ 로 표현할 때, 채널의 매개변수인 채널 이득 α_i 과 지연 시간 τ_i 은 다음의 식 (17)로 추정된다.

$$\begin{aligned} \alpha_i &= s_{l_{(i)}} \\ \tau_i &= l_{(i)}\Delta \end{aligned} \quad (17)$$

본 절에서는 광대역 무선통신은 압축 감지 기술을 통해 상대적으로 적은 개수의 임의 측정값으로부터 수신신호를 복원할 수 있을 뿐만 아니라 채널 추정도 가능함을 알아보았다. 다음 절에서는 임의접속 방식의 통신 규약 (protocol)에서 활성 사용자를 추정할 때 압축 감지 기술이 사용되는 예를 알아보려고 한다.

2. 임의접속 방식에서 활성 사용자 추정^[11]

무선통신 환경에서 임의접속 (random access) 이란 다중접속 (multiple access) 통신 규약을 말하며, 이 규약에서 각 사용자는 자신의 트래픽 요구 (traffic requirement) 와 네트워크 부하 (network load) 의 추정 값을 고려하여 신호를 송신할지 안할지 여부를 자율적으로 결정한다. 본 절에서는 다중접속 환경 중에서 부호분할 다중접속 (code-division multiple access (CDMA)) 환경만을 고려한다.

CDMA 시스템에서 각 사용자는 유일한 (unique) 확산부호 (spreading code) 를 할당받으며, 이 확산부호는

수신기에서 사용자를 구분하는데 사용 할 수 있다. 임의접속 방식에서 각 사용자는 임의로 신호를 송신하게 되며, 이때 신호를 송신한 사용자를 활성 사용자라고 한다. CDMA 시스템에서 수신기가 받는 수신신호는 활성 사용자에게 할당된 확산부호들의 선형 결합 형태에 잡음이 섞인 형태로 볼 수 있다. 수신기는 상기의 수신 신호로부터 활성 사용자 및 활성 사용자의 정보를 검출해야한다.

임의접속 방식에서 활성 사용자의 수는 대체로 전체 사용자의 수에 비해서 작다. 즉, 수신 신호는 성간 신호로 볼 수 있으며, 이를 통해 압축 감지 기술이 활성 사용자 추정에 효율적으로 사용될 수 있음을 기대 할 수 있다.

CDMA 시스템이 N 명의 사용자로 구성된다고 가정한다. 그리고 활성 사용자 수와 전체 사용자 수의 비가 $\lambda \in (0,1)$ 라고 가정한다. 이 때, 각 사용자는 0 혹은 1의 메시지를 가지며 x_j 로 표현된다. 즉, j 번째 사용자가 활성 사용자인 경우 x_j 는 1의 값을 가지며, 활성 사용자가 아닌 경우에 x_j 는 0의 값을 갖는다. CDMA 시스템에서 각 사용자에게 할당된 확산부호를 θ_j 로 표현하고, θ_j 는 M 차원 복소수 공간 \mathbb{C}^M 의 벡터라고 가정한다. 만일, j 번째 사용자가 활성 사용자이면 j 번째 사용자의 송신기는 메시지 x_j 와 확산코드 θ_j 의 곱을 전송하며, 그 신호는 $\theta_j x_j$ 로 표현된다. 또한, j 번째 사용자에 대한 채널 이득이 h_j 라고 할 때, j 번째 사용자로부터 수신한 수신신호는 식 (18)과 같이 $\theta_j x_j$ 와 h_j 의 곱으로 표현 할 수 있다.

$$\theta_j s_j = \theta_j x_j h_j, \text{ 여기서 } s_j = x_j h_j, \quad (18)$$

상기 식(18)에서 s_j 는 j 번째 사용자의 메시지 x_j 와 채널 이득 h_j 의 곱으로써, j 번째 사용자가 활성인 경우에는 $x_j h_j$ 값을 가지며, 활성 사용자가 아닌 경우에는 0의 값을 갖는다.

수신기에서 활성 사용자가 송신한 신호로부터 수신된 신호 y 는 식 (19)로 표현된다.

$$y = \sum_{j=1}^N \theta_j s_j + w = \Theta s + w \quad (19)$$

상기 식(19)에서 w 는 \mathbb{C}^M 의 벡터로 잡음을 나타내며, Θ 는 확산코드 θ_j 를 열로 갖는 $M \times N$ 행렬으로써 코드 북 (codebook) 을 나타낸다. 그리고 s 는 s_j 를 원소로

갖는 $N \times 1$ 크기의 벡터이다. 이 때, λ 가 충분히 작은 값을 가진다고 하면 식 (19)에서 s 는 λN -성긴 벡터가 된다.

