

진동특성을 이용한 외팔보의 크랙 및 손상 검출에 대한 연구

Study on Detection of Crack and Damage for Cantilever Beams Using Vibration Characteristics

손 인 수† · 안 성 진* · 윤 한 익*

In-Soo Son, Sung-Jin Ahn and Han-Ik Yoon

(2009년 6월 15일 접수 ; 2009년 8월 4일 심사완료)

Key Words : Damage Detection(손상 검출), Natural Frequency(고유진동수), Open Crack(개구형 크랙), Non-destructive Testing(비파괴 검사), Ultrasonic Testing(초음파 탐상법)

ABSTRACT

In this paper, the purpose is to investigate the natural frequency of a cracked Timoshenko cantilever beams by FEM(finite element method) and experiment. In addition, a method for detection of crack in a cantilever beams is presented based on natural frequency measurements. The governing differential equations of a Timoshenko beam are derived via Hamilton's principle. The two coupled governing differential equations are reduced to one fourth order ordinary differential equation in terms of the flexural displacement. The crack is assumed to be in the first mode of fracture and to be always opened during the vibrations. The detection method of a crack location in a beam based on the frequency measurements is extended here to Timoshenko beams, taking the effects of both the shear deformation and the rotational inertia into account. The differences between the actual and predicted crack positions and sizes are less than 6 % and 23 % respectively.

1. 서 론

결함을 가진 기계나 건축 등의 구조물은 동일한 하중이 작용하더라도 구조물의 자체 탄성에 의한 변형에너지 이외에 크랙에 의해서 추가로 변형에너지가 존재하게 되며, 이 부가되어진 에너지만큼 변형이 더 발생한다. 또 일반적으로 크랙을 갖는 구조물에 어떤 하중이나 외력이 작용하게 되면 일정 한계 이상으로 힘을 받지 못하고 크랙을 기점으로 해서 급격히 균열이 전파되어 파괴된다. 따라서 구조물에 존재하는 결함을 파악하는 것은 매우 중요하다 할 수 있다. 이 같이 구조물의 파괴 원인이 되는

결함을 진단하기 위하여 구조물에 손상을 주지 않고 결함의 탐지가 가능하고, 경제적으로나 편의성 측면에서 매우 효과적인 비파괴 검사법이 널리 사용되고 있다. 일반적인 비파괴 검사법으로는 초음파 탐상법, 방사선 투과법, 그리고 음향방출법 등이 수행되고 있으나, 비교적 길이가 긴 요소들은 비용과 시간이 많이 소비된다. 특히 각각의 검사 방법에 따라 검출 가능한 요소들이 제한되거나 적용대상이 한정된다는 문제점들을 갖고 있다. 이러한 비파괴적인 방법 중의 하나가 구조물이나 시스템의 고유진동특성 변화를 측정하여 크랙의 존재, 위치 및 크기를 탐지하는 것이다.

크랙이 구조물의 동특성에 미치는 영향을 연구하기 위하여 초기에는 구조물에서 단지 크랙이 존재하는 부분의 강성을 줄이는 방법⁽¹⁾이 시도되었고, 최근에는 유연행렬을 이용하여 크랙에 의해서 부가되는

† 교신저자; 정회원, 동의대학교 기계공학과
E-mail : isson92@deu.ac.kr

Tel : (051)890-2239, Fax : (051)890-2232

* 정회원, 동의대학교 기계공학과

에너지를 고려하는 해석방법을 사용하고 있다^(2,3). 크랙을 가지는 보 형태의 구조물의 해석은 오일러-베르누이 보 이론을 적용한 연구^(4,5)와 티모센코 보 이론을 적용하여 크랙이 전체 구조물의 동특성에 미치는 영향에 대한 연구 결과가 발표되고 있다⁽⁶⁾. 최근 종동력을 받는 티모센코 보의 안정성에 미치는 크랙의 영향에 대한 연구⁽⁷⁾와 다중크랙을 갖는 보의 고유진동수 변화에 대한 연구도 발표되어지고 있다^(8,9). Chandrupatla 와 Belegundu⁽¹⁰⁾는 유한요소 해석방법을 이용하여 크랙을 가진 보의 진동특성을 연구하기도 하였으며, Gounaris 와 Dimarogonas⁽¹¹⁾는 크랙을 가진 보의 구조해석에 있어서 크랙에 의한 유연행렬을 유한요소 해석방법을 적용시켜 해석하고 그 타당성을 보였다. Lele 와 Maiti⁽¹²⁾는 전달행렬법을 이용하여 크랙을 가진 티모센코 보의 모델링 및 보의 고유진동수를 구하였으며, 실험을 통하여 그 결과를 검증하였다. 또 실험으로 얻은 고유진동수를 이용하여 크랙의 위치를 예측하는 방법을 제안하였다. 최근 고유진동수를 이용하여 다중크랙을 가진 베르누이-오일러 보 및 유체를 가진 파이프의 크랙 검출 방법에 대한 많은 연구가 수행되어지고 있다^(13,14).

