

## Design of Optimized Interval Type-2 Fuzzy Controller and Its Application

장한종\* · 오성권†  
(Han-Jong Jang · Sung-Kwun Oh)

**Abstract** - In this study, we introduce the design methodology of an optimized Interval Type-2 fuzzy controller. The fixed MF design of type-1 based FLC leads to the difficulty of rule-based control design for representing the linguistically uncertain expression. In the Type-2 FLC as the expanded type of Type-1 FLC, we can effectively improve the control characteristic by using the footprint of uncertainty(FOU) of membership function. Type-2 FLC has a robust characteristic in the unknown system with unspecific noise when compared with Type-1 FLC. Through computer simulation as well as practical experiment, we compare their performance by applying both the optimized Type-1 and Type-2 fuzzy cascade controllers to ball and beam system. To evaluate each controller performance, we consider controller characteristic parameters such as maximum overshoot, delay time, rise time, settling time and steady-state error.

**Key Words** : Type-1 Fuzzy Cascade Controller, Type-2 Fuzzy Cascade Controller, Genetic Algorithm, Ball & Beam System

### 1. 서론

산업 내에 대부분의 기계장치들은 고차원의 비선형성과 불확실성을 가지고 있다. 따라서 산업의 기계장치들은 고차원의 비선형 시스템의 제어 이론과 제어기 설계에 어려움이 있어왔다. 지난 20년 동안 비선형 시스템에 대한 제어기 설계상에서의 어려움을 극복하기 위해서 다양한 구조가 개발되어졌다. 그중 과거 10년 전부터 비선형 시스템의 퍼지 논리 제어기(Fuzzy Logic Controller; FLC)는 급격하게 성장하였으며 많은 분야에 성공적으로 적용되었다[1-5]. 그러나 기존의 Type-1 FLC는 언어적 표현의 불확실성에 대하여 표현하기 다소 어려운 점을 지니고 있기 때문에 제어기 설계 방법이 제한되어진다. 따라서 모델을 사용하여 설계된 제어기의 성능은 실제 장비들의 모든 특성들을 표현하기에 어려움을 지니기 때문에 불가피하게 성능이 저하된다[6,7]. 따라서, 이러한 문제점을 해결하기 위하여 Type-2 퍼지 논리 시스템(Fuzzy Logic System; FLS)의 한 분야인 Type-2 FLC가 제안된다. 언어적 불확실성을 다루기 위하여 Type-2 퍼지 논리 시스템(Fuzzy Logic System; FLS)은 1975년 Zadeh에 의하여 소개되어졌다[8]. Type-2 FLS는 시계열 예측, 의사결정, 언어 모델링과 음성 인식 등의 여러 분야에서 우수한 성능을 나타내며 퍼지 제어 분야에서는 모바일 로봇 제어, 사운드 스피커의 품질 제어 및 ATM 네트워크안의

연결 승인 제어 등에 적용되어 지고 있다[9-13]. 본 논문에서는 다양한 분야에서 성공적인 사례를 띤 Type-2 FLS를 적용하여 외란에 대하여 견실한 제어를 설계한다.

진보된 시스템 제어를 위하여 앞선 변화는 설계 방법과 상세한 알고리즘의 다양성에 의한 결과로서 생긴다. 복잡함 시스템 제어에서, 퍼지 제어기 설계의 어려움은 언어적 제어 규칙(Rule), 환산계수(Scaling Factor; SF)와 멤버십 함수와 같은 최적 제어 파라미터를 유도하는 것이다. 최적의 제어 파라미터는 퍼지 제어기의 성능을 크게 좌우한다[14]. 전문가로부터 얻은 지식은 보통의 경우 최적화 되었다고 가정하나 이는 전문가의 전문성을 비교하기 어렵고 실제 제어대상을 다루는 전문가들은 자신의 높은 작업부담을 줄이려는 경향을 띤다. 또한 관찰이나 실험의 경우 최적화의 판단이 애매하고 많은 실패와 반복이 요구되어 시간 부담이 증가된다. 이러한 문제점 때문에 제어규칙과 멤버십 함수를 자동으로 얻기 위한 연구가 진행되고 있으며, 유전자 알고리즘(Genetic Algorithms)이 제안되고 있다[15].

### 2. Interval Type-2 퍼지 직렬형 제어구조

본 장에서는 Type-2 퍼지 제어기의 한 특별한 경우인 Interval Type-2 퍼지 제어기를 소개한다. Type-2 퍼지 제어기는 기존의 Type-1 퍼지 제어기와 비교할 때 불특정 외란을 포함한 알려지지 않은 시스템에 대해서 견실한 특성을 지닌다.

#### 2.1 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템

Type-2 퍼지 논리 시스템은 기존의 Type-1 퍼지 논리

† 교신저자, 시니어회원 : 수원대학교 전기공학과 교수  
E-mail : ohsk@suwon.ac.kr

\* 준 회원 : 수원대학교 전기공학과 공학석사  
접수일자 : 2009년 3월 12일  
최종완료 : 2009년 5월 8일

시스템과 매우 유사하다. 그림 1은 일반적인 Type-2 퍼지 논리 시스템을 나타낸다. 기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템과 연구된 Type-2 퍼지 논리 시스템의 가장 큰 차이점은 기존의 비퍼지화 블록이 출력 프로세싱 블록으로 변화된 점이다. 여기서, 출력 프로세싱 블록은 Type-reduction과 비퍼지화를 포함한다.

