

군집지능과 모델개선기법을 이용한 구조물의 결함탐지

Structural Damage Detection Using Swarm Intelligence and Model Updating Technique

최 종 헌*·고 봉 환†

Jong-Hun Choi and Bong-Hwan Koh

(2009년 3월 17일 접수 ; 2009년 7월 29일 심사완료)

Key Words : Damage Detection(결함탐지), Model Updating(모델개선), Swarm Intelligence(군집지능), Particle Swarm Optimization(개체 군집 최적화), Ant Colony Optimization(개미 집단 최적화)

ABSTRACT

This study investigates some of swarm intelligence algorithms to tackle a traditional damage detection problem having stiffness degradation or damage in mechanical structures. Particle swarm(PSO) and ant colony optimization(ACO) methods have been exploited for localizing and estimating the location and extent damages in a structure. Both PSO and ACO are population-based, stochastic algorithms that have been developed from the underlying concept of swarm intelligence and search heuristic. A finite element (FE) model updating is implemented to minimize the difference in a set of natural frequencies between measured and baseline vibration data. Stiffness loss of certain elements is considered to simulate structural damages in the FE model. It is numerically shown that PSO and ACO algorithms successfully completed the optimization process of model updating in locating unknown damages in a truss structure.

1. 서 론

대형복합 기계구조물이나 사회간접자본 시설물에는 자연적 노화에 따른 퇴화(degradation)현상 이외에도 과도한 하중, 피로, 지진, 태풍 등과 같은 예기치 못한 외적 요인에 의해서도 구조적 결함이 발생할 수 있다. 이러한 결함은 자칫 많은 인명 피해와 엄청난 경제적 손실로 이어질 수 있으므로 대상 구조물에 대해 상시적으로 결함을 탐지하고 진단할 수 있는 체계적인 시스템이 필요하다. 구조물에 존재하는 결함을 탐지하는 공학적 기법에 대해 오래 전부터 그 경제성 및 신뢰성 향상과 관련된 많은 연구가 진행되어 왔다. 현재까지 대표적으로 알려진

구조물 결함탐지 기법으로는 육안 검사, 초음파 및 X-선 등 국부적 비파괴 검사법이 있다. 그러나 육안 검사법은 경험이 풍부한 다수의 인력과 시간이 필요하고 국부적 비파괴 검사법은 결함의 위치와 크기를 정량적으로 산출하기 어려울 뿐만 아니라, 대상 구조물에 대한 검사자의 접근성조차 확보되지 못하는 경우가 흔히 발생한다.

최근에 이러한 기술적, 경제적 한계를 극복하기 위해 구조물의 동적특성 중 구조적 결함에 대한 고유진동수의 민감도를 응용한 진동기반(vibration-based) 결함탐지법이 많이 연구되고 있으며, 이는 경제적 측면에서 기존의 비파괴 검사법에 비해 많은 장점을 갖고 있다⁽¹⁾. 고유진동수와 모드의 변화는 구조물의 갖는 강성과 질량의 변화에 의해 직접적으로 영향을 받으므로 진동실험을 통해 측정된 고유진동수의 변화 패턴을 분석하여 구조물의 결함 존재 여부 및 그 위치나 크기 등도 예측할 수 있다.

† 교신저자; 정회원, 동국대학교 기계로봇에너지공학과
E-mail : bkoh@dongguk.edu

Tel : (02)2260-8591, Fax : (02)2263-9379

* 동국대학교 대학원 기계로봇에너지공학과

대표적인 진동기반 결함탐지법 중 하나로 감시대상 구조물의 동적거동에 가장 충실한 유한요소모델을 활용하는 모델개선 기법(model updating method)이 있다⁽²⁾. 만약 각종 센서가 장착된 대상 구조물에 결함이 발생하게 되면 각 모드별로 고유진동수가 특정한 패턴을 가지고 변화하게 되는데, 유한요소모델의 고유진동수가 실험으로 측정된 고유진동수 변화 패턴과 일치되도록 모델의 강성요소를 수정하면서 반복적 해석을 수행하게 되는 방식이다. 궁극적으로 이러한 반복적 모델개선 과정을 통해 유한요소모델은 실제 구조물에 존재하는 강성결함과 동등한 위치와 크기의 파라미터 변화에 도달하게 될 것이다. 이러한 반복적 모델개선은 대표적인 역해석 문제(inverse problem)로 흔히 유전자 알고리즘(genetic algorithm)이나 신경망 이론(artificial neural network) 등의 최적화 기법이 많이 활용된다⁽³⁻⁵⁾.

