

## 다물체계 동역학의 위상 관계 모델링 기법을 적용한 해상 크레인의 리프팅 시뮬레이션

함승호\*, 차주환\*\*, 이규열\*\*\*

### Topological Modeling Approach of Multibody System Dynamics for Lifting Simulation of Floating Crane

Seung-Ho Ham\*, Ju-Hwan Cha\*\* and Kyu-Yeul Lee\*\*\*

#### ABSTRACT

We can save a lot of efforts and time to perform various kinds of multibody system dynamics simulations if the equations of motion of the multibody system can be formulated automatically. In general, the equations of motion are formulated based on Newton's 2<sup>nd</sup> law. And they can be transformed into the equations composed of independent variables by using velocity transformation matrix. In this paper the velocity transformation matrix is derived based on a topological modeling approach which considers the topology and the joint property of the multibody system. This approach is then, used to formulate the equations of motion automatically and to implement a multibody system dynamics simulation program. To verify the efficiency and convenience of the program, it is applied to the lifting simulation of a floating crane.

**Key words :** Topological Modeling Approach, Multibody System Dynamics, Floating Crane, Lifting Simulation

#### 1. 서 론

선박 또는 해양구조물을 건조하기 위해서는 우선 이를 여러 개의 블록으로 분할하여 제작한 후 최종적으로 각 블록들을 연결하는 과정을 거치게 된다. 현재 조선소에서는 대형 블록(Mega block)을 제작하여 공기의 단축 및 생산성의 향상을 위한 노력을 기울이고 있다. 한편, 제작된 블록이 커질수록 생산 측면에서의 효율은 높아지지만, 블록의 탑재(block erection) 또는 Turn-over(블록의 위아래를 뒤집는 공정) 시 발생하는 위험도 같이 증가하게 된다. 이러한 상황에서 미리 동적인 시뮬레이션을 통해 시도되는 공법의 적절성 및 위험성을 판단하고자 하는 요구가 늘어나고 있다. Fig.

1에는 조선의 탑재 공정에서 동적인 시뮬레이션이 필요한 대표적인 예가 나타나 있다.

동적인 시뮬레이션을 통해 확인하고자 하는 것은 물체의 운동 및 장력 능이다. 이를 위해서 물체의 운동 방정식에 기반을 둔 동역학 시뮬레이션을 수행해야 한다. 또한 단일 물체의 운동이 아니라 다수의 물체가 관절 또는 Wire rope에 의해 연결되어 있는 다물체계(Multibody System)에 대한 운동을 기술해야 하기 때문에, 다물체계 동역학(Multibody System Dynamics)에 기반을 둔 운동 방정식을 구성할 필요성이 있다.

특히 다양한 종류의 다물체계의 시뮬레이션을 수행해야 하는 경우에 운동 방정식을 유도하는 복잡한 과정을 자동화 할 수 있으면 시간과 노력을 절약할 수 있다. 일반적으로 Newton 역학에 입각하여 속도 변환 행렬(velocity transformation matrix)을 이용하여 다물체계의 운동 방정식을 유도할 수 있다. 이 때 물체의 위상(topology) 관계 및 물체를 연결하는 관절의 특성(joint property)을 고려하여 속도 변환 행렬을 자동적

\*학생회원, 대우조선해양 선박해양연구소

\*\*교신저자, 정희원, 서울대학교 공학연구소

\*\*\*총신회원, 서울대학교 조선해양공학과 및 해양시스템 공학연구소

- 논문부고일: 2009. 03. 05

- 논문수정일: 2009. 06. 15

- 심사완료일: 2009. 06. 15

으로 구성할 수 있다<sup>[1]</sup>. 본 논문에서는 다물체계 운동 방정식의 속도 변환 행렬을 자동으로 구성하기 위해 위상 관계 모델링 기법(Topological Modeling Approach)을 도입하였다. 그리고 이 기법을 사용하여 조선 공정용 다물체계 동역학 자동화 프로그램을 개발하였고, 이를 해상크레인의 리프팅 시뮬레이션에 적용하였다.

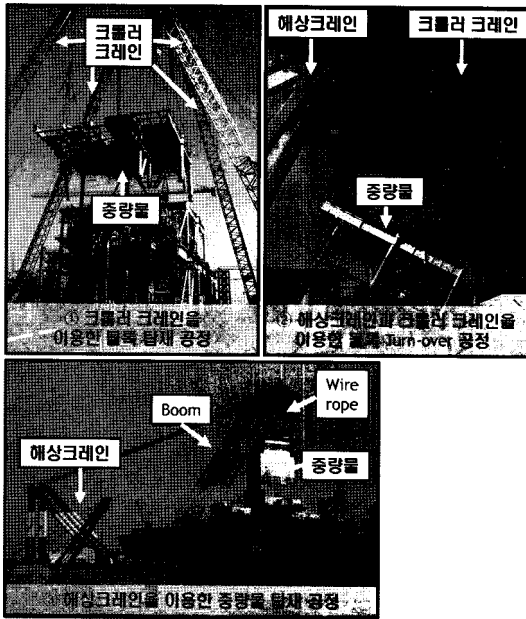


Fig. 1. Examples of shipbuilding block erection process.

본 논문의 2장에서는 다물체계 동역학의 위상 관계 모델링 기법에 대한 관련 연구 및 해상크레인의 동역학 시뮬레이션에 대한 관련 연구에 대해 살펴보고, 본 논문에서 개선한 점을 설명한다. 3장에서는 다물체계 동역학의 운동 방정식을 유도하고, 4장에서는 위상 관계 모델링 기법을 적용하여 운동 방정식을 자동적으로 유도하는 과정에 대해 기술한다. 5장에서는 관절로 연결된 4-link의 시뮬레이션과 해상크레인 리프팅 시뮬레이션을 수행한 결과를 설명한다. 마지막으로 6장에서는 결론 및 향후 연구 계획을 기술한다.

## 2. 관련 연구

2장에서는 다물체계 동역학 분야의 관련 논문 및 서적, 그리고 해상크레인과 중량물의 운동과 관련된 논문에 대해 알아 본 뒤, 본 논문과의 차별성에 대해 언급한다.

### 2.1 위상 관계를 고려한 다물체계 동역학 분야의 관련 연구

다물체계 동역학의 연구는 고전 역학의 기본 이론으로부터 운동 방정식을 유도하는 부분에 대한 연구가 선행되고, 이어서 운동 방정식을 자동으로 구성하기 위한 연구가 진행되었다.