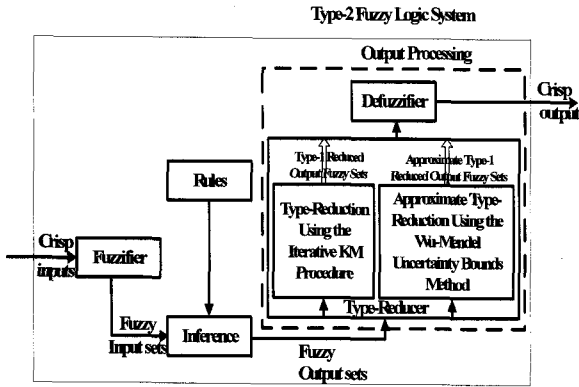


그림 1 Type-2 퍼지 논리 시스템  
Fig. 1 Type-2 fuzzy logic system

기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템의 확장된 개념인 Type-2 퍼지 논리 시스템은 언어적 불확실성에 대한 표현을 다루기 위하여 멤버십 함수에 그림 2와 같이 FOU(Footprint Of Uncertainty)의 개념을 이용한다. 즉 어떠한 언어가 각기 다른 사람들에게 따라 다른 의미로 해석이 되는 상황을 연산하기 위하여 도입된 개념이다.

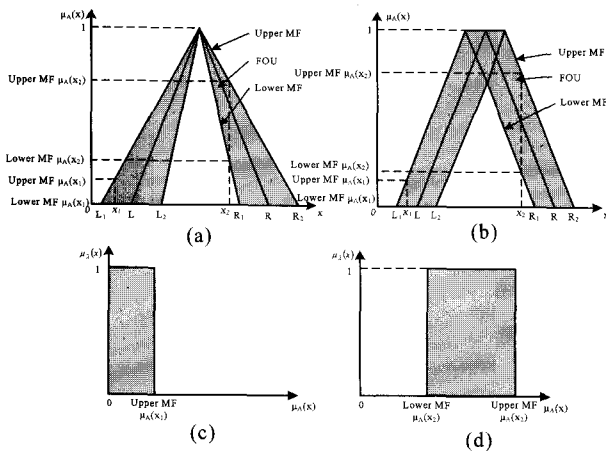


그림 2 Interval Type-2 퍼지 집합의 FOU  
Fig. 2 FOU for the type-2 fuzzy triangular membership function

(a) 불확정 편차에 의해 표현된 FOU를 포함한 멤버십 함수; (b) 불확정 평균에 의해 표현된 FOU를 포함한 멤버십 함수; (c), (d) Interval 퍼지 집합

그림 2(a)는 삼각형 멤버십 함수의 불확정한 편차를 주어 FOU의 크기를 설정한 것이고, 그림 2(b)는 불확정한 평균값을 주어 중점을 이동시키는 형식으로 멤버십 함수를 설정하

였다. 그림 2(c), (d)에서 나타나듯이 Interval Type-2 퍼지 논리 시스템이 Generalized Type-2 퍼지 논리 시스템과의 차이점은 모든 secondary 멤버십 함수의 값이 1로 단일화시킨 점이다.

가. 퍼지화

기존의 Type-1 퍼지 논리 시스템과 유사하게 Type-2 퍼지 논리 시스템의 퍼지화는

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_p)^T \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_p \equiv \mathbf{X} \text{를 type-2}$$

퍼지 집합  $\widetilde{A}_{\mathbf{x}}$ 로 사상한다. Singleton 형식의 입력이기 때문에

$$\begin{aligned} \mu_{\widetilde{A}_{\mathbf{x}}}(x) &= 1/1 \text{ for } \mathbf{x} = \mathbf{x}' \text{ and} \\ \mu_{\widetilde{A}_{\mathbf{x}}}(x) &= 1/0 \text{ for } \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X} \text{ with } \mathbf{x} \neq \mathbf{x}' \end{aligned} \quad (1)$$

이 된다. 이것은  $i=1, \dots, p$ 에서

$x_i = x_i'$ 일때  $\mu_{\widetilde{A}_{\mathbf{x}}}(x) = 1/1$ 을 나타내고  $x_i \neq x_i'$ 일때  $\mu_{\widetilde{A}_{\mathbf{x}}}(x) = 1/0$ 을 표현한다.

나. 퍼지규칙

Type-2 퍼지 논리 시스템에서 규칙은 Type-1 퍼지 논리 시스템의 경우와 같으며, 단지 전반부와 후반부의 멤버십 함수가 Type-2 퍼지 집합으로 구성된 차이점이 있다.

$$\begin{aligned} R^i: & \text{ IF } x_1 \text{ is } \widetilde{F}_1^i \text{ and } \dots \text{ and } x_p \text{ is } \widetilde{F}_p^i, \\ & \text{ THEN } Y^i = C_0^i + C_1^i x_1 + \dots + C_p^i x_p \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,  $C_j^i (j=0, 1, \dots, p)$ 는 후반부 Type-1 퍼지 집합,  $Y^i$ 는  $i$ 번째 규칙의 출력(또한 Type-1 퍼지 집합)이고  $\widetilde{F}_k^i (k=1, \dots, p)$ 는 Type-2 전반부 퍼지 집합이다.