이 논문에서는 외팔보(cantilevered beam)와 3차원 트러스(truss) 구조물에 발생한 국부적 결함의 위치와 크기를 찾아내는 모델개선기법에 최근 큰 주목을 받고 있는 PSO(particle swarm optimization)와 ACO(ant colony optimization) 등과 같은 군집지능(swarm intelligence) 알고리즘을 적용하고자 한다⁽⁶⁻¹¹⁾. 최적화 알고리즘 중 이론적으로 매우 단순하며 실제문제에 쉽게 적용이 가능한 PSO와 ACO를 개별적으로 또는 통합하여 모델개선기법에 접목시킴으로써, 외팔보와 트러스 구조물에 가상으로 발생한 다중 결함의 위치와 크기를 성공적으로 찾아낼 수 있었다.

2. 군집 지능(Swarm Intelligence) 알고리즘

2.1 개체 군집 최적화(PSO)

휴리스틱(heuristic) 기법 중 하나인 PSO는 사회적 행동양식을 보이는 물고기나 새 무리 등과 같은 군집(swarm)의 움직임을 최적화에 응용한 모사기법으로, J. Kennedy와 R. Eberhart에 의해 처음 제안되었다^(6,7). 군집을 구성하는 개체(particle)는 군집의 궁극적 목표인 최적해에 도달하기 위하여 개체 자신과 이웃하는 개체 주변의 지역적 경험을 서로 공유하게 되는데, 이는 개체가 개별적으로 수집한 정보와 이를 근거로 하는 군집 전체의 집단적 행동양

식이 서로 상호작용을 일으켜 점진적으로 최적해를 찾게 되는 과정으로 요약된다. 각 개체는 전체 집단으로 볼 때 매우 단순한 역할과 낮은 지능을 갖지만 개체가 이루는 군집은 개별 개체보다 높은 수준의 지능을 내재하게 되는 일종의 창발현상(emergent behavior)을 최적화 기법에 도입한 사례이다. 특히, PSO는 알고리즘이 구조적으로 매우 단순하고 세대별 계산량이 적으며 해를 구하는데 전역(global) 탐색과 지역(local) 탐색을 구분함으로써 최적값에 안정적이고 효율적으로 수렴한다는 특징을 가진다.

PSO에서 개체가 최적의 해를 탐색하는 동안 개체의 이동속도와 위치는 다음 식 (1), (2)와 같이 표현된다^(6,7). 여기서, i 는 군집에 포함된 개체의 고유번호를 나타내며 j 는 최적화 문제에서 정의된 설계변수(design variables)의 수를 의미한다. 각각의 개체의 위치 정보는 최적화 및 결함탐지 문제에 있어 설계변수 또는 각 요소의 강성 손실 변수와 대응되며 현재 개체의 이동 속도는 이전의 개체의 위치를 중심으로 변화하는 위치 정보량을 의미하며 설계변수의 변화량을 나타낸다.

$$v_{ij}(t+1) = w(t) v_{ij}(t) + c_1 r_1 (pbest_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2 r_2 (gbest_k(t) - x_{ij}(t)) \quad (1)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (2)$$

- 단, $v_{ij}(t)$: 이전의 개체의 이동속도
- $x_{ij}(t)$: 이전의 개체의 위치
- $v_{ij}(t+1)$: 현재 개체의 이동속도
- $x_{ij}(t+1)$: 현재 개체의 위치
- $w(t)$: 관성하중 상수
- c_1, c_2 : 가중치 상수($c_1 = 4 - c_2, c_{1,2} \in [0, 4]$)
- r_1, r_2 : 0과 1사이의 임의의 수
- $pbest_{ij}(t)$: 개체가 이전까지 탐색한 최적의 해
- $gbest_k(t)$: 총 개체 중 이전까지 탐색한 최적의 해

c_1, c_2 는 PSO의 성능을 결정하는 중요한 파라미터이므로 그 값을 정하기 위한 사전 시뮬레이션이 필요한데 Perez⁽⁸⁾는 구조물 최적설계 문제를 풀기위

하여 c_1, c_2 파라미터에 대한 민감도 분석을 선행하였다. 이 논문에서도 식 (3)과 같이 Rastrigin's function을 목적함수로 설정하여 동일한 조건하에서 c_1, c_2 의 값의 변화에 따른 목적함수 결과(Fitness)의 수렴과정을 Fig. 1에 도시하였다. c_1, c_2 값은 앞선 조건식 $c_1 = 4 - c_2$ 에 의해 결정되며, 최적의 값을 찾기 위하여 그림에서와 같이 5가지 경우의 조합을 각각 50회씩 반복해석을 수행한 결과 $c_1 = c_2 = 2$ 인 경우가 가장 우수한 결과에 도달함을 확인하였다^(8,9).