Haug과 McCullough<sup>[2]</sup>는 d'Alembert's principle과 변분 원리(variational principle)를 통해 최소한의 독립 좌표로 구성된 운동 방정식을 유도하였다. 그리고, Kim과 Vanderploeg<sup>[3]</sup>는 이러한 방법을 속도 변환 기법(velocity transformation technique)이라 부르며, 다물체계의 운동 방정식을 유도하는 방법으로 정립하였다.

한편, 속도 변환 기법을 사용할 경우 독립 좌표로만 식을 구성할 수 있기 때문에 계산량이 작은 장점이 있지만, 일반적으로 운동 방정식을 구성하기가 어려운 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하고자 Cuadrado와 Dopico<sup>[4]</sup>는 물체의 연결 관계와 연결 지점 관절의 종류를 고려하여 속도 변환 기법을 사용할 경우에도 일반적으로 운동 방정식을 구성하는 방법을 제안하였다. 이를 위상 관계 모델링 기법(topological modeling approach)이라고 한다. 이러한 방법은 이후에 발표된 Rodriguez<sup>[5]</sup>, Cuadrado<sup>[5]</sup>, de Jalon<sup>[6]</sup> 등의 논문에서도 사용되고 있다.

### 2.2 해상크레인과 중량물 운동의 관련 연구

조선 공정과 관련하여 해상크레인을 사용한 동역학 시뮬레이션에 대한 연구가 국내외적으로 활발히 진행 중이다. 차주환<sup>[7]</sup>을 비롯하여 차주환 등<sup>[8,9]</sup>, 함승호 등<sup>[10]</sup>에서는 해상크레인과 중량물의 운동을 시뮬레이션 하기 위한 운동 방정식의 구성에 초점을 맞추고 있다. 또한 구남국 등<sup>[11,12]</sup>에서는 해상크레인의 시뮬레이션 결과를 실험적으로 고찰하기 위한 연구를 진행하고 있다. 이 밖에도 Ellermann 등<sup>[13]</sup>은 비선형적인 해상크레인 및 중량물의 운동 방정식을 해석적으로 풀기 위한 연구를 수행하였다.

그 중에서 차주환<sup>[7]</sup>은 기존에 수행된 해상크레인 및 중량물의 운동과 관련된 연구 결과가 잘 정리되어 있다. 기존에 수행된 연구에서는 가정에 의해 해상크레인과 중량물의 자유도를 제약한다든지, 해상크레인과 중량물을 연결하는 wire rope의 신율을 고려하지 않는 등 한계점을 가지고 있다. 하지만, 차주환<sup>[7]</sup>은 해상크레인과 중량물을 각각 6자유도로 가정하였고, wire rope의 신율도 고려하여 총 12자유도의 운동 방정식을 구성하였다. 이 때, 해상크레인에 작용하는 외력의

로 유체 정역학적 힘과 유체동역학적 힘, 점성 등의 영향을 모두 고려하였다. 또한 다물체계 동역학의 이론에 따라, 운동 방정식을 구성하였다.

### 2.3 본 논문과 관련 연구의 비교

차주환<sup>[7]</sup>의 연구에서는 해상크레인과 증량물이 하나의 wire rope로 연결된 것으로 가정하고, 운동 방정식을 유도하였다. 운동 방정식을 수동으로 유도하였기 때문에, 물체 간 연결 관계가 바뀔 때에는 새로이 운동 방정식을 유도해야 한다. 본 논문에서는 자동으로 운동 방정식을 구성하기 위해 Cuadrado와 Dopico가 제안한 위상 관계 모델링 기법<sup>[11]</sup>을 적용하여, 해상 크레인을 사용한 리프팅 시뮬레이션을 수행하였다. 이어지는 3장과 4장에서는 다물체계의 운동 방정식과 위상 관계 모델링 기법에 대해서 설명한다.

## 3. 다물체계의 운동 방정식

3장에서는 간략히 다물체계의 운동 방정식의 각 항을 설명한다. 그리고, 다물체계 운동 방정식을 구성하기 위한 방법을 살펴 본다.

다물체계의 운동 방정식은 식 (1)과 같다<sup>[14-17]</sup>.

$$\bar{M}\ddot{q} + \bar{k}(q, \dot{q}) = \bar{F}^e \quad (1)$$

식 (1)에서  $q$ 는 시스템의 독립 좌표를 나타낸다. 그리고,  $\bar{M}$ 는 관성 행렬(inertia matrix),  $\bar{k}(q, \dot{q})$ 는 코리올리 힘(Coriolis force),  $\bar{F}^e$ 는 외력(external force) 또는 작용력(applied force)이 된다. 관성 행렬과 코리올리 힘, 작용력은 다음 식 (2)와 같은 관계식으로 나타난다.

$$\bar{M} = J^T M J, \quad \bar{k}(q, \dot{q}) = J^T M \dot{J} \dot{q} \quad (2)$$

$$\bar{F}^e = J^T F^e$$

$M$ 은 물체의 질량 중심에 놓인 축에 대한 관성 행렬,  $F^e$ 는 질량 중심에 가해지는 작용력을 의미한다. 따라서, 운동을 기술하려는 대상이 정해지면,  $M$ 과  $F^e$ 는 주어지는 값이다. 따라서, 식 (2)에서 행렬  $J$ 만 구하면, 다물체계의 운동 방정식을 구할 수 있다.

다물체계와 같이 물체간에서 서로 구속 조건이 주어진 경우, 구속 조건식을 미분하여 정리하면 다음 식 (3)을 얻는다.

$$\dot{r} = J \dot{q} \quad (3)$$

행렬  $J$ 는 시스템의 전체 좌표와 독립 좌표 사이의 속도 변환을 나타낼을 알 수 있다. 따라서 식 (3)의  $J$

를 속도 변환 행렬(Velocity Transformation Matrix)이라고 정의한다.

정리하면, 구속 조건식으로부터 식 (3)의 속도 변환 행렬  $J$ 를 유도한 뒤, 식 (2)의 관계식으로부터 식 (1)의 각 항을 구함으로써 다물체계의 운동 방정식을 구하게 된다.