다. 퍼지 추론

기존의 Type-1 퍼지 추론과 유사하게 규칙을 결합하고 입력의 Type-2 퍼지 집합을 출력 Type-2 퍼지 집합으로 사상시킨다. 이를 위해서 Type-2 퍼지 집합의 union과 intersection의 계산뿐만 아니라 Type-2 퍼지 관계의 composition이 요구된다.

Type-2 TSK 퍼지 추론에서 식 2의  $i$ 번째 규칙의 활성화된 집합은 식 (3)과 같다.

$$F^i(\mathbf{x}) = \sqcup_{k=1}^p \mu_{\widetilde{F}_k^i}(x_k) \quad (3)$$

Type-1 TSK 퍼지 논리 시스템의 출력에서 확장 원리를 적용하여 얻어진 Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템의 출력은 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned} Y_{TSK,2} &= \int_{y^i \in Y^i} \dots \int_{y^m \in Y^m} \int_{f^1 \in F^1} \dots \int_{f^m \in F^m} \\ & [T_{i=1}^M \mu_{Y^i}(y^i) \star T_{i=1}^M \mu_{F^i}(f^i)] / \frac{\sum_{i=1}^M f^i Y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \end{aligned} \quad (4)$$

본 논문에서는 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템을 사용한다. Interval Type-2 TSK 규칙의 전반부 멤버십

함수( $\mu_{\overline{F}_k}(x_k)$ )와 후반부 Type-1 집합( $C_j^i$ )은 interval 집합이다. 즉,  $\mu_{\overline{F}_k}(x_k)$ 와  $C_j^i$ 는 식 (5)와 (6)으로 나타낸다.

$$\mu_{\overline{F}_k}(x_k) = [\underline{\mu}_{\overline{F}_k}(x_k), \overline{\mu}_{\overline{F}_k}(x_k)] \quad k = 1, \dots, p \quad (5)$$

$$C_j^i = [c_j^i - s_j^i, c_j^i + s_j^i] \quad (6)$$

여기서,  $\underline{\mu}_{\overline{F}_k}(x_k)$ 와  $\overline{\mu}_{\overline{F}_k}(x_k)$ 는  $\mu_{\overline{F}_k}(x_k)$ 의 아래쪽 멤버십 등급과 위쪽 멤버십 등급,  $c_j^i$ 는  $C_j^i$ 의 중심이고  $s_j^i$ 는  $C_j^i$ 의 폭(spread)이다( $i = 1, \dots, M$ 이고  $j = 0, \dots, p$ ).

Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템 상에  $F^i(\mathbf{x})$ 는 interval Type-1 집합이다. 이것을 표현하면 식 (7)과 같다.

$$F^i(\mathbf{x}) = [\underline{f}^i(\mathbf{x}), \overline{f}^i(\mathbf{x})] \quad (7)$$

여기서,

$$\underline{f}^i(\mathbf{x}) = \underline{\mu}_{\overline{F}_1}(x_1) \star \dots \star \underline{\mu}_{\overline{F}_p}(x_p) \quad (8)$$

$$\overline{f}^i(\mathbf{x}) = \overline{\mu}_{\overline{F}_1}(x_1) \star \dots \star \overline{\mu}_{\overline{F}_p}(x_p) \quad (9)$$

이다.

규칙  $R^i$ 의 후반부 출력  $Y^i$  또한 interval 집합이다. 즉 출력  $Y^i$ 는 식 (10)으로 표현된다.

$$Y^i = [y_l^i, y_r^i] \quad (10)$$

여기서,

$$y_l^i = \sum_{k=1}^p c_k^i x_k + c_0^i - \sum_{k=1}^p |x_k| s_k^i - s_0^i \quad (11)$$

$$y_r^i = \sum_{k=1}^p c_k^i x_k + c_0^i + \sum_{k=1}^p |x_k| s_k^i + s_0^i \quad (12)$$

이다.

$\mu_{Y^i}(y^i) = 1$ 이고  $\mu_{F^i}(f^i) = 1$ 이기 때문에 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템의 출력은 식 (13)이 된다.

$$Y_{TSK,2} = \int_{y^i \in Y^i} \dots \int_{y^m \in Y^m} \int_{f^i \in F^i} \dots \int_{f^m \in F^m} 1 / \frac{\sum_{i=1}^M f^i Y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \quad (13)$$

라. Type-reduction과 비퍼지화

$Y_{TSK,2}$ 를 계산하기 위해서,  $Y_{TSK,2}$ 의 양 끝점인  $y_l$ 과  $y_r$ 의 연산이 필요하다. 이러한 연산들은 Type-2 singleton Mamdani 퍼지 논리 시스템의 center-of-sets type-reduction과 동일하다. 따라서, 우리는 Karnik-Mendel의 반복적 방법(KM iterative method)을 이용하여  $y_l$ 과  $y_r$ 을 연산한다. 이 연산은 다음의 순서로 이루어진다.

