

초음파 용접용 실린더 혼의 설계

김 선 락 · 이 재 학 · 유 중 돈

大韓熔接·接合學會誌 第27卷 第4號 別冊

2009. 8

초음파 용접용 실린더 혼의 설계

김 선 략* · 이 재 학** · 유 중 돈*†

*KAIST 기계공학과

**KIMM 초정밀기계시스템실

Design of Cylinder Horn for Ultrasonic Welding

Sun-Rak Kim*, Jae Hak Lee** and Choong D. Yoo*†

*Dept. of Mech. Eng., KAIST, Daejeon 305-701, Korea

**Dept. of Ultra Precision Mechanics and Systems, KIMM, Daejeon 305-343, Korea

†Corresponding author : cdyoo@kaist.ac.kr

(Received April 1, 2009 ; Revised June 3, 2009 ; Accepted June 11, 2009)

Abstract

The cylinder horn is designed to increase uniformity of the displacement on the output face through simulation and experiments for the simple cylinder, spool and step horns. The modal analysis is conducted numerically to calculate the vibration mode and stress distribution of the cylinder horn, and the design of experiment (DOE) technique is employed to determine the optimum configuration of the spool horn. Displacement of the cylinder horn was measured using the Laser Doppler Vibrometer (LDV), and experimental results show good agreements with the predicted results. It appears that uniformity higher than 95% can be achieved with the spool horn when the proper dimension of the groove is used.

Key Words : Ultrasonic welding, Horn design, Cylinder and Spool horn, Step horn

1. 서 론

초음파는 20kHz이상인 고주파 진동으로 플라스틱이나 금속의 접합이나 드릴링 등의 다양한 가공 분야에 사용되고 있다. 초음파 용접기는 60kHz인 전류를 초음파 전류로 변환시키는 초음파 발전기와 전기 에너지를 기계적 진동 에너지로 변환시키는 초음파 진동자(transducer) 및 진동자의 진폭을 감소 또는 증폭시키는 부스터(booster)와 혼(horn)으로 구성된다. 초음파 진동자의 재료로서 피에조(piezo) 재료를 사용하며, 산업용 진동자는 피에조 원판을 적층시키고 볼트로 압력을 가한 BLT(Bolt clamped Langevin-type Transducer)를 사용한다. BLT의 출력단에서 발생하는 진폭은 매우 작기 때문에 BLT 출력면에 부착된 부스터와 혼을 이용하여 진폭을 증가시키며, 혼의 증폭비는 혼 형상에 의해 결정된다¹⁾.

초음파 혼은 형상에 따라 실린더(cylinder) 혼과 바

(bar) 혼으로 크게 구분할 수 있으며, 실린더 혼은 형상에 따라 스푼(spool) 혼, 스텝(step) 혼, 코니컬(conical) 혼, 지수형(exponential) 혼과 같이 다양하다²⁾. 혼의 형상은 초음파 에너지가 효율적으로 전달되고 공진이 발생하면서 원하는 증폭도를 얻을 수 있도록 설계하여야 한다³⁾. 또한, 혼의 설계시 진폭의 균일도(uniformity)와 응력 및 주파수 분리(frequency separation) 등을 고려해야 한다.

혼을 설계하기 위하여 해석적인 방법과 수치적인 방법을 사용할 수 있으며, 유한요소법을 이용한 수치해석 방법을 사용하면 3차원 진동 모드 및 변형을 계산할 수 있는 장점이 있으므로 널리 사용되고 있다. Amin²⁾과 Seah³⁾ 등은 초음파 가공을 위한 혼의 형상을 설계하였고, Cardoni⁴⁾ 등은 초음파 절단을 위한 혼을 설계하였다. 유한요소법을 이용하여 Yim⁵⁾ 등은 와이어 본딩에 사용되는 혼의 형상을 설계하였고, Chang⁶⁾ 등은 초음파 드릴링에 사용되는 혼을 설계하였다. 초음파 혼

의 설계를 위하여 유한요소법을 이용한 수치해석 방법이 많이 사용되고 있지만, 수치해석 결과와 실험 결과 사이에 차이가 발생하는 경우도 있으므로 유의해야 한다. 또한, 혼의 형상이 진폭 균일도와 응력에 미치는 영향에 대한 정량적이고 체계적인 연구가 미흡한 실정이다.