이 연구에서는 크랙을 가진 티모센코 보의 진동특성을 해석하였으며, 유한요소 해석과 실험을 수행하여 이론해석 결과를 검증하였다. 또한 실험으로 얻은 고유진동수를 이용하여 크랙의 위치와 크기를 탐지하고, 일반적인 비파괴 검사법으로 수행한 결과를 서로 비교하여 진동특성을 이용한 보의 손상검출 방법의 타당성을 검토하였다.

2. 티모센코 보 이론해석

Fig. 1은 크랙을 가지는 외팔보의 개략도를 나타낸 것이다. 여기서 x_c 는 보의 고정단으로부터의 크랙 위치이며, L 은 보의 전체길이를 의미한다. 또 Fig. 2는 크랙이 존재하는 보의 단면을 나타낸 것으

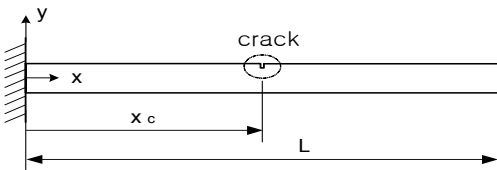


Fig. 1 Cantilever beam with crack

로 b, h 그리고 a 는 각각 보의 가로와 세로, 그리고 크랙의 깊이를 표현하고 있다.

자유진동에 대하여 티모센코 보 이론을 적용한 외팔보의 운동방정식을 확장된 Hamilton 원리를 이용하여 유도하면 다음과 같다⁽¹⁵⁾.

$$EI \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + \kappa GA \left(\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} - \psi(x,t) \right) - \frac{mI}{A} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$$\kappa GA \left[\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x} \right] - m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

여기서 $y(x,t)$ 는 횡방향 변위, $\psi(x,t)$ 는 굽힘에 의한 회전각, κ 는 전단계수이다. 또 A 와 G 는 각각 보의 단면적과 전단 탄성계수를 나타내고 있다. m, E , 그리고 I 는 각각 보의 단위 길이당 질량, 영계수, 그리고 보의 단면 2차 모멘트를 의미한다. 식(1), (2)의 일반해는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$y(x,t) = Y(x) e^{i\omega_n t}, \quad (3a)$$

$$\psi(x,t) = \phi(x) e^{i\omega_n t} \quad (3b)$$

여기서 ω_n 는 보의 고유진동수이며 $i = \sqrt{-1}$ 를 나타낸다. 식(3a)를 식(1)에 대입하고, 횡변위에 대한 무차원 운동방정식을 구하면 다음과 같다⁽⁷⁾.

$$Y^{iv} + [\omega^2(\beta + r^2)] Y'' + \omega^2(\omega^2 \beta r^2 - 1) Y = 0 \quad (4)$$

여기서 ()'은 무차원 좌표 $\xi (=x/L)$ 에 대한 미분을 나타내며, 무차원 변수들은 다음과 같이 정의한다.

$$\omega^2 = \frac{mL^4 \omega_n^2}{EI}, \quad \beta = \frac{Er^2}{\kappa G}, \quad r^2 = \frac{I}{AL^2} \quad (5)$$

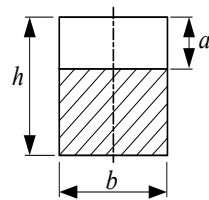


Fig. 2 Cross section of beam

식 (4)의 일반해는 크랙위치에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Y_1(\xi) = A_1 \sinh(\lambda_1 \xi) + A_2 \cosh(\lambda_1 \xi) + A_3 \sin(\lambda_2 \xi) + A_4 \cos(\lambda_2 \xi) \quad ; (0 \leq \xi \leq \xi_c),$$

$$Y_2(\xi) = A_5 \sinh(\lambda_1 \xi) + A_6 \cosh(\lambda_1 \xi) + A_7 \sin(\lambda_2 \xi) + A_8 \cos(\lambda_2 \xi) \quad ; (\xi_c \leq \xi \leq 1)$$

(6)

여기서

$$\lambda_{1,2} = \left[\frac{\sqrt{k_2} \mp k_1}{2} \right]^{1/2} \quad (7)$$

이며, k_1 과 k_2 는 각각 다음과 같다.