[Step 1] Set  $y^i = y_l^i$  (or  $y_r^i$ ) for  $i = 1, \dots, M$ ;  
Arrange  $y^i$  in ascending order

[Step 2] Set  $f^i = \frac{f^i + \overline{f}^i}{2}$  for  $i = 1, \dots, M$ ;

$$y' = \frac{\sum_{i=1}^M y^i f^i}{\sum_{i=1}^M f^i};$$

[Step 3] Find  $R \in [1, M-1]$  such that  $y^R \leq y' \leq y^{R+1}$ ;  
Set  $f^i = \overline{f}^i$  (or  $f^i$ ) for  $i \leq R$ ;  
Set  $f^i = \underline{f}^i$  (or  $f^i$ ) for  $i \geq R+1$ ;

$$y' = \frac{\sum_{i=1}^M y^i f^i}{\sum_{i=1}^M f^i};$$

[Step 4] while  $y' \neq y''$   
 $y_l$  (or  $y_r$ ) =  $y'$ ;

Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템에서  $Y$ 는 Interval Type-1 퍼지 집합이다. 따라서 우리는  $y_l$ 과  $y_r$ 의 평균을 이용한 비퍼지화를 시킨다. 따라서 Interval Type-2 TSK 퍼지 논리 시스템의 비퍼지화된 출력은 식 (14)와 같다.

$$Y_{TSK,2}(\mathbf{x}) = \frac{y_l + y_r}{2} \quad (14)$$

## 2.2 Interval Type-2 퍼지 직렬형 제어기

Interval Type-2 퍼지 제어기와 Type-1 퍼지 제어기의 차이점은 멤버십 함수의 FOU의 유무와 그에 따른 연산 퍼지 집합의 Type에 따라 Type-reduction의 필요 유무이다. 기존의 Type-1 퍼지 제어기의 추론과정에서 멤버십 함수에서 연산된 퍼지 집합은 Type-1형태로 출력이 되어 비퍼지화를 수행하여 크리스프 값으로 나타내지만 Interval Type-2 퍼지 제어기의 추론과정에서는 멤버십 함수에 FOU가 포함되어 Type-2 퍼지 집합의 형태로 출력이 되어 Type-reduction 과정이 꼭 필요하지만, 후반부가 상수일때는 Type-2가 구간으로 나타난다.

Interval TSK Type-2 퍼지 제어기의 규칙은 식 (15)와 같이 설정한다.

$$R^i: E \text{ is } \overline{A}_1^i \text{ and } \Delta E \text{ is } \overline{A}_2^i \text{ then } U^i = C_0^i \quad (15)$$

여기서,  $\overline{A}_1^i, \overline{A}_2^i$ 는 Type-2 퍼지 집합이고  $C_0^i = [c_0^i - s_0^i, c_0^i + s_0^i]$ 인 제어기 수행의 상수 구간이다.

그림 3은 입력 오차와 오차의 변화분에 따른 Type-2 멤버십 함수의 형태이다. 그림 4는 출력에 따른 제어기 수행 구간을 나타낸다.

Type-2 퍼지 제어기의 멤버십 함수는 Type-1 퍼지 제어기와 유사하게 7개의 멤버십 함수로 구성되지만 그림 3에서 나타내듯이 삼각형 멤버십 함수에 FOU 개념을 포함하여 Interval Type-2 퍼지 멤버십 함수로 표현된다. Type-reduction의 필요성은 Type-2 퍼지 추론과정에서 연산된

Type-2 퍼지 집합을 Type-1 퍼지 집합으로 줄여주는 역할로서 그림 1에서 표현한 2가지 연산방법이 있다. 본 논문에서는 KM Iterative method를 사용하여 제어기의 출력을 구하게 된다.

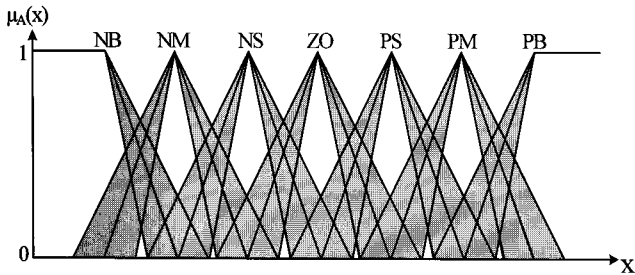


그림 3 입력 오차와 오차변화분에 대한 멤버십 함수  
Fig. 3 Membership function of the premise input variables

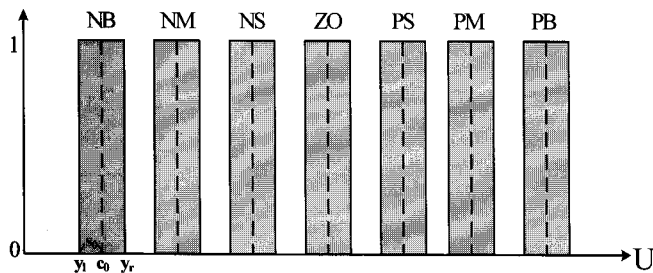


그림 4 출력에 대한 상수 구간  
Fig. 4 Membership function of the consequent input variables

본 논문에서는 퍼지 제어기 두개를 결합한 직렬 형태인 퍼지 직렬형 제어기 구조를 제안한다. 퍼지 제어기는 복잡하고 비선형성이 강한 시스템을 퍼지 집합으로 분할하고 각 영역에 따른 규칙 베이스를 구성하여 기존의 제어기보다 훨씬 좋은 성능을 나타내며, 시스템의 동적 특성이 시변(time varying)일 경우 제어기 자체가 시스템의 응답에 대응하므로 기존의 제어기보다 비선형-시변 시스템의 제어가 쉽게 이루어 질 수 있다. 따라서 변화에 쉽게 대응하고 보상하기 위하여 건설한 제어기로서 Type-2 퍼지 직렬형 제어기가 제안된다.