본 연구에서는 실린더 혼의 형상이 출력면의 균일도에 미치는 영향을 분석하고, 이를 바탕으로 단순 실린더 혼과 스폴 혼 및 스텝 혼을 설계하였다. 실험계획법을 이용하여 스폴 혼의 그루브(groove) 형상이 균일도에 미치는 영향을 분석하였으며, 혼의 형상에 따른 응력과 공진 주파수의 변화를 해석하였다. 스폴 혼의 균일도를 증가시키기 위한 최적의 형상을 예측하여 설계식을 도출하고 실험을 통하여 검증하였다.

2. 실린더 혼의 설계

2.1 설계 인자

초음파 혼의 설계에 고려해야 할 사항은 다음과 같다: (1) 공진이 발생하도록 혼의 길이를 결정하고, (2) 원하는 증폭도가 발생하면서 혼에 발생하는 최대 응력이 항복응력 이하가 되도록 혼의 입력면과 출력면의 크기를 결정하고, (3) 진폭 균일도와 주파수 분리를 고려하여 설계한다⁴⁾. 그러므로 혼의 설계에 필요한 인자는 공진 주파수, 증폭도, 응력, 진폭 균일도 및 주파수 분리이며, 본 연구에서는 이를 고려하여 실린더 혼의 해석 및 설계를 수행하였다.

공진이 발생하는 혼의 길이는 파동 방정식을 이용하여 해석적으로 구할 수 있으며⁷⁾, 혼의 길이와 종방향의 1차 공진 주파수 사이의 관계는 다음과 같다.

$$L = \frac{c}{f} = \frac{1}{f} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{1}$$

이때, f 는 공진 주파수, E 와 ρ 는 혼의 탄성계수와 밀도, c 는 매질 내의 음속을 나타낸다. 혼의 증폭도는 혼의 형상에 따라 변화하지만 개략적으로 입력면과 출력면의 면적비로 나타낼 수 있다.

$$\beta \approx (D_i / D_o)^2 \tag{2}$$

이때, D_i 와 D_o 는 입력면과 출력면의 직경을 나타낸다. Fig. 1의 단순 실린더 혼이나 스폴 혼은 입력면과 출력면의 면적이 동일하므로 증폭도는 1이지만, 스텝 혼의 출력면은 입력면 보다 작기 때문에 초음파 진폭은 증폭

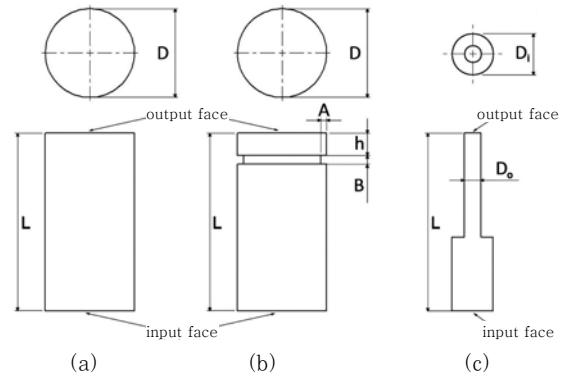


Fig. 1 Configuration and parameters of cylinder horn (a) Simple cylinder horn (b) Spool horn (c) Step horn

된다. 이와 같이 혼의 공진 주파수와 증폭도는 서로 독립적이기 때문에 혼의 길이와 단면적을 변화시켜 공진 주파수와 증폭도를 결정할 수 있다. 그러나 식(1)과 식(2)는 1차원 해석식이므로 혼을 정확하게 설계하려면 3차원 형상에 대한 해석이 필요하다.

진폭 균일도는 출력면에서 발생하는 최대 변위와 최소 변위의 비로 나타낸다.

$$Uniformity = \left(\frac{u_{min}}{u_{max}} \right) \times 100 \tag{3}$$

출력면의 최대 변위와 최소 변위를 계산하려면 3차원 해석이 필요하므로 수치해석 방법을 사용해야 한다. 초음파 용접에서는 균일도에 대한 특별한 규정은 없고 대략 80% 이상의 균일도를 권장하고 있다. 본 연구에서는 95% 이상의 균일도를 설계 기준으로 정하였지만, 이는 적용분야가 다른 경우에도 본 연구의 결과를 사용할 수 있다.