식 (19)에서 수신신호 y 는 압축 감지 기술에서 잡음이 섞인 측정 벡터로 볼 수 있다. 이 경우에 압축 감지 기술은 성긴 벡터 s 를 추정함에 있어 식 (8b)에서 제시된 제한조건을 변형한 새로운 제한 조건을 이용하여야 한다. 새로운 제한 조건은 식 (20)로 표현된다.

$$\|y - \Theta s\|_2^2 \leq \epsilon \quad (20)$$

상기 식 (20)에서 ϵ 은 0보다 큰 값이며, $\|w\|_2^2 \leq \epsilon$ 을 만족한다. 수신기는 식 (19)로 표현되는 수신신호 y 로부터 (8a)를 이용하여 활성 사용자를 추정할 수 있다. 이때 사용하는 제한조건을 (8b)를 대신하여 식 (20)을 사용한다.

코드북 (code book) Θ 를 평균이 0이고 분산이 $1/M$ 인 i.i.d. 한 복소수 가우시안 임의 변수를 원소로 갖는 가우시안 행렬이라고 가정할 때 정확한 사용자 추정을 위한 측정값의 개수 M 은 점근적으로 다음의 식 (21)을 만족해야한다.

$$M > \lambda N \cdot \log (N(1 - \lambda)) \quad (21)$$

제시된 압축 감지 기술의 효율성을 기존의 검출 기술과 비교하기 위하여 ML (maximum-likelihood) 검출과 단일-사용자 (single-user) 검출의 복잡도 및 검출에 필요한 샘플의 개수 면에서 비교하였다. 먼저, ML 검출의 경우를 살펴보면, 정확한 활성 사용자 추정을 위한 측정값의 개수 M 은 점근적으로 식 (22)로 표현된다.

$$M > \lambda N \quad (22)$$

ML 검출은 압축 감지 기술보다 적은 개수의 측정값으로 활성 사용자를 추정할 수 있으나, 계산 복잡도가 상당히 높은 문제가 있다. 활성 사용자 추정에 대한 다른 방법으로는 단일-사용자 검출이 있다. 이 경우에는 정확한 활성 사용자 추정에 요구되는 측정값의 개수 M 은 점근적으로 식 (23)로 표현된다.

$$M > \frac{4}{\text{MAR}} \lambda N \cdot \log (N(1 - \lambda)) \quad (23)$$

상기 식 (23)에서 MAR (minimum-to-average ratio) 은 활성 사용자의 최소 수신 전력과 전체 수신 전력의 비율이다. MAR은 s 의 지원 영역을 T 라고 할 때 식

(24)으로 표현된다.

$$\text{MAR} = \frac{\min_{j \in T} |s_j|^p}{\|s\|^p / \lambda N} \quad (24)$$

단일-사용자 검출은 ML 검출 및 압축 감지기술과 비교했을 때 계산 복잡도가 낮으나, 활성 사용자 추정 에 요구되는 측정값의 개수가 ML 검출 및 압축 감지 기술보다 많은 단점을 가지고 있다. 또한 측정값의 개수는 MAR에 영향을 받기 때문에 원근문제 (Near-Far problem) 에 취약하다. 반면에 압축 감지 기술에서 요구되는 측정값의 개수는 MAR에 독립적이며, 점근적으로 단일-사용자 검출보다 적은 개수의 측정값으로 활성 사용자 추정이 가능하다.

본 절에서는 임의 접근 방식에서의 활성 사용자 추정에 압축 감지 기술을 적용하는 것을 알아보았다. 또한, 기존의 다른 검출 방법과 비교했을 때, 계산 복잡도 및 정확한 추정에 요구되는 측정값의 개수 관점에서 압축 감지 기술은 활성 사용자 추정을 위한 효율적인 방법을 제시하는 것을 알 수 있다.

IV. 결 론

압축 감지 기술은 신호를 획득에 대한 새로운 접근 방식으로, 기존의 Nyquist-Shannon 이론을 기반으로 하는 샘플링 방법과 비교하여 더 적은 개수의 측정값으로도 신호에 대한 정보를 획득할 수 있다. 그리고 압축 감지 기술은 측정 행렬을 임의 행렬로 선택함으로써, 변환 행렬의 선택에 관계없이 충분히 많은 개수의 측정값으로부터 성긴 벡터를 높은 확률로 복원한다. 또한, 측정값에 잡음이 포함된 경우에도 신호는 압축 감지 기술을 이용하여 완벽하게 복원된다.