그림 5는 Interval Type-2 퍼지 cascade 제어기의 구조를 나타낸다.

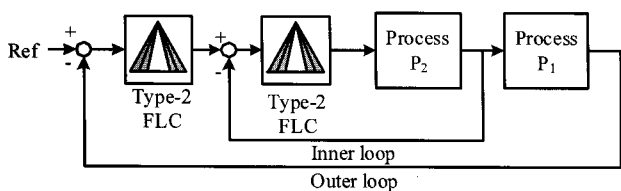


그림 5 Type-2 퍼지 직렬형 제어기 구조  
Fig. 5 Type-2 fuzzy cascade controller architecture

### 3. 유전자 알고리즘을 이용한 파라미터 설정

유전자 알고리즘은 유전적 계승과 생존경쟁이라는 자연 진화를 모방한 적응 탐색법으로서 1975년 Holland에 의해 개발된 최적화 기법중의 하나로 확률적 탐색 방법이다. 직렬 유전자 알고리즘의 설계절차는 5단계로 표현할 수 있다.

[Step 1] *Initialization* - 적용할 목적함수와 유전자로 이용할 변수를 결정하고, 개체와 군집의 크기를 결정한다.

[Step 2] *Evaluation* - 생성된 군집에 대한 적합도를 계산한다. 환경에 대한 생물의 적합도가 높은 개체가 유리한 위치를 가질 수 있다.

[Step 3] *Reproduction* - 주어진 유전자 집단에 대한 적합도를 바탕으로 다음세대를 생성한다. 재생산 과정은 선택(selection), 교배(crossover), 돌연변이(mutation) 연산자를 이용하여, 개체의 생존 분포를 결정하고, 2개의 개체사이에서 염색체를 바꾸어 넣어 새로운 개체를 발생시킨다.

[Step 4] *Elitist strategy* - 진화과정 중 유전 연산자의 확률적 속성 때문에 한 세대의 최적 개체가 다음 세대에서 살아남지 못하고 소멸되는 경우가 발생할 수 있다. 엘리트 전략(elitist strategy)은 집단 내에서 가장 강한 개체가 다음 세대로 변경되지 않고 전달되는 것을 보장하기 위해 고안된 것으로 한 세대의 최적 개체를 다음 세대에서도 생존하도록 보장해주는 방법이다.

[Step 5] *Stop condition* - 계산된 적합도를 기준으로 만족하는 개체의 유무를 체크한다. 만족한 결과를 보이는 개체가 존재하면 알고리즘을 종료하고, 그렇지 않으면 평가와 재생산 단계로 돌아가 위의 과정을 반복한다.

본 논문에서는 정상상태의 오차를 최소화 하기 위하여 목적함수 IAE(Integral of the Absolute value of the Error)를 사용한다.

$$IAE = \int |e(t)| dt \quad (16)$$

제어기의 파라미터 동정은 제어기 설계에 가장 핵심적인 부분의 하나로서 정확하고 안정적인 제어를 할 수 있도록 최적의 파라미터를 찾아야 한다. 그림 6은 목적함수 IAE에 따른 유전자 알고리즘을 이용하여 최적의 파라미터를 염색체 구조로 나타낸다.

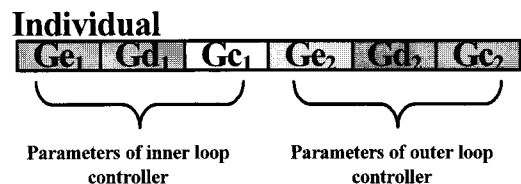


그림 6 염색체내의 제어 파라미터  
Fig. 6 A structure of the chromosome used in genetic optimization

유전자 알고리즘의 코딩은 실수형식을 이용하여 각 염색체내의 실수 값을 각각의 제어 파라미터로 설정하여 최적의 제어기를 설계한다.

### 4. 실험 및 결과고찰

#### 4.1 볼빔 시스템의 입출력 모델

볼빔 시스템의 간략한 모델 구성은 그림 7과 같다.

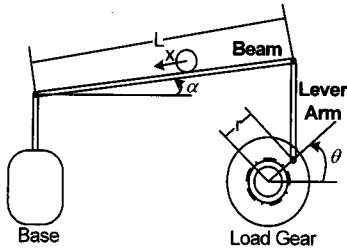


그림 7 볼빔 시스템의 전체 구조  
Fig. 7 Overall setup of the ball and beam system

시스템의 제어 목적은 모터의 전압을 인가하여 볼의 위치를 조정하는 것이다. 볼은 불안정한 상태에서 빔의 각도( $\alpha$ )와 모터의 움직임에 따라 안정한 상태를 유지할 수 있다. 급속 볼의 위치는 빔의 니크로선의 저항으로 측정이 되고, 모터의 각( $\theta$ )은 엔코더로 측정이 된다. 볼빔 시스템은 빔의 마찰계수와 볼의 속도, 가속도에 대해 제어가 용이하지 않다. 왜냐하면 볼빔 시스템은 각 제어대상의 변화에 따라 서로 영향을 미치기 때문이다.