2.2 혼의 형상 인자

본 연구의 설계 대상인 단순 실린더 혼과 스폴 혼 및 스텝 혼을 Fig. 1에 나타내었다. 스폴 혼은 출력면 부근에 그루브를 가공한 형상으로서 균일도는 그루브 인자인 깊이(A)와 폭(B) 및 위치(h)에 의해 영향을 받는다. 단순 실린더 혼과 스폴 혼의 증폭도는 1이지만, 스텝 혼은 출력면이 입력면 보다 작기 때문에 변위가 증폭된다. 단순 실린더 혼에 비해 스폴 혼을 사용하면 진폭 균일도가 증가하는 것으로 알려져 있지만, 스폴 혼에서 그루브의 치수가 균일도에 미치는 영향을 정량적으로 분석한 결과는 많지 않다. 스텝 혼의 경우에 응력 집중을 완화시키기 위하여 가공하는 라운딩(rounding)

과 단차의 위치가 응력에 미치는 영향을 분석하였다.

실린더 혼의 3차원 모드 해석을 위하여 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS를 사용하였고, 실험 계획법(Design of Experiments)을 이용하여 스폴 혼의 형상을 설계하였다. MINITAB을 이용하여 제어 인자가 균일도에 미치는 영향을 분석하고 혼의 설계 치수를 구하였다. 스폴 혼의 경우에 실험계획법의 고정 인자는 혼의 길이(L)와 직경(D)이며, 제어 인자는 그루브 깊이(A)와 폭(B) 및 위치(h)이다.

해석 결과를 바탕으로 실린더 혼을 가공하였으며, 실험을 통하여 측정된 혼의 균일도를 계산 결과와 비교하였다. 주파수 분석기를 이용하여 초음파 발전기의 출력 주파수를 측정하였고, LDV(Laser Doppler vibrometer)를 이용하여 진동자와 부스터 및 출력면의 주파수와 속도를 측정하였다. 출력면의 변위는 LDV로 측정된 속도를 적분하여 구하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 스폴 혼의 해석 결과

혼의 재질은 Al7075-T6(Duralumin)이며, 계산에 사용된 재질의 특성을 Table 1에 정리하였다. 혼의 모드 해석을 위하여 ANSYS의 SOLID 45 요소를 사용하였으며, 입력면에 변위를 인가하였다. 주파수 분석기를 이용하여 측정된 진동자의 주파수는 24.7kHz이며, 혼의 재질과 공진 주파수를 이용하여 계산한 혼의 길이는 103mm 이다. 단순 실린더 혼과 스폴 혼의 길이와 직경이 각각 103mm와 60mm인 경우에 대하여 모드 해석을 수행하였다. Fig. 2는 혼의 인장시 변형된 형상을 나타내며, 단순 실린더 혼과 스폴 혼의 균일도는 각각 84.4%와 97.7%로서 스폴 혼의 균일도가 높다. 단순 실린더 혼의 경우, 인장시 혼의 길이가 늘어나면서 포아송 효과(Poisson's effect)에 의해 중앙 부위가 오목해지고 출력면의 중심부가 볼록한 형상으로 변화하며, 압축 과정에는 이와 반대의 형상으로 변화한다. 단순 실린더 혼에 비해 스폴 혼의 균일도가 높으며, 이는 스폴 혼의 그루브가 구속 조건을 완화시켜서 출력면의

Table 1 Material properties of horn

Material	Aluminium7075-T6
Density	2.81g/cm ³
Modulus of Elasticity	71.7Gpa
Poisson's ratio	0.33
Ultimate tensile strength	572Mpa
Yield strength	503Mpa