## 4. 위상 관계 모델링 기법을 적용한 다물체계 운동 방정식

3장에서는 속도 변환 행렬을 구하여, 다물체계 운동 방정식을 구성할 수 있음을 보였다. 4장에서는 Cuadrado와 Dopico<sup>[11]</sup>가 제안한 방법에 따라 물체의 위상 관계 및 물체를 연결하는 관절의 특성을 고려하여 속도 변환 행렬을 구하는 방법을 설명한다.

### 4.1 관절로 연결된 두 물체의 위치 관계

2차원 평면상에 놓인 두 개의 link가 경첩 관절(revolute joint: 한 축에 대해 회전만 가능한 관절)로 연결되어 있는 경우를 예로 들어 설명한다(Fig. 2).

2차원 평면상의 강체를 나타내기 위해서는 우선 물체에 고정된 좌표계(A-frame, B-frame)를 설정한다. 다음 그 좌표계의 위치( $x, y$ )와 지구 고정 좌표계(E-frame)에 대해 회전한 각도를 사용해 E-frame에서의 link1,2의 위치와 자세를 나타낼 수 있다. 이 때, 편의상 관절이 놓인 위치에 좌표축을 설정한다(B-frame). link1의 위치와 자세를  $(x_A, y_A, \theta_A)$ , link1에 대한 link2의 상대적인 회전각도를  $\theta_{B/A}$ 라고 할 때, E-frame

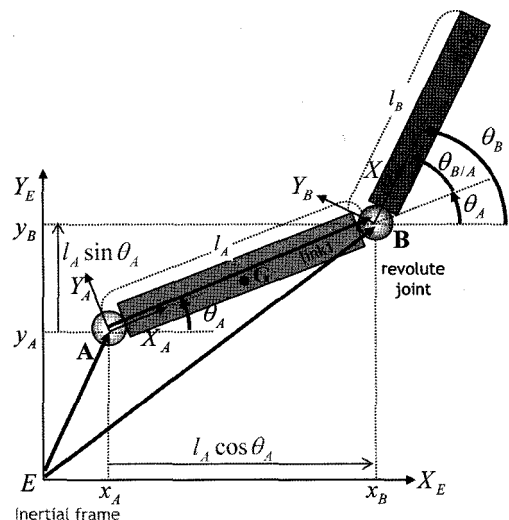


Fig. 2. Kinematic relation between two links simply connected by a revolute joint.

에서의 link2의 위치와 자세는 식 (4), (5), (6)과 같다.

$$x_B = x_A + l_A \cos \theta_A \quad (4)$$

$$y_B = y_A + l_A \sin \theta_A \quad (5)$$

$$\theta_B = \theta_A + \theta_{B/A} \quad (6)$$

**4.2 관절로 연결된 두 물체의 속도 관계**

식 (4), (5), (6)을 시간에 대해 미분하면, 속도 관계 식 (7), (8), (9)를 구할 수 있다.

$$\dot{x}_B = \dot{x}_A - (l_A \sin \theta_A) \dot{\theta}_A \quad (7)$$

$$\dot{y}_B = \dot{y}_A + (l_A \cos \theta_A) \dot{\theta}_A \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_B = \dot{\theta}_A + \dot{\theta}_{B/A} \quad (9)$$

$$\omega_B = \omega_A + \omega_{B/A} \quad (9)$$

식 (9)에서  $\dot{\theta}$ 는  $\omega$ 로 치환하였다. 식 (7), (8), (9)를 행렬로 정리하면, 식 (10)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \omega_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_A \sin \theta_A \\ 0 & 1 & l_A \cos \theta_A \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_A \\ \omega_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{B/A} \end{bmatrix} \quad (10)$$

식 (10)을 다시 쓰면 아래 식 (11)과 같다.

$$\mathbf{Y}_B = \mathbf{D}_A \mathbf{Y}_A + \mathbf{E}_B \quad (11)$$

여기서  $\mathbf{Y}_A, \mathbf{Y}_B$ 는 각각 link1과 link2의 속도,  $\mathbf{D}_A$ 는 관절이 고정일 때 link1의 속도를 link2의 속도로 변환해주는 행렬,  $\mathbf{E}_B$ 는 관절의 속도를 나타낸다.

식 (11)에서  $\dot{x}_A, \dot{y}_A, \omega_A, \omega_{B/A}$ 를 독립 좌표의 속도 성분이라 하고 식을 다시 정리하면, 식 (12)와 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{y}_B \\ \omega_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -l_A \sin \theta_A & 0 \\ 0 & 1 & l_A \cos \theta_A & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_A \\ \omega_A \\ \omega_{B/A} \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (12)에서 독립좌표의 속도 성분과 곱해지는 행렬이 바로 속도 변환 행렬  $\mathbf{J}$ 가 된다. 여기서 독립 좌표는 link1의 속도성분과 관절의 속도 성분으로 나타나 있음을 알 수 있다. 즉, link2의 운동을 link1과 관절에서의 속도 성분을 통해 나타낼 수 있다.

**4.3 속도 관계식을 순환 관계식으로 변환**

4.2절에서 두 물체간의 속도 관계식 (11), (12)를 유도하였다. 여기서 만약에 link3가 추가될 경우를 생각해보자(Fig. 3). Link1과 link2의 속도 관계식 (12)로

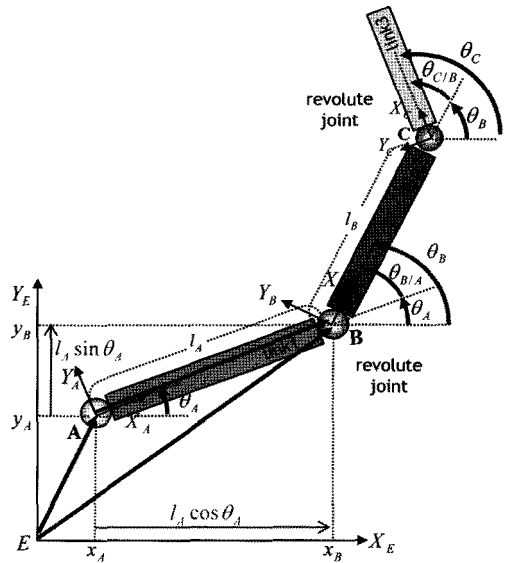


Fig. 3. Additional link3 connected by revolute joint.