첫 번째로, Ball과 Beam에 대한 전달함수이다. 위 시스템에는 크게 2가지 힘이 작용한다.  $x$ 방향의 중력( $F_{tx}$ )과 Ball의 회전력( $F_{rx}$ )이 존재하게 된다.  $x$ 방향의 중력은 식 17, Ball의 회전력은 식 18로 표현된다.

$$F_{tx} = mgsin\alpha \tag{17}$$

$$F_{rx} = \frac{2}{5}m\ddot{x} \tag{18}$$

여기서,  $m$ 은 볼의 질량,  $g$ 는 중력가속도,  $\ddot{x}$ 는 볼의 가속도이다.

식 17과 식 18에서 주어진 총 움직이는 Ball의 힘(total dynamic force of rolling ball)은 뉴턴의 제2법칙에 의하여 식 19와 같다.

$$m\ddot{x} = \sum F = F_{tx} - F_{rx} = mgsin\alpha - \frac{2}{5}m\ddot{x} \tag{19}$$

식 19를 다시 정리하면 식 20과 같다.

$$\ddot{x} = \frac{5}{7}gsin\alpha \tag{20}$$

식 20을  $sin\alpha = \alpha$ 로 선형화한 전달함수 형식으로 쓰면 식 21이 된다.

$$\frac{X(s)}{\alpha(s)} = \frac{5g}{7s^2} \tag{21}$$

두 번째로, 모터의 전압( $V_m$ )으로부터 나오는 출력인 각( $\theta$ )에 대한 전달함수는 식 22이다.

$$\frac{\theta(s)}{V_m(s)} = \frac{\eta_g \eta_m K_t K_g}{J_{eq} R_m s^2 + (B_{eq} B_m + \eta_g \eta_m K_m K_t K_g^2) s} \tag{22}$$

여기서,  $\eta_g$ 는 기어박스의 효율,  $\eta_m$ 은 모터의 효율,  $K_t$ 는 모터 토크상수와  $K_g$ 는 SRV02 시스템의 기어 비율이다. 그리고  $J_{eq}$ 는 로드에 대한 관성 모멘텀,  $R_m$ 는 회로저항,  $B_{eq}$ 는 제동효율과  $K_m$ 은 역 기전력 상수이다.

마지막으로, Lever arm이 이루는 각( $\theta$ )과 이에 연결된 Beam의 각( $\alpha$ )와의 관계는 식 23과 같다.

$$\theta r = Arc = \alpha L \tag{23}$$

식 23을 정리하면 식 24와 같다.

$$\theta = \frac{L}{r} \alpha \tag{24}$$

식 24 을 전달함수 형식으로 쓰면 식 25와 같다.

$$\frac{\alpha(s)}{\theta(s)} = \frac{r}{L} \tag{25}$$

이론적으로, Ball & Beam 시스템의 개방 루프 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{X(s)}{V_m(s)} = \frac{\theta(s)\alpha(s)X(s)}{V_m(s)\theta(s)\alpha(s)} \tag{26}$$

#### 4.2 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기

본 논문에서는 유전자 알고리즘을 이용하여 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기의 최적의 파라미터를 찾아내고 두 종류의 제어기를 비교하여 그 성능을 평가한다. 또한 5%의 노이즈를 포함시켜 외란에 대한 견실성을 알아본다. 마지막으로 시뮬레이션으로 최적 설계된 제어기들을 Quanser사의 실제 플랜트인 볼빔 시스템에 적용한다. 그림 8은 Type-1과 Type-2 직렬형 퍼지 제어기의 구조를 나타낸다.

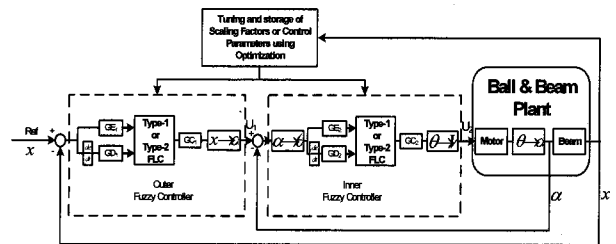


그림 8 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기 구조  
Fig. 8 Structure of type-1 and type-2 fuzzy cascade controller

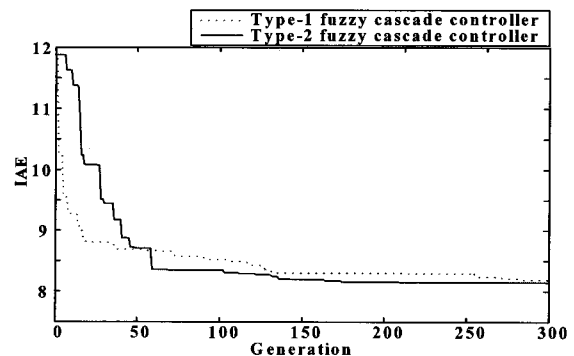


그림 9 각 제어기의 세대별 IAE  
Fig. 9 The values of IAE in successive generations

그림 9는 유전자 알고리즘의 세대별 증가에 따른 IAE값을 나타낸다. Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기의 성능은 300세대에 비슷한 성능을 나타낸다. 볼빔 시스템의 모델은 식 26에서 나타내었다. 표 1은 볼빔 시스템에 대한 파라미터 변수들을 나타낸다.