$$k_1 = \omega^2(\beta + r^2), \quad k_2 = k_1^2 + 4\omega^2(1 - \omega^2\beta r^2) \quad (8)$$

전단변형에 대해서도 위와 동일한 방법으로 전개하면 다음과 같이 해를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_1(\xi) &= q_1 A_2 \sinh(\lambda_1 \xi) + q_1 A_1 \cosh(\lambda_1 \xi) \\ &+ q_2 A_4 \sin(\lambda_2 \xi) - q_2 A_3 \cos(\lambda_2 \xi) \\ & ; (0 \leq \xi \leq \xi_c), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \phi_2(\xi) &= q_1 A_6 \sinh(\lambda_1 \xi) + q_1 A_5 \cosh(\lambda_1 \xi) \\ &+ q_2 A_8 \sin(\lambda_2 \xi) - q_2 A_7 \cos(\lambda_2 \xi) \\ & ; (\xi_c \leq \xi \leq 1) \end{aligned}$$

여기서

$$q_1 = \lambda_1 + \frac{\omega^2 \beta}{\lambda_1}, \quad q_2 = -\lambda_2 + \frac{\omega^2 \beta}{\lambda_2} \quad (10)$$

이다. 무차원화 된 외팔보의 양단 경계조건은

$$\begin{aligned} Y_1(0) &= \phi_1(0) = 0, \\ \frac{dY_2(1)}{d\xi} - \phi_2(1) &= 0, \quad \frac{d\phi_2(1)}{d\xi} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

이다. 또 크랙위치에서 다음의 변위, 모멘트, 전단력 및 기울기 변화의 연속조건을 각각 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} Y_1(\xi_c) &= Y_2(\xi_c), \quad \frac{d^2 Y_1(\xi_c)}{d\xi^2} = \frac{d^2 Y_2(\xi_c)}{d\xi^2}, \\ \frac{d^3 Y_1(\xi_c)}{d\xi^3} &= \frac{d^3 Y_2(\xi_c)}{d\xi^3}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$K[\phi_2(\xi_c) - \phi_1(\xi_c)] = \frac{d^2 Y_2(\xi_c)}{d\xi^2}$$

여기서 무차원화 된 크랙의 크기와 위치 및 크랙으로 인한 추가 변형에너지를 반영하는 회전 스프링 상수는 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha = \frac{a}{h}, \quad \xi_c = \frac{x_c}{L}, \quad K = \frac{K_R L}{EI} \quad (13)$$

무차원 스프링상수는 고유진동수 및 크랙의 위치와 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\begin{aligned} 4(1 + \cosh \lambda \cos \lambda) + \frac{\lambda}{K} [\sinh \lambda (\cos \lambda + \cos \lambda e_1) \\ - \sin \lambda (\cosh \lambda + \cosh \lambda e_1) + 2 \cosh(\lambda \xi_c) \sin(\lambda \xi_c) \\ - 2 \cos(\lambda \xi_c) \sinh(\lambda \xi_c) - 2 \sin(\lambda e_2) \cosh(\lambda e_2) \\ + 2 \cos(\lambda e_2) \sinh(\lambda e_2)] = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $\lambda = \sqrt{\omega}$, $e_1 = 2\xi_c - 1$, 그리고 $e_2 = 1 - \xi_c$ 이다. 식 (6), (9)의 미지수들은 식 (11), (12)의 경계 조건 및 연속조건을 이용하여 각각 구할 수 있다. 또 계의 고유진동수는 다음과 같은 고유치의 기본 형태로 변환하여 쉽게 구할 수 있다.

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{0}, \quad |\Delta| = 0 \quad (15)$$

여기서 Δ 는 외팔보의 양단 경계조건 및 크랙위치에서의 연속조건을 대입하여 얻은 각각의 식을 행렬형태로 표현한 것이다. 또 $|\Delta|$ 는 Δ 의 행렬식을 나타내고 있으며, \mathbf{X} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{X} = [A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8]^T \quad (16)$$

여기서 위첨자 T는 전치를 의미한다.