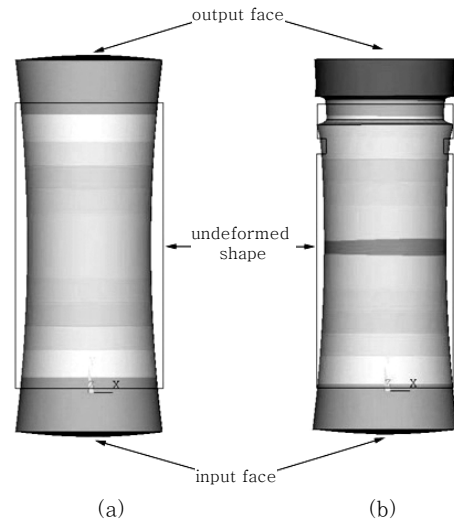


Fig. 2 Deformed shape of cylinder horn with longitudinal modes (a) Simple cylinder horn (b) Spool horn

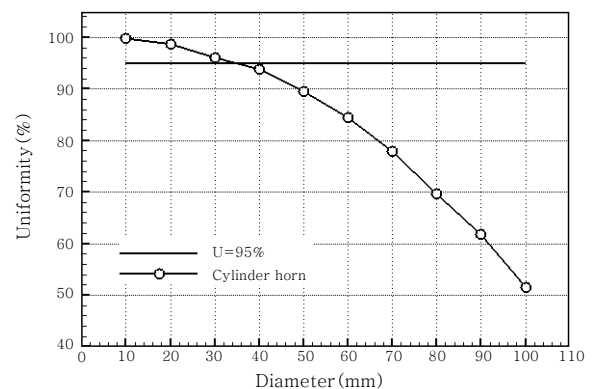


Fig. 3 Variation of uniformity with respect to diameter of simple cylinder horn

곽의 변위가 증가하기 때문이다.

Fig. 3은 단순 실린더 혼의 직경에 따른 출력면의 변위 균일도를 나타낸다. 혼의 직경이 40mm 이상 증가하면 균일도가 95% 이하로 감소하며, 직경이 70mm 이상이면 균일도는 80% 이하로 감소한다. 그러므로 실린더 혼의 직경이 증가하면 포아송 효과에 의해 균일도가 감소하며, 실린더 혼의 직경이 40mm 이상인 경우에 본 연구에서 설정한 95%의 균일도를 만족시키려면 스폴 혼을 사용해야 한다.

스폴 혼의 균일도는 그루브의 치수에 영향을 받기 때문에 실험 계획법을 이용하여 그루브가 균일도에 미치는 영향을 분석하였다. 스폴 혼의 직경 배열표를 작성하기 위하여 사용한 그루브 깊이(A)와 폭(B) 및 위치(h)의 레벨(level)을 Table 2에 정리하였다. 각 인자의 길이를 증감시켜 가면서 FEM으로 스폴 혼의 진폭

Table 2 Level of groove parameters for DOE

Level	Depth (A, mm)	Width (B, mm)	Location (h, mm)
1	2	2	10
2	4	4	15
3	6	6	20

균일도를 구하였으며, MINITAB을 이용하여 그루브가 균일도에 미치는 영향을 계산하여 Fig. 4에 나타내었다. Fig. 4(b)에서 형상 인자인 A, B, h사이에는 교호작용이 존재하므로 Fig. 4(a)의 평균값만으로 최적 조건을 판단하기 어렵다. MINITAB에서는 각 인자가 결과값에 미치는 영향을 델타 통계량으로 나타낸다. 델타 통계량은 각각의 인자로부터 가장 큰 평균에서 각각의 인자로부터 가장 작은 평균값의 차이로 정의한다. 순위는 델타값을 기본으로 정하는데 순위1은 델타값이 가장 큰 것으로 명하고, 델타값이 작아짐에 따라 결과치에 영향을 주는 순위는 줄어들게 된다. 따라서 각 인자의 델타값이 클수록 균일도에 큰 영향을 준다고 할 수 있다. 그루브 인자의 델타값은 A=6.8, h=2, B=0.1로 나타나며, 이로부터 그루브 깊이(A)가 진폭 균일도에 가장 큰 영향을 주고 그루브 폭(B)의 영향은

거의 없음을 알 수 있다. 교호작용으로부터 97.7%의 균일도가 발생하는 최적 치수는 (A=4mm, B=5.15mm, h=12.88mm)이며, 이를 이용하여 설계 치수를 산출하는 식을 도출하면 다음과 같다.