표 1 Ball & Beam 파라미터 변수

Table 1 Parameter of the system

Symbol	Description	Value
$K_t$	Motor torque constant	0.00767
$K_m$	Back-emf constant	0.00767
$K_g$	SRV02 system gear ratio	70
$R_m$	Armature resistance	2.6
$J_{eq}$	Equivalent moment of inertia at the load	2.0e-3
$B_{eq}$	Equivalent viscous damping coefficient	4.0e-3
$r$	Lever arm offset(inch)	1
$L$	Beam Length(inch)	16.75
$g$	Earth's gravitational constant(m/s <sup>2</sup> )	9.8
$\eta_g$	Gearbox efficiency	0.9
$\eta_m$	Motor efficiency	0.36
$m$	Mass of the Ball(kg)	0.064
$F_{tx}$	Translational force on the Ball	
$F_{rx}$	Rotational force on the Ball	
$x$	Ball Position	
$\alpha$	Beam pitch	
$\theta$	Servo load gear angle	
$V_m$	Motor Input voltage	

최적의 제어기의 설계를 위하여 Type-1 퍼지 직렬형 제어기와 제안된 Type-2 퍼지 직렬형 제어기의 최적의 파라미터를 유전자알고리즘을 통하여 얻는다. 표 2는 유전자 알고리즘의 주요 파라미터와 연산자이다. 유전자 알고리즘의 세대수는 300세대로 설정한다. 각 세대내의 집단의 수는 150로 설정한다.

표 2 직렬 유전자 알고리즘의 파라미터 및 연산자 요약

Table 2 Summary of the parameters of the GA

Genetic Algorithm	
Parameter	세대수 300
	집단크기 150
	교배율 0.65
	돌연변이율 0.1
Operator	선택연산자 선형 순위 선택
	교배연산자 수정된 단순 교배
	돌연변이연산자 균일 돌연변이
	엘리트전략 사용

표 3 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기의 성능지수의 값(IAE)

Table 3 The values of the performance index (IAE) of Type-1and Type-2 fuzzy controller

	Type-1 fuzzy cascade controller	Type-2 fuzzy cascade controller
GAs	8.1857	8.1201

표 4 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어 파라미터

Table 4 Parameters of the optimized controllers

Type-1 fuzzy cascade controller		Type-2 fuzzy cascade controller	
$GE_1$	8.4794	$GE_1$	7.6541
$GD_1$	1.2662	$GD_1$	0.0023
$GC_1$	9.8793	$GC_1$	9.8757
$GE_2$	0.2262	$GE_2$	0.2788
$GD_2$	0.0620	$GD_2$	0.0501
$GC_2$	0.4024	$GC_2$	0.4120

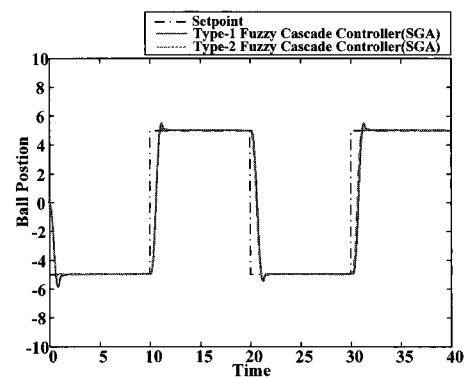


그림 10 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기 시뮬레이션 결과 비교

Fig. 10 Comparison of the response of type-1 and type-2 fuzzy cascade controller (simulation results)

그림 10의 시뮬레이션 결과에서 나타나듯이 Type-2 퍼지 cascade 제어기가 보다 적은 오버슈트를 지니고 설정치에 대한 수렴속도 역시 빠른 것을 볼 수 있다. 표 5는 시뮬레이션 상에서의 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기의 성능 비교를 보여준다.

표 5 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기 성능 비교

Table 5 Comparison of performance of Type-1 and Type-2 fuzzy cascade controller (in simulation)

	Type-1 controller	Type-2 controller
Maximum Overshoot(%)	4.27	3.14
Delay time(s)	0.69	0.61
Rise time(s)	0.49	0.52
Settling time(s)	1.73	1.52
Steady-state Error	0	0

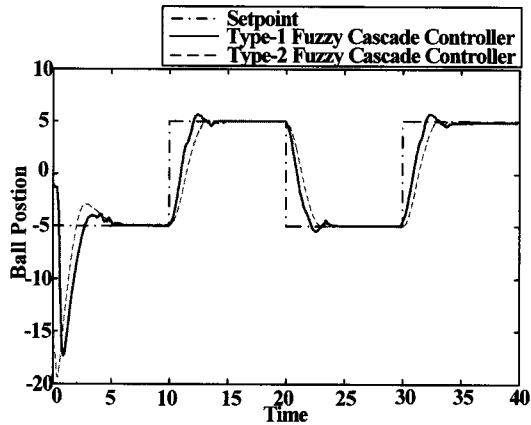


그림 11 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기 실제 Plant 결과 비교

Fig. 11 Experimental result obtained for the type-1 and type-2 fuzzy cascade controller

그림 11은 실제 볼빔 시스템에 대하여 시뮬레이션에 사용된 파라미터를 적용한 결과이다. 실제플랜트와 시뮬레이션 결과의 차이는 볼의 관성, 빔에서의 위치 측정 오차, 실험의 장소와 환경 등에 의해서 비선형적 특성이 달라지기 때문이다. 실제 볼빔 시스템에서도 Type-2 퍼지 직렬형 제어기는 Type-1 퍼지 직렬형 제어기보다 빠르고 안정적인 제어를 보여준다. 표 6은 실제 플랜트 상에서의 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기 성능을 나타낸다.