3. 유한요소 해석 및 실험

Table 1 Specifications of cantilever beam

Property	Values
Total length of beam (L)	0.25 m
Hight of beam (h)	0.01 m
Width of beam (b)	0.015 m
Young's modulus (E)	200 GPa
Density (ρ)	7860 kg/m ³
Poisson's ratio (ν)	0.3

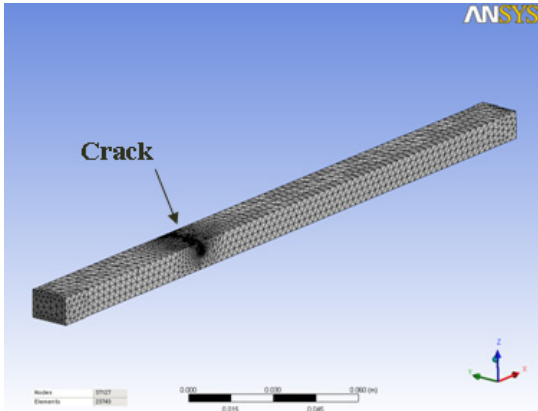


Fig. 3 Finite element model of cracked beam

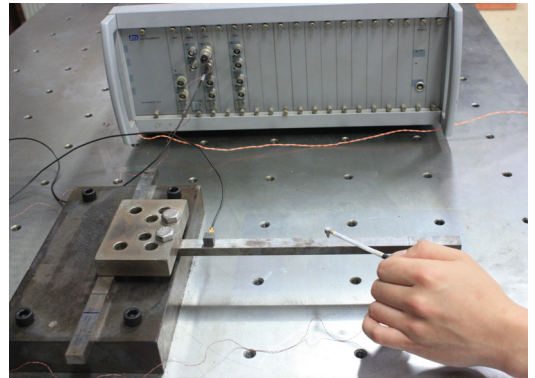
이론해석을 통하여 얻은 결과를 검증하기 위하여 유한요소 해석과 진동실험을 수행하였다. Table 1은 유한요소 해석과 실험에 사용한 보의 물성치를 나타내고 있다.

3.1 유한요소 해석

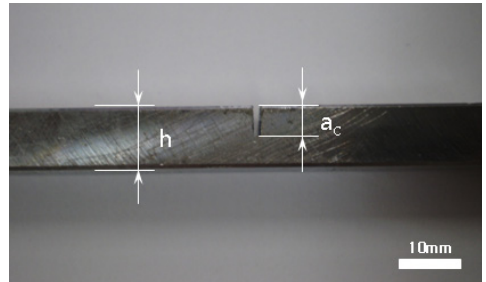
유한요소 해석을 위한 보의 모델링은 Uni-Graphics(NX5)를 이용하여 수행하였고, 모델링한 보를 상용 유한요소 해석 프로그램인 ANSYS Workbench(Ver. 11.0)를 사용하여 해석하였다. Fig. 3과 같이 유한요소 모델링을 하였으며, 크랙의 크기에 따라 조금씩 차이가 있으나 요소와 절점의 수는 각각 23,000~28,000개와 32,000~40,000개 정도로 하였다.

3.2 실험

보의 고유진동수를 측정하기 위하여 사용한 FFT 분석기는 LMS사의 CADA-X이다. Fig. 4(a)는 보의 고유진동수 측정 모습을 보여주고 있으며, 보는



(a) Modal testing of cracked cantilever beam



(b) Beam with crack

Fig. 4 Experimental setup

볼트로 고정하였고 고정할 때의 힘이 일정하도록 토크렌치를 이용하였다.

Fig. 4(b)에서 볼 수 있는 것처럼 보의 크랙은 선형 정밀 톱으로 가공하였으며, 크랙의 폭을 최소화하기 위하여 0.5 mm의 선형 톱날을 사용하였다.

4. 결과 비교 및 검토

2장과 3장에서 구한 외팔보의 횡진동에 대한 고유진동수를 정리하여 Table 2에 나타내었다. 크랙의 크기는 0, 0.3, 그리고 0.5의 경우에 대하여 각기 다른 4개의 크랙 위치를 가진 외팔보의 고유진동수를 각각 3차 모드까지 구하였다. 여기서 M은 모드, E는 이론값과 실험값의 오차, 즉 $\left| \frac{\text{Exp.} - \text{Theory}}{\text{Exp.}} \right| \times 100$ 을 나타낸다. 먼저 유한요소 해석으로 얻어진 결과는 이론값과 비교하여 오차가 1% 이내로 아주 정확한 결과를 얻을 수 있었으며, 실험값과의 오차는 Table 2에서 확인할 수 있는 것처럼 5% 내외로 나타났다. 크랙이 존재하지 않는 경우 이론값과 실험값의