부터 link2와 link3의 속도 관계식 (13)을 구할 수 있다.

$$\mathbf{Y}_C = \mathbf{D}_B \mathbf{Y}_B + \mathbf{E}_C \quad (13)$$

여기서 식 (11)을 식 (13)에 대입하면 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_C &= \mathbf{D}_B (\mathbf{D}_A \mathbf{Y}_A + \mathbf{E}_B) + \mathbf{E}_C \\ &= \mathbf{D}_B \mathbf{D}_A \mathbf{Y}_A + \mathbf{D}_B \mathbf{E}_B + \mathbf{E}_C \end{aligned} \quad (14)$$

위 계산을 통해 link3의 속도 변환 행렬을 구하는 것은 복잡한 계산을 필요로 한다. 따라서 보다 간단히 표현할 수 있는 순환 관계식으로 변환할 필요가 있다. 우선 식 (4), (5)에서 우변의 첫 항을 이항한다.

$$l_A \cos \theta_A = x_B - x_A \quad (15)$$

$$l_A \sin \theta_A = y_B - y_A \quad (16)$$

다음 식 (15), (16)을 속도 관계식 (7), (8)에 대입한다. 계산 과정 중에 식 (9)도 사용된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_B &= \dot{x}_A - (y_B - y_A) \omega_A \\ &= \dot{x}_A + y_A \omega_A - y_B \omega_A \\ &= \dot{x}_A + y_A \omega_A - y_B (\omega_A + \omega_{B/A} - \omega_{B/A}) \\ &= \dot{x}_A + y_A \omega_A - y_B (\omega_B - \omega_{B/A}) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_B &= \dot{y}_A + (x_B - x_A) \omega_A \\ &= \dot{y}_A - x_A \omega_A + x_B \omega_A \\ &= \dot{y}_A - x_A \omega_A + x_B (\omega_A + \omega_{B/A} - \omega_{B/A}) \\ &= \dot{y}_A - x_A \omega_A + x_B (\omega_B - \omega_{B/A}) \end{aligned} \quad (18)$$

식 (17)의  $-y_B\omega_B$  와 식 (18)의  $x_B\omega_B$  를 좌변으로 이항하면, 식 (19), (20)을 얻는다.

$$\dot{x}_B + y_B\omega_B = \dot{x}_A + y_A\omega_A + y_B\omega_{B/A} \quad (19)$$

$$\dot{y}_B - x_B\omega_B = \dot{y}_A - x_A\omega_A - x_B\omega_{B/A} \quad (20)$$

식 (19), (20)과 식 (9)를 하나의 행렬로 나타내면, 식 (21)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_B + y_B\omega_B \\ \dot{y}_B - x_B\omega_B \\ \omega_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_A + y_A\omega_A \\ \dot{y}_A - x_A\omega_A \\ \omega_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_B \\ -x_B \\ 1 \end{bmatrix} \omega_{B/A} \quad (21)$$

식 (21)을 다시 쓰면 아래 식 (22)와 같다.

$$\mathbf{Z}_B = \mathbf{Z}_A + \mathbf{R}_B \dot{\mathbf{q}}_B \quad (22)$$

식 (11)과 비교해 보면, 이전 link와 연결된 link 사이의 속도 관계식에 행렬의 곱셈이 나타나 있지 않기 때문에, link가 추가되어도 식을 간단하게 구성할 수 있다. 예를 들어 Fig. 3의 예제에서 link2와 link3의 속도 관계식은 식 (23)과 같다.

$$\mathbf{Z}_C = \mathbf{Z}_B + \mathbf{R}_C \dot{\mathbf{q}}_C \quad (23)$$

여기서 식 (22)를 식 (23)에 대입하면 식 (24)와 같다.

$$\mathbf{Z}_C = \mathbf{Z}_A + \mathbf{R}_B \dot{\mathbf{q}}_B + \mathbf{R}_C \dot{\mathbf{q}}_C \quad (24)$$

#### 4.4 위상 관계 모델링 기법의 유도

이제 다물체계의 운동 방정식을 구하기 위해 4.3절에서 구한 순환 관계식을 사용하여 속도 변환 행렬을 구해보자. 우선 link1의 변환된 속도  $\mathbf{Z}_A$ 를 정리하면, 식 (25)와 같다.

$$\mathbf{Z}_A = \begin{bmatrix} \dot{x}_A + y_A\omega_A \\ \dot{y}_A - x_A\omega_A \\ \omega_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & y_A \\ 0 & 1 & -x_A \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_A \\ \omega_A \end{bmatrix} = \mathbf{R}_A \dot{\mathbf{q}}_A \quad (25)$$

이를 식 (22), (24)에 대입하면, 식 (26), (27)과 같다.

$$\mathbf{Z}_B = \mathbf{R}_A \dot{\mathbf{q}}_A + \mathbf{R}_B \dot{\mathbf{q}}_B \quad (26)$$

$$\mathbf{Z}_C = \mathbf{R}_A \dot{\mathbf{q}}_A + \mathbf{R}_B \dot{\mathbf{q}}_B + \mathbf{R}_C \dot{\mathbf{q}}_C \quad (27)$$

식 (25), (26), (27)을 행렬로 나타내 보면 식 (28)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_A \\ \mathbf{Z}_B \\ \mathbf{Z}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_A & 0 & 0 \\ \mathbf{R}_A & \mathbf{R}_B & 0 \\ \mathbf{R}_A & \mathbf{R}_B & \mathbf{R}_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_A \\ \dot{\mathbf{q}}_B \\ \dot{\mathbf{q}}_C \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 & 0 \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_A & 0 & 0 \\ \mathbf{R}_A & \mathbf{R}_B & 0 \\ \mathbf{R}_A & \mathbf{R}_B & \mathbf{R}_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_A \\ \dot{\mathbf{q}}_B \\ \dot{\mathbf{q}}_C \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{TR}\dot{\mathbf{q}} \quad (28) \end{aligned}$$

식 (28)에서 세 link의 변환된 속도 성분을  $\mathbf{T}, \mathbf{R}, \dot{\mathbf{q}}$  의 곱으로 나타내었다. 여기서  $\mathbf{T}$ 는 경로 행렬(path matrix)로 물체 간의 연결 관계를 나타낸다. 위 예제에서 link3은 link1,2와 연결되어 있고, link2는 link1과 연결되어 있음을 나타낸다.  $\mathbf{R}$ 은 관절의 특성 행렬(joint matrix)로 관절의 종류에 따라 결정된다. 마지막으로  $q_A, q_B, q_C$ 는 각각 경첩 관절의 회전 각도로서  $\dot{\mathbf{q}}$ 는 세 각속도 성분을 열벡터로 나타낸 것이다. 여기서  $\dot{\mathbf{q}}$ 가 시스템을 나타내는 독립좌표가 된다.