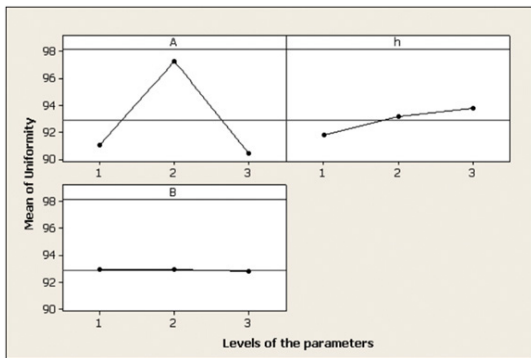
$$A = D/15, B = L/20, h = L/8 \tag{4}$$

위의 식(4)에서 B와 h는 균일도에 미치는 영향이 작기 때문에 고정된 혼의 길이에 대한 비율로 나타내었고, A를 직경에 대한 1차식으로 표현한 것이다. 또한, 식(4)는 직경 60mm인 혼에 대한 최적 치수로부터 도출한 설계식이므로 직경이 다른 혼에 적용하여 최적의 그루브 치수를 구하기는 어렵다는 단점이 있다.

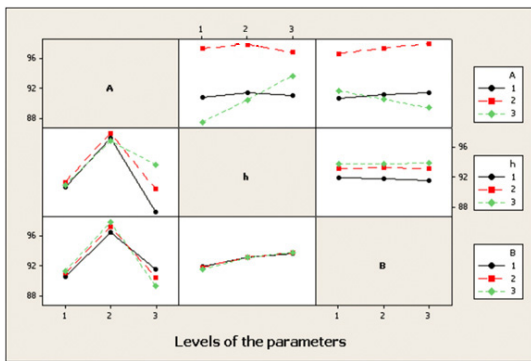
스풀 혼에서 균일도에 가장 큰 영향을 주는 그루브 깊이에 의해 변화하는 출력면의 인장 변위를 Fig. 5에 나타내었다. 최적의 그루브 깊이인 4mm인 경우에는 변위가 일정하지만, 그루브 깊이가 2mm로 작은 경우에는 출력면의 중심이 볼록하게 변화한다. 또한, 그루브 깊이가 6mm로 증가시킨 경우에는 구속조건을 과다하게 제거하여 출력면의 외곽에서 변위가 크게 발생하여 오목한 형상으로 된다. 따라서 스푼 혼의 직경이 70mm 이상 증가하는 경우 위에서 구한 설계 치수를 이용해 출력면의 진폭을 구한 후, 혼 중심의 진폭이 외곽보다 크면 그루브 깊이(A)를 증가시켜 진폭균일도를 향상시키고, 혼의 외곽의 진폭이 중심보다 크게 나타나면 그루브 깊이(A)를 감소시켜서 진폭균일도를 향상시킨다.

실린더 혼의 직경이 변화하는 경우, 식(4)의 설계 치수를 사용한 스푼 혼과 단순 실린더 혼의 균일도를 비교하여 Fig. 6에 나타내었다. 혼의 직경이 증가하면 균일도는 감소하지만, 식(4)의 설계식을 사용한 스푼 혼의 균일도는 단순 실린더 혼에 비해 높고 스푼 혼의 직경이 70mm인 경우에도 95%의 균일도를 얻을 수 있다.