Table 2 Natural frequencies of cantilever beam

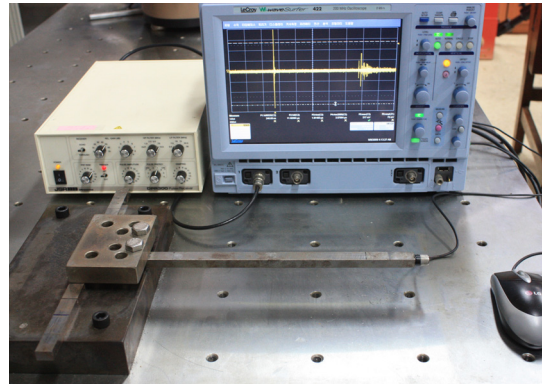
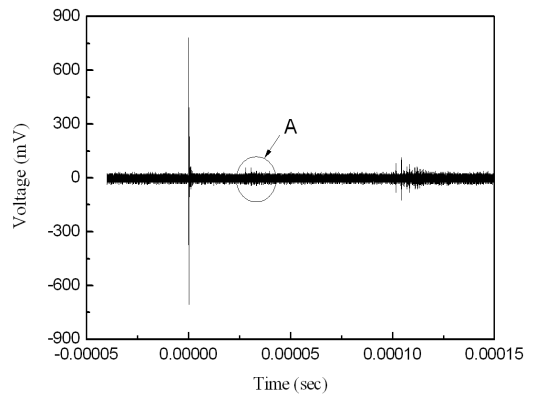
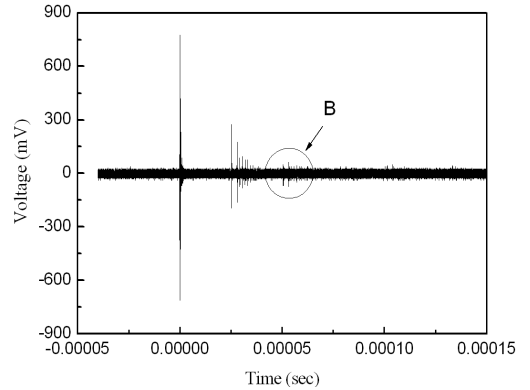
α	ξ_c	M	Natural frequencies (Hz)			E (%)
			Theory	FEM	Exp.	
Uncracked beam		ω_1	130.21	131.02	125.5	3.8
		ω_2	809.75	815.68	784.5	3.2
		ω_3	2240.06	2260.80	2205.0	1.6
0.3	0.1	ω_1	123.49	123.95	118	4.6
		ω_2	795.45	799.75	763	4.3
		ω_3	2232.92	2246.20	2114	5.6
	0.3	ω_1	126.92	127.62	120	5.8
		ω_2	804.07	809.84	768	4.7
		ω_3	2178.98	2195.40	2076	5.0
	0.5	ω_1	129.09	129.88	124	4.1
		ω_2	781.47	785.75	743	5.2
		ω_3	2239.94	2256.50	2136	4.9
0.7	ω_1	130.03	130.91	125	4.0	
	ω_2	793.55	798.46	758	4.7	
	ω_3	2156.88	2169.80	2080	3.7	
0.5	0.1	ω_1	109.95	109.19	104	5.7
		ω_2	770.98	777.54	754	2.3
		ω_3	2221.16	2236.00	2136	4.0
	0.3	ω_1	119.42	120.09	114	4.8
		ω_2	791.77	797.55	754	5.0
		ω_3	2064.18	2027.00	2001	3.2
	0.5	ω_1	126.30	127.11	122	3.5
		ω_2	722.94	727.61	688	5.1
		ω_3	2239.70	2255.00	2136	4.9
0.7	ω_1	129.55	130.48	124	4.5	
	ω_2	754.59	758.43	720	4.8	
	ω_3	1999.29	2004.10	1852	7.9	

오차는 1.6~3.8% 정도로 크랙이 있는 경우보다 더 좋은 결과를 얻을 수 있었다. 1차 모드의 고유진동수는 크랙의 크기와 서로 반비례적이며, 크랙의 크기와 관계없이 크랙의 위치가 보의 자유단에 가까워질수록 크랙이 없는 보의 고유진동수와 가까워진다.

5. 보의 손상 검출

5.1 초음파 탐상법

초음파 탐상법이란 가청 주파수 이상의 주파수를 갖는 초음파를 이용하여 소재의 내부결함을 검출하거나 두께측정에 이용하는 비파괴 검사의 일종이다. 탐촉자에서 발생한 초음파는 소재의 내부로 침투되어 진행하며 초음파의 경로 상에 결함이 존재할 경우,

**Fig. 5** Ultrasonic testing of cracked cantilever beam(a) $\alpha = 0.1$ (b) $\alpha = 0.5$ **Fig. 6** Time record for beams with crack ($\xi_c=0.25$)

그 결함에 의해 초음파는 반사되어 되돌아오고 그 신호를 받아 초음파가 진행한 거리만큼 오실로스코프에 신호로 나타나게 된다. 오실로스코프에 나타난 신호의 위치 및 크기로 결함이 존재하는 위치 및

크기를 평가한다.