PSO는 최적화 과정에서 이동속도에 대한 영향을 조절하기 위하여 관성하중 값을 차등 부여한다. 일반적으로 탐색과정 초기에는 도메인 전역에 대한 탐색을 강화하기 위해 큰 관성하중 값을 갖게 되고, 후반부에는 지역적 탐색을 강화하기 위해 낮은 관성하중 값을 갖는다. 관성하중 값을 선택하는 과정은 선형적(linear) 방법, 동적(dynamic) 방법이 사용되며 이 연구에서는 비교적 수렴 속도가 빠르고 안정적인 식 (4)와 같은 선형적 방법을 선택하였다. 여기서 $iter_{max}$ 는 최대 반복 제한 횟수이고 $iter_t$ 는 현재까지 진행된 해석 횟수를 의미한다^(8,9). 따라서, $w(t)$ 는 최적화를 위한 반복 해석이 수행될 때 1에서 시작하여 종료 시 0이 된다.

$$f(x) = 10N + \sum_{i=1}^N [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)] \quad (3)$$

$$N=2, \min f(0,0) = 0, -\infty \leq x_i \leq \infty$$

$$w(t) = \frac{iter_{max} - iter_t}{iter_{max}} \quad (4)$$

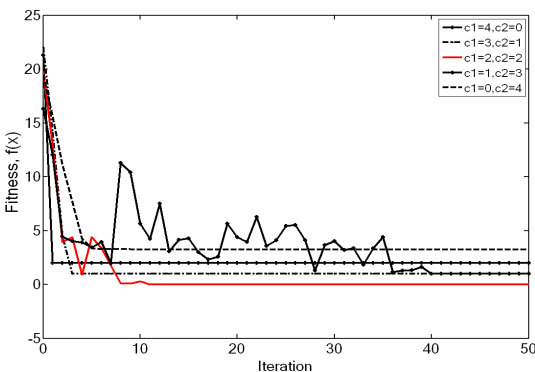


Fig. 1 Effect of varying c_1, c_2 parameters

2.2 개미 집단 최적화(ACO)

ACO 역시 휴리스틱 기법이며, 실제 개미들이 무리를 지어 먹이를 찾아가는 과정을 모사한 최적화 알고리즘이다. 특히, 외판원 문제(traveling salesman problem)와 같이 방대한 경우의 수를 모두 확인해야 하는 조합 최적화(combinatorial optimization) 문제를 해결하기 위해 Dorigo에 의해 처음 도입되었다⁽¹⁰⁾. 개별적으로 개미는 먹이를 찾는 과정에서 페로몬(pheromone)이라는 유도성 물질을 경로에 분비하게 된다. 이러한 페로몬은 다른 개미로 하여금 먹이가 근처에 있음을 암시하므로 이를 감지 할 수 있는 또 다른 개미들은 페로몬이 분비되어 있는 경로를 따라 이동하면서 먹이를 찾게 된다. 먹이를 발견한 새로운 개미는 또 다시 페로몬을 분비하게 되는데, 그 결과 식 (5)와 같이 페로몬의 농도가 누적되어 시간이 지남에 따라 개미의 안식처와 먹이 사이의 최단 경로가 형성된다. 그러나 이러한 과정에서 자칫 초기에 설정된 임의의 경로가 최단 거리로 인식하게 되는 국소적 최적화에 빠질 가능성이 있으므로 식 (6)과 같이 시간이 지남에 따라 인위적으로 페로몬이 증발되도록 하여 도메인 전역에 대한 탐색이 가능하게 되었다⁽¹¹⁾.

$$\tau(t+1) = \tau(t) + \Delta\tau \quad (5)$$

$$\tau(t+1) = (1-\rho)\tau(t) + \rho\Delta\tau \quad (6)$$

- 단, $\tau(t)$: 이전까지의 이동 경로의 페로몬의 양
- $\tau(t+1)$: 현재 이동 경로의 페로몬의 양
- $\Delta\tau$: 추가 분비되는 페로몬의 양
- ρ : 증발 가중치 상수, $\rho \in (0,1]$