다시 식 (28)의 의미를 살펴보면, 독립좌표의 속도 성분에  $\mathbf{TR}$ 를 곱하여 link의 속도 성분이 된다. 즉, 우리가 구하고자 하는 속도 변환 행렬  $\mathbf{J} = \mathbf{TR}$ 이다. 여기서  $\mathbf{T}$ 는 상수이므로,  $\mathbf{J}$ 의 시간에 대한 미분은  $\dot{\mathbf{J}} = \dot{\mathbf{TR}}$ 와 같다.

정리하면, 물체의 위상 관계를 고려해  $\mathbf{T}$ 를 만들고, 관절의 특성 행렬  $\mathbf{R}$ 을 구성하여  $\mathbf{J}$ 를 구할 수 있는데, 이러한 방법을 위상 관계 모델링 기법(Topological Modeling Method)이라 한다.

#### 4.5 위상 관계 모델링 기법을 적용한 다물체계 운동 방정식 유도

4.3과 4.4절의 설명으로부터 다물체계의 운동 방정식을 유도해보자. Fig. 4에서 link1의 질량 중심의 위치는 link길이의 중간 지점에 질량 중심이 위치한다면, 식 (29), (30), (31)과 같다.

$$x_G = x_A + 0.5l_A \cos\theta_A \quad (29)$$

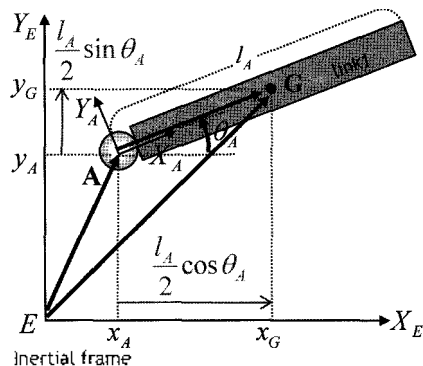


Fig. 4. Kinematic relation between position vector A and G

$$y_G = y_A + 0.5l_A \sin\theta_A \quad (30)$$

$$\theta_G = \theta_A \quad (31)$$

식 (31)에서  $\theta_G$ 는 물체의 질량 중심에서의 회전 각도로  $\theta_A$ 와 동일하다. 따라서, 각속도  $\omega_G$ 도  $\omega_A$ 와 같다.

식 (29), (30), (31)을 미분한 뒤, 식 (15), (16), (17), (18)과 동일한 절차에 따라 식을 정리하면, 식 (32), (33)을 얻을 수 있다.

$$\dot{x}_G = \dot{x}_A + y_A \omega_A - y_G \omega_A \quad (32)$$

$$\dot{y}_G = \dot{y}_A - x_A \omega_A + x_G \omega_A \quad (33)$$

식 (32), (33)과  $\omega_G = \omega_A$ 를 정리하면, 식 (34)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_G \\ \dot{y}_G \\ \omega_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_A + y_A \omega_A - y_G \omega_A \\ \dot{y}_A - x_A \omega_A + x_G \omega_A \\ \omega_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y_G \\ 0 & 1 & x_G \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_A + y_A \omega_A \\ \dot{y}_A - x_A \omega_A \\ \omega_A \end{bmatrix} \quad (34)$$

식 (34)를 다시 쓰면, 식 (35)와 같다.

$$\dot{\mathbf{r}}_G = \mathbf{H}_A \mathbf{Z}_A \quad (35)$$

행렬  $\mathbf{H}$ 는 운동을 기술하는 좌표축의 원점이 질량 중심에 있지 않은 경우에 임의의 축과 질량 중심에 놓인 좌표축 사이의 변환 관계식이다.

이제 하나의 물체가 아닌  $n$ 개의 물체가 존재하는 경우, 식 (35)를 식 (36)과 같이 확장할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{H}\mathbf{Z}$$

$$\left( \begin{array}{l} \mathbf{r} = [\mathbf{r}_{G_1}, \mathbf{r}_{G_2}, \dots, \mathbf{r}_{G_n}]^T, \mathbf{Z} = [\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_n]^T \\ \mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \dots, \mathbf{H}_n) \end{array} \right) \quad (36)$$

식 (36)에서 *diag*의 의미는 각 성분이 대각선에 배열되는 행렬을 의미한다. 한편, 식 (36)에 식 (28)을 대입하면, 식 (37)이 된다.

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{H}\mathbf{T}\mathbf{R}\dot{\mathbf{q}} \quad (37)$$

이제 식 (37)에서  $\mathbf{J} = \mathbf{H}\mathbf{T}\mathbf{R}$ 이라 정의하고, 다물체계의 운동 방정식 (1), (2)에 대입하면, 식 (38)을 얻는다.

$$\left( \begin{array}{l} \bar{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{k}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \bar{\mathbf{F}}^e \\ \bar{\mathbf{M}} = \mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{J} = (\mathbf{R}^T \mathbf{T}^T \mathbf{H}^T) \mathbf{M} (\mathbf{H}\mathbf{T}\mathbf{R}) \\ \bar{\mathbf{k}} = \mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{R}^T \mathbf{T}^T \mathbf{H}^T) \mathbf{M} (\dot{\mathbf{H}}\mathbf{T}\mathbf{R} + \mathbf{H}\mathbf{T}\dot{\mathbf{R}}) \dot{\mathbf{q}} \\ \bar{\mathbf{F}}^e = \mathbf{J}^T \mathbf{F}^e = \mathbf{R}^T \mathbf{T}^T \mathbf{H}^T \mathbf{F}^e \end{array} \right) \quad (38)$$

### 5. 시뮬레이션 수행 결과

5장에서는 3,4장의 이론을 기반으로 하여 개발한 조건 공정용 다물체계 동역학 자동화 프로그램의 테스트를 위해 4개의 link가 서로 경첩 관절(revolute joint)로 연결되어 있는 모델에 대해 시뮬레이션을 수행하였다. 그리고, 본 논문의 대상이 되는 해상크레인의 리프팅 시뮬레이션에 적용하였다.