Fig. 5는 보의 초음파 탐상을 위한 실험 장비 및 실험 모습을 나타낸 것이다. 초음파 탐상에 사용한 시험장비는 각각 오실로스코프(Le cary, Wavesurfer 422), 송수신기(JSR Ultrasonics, DRP 300), 그리고 탐촉자(Technisonic, CF-1002-HR)이다. 실험은 펄스반사법으로 실시하였으며, 탐촉자를 직접 탐상대상에 접촉하는 직접접촉법으로 수행하였다. 또한 탐촉자 한 개로 탐상을 실시하는 1 탐촉자 법으로, 그리고 결함과 수직 방향으로 측정을 실시하는 수직법으로 실험을 수행하였다.

Fig. 6은 크랙 위치 $\xi_c = 0.25$ 이고 크랙 깊이 α 가 각각 10%, 50%인 보를 초음파 탐상한 결과이다. Fig. 6(a)의 크기가 10%인 크랙을 가진 보의 경우, A 부분과 같이 크랙으로 인한 반사파의 신호가 아주 약하게 나타나고 있다. 이것은 크랙을 가지지 않는 보와 비교할 때 크랙의 존재 유무를 판단하기가 어렵다. 크랙의 크기가 비교적 큰 Fig. 6(b)에서는

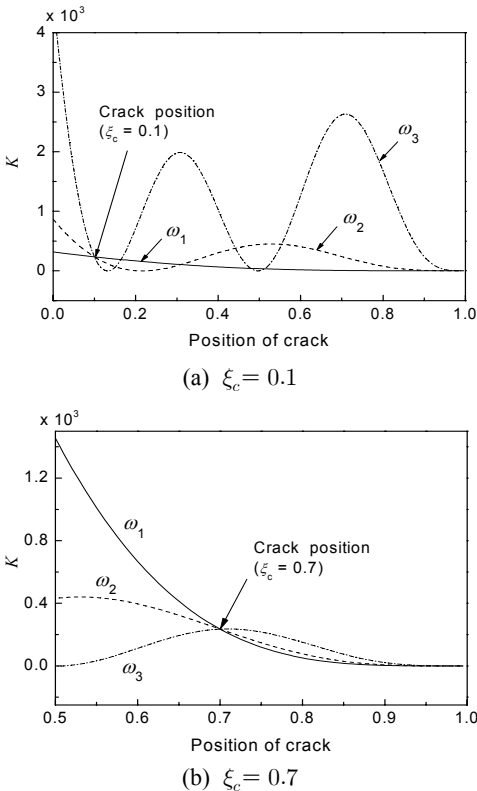
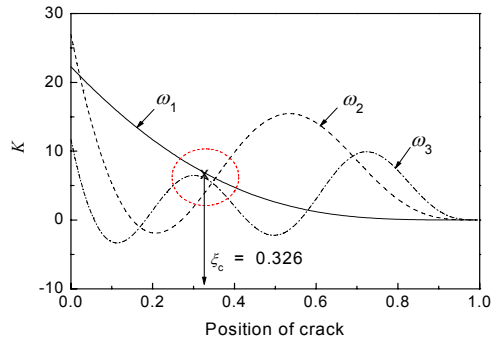


Fig. 7 Function K for the first three modes of cracked cantilever beam($\alpha = 0.1$)

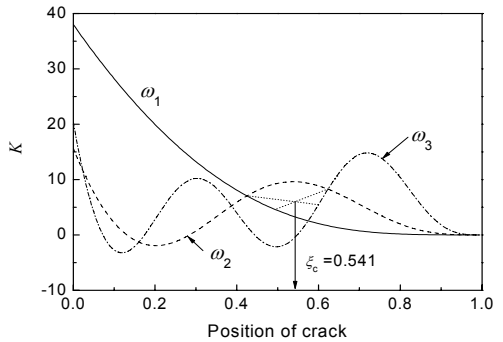
크랙의 존재 유무 및 위치는 검출 가능하지만, B 부분과 같이 크랙에 의한 반사파와 저면반사파 사이에 또 다른 신호가 나타나고 있음을 알 수 있다.