이 논문에서는 PSO와 ACO를 이용하여 트러스 구조물에 가상으로 발생한 다중 결함의 위치와 크기를 고유진동수의 변화를 통해 결정하고자 한다. 그러나 구조물에 존재하는 결함의 경우, 특정 위치에 대해 그 결함의 정도가 연속적인 함수로 표현될 수 있으므로 유한요소모델 개선에 있어서 조합 최적화 기법인 ACO를 바로 적용할 수 없다. 이 문제를 해결하기 위하여 Shelokar⁽⁷⁾는 PSO와 ACO알고리즘이 결합된 형태인 PSACO(particle swarm ant colony optimization)를 제시하였다. 여기서, PSACO 알고리즘은 두 단계로 구성되며 동일한 해석 과정에서 PSO와

ACO알고리즘이 순차적으로 최적화 과정을 수행한다. 이 논문에서도 첫 번째 단계에서는 2.1절에 제시한 바와 같이 PSO알고리즘이 수행되며, 두 번째 단계에서 ACO알고리즘이 적용되는데 페로몬-가이드(pheromone-guided mechanism) 개념을 정규 분포를 통하여 새롭게 정의하였다. PSO를 통하여 업데이트된 개체의 위치 즉, 식 (2)에서 $x_{ij}(t+1)$ 의 정보를 기반으로 j 가 동일한 영역에서 모든 개체의 정규 분포를 적용하여 높은 확률 변수를 갖는 개체의 조합을 통하여 새로운 최적의 해를 구성하도록 한다. 여기서, 표준 편차는 $t=1$ 일 때, $\sigma=1$ 로 설정되었고 다음 세대의 계산 과정에서 $\sigma=\sigma \times d$ 로 변경되며 여기서, d 는 0.25와 0.997 사이에서 임의의 값이 선택되도록 하였다. 또한 σ_{min} 는 10^{-4} 로 설정하여 해석을 수행하도록 하였다. 첫 번째 단계에서 PSO를 통해 설정된 최적의 해와 두 번째 단계에서 ACO를 통하여 조합된 최적의 해를 비교하여 더 나은 결과의 해를 다음 반복 해석 과정에서 업데이트된 해로 설정하여 최적해에 대한 조건식을 만족할 때까지 반복 해석을 수행한다. Socha⁽¹⁰⁾는 페로몬의 농도가 시간이 지남에 따라 증발되는 현상을 Gaussian kernel 확률밀도 함수를 통해 구현하였다.

이 연구에서는 위에서 언급된 PSO와 PSACO알고리즘을 적용하여 외팔보와 트러스 구조물에 존재하는 결함을 탐지하는 문제를 적용해 보았다.

3. 유한요소모델 개선

Doebling⁽¹⁾은 여러 종류의 진동기반 구조물 결함 탐지 기법을 고유진동수의 변화, 고유모드의 변화, 주파수 응답 함수의 변화, 유연도(flexibility) 변화 등으로 분류하였다. 효율적인 결함탐지 기법이 실제 현장에서 활용되기 위해서는 결함의 발생여부 뿐만 아니라 결함의 위치와 크기까지도 정확하게 예측할 수 있어야 한다. 유한요소모델 개선기법은 대상 구조물의 유한요소모델에 대한 해석에서 도출된 구조물의 고유진동수와 실제 손상된 구조물의 진동 실험을 통해 얻어진 고유진동수의 차이를 최소화하는 과정을 통해 구조물에 존재하는 결함의 위치와 크기를 찾아가는 방식으로, 이 논문에서는 결함에 의한 영향을 표현하기 위해 진동 실험을 통해 구한 고유진동수를 대신하여 유한요소모델의 일부 강성

요소를 인위적으로 변화시켜 얻어진 수치 해석적 고유진동수를 활용하였다. 구조물 결함탐지를 위하여 이 연구에서 사용된 모델개선기법의 전체적인 구성도는 Fig. 2에 나타나 있다.

결함이 발생된 구조물의 질량에는 아무런 변화가 없다고 가정하면 오직 강성요소의 변화에 의해 구조물 전체의 동적특성이 영향을 받게 된다. 즉, 결함이 발생한 위치에 해당하는 강성 요소의 변화가 일어나며 그 변화량을 강성 손실변수(stiffness loss variable)로 설정하였다. 예를 들어, Fig. 3과 같은 외팔보 구조물의 첫 번째 요소[x1]에 결함이 없다면 첫 번째 요소의 손실변수는 0이 되고 해당 요소의 탄성계수(Young's modulus, E)는 온전한 값을 갖는다. 만약 첫 번째 요소에 30%에 결함이 발생하면 강성 손실변수는 0.3의 값을 갖게 되며 온전한 탄성계수의 70%에 해당하는 강성이 해당 요소에 적용된다. 따라서 설계변수가 최적화 적용 가능 도메인(feasible domain)인 0과 1사이의 값에서 결정되는 구속조건을 갖는다^(3,4).