출력면의 변위를 측정된 실험 결과와 유한요소법의



(a) Main effect plot



(b) Interaction plot

Fig. 4 Results of DOE for groove dimension of spool horn

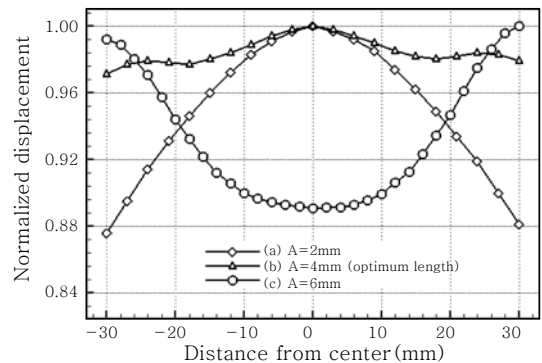


Fig. 5 Effect of groove depth on displacement distribution of spool horn

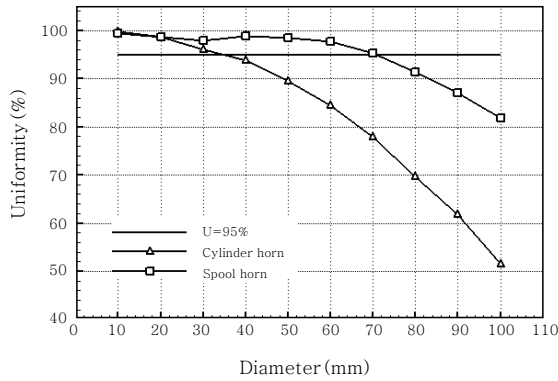
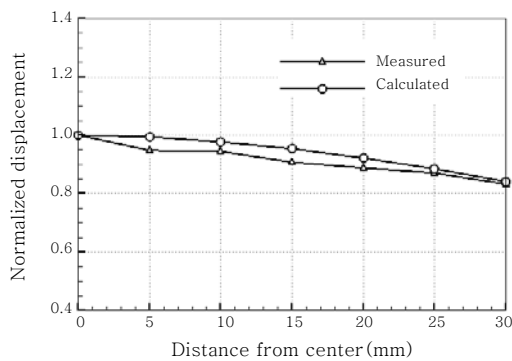
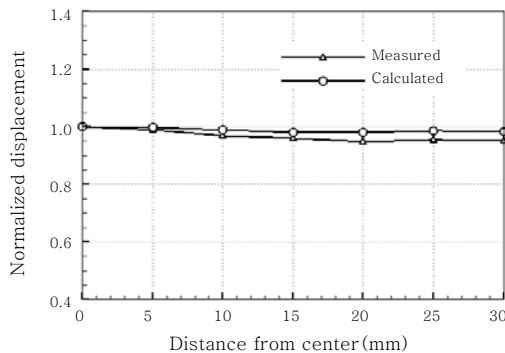


Fig. 6 Comparison of uniformity between simple cylinder and spool horns



(a) Simple cylinder horn



(b) Spool horn

Fig. 7 Comparison of calculated and measured displacement distributions

계산 결과를 비교하여 Fig. 7에 나타내었다. LDV로 측정된 진동자와 부스터의 출력면에서 발생하는 진폭은 각각 $1.51\mu\text{m}$ 와 $3.64\mu\text{m}$ 이므로 혼의 입력 진폭은 $3.64\mu\text{m}$ 이다. 단순 실린더 혼의 경우(Fig. 7a), 혼의 중심에서의 변위가 크고 외곽으로 갈수록 변위가 감소하여 균일도가 낮아진다. 그러나 스폴 혼의 경우(Fig. 7b)에는 출력면에서 거의 일정한 변위가 발생하여 높은 균일도를 얻을 수 있다. 단순 실린더 혼과 스폴 혼의 계산 결과는 실험 결과와 비교적 정확하게 일치하였고, 유한요소

소법을 이용한 수치해석 방법으로 혼의 변위를 상당히 정확하게 예측할 수 있다.

일반적으로 혼의 최대 응력은 변위가 0인 노드점(nodal point)에서 발생하지만, 스폴 혼의 경우에는 그루부의 모서리 부위에서 응력집중이 발생한다. 스폴 혼의 입력 변위가 $3.64\mu\text{m}$ 인 경우, 노드점과 사각형 그루부에서 발생하는 최대 응력이 각각 8.6MPa와 8.4MPa이다. 스폴 혼의 직경이 크기 때문에 혼에서 발생하는 최대 응력은 혼의 재질인 Al7075-T6의 항복 응력인 503MPa보다 매우 작다. 그러므로 본 연구의 조건에서는 혼의 파괴가 발생하지 않고 라운딩 가공도 필요하지 않다.