Table 3 Relation of K and α

K	898.2	235.3	107.7	61.3	39.1	26.6	18.8	13.6
α	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40
K	10.0	7.4	5.4	3.9	2.8	2.0	1.3	0.8
α	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80



(a) $\xi_c = 0.3$



(b) $\xi_c = 0.5$

Fig. 8 Function K for the first three modes of cracked cantilever beam ($\alpha = 0.3$)

Table 4 Comparison of actual and predicted crack position and size

Case	Actual data		Predicted data			
	ξ_c	α	ξ_c^*	Error(%)	α^*	Error(%)
1	0.3	0.3	0.326	2.6	0.517	21.7
2	0.5	0.3	0.541	4.1	0.530	23.0
3	0.6	0.5	0.578	2.2	0.634	13.4
4	0.7	0.5	0.642	5.8	0.621	12.1

이 위치에서는 크랙이 없으나 결함신호를 나타내고 있는데, 이는 다중반사파(multiple echo)로 판단된다. 즉, 펄스가 측면 등에 부딪히면 일부가 파형변형이 일어나게 되어 다중반사파로 나타나게 되는 것이다. 이러한 다중반사파로 인하여 크랙이 비교적 큰 경우에도 크랙의 존재유무를 판단하는데 어려움이 있다고 판단된다.

5.2 진동특성을 이용한 보의 손상 검출방법

수치해석에서 크랙을 가진 보의 고유진동수를 미지수로 두고 크랙의 크기와 깊이에 따른 식 (13)의 무차원 강성계수 K 를 결정하여 해석을 수행하였다. 만약 보의 고유진동수를 알고 있다면 식 (14)를 이용하여 역으로 K 를 구할 수 있다. 즉, 강성계수 K 를 구하면 크랙의 위치 및 크기를 판단할 수 있고, 이러한 기본 원리를 이용하여 보의 손상 검출을 수행하고자 한다.

먼저 수치해석으로 구한 크랙의 크기가 0.1이고, 크랙의 위치가 각각 0.1과 0.7인 보의 횡방향 진동의 최저차 3개모드의 고유진동수를 각각 식 (14)에 대입하여 Fig. 7과 같이 크랙의 위치에 따른 강성계수 K 의 값을 도출할 수 있다. 여기서 3개의 곡선이 한 점에서 교차하고 있음을 알 수 있다. 이 교차점에서의 크랙의 위치는 각각 0.1, 0.7로서 보의 크랙위치와 정확하게 일치하고 있음을 알 수 있다. 또 이때의 강성계수는 235.3이다. 이 강성계수의 값을 Table 3에 나타난 강성계수와 크랙 크기의 관계를 이용하면 크랙의 크기($\alpha=0.1$)를 판단할 수 있다. 즉, 보의 1차, 2차, 그리고 3차 고유진동수를 미리 알고 있다면, 크랙의 존재 유무와 크랙의 위치 및 크기를 파악할 수 있기 때문에 보의 손상검출이 가능하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 8(a)는 실험을 통하여 얻은 크랙의 크기와 위치가 모두 0.3인 보의 고유진동수를 이용하여 크랙의 위치에 따른 강성계수 K 의 값을 나타낸 그래프이다. Fig. 7의 이론값과는 달리 3개의 곡선이 한 점에서 정확히 교차하지 않는다. 이 경우에는 세 곡선이 만나려는 부분에서 교차하지 않는 곡선 즉 ω_1 과 ω_3 사이의 거리가 가장 짧은 지점을 연결한 선의 중간점을 택하면 된다. 이때의 크랙 위치는 약 0.326로 실제 값과는 약 2.6% 정도의 오차를 보인다. 또 크랙의 크기는 0.517정도로 실제 값과 비교

하여 약 21% 정도의 오차를 나타낸다. Fig. 8(b)는 Table 2에서 크랙의 크기와 위치가 각각 0.3, 0.5인 실험치를 이용하여 강성계수의 곡선을 나타낸 것이다. Fig. 8(a)와는 달리 세 쌍의 교차점이 나타난다. 이런 경우는 그 교차점들로 형성되는 도형중 면적이 가장 좁은 도형의 중심이 바로 크랙의 위치⁽¹³⁾로서 약 0.541이다. 이 값은 실제 값과 약 4.1%의 오차를 보인다. 또 Table 3을 이용하여 크랙의 크기를 예측해 보면 약 0.532로 실제 값과 23% 정도의 오차를 보인다. 다른 몇 가지 예제를 통하여 살펴본 결과를 Table 4에 나타내었다. 이 결과들로 볼 때 진동특성을 이용한 보의 손상 검출 방법은 6% 오차 안에서 크랙의 위치는 비교적 정확하게 판단할 수 있으나 크랙의 크기는 대략적인 값만을 확인할 수 있다.