3.1 목적 함수

모델개선 기법은 역해석 문제에 일종이며 최적설계와 동일한 이론적 배경을 갖는다. 여러 방식 중 고유진동수의 변화패턴으로 구조물에 발생한 변화나 결함을 찾아내는 기법이 있으며, 대상 구조물에서

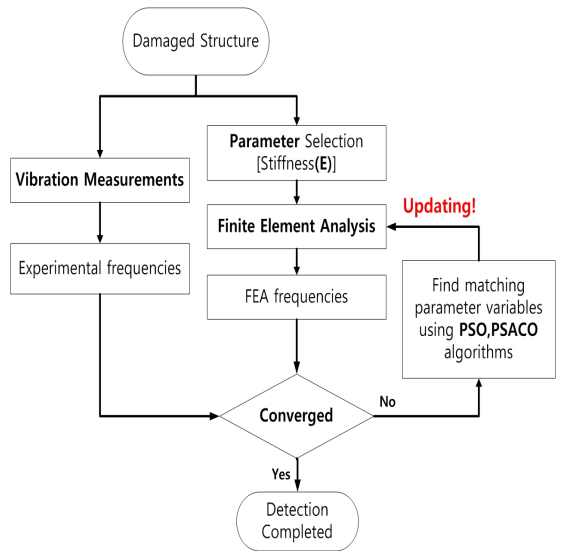


Fig. 2 Flow chart of model updating method

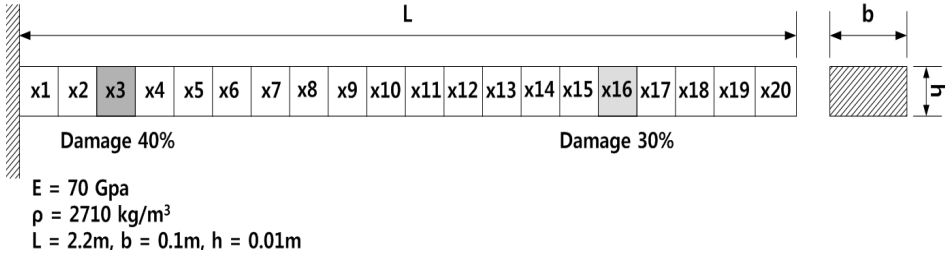


Fig. 3 Dual damaged cantilever beam

추출한 실험적 데이터에 근거하여 유한요소모델을 반복적으로 개선하는 방식이다. 결함탐지를 위한 최적화 문제의 정식화(formulation)과정에서 목적함수는 유한요소모델에서 얻어진 고유진동수와 진동 실험을 통해 측정된 고유진동수와의 차이가 최소화하는 것으로 다음과 같이 정의한다.

$$J = W_{\omega} J_{\omega} \tag{7}$$

$$J_{\omega} = \sum_{t=1}^n \left(\frac{\omega_t^m - \omega_t^a}{\omega_t^m} \right)^2 \tag{8}$$

여기서 J_{ω} 는 목적함수, W_{ω} 는 J_{ω} 의 가중치 상수이며 다수의 고유 모드가 사용될 때 결함에 대한 각 모드별 가중치를 선택적으로 적용하기 위하여 사용된다. 여기서는 $W_{\omega} = 1$ 로 설정하였다. 식 (7)에서 n 은 목적함수에 사용된 고유진동수의 개수를 나타내며 ω_t^m 는 실험에 의해 측정된 고유진동수를 의미하며 ω_t^a 는 최적화 과정과 모델개선 기법을 통해 업데이트된 고유진동수를 의미한다(2,3).

4. 해석모델 및 결과

4.1 외팔보(Cantilever beam)

앞에서 제안된 결함탐지 기법을 수치해석적으로 검증하기 위하여 Fig.3과 같이 20개 유한요소(finite element)로 구성된 외팔보 모델을 선정하였다. 그림과 같이 20개의 요소 중 두 곳 [x3,x16]에 각각 40%와 30%에 해당하는 강성결함(stiffness damage)을 임의로 발생시켰다. 처음 3개의 굽힘 모드에 해당하는 고유진동수를 목적함수에 사용하였다. PSO와 PSACO를 최적화 알고리즘으로 채택하고 충분한 모델개선을 위해 최대 300회에 걸친 반복해석을 수행하였고, 그 결과 Fig.4와 같이 두 결함의 위치와 크기를 정확