3.2 스텝 혼의 해석 결과

일반적으로 스텝 혼의 출력면은 입력면보다 작기 때문에 진폭이 증가한다. 입력면과 출력면의 면적비(= A_{in}/A_{out})에 따른 증폭비를 유한요소법으로 계산하여 Fig. 8에 나타내었다. 계산에 사용된 스텝 혼은 입력면과 출력면의 직경이 각각 25mm와 12mm이고 길이 104.5mm이며, 단차는 입력면으로부터 44.5mm에 위치한다. 출력면이 감소하여 면적비가 증가하면 혼의 증폭비는 거의 선형적으로 증가하며, 이는 식(2)의 추세와 일치한다. 균일도는 출력면의 균일도는 99.5%로 매우 높고, 이는 출력면의 면적이 작아서 균일도가 증가하기 때문이다. 또한, 스텝 혼의 단차 부근에서 불연속면이 존재하여 다양한 모드의 변위가 발생하지만, 출력면으로 갈수록 1차 모드를 제외한 다른 모드가 제거되어 높은 균일도를 얻을 수 있다.

스텝 혼의 단차에서 발생하는 응력집중을 완화시키기 위하여 라운딩 가공을 하며, 일반적으로 라운딩 반경은 입력면 반경과 출력면 반경의 차이와 동일하다⁸⁾. 라운딩 반경이 6.5mm인 스텝 혼의 입력변위가 $3.64\mu\text{m}$ 인 경우에 혼에서 발생하는 응력 분포를 Fig. 9에 나타내

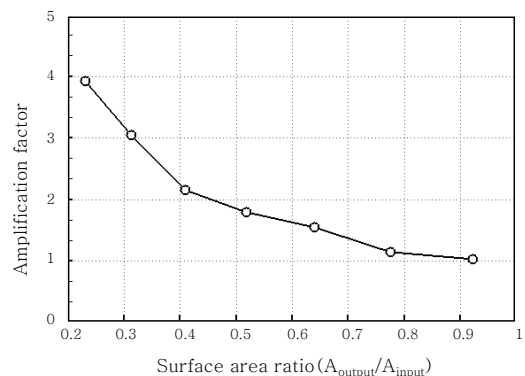


Fig. 8 Amplification of step horn depending on surface area ratio

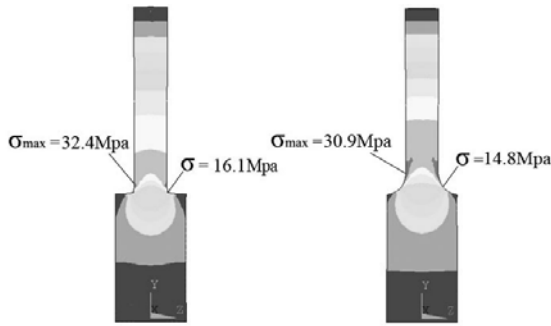


Fig. 9 Comparison of stress distribution of step horn with and without rounding

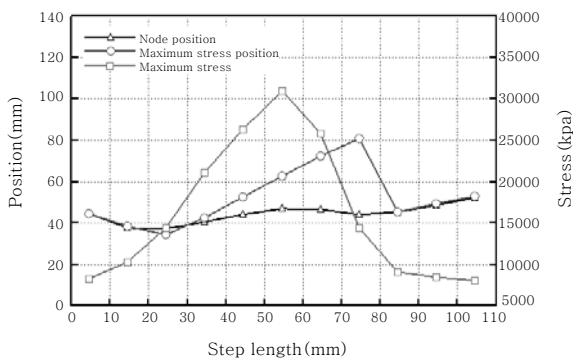


Fig. 10 Effects of step location on maximum stress

었다. 라운딩 가공을 하지 않은 스텝 혼의 경우, 노드 점과 단차에서 발생하는 최대 응력은 각각 32.4MPa와 16.1MPa로서 혼의 항복응력인 503MPa보다 작다. 라운딩 가공을 한 스텝 혼의 경우, 노드점과 단차에서 발생하는 최대 응력은 각각 30.9MPa와 14.8MPa로서, 혼의 항복응력인 503MPa보다 작다. 이와 같이 스텝 혼의 단차에서 발생하는 응력이 작은 이유는 단차의 위치가 최대 응력이 발생하는 노드점의 위치와 다르기 때문이다.