#### 5.1 4-link 시뮬레이션

4개의 link가 경첩 관절로 연결되어 있고 외력으로 중력이 작용하는 경우에 대해서 동역학 시뮬레이션을 수행하였다(Fig. 5). Link1의 A점은 병진 운동은 하지 않고 회전만 하는 것으로 가정하였다. 4개의 link는 모두 10 cm의 길이에 질량은 1 kg이다. 각 link의 상대적인 각도를 순서대로  $\theta_1$ 에서  $\theta_4$ 로 정의하였다.

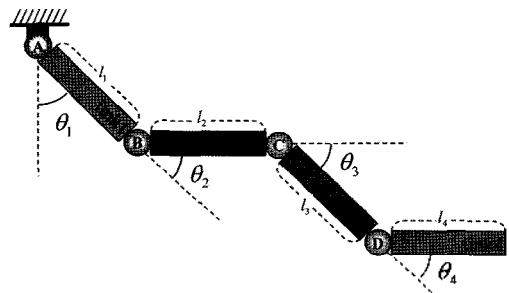


Fig. 5. An example of dynamic simulation of 4 links connected by revolute joint.

식 (38)에 나와있는 운동 방정식을 구하기 위해서는  $\mathbf{T}$ 와  $\mathbf{R}$ 을 구성해야 한다. 물체의 위상 관계를 고려하여  $\mathbf{T}$ 를 만들고, 경첩 관절의 경우 식 (22)의  $\mathbf{R}_B$ 를 사용하여  $\mathbf{R}$ 을 만들 수 있다. 예를 들어, 관절 C의 위치가  $x_C, y_C$ 라고 하면,  $\mathbf{R}_C = [y_C, -x_C, 1]^T$ 가 된다.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_A & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_B & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_C & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_D \end{bmatrix} \quad (39)$$

$\mathbf{T}, \mathbf{R}$ 을 식 (38)에 대입한 뒤, 4차 Adams-Bashforth 방법을 사용하여 매 단위시간 각도를 계산하였다(Fig. 6).

시뮬레이션 결과는 공개용 가시화 프로그램인 OSG(Open Scene Graph)<sup>[18]</sup>를 사용하여 가시화하였다(Fig. 7).

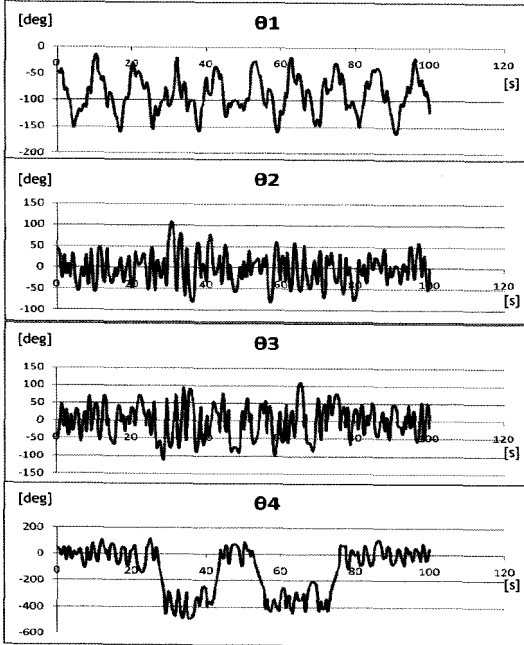


Fig. 6. Result of dynamic simulation of 4 links.

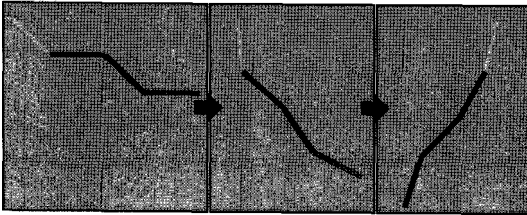


Fig. 7. Visualization of dynamic simulation of 4 links.

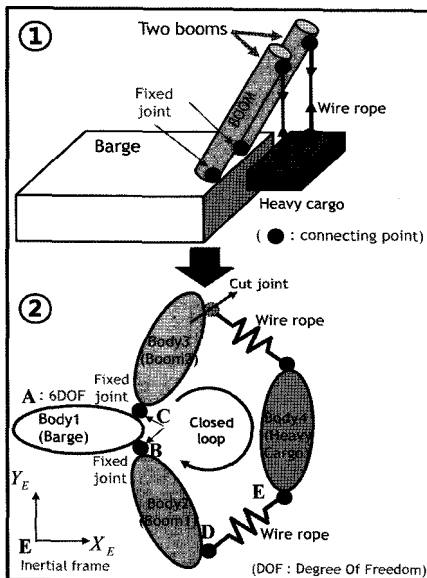


Fig. 8. Modeling of floating crane and heavy cargo.

### 5.2 해상크레인 리프팅 시뮬레이션

Fig. 1의 ③의 예제에 대해서 동역학 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 8의 ①, ②에 나타난 것과 같이 해상크레인은 barge와 boom 2개로 구성되어 있고, barge와 boom은 고정 관절로 연결된 것으로 모델링하였다. 그리고 중량물은 두 개의 boom과 wire rope로 연결되어 있다. 이 때, 두 개의 boom과 중량물이 폐쇄형 고리(closed loop)를 형성하고 있기 때문에, 관절 절단법(cut joint method)에 따라 관절을 절단하여 개방형 고리로 만들어 준 다음, 위치 관계 조건을 사용하여 절단된 관절의 구속을 고려해 준다<sup>[19,20]</sup>.

식 (47)의 운동 방정식을 구성하기 위해, T와 R을 구해보면 아래 식 (49)와 같다.

$$T = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 \\ I & I & 0 & 0 \\ I & 0 & I & 0 \\ I & I & 0 & I \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} R_A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_D \end{bmatrix} \quad (49)$$

T에서 body2(boom1)와 body3(boom2)은 각각 body1(barge)과 연결되어 있고, body4(중량물)는 body2(boom1)와 wire rope로 연결되어 있다. 해상크레인 barge는 3축에 대한 회전과 병진을 하므로, 각각 6자유도를 가진다. 따라서, 식 (49)의  $R_A$ 는 6자유도 운동에 대한 특성 행렬이 된다. 한편,  $R_B$ 와  $R_C$ 의 경우는 고정 관절(Fixed joint)에 대한 특성 행렬이고,  $R_D$ 는 wire rope에 대한 특성 행렬이 된다.