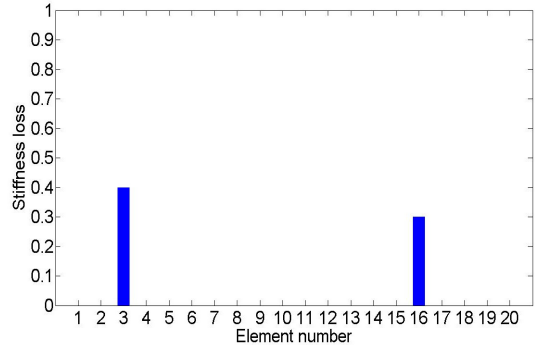


Fig. 4 PSO & PSACO stiffness loss

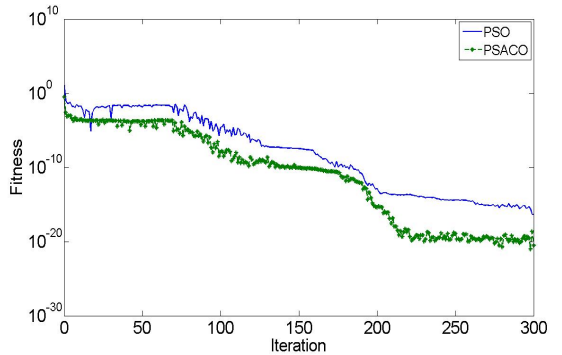
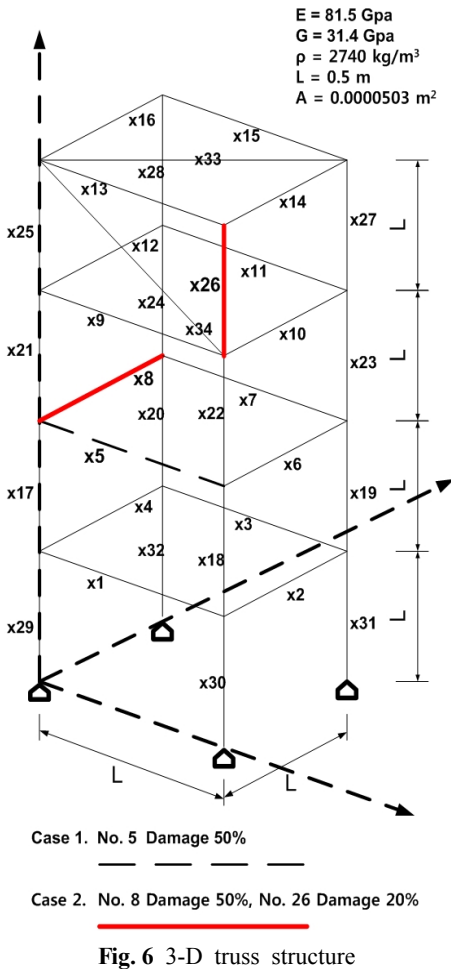


Fig. 5 Iteration history

히 찾아내었다. 결함의 위치와 크기를 탐색하고 수렴해가는 과정은 Fig. 5에 표현되었다.

4.2 3차원 트러스(34-bar truss)

현실적인 결함탐지 능력에 대한 검증을 위하여 Fig. 6과 같이 총 34개의 보 요소를 갖는 3차원 트러스 구조물을 선정하였다. 첫 번째 결함 시나리오의 경우 하나의 요소 [x5]에 50%에 해당하는 강성 결함을 발생시키고 처음 5개 모드의 고유진동수의 변화를 목적함수에 포함시켜 결함탐지 해석을 수행



하였다. 두 번째 시나리오는 두개의 요소 [x8,x26]에 각각 50%와 20%에 해당하는 강성결함을 발생시키고 5개의 고유진동수를 최적화에 사용하였다. 세 번째 경우는 첫 번째 조건과 동일하며 진동 실험용 가속도계가 측정과정에서 흔히 경험하는 노이즈를 고려하여 각 기준 데이터(고유진동수, ω_i^m)를 기준으로 표준편차 1%에 해당하는 잡음신호(random noise)를 각각 포함시켜 해석을 수행하였다. 모델개선 기법을 통하여 첫 번째 및 두 번째 결함 모델의 경우 Figs. 7, 8과 같이 PSO와 PSACO 알고리즘 모두 동일한 결과를 산출하였으며 세 번째 모델의 경우 Figs. 9, 10와 같이 PSO와 PSACO 알고리즘에 의해 각각 개선된 데이터와 기준 데이터 비교하여 나타내었다. 해를 탐색하여 수렴하는 과정을 Figs. 11, 12, 13과 같이 나타내었다.