혼의 길이가 104.5mm 인 경우, 단차의 길이를 변화시키며 최대응력을 계산한 결과를 Fig. 10에 나타내었다. 스텝 혼의 단차가 증가함에 따라 노드점의 위치는 완만하게 증가하고 공진 주파수도 변화하며, 혼의 최대 응력은 증가하다가 단차의 길이가 혼 전체길이의 1/2 이상 증가하면 감소하는 경향이 있다. 따라서 스텝 혼의 설계시 단차의 위치에 따라 변화하는 공진 주파수를 고려해야 하고, 단차는 혼 길이의 1/2을 피해서 설계하는 것이 바람직하다. 단순 실린더 혼의 경우 노드점과 최대응력이 발생하는 위치가 일치하나 스텝 혼의 경우 단차가 매우 작거나 클 때를 제외하고 노드점과 최대응력발생 위치가 일치 하지 않고, 최대응력은 단면적이

작은 출력 부분에서 발생한다. 스텝 혼의 최대응력은 30.9MPa로 항복응력에 비해 작기 때문에 혼의 안전성에는 문제가 없지만, 진폭이 증가하거나 혼의 직경이 감소하는 경우에는 혼의 최대 응력이 항복응력 이하가 되도록 설계하여야 한다.

4. 결 론

실린더 혼을 설계하기 위하여 유한요소법을 이용하여 실린더 혼의 진폭 균일도와 응력을 해석하고 실험계획법을 이용하여 스푼 혼의 설계치수를 구하여 실험결과와 비교하였으며, 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 실린더 혼의 직경이 증가하면 균일도가 감소하기 때문에 혼의 직경이 큰 경우에는 스푼 혼을 사용해야 한다. 스푼 혼에 가공된 그루브는 실린더 혼의 구속조건을 완화시키는 역할을 하므로 혼의 균일도가 증가한다.

(2) 실험 계획법으로 구한 스푼 혼의 그루브에서 깊이가 균일도가 가장 큰 영향을 미치며, 높은 균일도를 얻기 위한 그루브 깊이와 폭 및 위치의 설계 치수는 $(A=D/15, B=L/20, h=L/8)$ 이다. 설계 치수의 그루브를 적용한 스푼 혼은 직경 70mm 이내에서는 95%의 균일도를 얻을 수 있다.

(3) 스텝 혼의 증폭비는 입력면과 출력면의 면적비에 비례하여 선형적으로 변화하며, 출력면의 면적이 작기 때문에 균일도는 높다.

(4) 본 연구에서 사용한 실린더 혼의 경우, 스푼 혼의 그루브나 스텝 혼의 단차 및 노드점의 응력은 재료의 항복응력에 비해 작기 때문에 혼의 안정성에 문제가 없다. 그러나 혼의 응력이 항복응력에 접근하는 경우에는 응력집중을 완화시키기 위하여 라운딩 가공을 하고, 단차의 길이를 전체 혼 길이의 1/2보다 증감시켜서 설계하여야 한다.

후 기

본 연구는 지식경제부의 “차세대 IT 부품 저온접합시스템 개발” 과제의 지원을 받아 수행하였으며, 이에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

1. Welding Handbook 8th edition, 1991, Miami, AWS
2. S.G. Amin, M.H.M. Ahmed, H.A. Youssef: Computer-aided design of acoustic horns for ultrasonic using finite-element analysis, Journal of Materials Processing Technology, **55** (1995), 254-260

3. K.H.W. Seah, Y.S. Wong and L.C. Lee: Design of tool holders for ultrasonic machining using FEM, *Journal of Materials Processing Technology*, **37** (1993) 801-816
4. A. Cardoni, M. Lucas: Enhanced vibration performance of ultrasonic block horns, *Ultrasonics*, **40** (2002), 365-369
5. V. Yim, D. Han, S-Y Lee, K. Kang, G. An, K. Kim: Vibration characteristics of a wire-bonding transducer horn, *KSNVE*, 2007. (in Korean)
6. Z. Chang, S. Sherrit, X. Bao, and Y. Bar-Cohen: Design and analysis of ultrasonic horn for USDC (Ultrasonic/Sonic Driller/Corer), *Proceedings of the SPIE Smart Structure and Materials*, (2004)
7. S. Timoshenko, D.H. Young, W. Weaver: *Vibration problems in engineering*, John Wiley, (1974)
8. J. R. Frederick, *Ultrasonic engineering*, John Wiley & Sons, Inc., (1965)