6. 결 론

보의 진동특성을 이용하여 외팔보의 손상검출에 대한 연구를 위하여 먼저 이론해석을 통하여 보의 고유진동수를 구하고, 그 결과를 유한요소 해석 및 실험을 통하여 검증하였다. 또 실험을 통해 얻어진 고유진동수를 적용하여 진동특성을 이용한 보 구조물에 대한 손상검출 방법에 대한 연구를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 초음파 탐상에서는 크랙의 크기가 10%인 경우 결함부의 신호가 잘 나타나지 않고, 크랙의 크기가 비교적 큰 50%의 경우는 다중반사파의 영향으로 크랙의 존재유무를 정확하게 판단하기가 어렵다.

(2) 보의 최저차 3개 모드의 고유진동수를 적용하여 크랙 위치에 따른 강성계수의 그래프를 그려보면 3곡선이 한 점에서 만나게 되며, 이 교차점을 이용하여 크랙의 위치 및 강성계수를 얻을 수 있다. 또, 구해진 크랙의 위치와 강성계수를 이용하면 크랙의 크기를 찾아낼 수 있으므로 이 원리로 진동특성을 이용한 비파괴 검사가 가능하다.

(3) 실험을 통하여 얻은 고유진동수를 이용하여 보의 손상 검출을 실시한 결과 주어진 예제들에서 크랙의 위치는 약 6% 이내, 그리고 크랙의 크기는 약 23% 이내의 오차에서 검사가 가능함을 알 수 있다.

이와 같은 연구결과를 바탕으로 보 형태 구조물

즉, 산업현장의 천정크레인이나 철도 레일 등의 손상 검출이 가능하다고 판단되며, 특히 진동특성을 이용한 손상 검출방법은 초음파 탐상법보다 간편하고 정확하게 결함을 예측할 수 있어 보 형태 구조물의 안전진단 및 안정성 평가에 기여할 수 있을 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- (1) Datta, P. K. and Lal, M. K., 1992, "Parametric Instability of a Non-prismatic Bar with Localized Damage Subjected to an Intermediate Periodic Axial Load," *Computers and Structures*, Vol. 4, No. 6, pp. 1199~1202.
- (2) Ruotolo, R., Surace, C., Crespo, P. and Storer, D., 1996, "Harmonic Analysis of The Vibrations of a Cantilevered Beam With a Closing Crack," *Computers and Structures*, Vol. 61, No. 6, pp. 1057~1074.
- (3) Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, J., 1998, "A Continuous Cracked Beam Vibration Theory," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 215, No. 1, pp. 17~34.
- (4) Chondros, T. G., Dimarogonas, A. D. and Yao, J., 2001, "Vibration of a Beam with a Breathing Crack," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 239, No. 1, pp. 57~67.
- (5) Bannios, Y., Douka, E. and Trochidis, A., 2002, "Crack Identification in Beam Structures Using Mechanical Impedance," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 256, No. 2, pp. 287~297.
- (6) Krawczuk, M., Palacz, M. and Ostachowicz, W., 2003, "The Dynamic Analysis of a Cracked Timoshenko Beam by the Spectral Element Method," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 264, pp. 1139~1153.
- (7) Son, I. S. and Yoon, H. I., 2008, "Effects of Crack on Stability of Timoshenko Beams Subjected to Subtangential Follower Force," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, No. 12, pp. 1327~1334.
- (8) Lin, H. P., Chang, S. C. and Wu, J. D., 2002, "Beam Vibrations with an Arbitrary Number of Cracks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 258, No. 5, pp. 987~999.
- (9) Yoon, H. I., Son, I. S. and Ahn, S. J., 2007, "Free Vibration Analysis of Euler-Bernoulli Beam with Double Cracks," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 21, pp. 476~485.
- (10) Chandrupatla, T. R. and Belegundu, A. D., 1997, *Introduction to Finite Elements in Engineering*, Prentice Hall, New Delhi.
- (11) Gounaris, G. and Dimarogonas, A. D., 1988, "A Finite Element of Cracked Prismatic Beam for Structural Analysis," *Computers and Structures*, Vol. 28, pp. 309~313.
- (12) Lele, S. P. and Maiti, S. K., 2002, "Modelling of Transverse Vibration of Short Beams for Crack Detection and Measurement of Crack Extension," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 257, No. 3, pp. 559~583.
- (13) Patil, S. K. and Maiti, S. K., 2003, "Detection of Multiple Cracks Using Frequency Measurements," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 70, pp. 1553~1572.
- (14) Murigendrappa, S. M., Maiti, S. K. and Srirangarajan, H. R., 2004, "Experimental and Theoretical Study on Crack Detection in Pipes Filled with Fluid," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, pp. 1013~1032.
- (15) Meirovitch, L., 1967, *Analytical Methods in Vibration*, The Macmillan Company, New York.