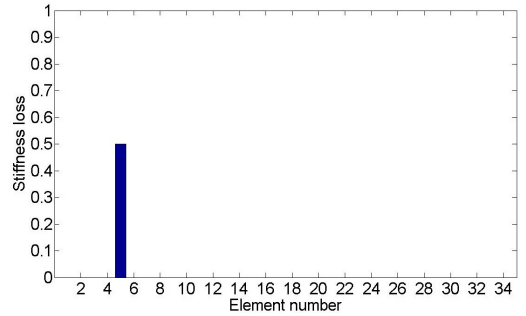


Fig. 7 PSO & PSACO stiffness loss(single damage)

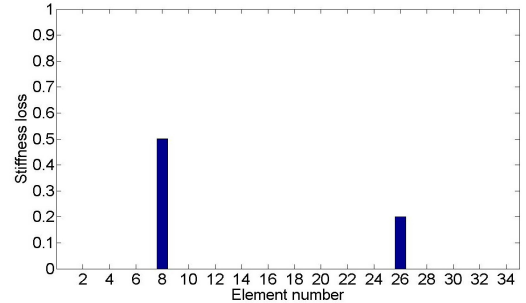


Fig. 8 PSO & PSACO stiffness loss(dual damages)

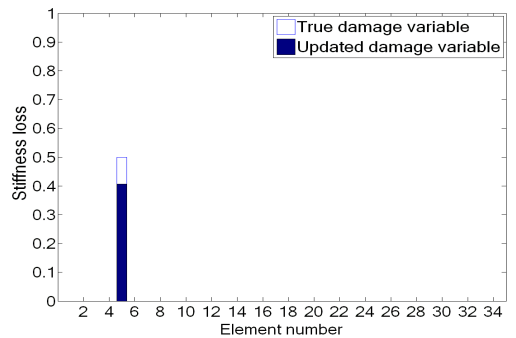


Fig. 9 PSO stiffness loss(1% noise corrupted)

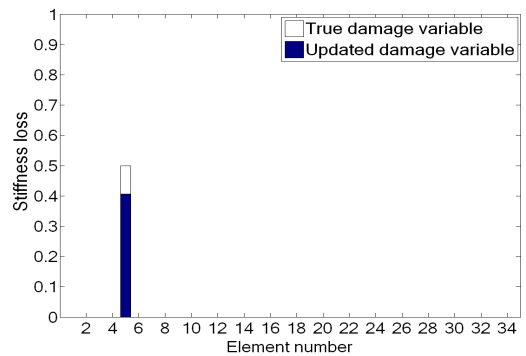


Fig. 10 PSACO stiffness loss(1% noise corrupted)

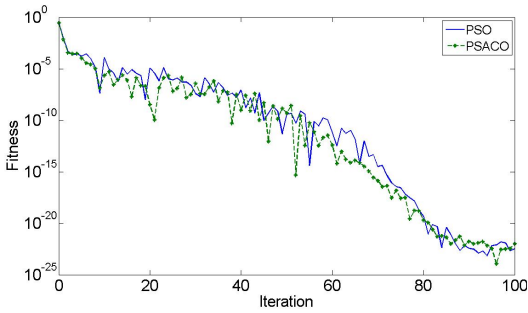


Fig. 11 Iteration history(single damage)

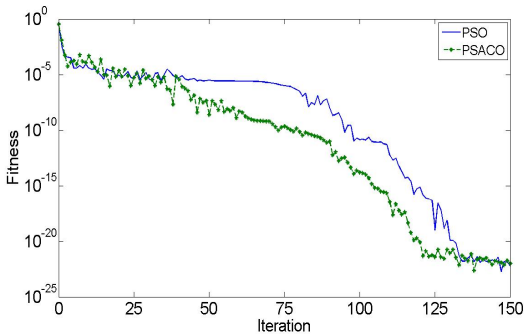


Fig. 12 Iteration history(dual damages)

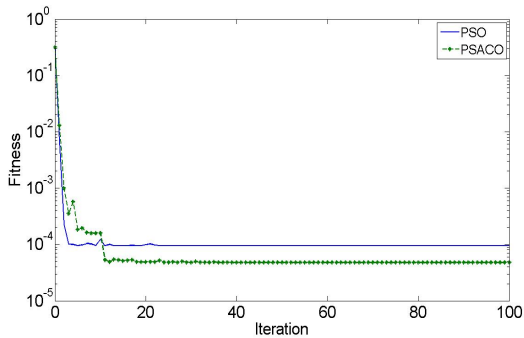


Fig. 13 Iteration history(1% noise corrupted)