해상크레인에 작용하는 외력으로는 중력 이외에도 유체정역학적 힘과 유체동역학적 힘을 고려하였다<sup>[12,16]</sup>. 유체정역학적인 힘(부력)은 불체 형상을 삼각형 메시로 모델링한 뒤, 수면(평면)과의 교차계산을 통해 수면 아래 부피를 계산하는 방법을 사용하였다. 유체동역학적인 힘은 크게 부가 질량, 감쇠력, 파 강제력의 세 가지로 구성된다. 사용되는 계수들은 다른 유체력 계산 프로그램으로부터 구한 값을 사용하였다.

해상 상태는 파고 0.5 m, 주기 10초, 파는 선미 쪽에서 선수 쪽으로 진행되는 규칙파(regular wave)로 가정하였다. 중량물의 질량은 1,000톤, 해상크레인의 경우 ballasting water의 무게까지를 포함하여 약 18,000톤으로 가정하였다.

T, R을 식 (46)에 대입한 뒤, 4차 Adams-Bashforth 방법을 통해 매 단위시간 해상크레인과 중량물의 운동과 wire rope의 장력을 계산하였다. Fig. 9에는 해

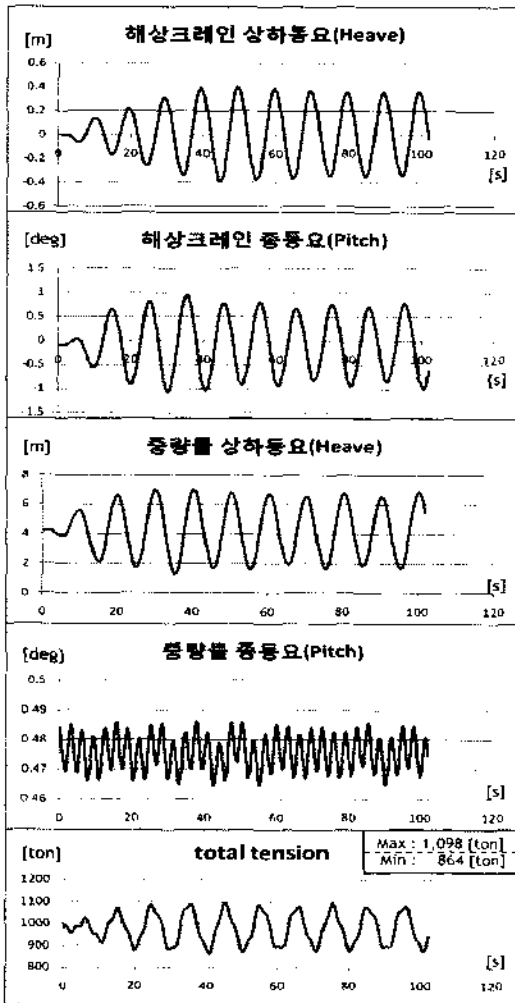


Fig. 9. Result of dynamic simulation of lifting simulation of floating crane.

상크레인과 중량물의 상하동요(heave)와 종동요(pitch), 그리고 wire rope의 장력을 도시하였다.

해양파라는 주기적인 외력이 작용하기 때문에, 해상크레인과 중량물도 주기적인 운동을 나타낸다. 이때, 해상크레인과 중량물은 wire rope에 의해 서로 영향을 주고 받게 된다. 해상크레인과 중량물의 운동으로 인해 wire rope에도 주기적인 장력 변화가 발생하는데, 장력의 최대값은 약 1,098톤으로 중량물의 무게 1,000톤의 약 1.1배가 된다. 이 수치는 생산 공법을 결정하는데 중요한 지표가 된다.

시뮬레이션 결과는 공개용 가시화 프로그램인 OSG(Open Scene Graph)<sup>18)</sup>를 사용하여 가시화하였다 (Fig. 9).

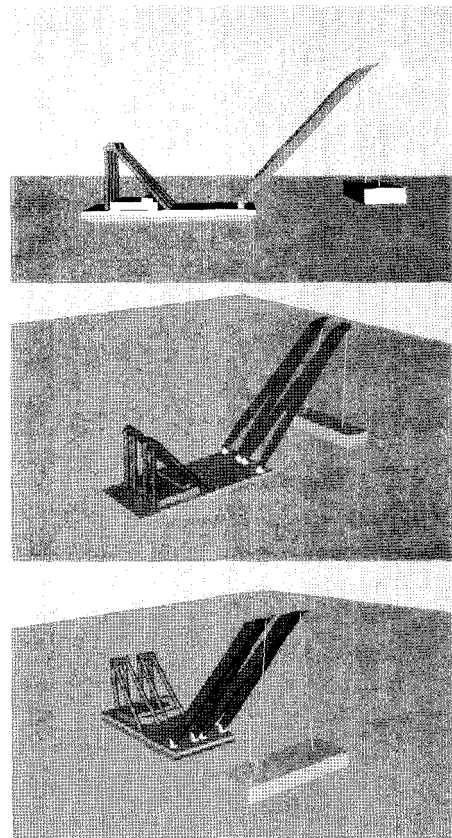


Fig. 10. Visualization of dynamic simulation of floating crane and heavy cargo.

## 6. 결론 및 향후 연구 계획

본 논문에서는 조선 분야에서 요구되는 다양한 동역학 시뮬레이션을 수행하기 위해 자동으로 운동 방정식을 구성할 수 있는 방안에 대한 연구를 수행하였다. 4 link 예제와 해상크레인 리프팅 예제를 통해 위상 관계 모델링 기법을 사용하여 속도 변환 행렬 간단하게 구할 수 있음을 보였다. 이러한 방법은 다수의 물체가 연결되어 있는 문제에도 적용이 가능하며, 손쉽게 운동 방정식을 구성할 수 있다.

위상 관계 모델링 기법을 해상 크레인의 리프팅 시뮬레이션에 적용하여 해상크레인과 중량물의 운동과 장력을 계산하였다. 해상 상태에 따른 해상크레인과 중량물의 운동은 안전한 작업을 위한 기준이 되고, 또한 해상크레인이 리프팅 할 수 있는 최대 하중을 넘었는지 판단하여, 이를 위배할 시에는 공법을 변경하게 된다. 다물체계 동역학 시뮬레이션을 통해서 사전에



위험성을 판단하고 공법을 결정하는데 기여할 수 있다.