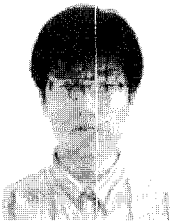
본 논문에서는 압축 감지 기술을 무선통신에 적용한 예들을 소개하였다. 광대역 무선통신은 수신신호 및 채널이 성긴 특징을 가지며, 이 사실로부터 채널의 매개 변수들을 압축 감지 기술을 이용하여 적은 개수의 측정값으로부터 추정할 수 있었다. 그리고 임의접속 규약에서 활성 사용자 추정 시 압축 감지 기술은 활성 사용자의 수가 전체 사용자 수에 대해서 성긴 특징을 이용하였다. 압축 감지 기술은 기존에 알려진 ML 검출 및 단일-사용자 검출 방법 보다 검출의 복잡도 및 검출에 필요한 샘플의 개수 면에서 효율적인 검출 방법임을 확인할 수 있었다.

무선통신 분야에서 압축 감지 기술은 본 논문에서 소개한 광대역 채널 추정 및 임의접속 방식에서 활성 사용자 추정 이외에도 다양하게 적용될 수 있다. 성긴 특징을 갖는 신호는 실제 다양한 곳에서 살펴 볼 수 있으며, 이 경우 압축 감지 기술의 적용이 가능하다.

참 고 문 헌

- [1] E. Candès, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489 - 509, Feb. 2006.
- [2] D. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289 - 1306, Apr. 2006.
- [3] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 20, no. 1, p. 33 - 61, 1998.
- [4] E. Candès and J. Romberg, "Sparsity and incoherence in compressive sampling," *Inverse Problems*, vol. 23, no. 3, pp. 969-985, 2007.
- [5] E. Candès and T. Tao, "Decoding by linear programming," *IEEE Trans. on Inf. Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4203-4215, Dec. 2005.
- [6] R. Baraniuk, "Compressive sensing," *IEEE Signal Proc. Mag.*, vol. 24, no. 4, pp. 118-121, Jul. 2007.
- [7] E. Candès and M. B. Wakin, "An introduction to compressive sampling," *IEEE Signal Proc. Mag.*, vol. 25, no. 2, pp.21-30, Mar. 2008.
- [8] D. Baron, M. B. Wakin, M. F. Duarte, S. Sarvotham, and R. G. Baraniuk, "Distributed compressed sensing," 2005. Preprint.
- [9] S. F. Cotter and B. D. Rao, "Sparse channel estimation via matching pursuit with application to equalization," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 50, no. 3, pp. 374-377, Mar. 2002.
- [10] J. L. Paredes, G. R. Arce, and Z. Wang, "Ultra-wideband compressed sensing: channel estimation," *IEEE J. Selected Topics in Signal Proc.*, vol. 1, no. 3, pp. 383-395, Oct. 2007.
- [11] A. K. Fletcher, S. Rangan, and V. K. Goyal, "On-off random access channels: a compressed sensing framework," (reprint).

저 자 소 개



황 대 성(학생회원)
 2008년 한국정보통신대학교 전자
 공학과 학사 졸업.
 2008년~현재 한국과학기술원
 정보통신공학과
 석사 재학.
 <주관심분야 : 통신, 채널부호, 압
 축감지기술>



김 대 성(학생회원)
 2007년~현재 한국과학기술원
 전기 및 전자공학과
 학사 재학.
 <주관심분야 : 통신, 채널부호, 압
 축감지기술>

최 진 호

1989년 서강대학교 전자공학과 학사 졸업.
 1991년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과
 석사 졸업.
 1994년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과
 박사 졸업.
 2006년~현재 영국 Swansea University 정교수.
 <주관심분야 : 통신, 신호처리, 센서네트워크>



하 정 석(정회원)
 1992년 경북대학교 전자공학과
 학사 졸업.
 1994년 포항공과대학교 전자전기
 석사 졸업.
 2003년 Georgia Tech 박사 졸업.
 2004년~2009년 한국정보통신대
 학교 조교수.
 2009년~현재 한국과학기술원 조교수.
 <주관심분야 : 통신, 채널부호, 물리계층보안>