4.3 해석 결과

PSO와 PSACO 알고리즘을 최적화 기법으로 사용하여 외팔보 문제와 3차원 트러스 구조물의 결함 탐지를 수행한 결과 Figs. 4, 7, 8과 같이 결함이 발생한 부위와 크기를 정확히 예측함을 알 수 있었으며 Figs. 5, 11, 12, 13과 같이 동일한 구조 모델 및 결함 조건 내에서는 PSO보다 PSACO의 알고리즘이 전반적으로 안정적이며 더 빠른 수렴 속도를 보여주고 있다. PSACO 알고리즘의 경우 우선 PSO 알고리즘을 통하여 탐색된 해 군집 안에서 정규 분

Table 1 Comparison of the results(1% noise corrupted)

Element No.	PSO			PSACO		
	True	Result	Error	True	Result	Error
5	0.5	0.406	18.8%	0.5	0.409	18.2%

포를 통하여 최적의 해를 조합한 후 PSO의 최적해와 비교하여 적합도가 높은 해를 선택하는 방식이다. 두 곳의 요소에서 결함이 발생한 외팔보의 경우 미지수의 개수가 작음에도 불구하고 요소 사이의 결함에 대한 민감도(sensitivity)가 크므로 많은 세대에 걸쳐 개선을 필요로 하였다. 각 모드별 고유진동수에 1%의 잡음(white noise) 신호가 포함된 트러스 모델의 경우 Figs. 9, 10과 같이 결함이 발생한 위치에 대한 정확한 탐지는 가능하였으나 결함의 크기에 대한 예측에서는 Table 1과 같이 다소 오차가 발생하였다. 또한, 수렴속도도 잡음이 없는 경우에 비해 현저히 떨어짐을 알 수 있다(Fig. 13). Table 1에서 true는 인위적으로 요소 [x5]에 탄성계수를 감소시킨 강성 손실 변수를 나타내며 result는 모델개선기법을 통하여 수렴된 요소 [x5]에 해당하는 강성 손실 변수를 의미한다.

5. 결론

최근에 최적화 문제에 많이 사용되는 PSO와 PSACO 알고리즘을 유한요소 모델개선 기법에 적용하여 가상의 트러스 구조물에 임의로 발생한 결함의 위치와 크기를 찾아내는 문제에 적용해 보았다. 이 연구에서 적용한 모델개선 기법에서는 PSACO의 성능이 PSO보다 비교적 우수한 것으로 나타났고, 추후 계획 중인 실험적 결함탐지 문제에서도 유사한 결과가 예상된다.

후 기

이 논문은 2008년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2008-331-D00024).

참 고 문 헌

- (1) Farrar, C. R., Shevitz, D. W., Prime, M. B.

and Doebling, S. W., 1996, "Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics," Los Alamos National Laboratory Report.

(2) Mottershead, J. E. and Friswell, M. I., 1995, "Finite Element Model Updating in Structural Dynamics," Kluwer Academic Publishers.

(3) Penny, J. E. T., Friswell, M. I. and Garvey, S. D., 1998, "A Combined Genetic and Eigensensitivity Algorithm for the Location of Damage in Structure," Computers and Structures, pp. 547~556.

(4) Choi, B. M. and Woo, H. K., 2007, "A Study for Structural Damage Identification Method Using Genetic Algorithm," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 1, pp. 80~87.

(5) Yun, C. B. and Bahng, E. Y., 2000, "Sub-structural Identification Using Neural Networks," Computers and Structures, Vol. 77, pp. 41~52.

(6) Kennedy, J. and Eberhart, R., 1995, "Particle Swarm Optimization," Proc of IEEE International

Conference on Neural Networks, Vol. 4, pp. 1942~1948.

(7) Kulkarni, B. D., Shelokar, P. S., Siarry, P. and Jayaraman, V. K., 2007, "Particle Swarm and Ant Colony Algorithms Hybridized for Improved Continuous Optimization," Applied Mathematics and Computation 188, pp. 129~142.

(8) Behdinan, K. and Perez, R. E., 2007, "Particle Swarm Approach for Structural Design Optimization," Computers and Structures, pp. 1579~1588.

(9) Sierakowski, C. A. and Coelho, L. dos S., 2008, "A Software Tool for Teaching of Particle Swarm Optimization Fundamentals," Advances in Engineering Software, pp. 877~887.

(10) Socha, K. and Dorigo, M., 2008, "Ant Colony Optimization for Continuous Domains," European Journal of Operational Research 185, pp. 1155~1173.

(11) Haupt, S. E. and Haupt, R. L., 2004, Practical Genetic Algorithms, Second edition, WILEY-INTERSCIENCE.