향후에는 실시간 동역학 시뮬레이션을 위해 속도를 향상시키는 알고리즘에 대한 연구를 수행하고, 이를 조선 분야의 다양한 동역학 시뮬레이션 문제에 적용하고자 한다. 또한 모형 제작 및 현장 작업과의 비교를 통해 이를 검증할 계획이다.

### 감사의 글

본 연구는 a) 대우조선해양(주), b) 국방과학연구소 수중운동체기술특화센터 SM-11과제 “수중 운동체의 체계/부체계 기능 및 성능 시뮬레이션을 위한 네트워크 기반의 가상(Virtual) 복합 시스템 모델 구조 (Architecture) 연구”, c) 서울대학교 해양시스템공학연구소, d) 서울대학교 BK 21 해양기술인력양성사업단의 지원으로 이루어진 연구 결과의 일부임을 밝히며, 이에 감사 드립니다.

### 참고문헌

1. Cuadrado, Javier, Dopico, Daniel, "A Hybrid Global Topological Real-time Formulation for Multibody Systems", *ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, pp. 1-7, 2003.
2. Haug, E. J. and McCullough, M., "A Variational Vector Calculus Approach to Machine Dynamics", *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, pp. 25-30, 1986.
3. Kim, S. S. and Vanderploeg, M. J., "A General and Efficient Method for Dynamic Analysis of Mechanical Systems using Velocity Transformations", *Transaction of the ASME*, 1986.
4. Rodriguez, Jose Ignacio, de Jalon, and Javier Garcia, "Recursive and Residual Algorithms for the Efficient Numerical Integration of Multi-Body Systems", *Multibody System Dynamics*, Vol. 11, pp. 295-320, 2004.
5. Cuadrado, J., Dpocp, D., Gonzalez, M. and Naya, M. A., "A Combined Penalty and Recursive Real-Time Formulation for Multibody Dynamics", *Transaction of the ASME*, Vol. 126, pp. 602-608, 2004.
6. de Jalon, Garcia J., Alvarez, E., de Ribera, F. A., Rodriguez, I. and Funes, F. J., "A Fast and Simple Semi-Recursive Formulation for Multi-Rigid-Body Systems", *Advances in Computational Multibody Sys-*

- tems*, pp. 1-23, 2005.
7. 차주환, "해상크레인으로 인양하는 대형 중량물의 비선형 동적 응답 및 이산 사건/이산 시간 시뮬레이션", 박사학위논문, 서울대학교, 2008.
8. 차주환, 이규열, 함승호, 노명일, 박광필, "해상크레인과 대형 중량물의 상호 작용을 고려한 탑재 시뮬레이션", 2009 한국 CAD/CAM 학회 학술발표회 논문집, pp. 654-668.
9. 차주환, 함승호, 권정환, 노명일, 이규열, 박광필, "해상크레인을 병렬로 연결하여 인양하는 대형 중량물의 동적 거동 계산 시뮬레이션", 2008년도 대한조선학회 추계학술발표회, pp. 921-930, 2008.11.13-15, 2008. 11.
10. 함승호, 차주환, 이규열, 노명일, 박광필, 서홍원, "다물체간 상호 작용 및 해양파에 의한 운동 응답을 고려한 해상 크레인의 실시간 시뮬레이션", 2008년도 대한조선학회 추계학술발표회, pp. 1669-1676, 2008.
11. 구남국, 이규열, 권정환, 차주환, 함승호, 하솔, 박광필, "해상 크레인이 인양하는 중량물의 운동 감쇠 제어 시뮬레이션 및 실험적 고찰", 2009 한국 CAD/CAM 학회 학술발표회 논문집, pp. 669-676.
12. 구남국, 차주환, 하솔, 권정환, 함승호, 이규열, 박광필, "해상크레인으로 인양하는 중량물의 거동 감쇠를 위한 Tagline 제어 시스템", 2008년도 대한조선학회 추계학술발표회, pp. 823-830, 2008.11.13-15, 2008. 11.
13. Ellermann, K., Kreuzer, E. and Markiewicz, M., "Nonlinear Dynamics of Floating Cranes", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 27, pp. 107-183, 2002.
14. Lanczos, C., "The Variational Principles of Mechanics", Univ. of Toronto press, 1970.
15. Haug, E. J., "Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems", Allyn and Bacon, 1989.
16. Shabana, A., "Computational Dynamics", John Wiley & Sons, Inc., 1994.
17. de Jalon, Javier Garcia, Bayo, E., Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems - Real-Time Challenge, Springer-Verlag, 1994.
18. Open Scene Graph, <http://www.openscenegraph.org/>
19. Nikravesh, P. E. and Gim, G., "Systematic Construction of the Equations of Motion for Multibody Systems Containing Closed Kinematic Loops", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 115, pp. 143-149, 1989.
20. Bae, D. S. and Haug, E. J., "A Recursive Formulation for Constrained Mechanical System Dynamics Part II. Closed Loop Systems", *Mech. Struct. & Mach.*, Vol. 15, No. 4, pp. 481-506, 1987-1988.



### 함 승 호

2007년 서울대학교 조선해양공학과 학사  
 2009년 서울대학교 조선해양공학과 석사  
 2008년~현재 대우조선해양 선박해양  
 기술연구소 정보기술R&D팀 연  
 구원

관심분야: 모델링 및 시뮬레이션, 다물  
 체계 동역학



### 차 주 환

2002년 서울대학교 조선해양공학과 학사  
 2004년 서울대학교 조선해양공학과 석사  
 2008년 서울대학교 조선해양공학과 박사  
 2008년~현재 서울대학교 공학연구소  
 연구원

관심분야: 모델링 및 시뮬레이션, 다물  
 체계 동역학, CAD, 음향수 모델링



### 이 규 열

1971년 서울대학교 공과대학 조선공학  
 과 학사

1975년 독일 하노버 공과대학 조선공학  
 석사(Dipl.-Ing.)

1982년 독일 하노버 공과대학 조선공학  
 박사(Dr.-Ing.)

1975년~1983년 독일 하노버 공과대학  
 선박설계 및 이론연구소, 주정부  
 연구원

1983년~1994년 한국기계연구원 선박  
 해양공학연구센터, 선박설계,  
 생산자동화 연구사업(CSDP)단장

1994년~현재 서울대학교 공과대학  
 조선해양공학과 교수

관심분야: CAD, CAGD, 선박 설계,  
 시뮬레이션, CALS