표 6 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기 성능 비교(in experiment)

Table 6 Comparison of the performance of the optimal controllers

	Type-1		Type-2	
	0~10s	10~20s	0~10s	10~20s
Maximum Overshoot(%)	18.21	5.35	23.15	0.10
Delay time(s)	1.49	1.39	1.37	1.41
Rise time(s)	1.44	1.24	1.42	1.32
Settling time(s)	4.69	2.87	4.54	2.81
Steady-state Error	0	0	0	0

Type-1과 Type-2의 외란에 대한 성능을 비교하기 위하여 그림 12와 같이 3곳에 5%의 White Noise를 첨가하였다. 그림 13은 3곳의 외란 중에서 표 7의 (c)시스템 출력에

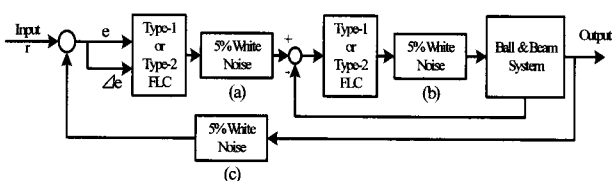


그림 12 외란을 포함한 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기  
Fig. 12 Structure of type-1 and type-2 fuzzy cascade controller included three kinds of noise

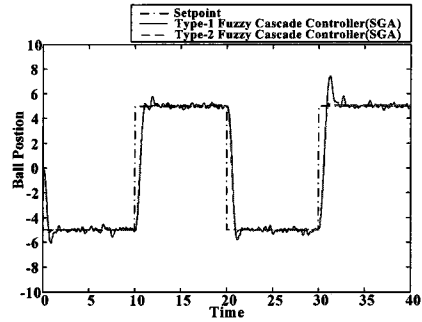


그림 13 최적 제어기들의 외란에 대한 견실성 비교(시스템 출력에 외란 첨가; in simulation)

Fig. 13 Comparison of the dynamic response of the type-1 and type-2 fuzzy cascade controller with noise (simulation results)

외란 첨가에 대한 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기의 견실성에 대하여 보여준다. 결론적으로 Type-2는 Type-1보다 외란에 대하여 보다 우수한 견실성을 가지고 있다. 이것은 Type-2 퍼지 제어기의 가장 큰 특징으로서 멤버쉽 함수의 불확성을 포함하여 우리가 알지 못하는 상황에 대하여 보다 안정적으로 표현할 수 있기 때문이다. 또한 추론의 결과 값이 구간으로 나오기 때문에 보다 넓은 언어적 의미를 포함할 수 있게 된다. 표 7은 시뮬레이션 결과를 정량적으로 나타내었다. IAE를 이용하여 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기의 외란에 대한 성능을 나타내었다.

표 7 외란에 대한 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기들의 성능 비교(in simulation)

Table 7 Comparison of the performance of the type-1 and type-2 fuzzy cascade controller

	Type-1			Type-2		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
IAE	39.251	20.991	24.511	23.794	19.782	22.928

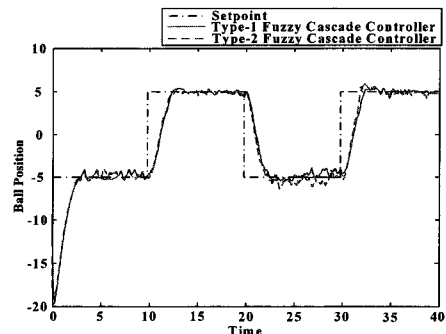


그림 14 최적제어기들의 외란에 대한 견실성 비교(시스템 출력에 외란 첨가; in experiment)

Fig. 14 Comparison of the dynamic response of the type-1 and type-2 fuzzy cascade controller with noise(in experiment)

실제 플랜트의 적용에도 Type-2 퍼지 직렬형 제어기가 Type-1 퍼지 직렬형 제어기보다 외란에 대하여 더욱더 견실하다는 것을 알 수 있다.

표 8 외란에 대한 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기들의 성능 비교(in experiment)

Table 8 Comparison of the performance of the optimal controllers (in experiment)

	Type-1			Type-2		
	(a)	(b)	(c)	(a)	(b)	(c)
IAE	89.983	87.773	83.690	85.773	83.619	81.106

6. 결 론

본 논문에서는 Type-1과 Type-2 퍼지 직렬형 제어기의 최적 설계에 관하여 연구하였으며, 이를 실질적인 비선형 시스템(Ball & Beam system)에 적용하여 제안된 최적의 제어기들의 성능을 알아보았다.

볼빔 시스템의 제어 목적은 모터의 전압을 인가하여 볼의 위치를 조정하는 것이다. 볼은 불안정한 상태에서 빔의 각도( $\alpha$ )와 모터의 움직임에 따라 안정한 상태를 유지할 수 있다. 볼빔 시스템의 제어를 위하여 기존의 Type-1 퍼지 제어기를 직렬로 연결시킨 Type-1 퍼지 cascade 제어기를 설계하였다. 비선형적인 특성과 외란에 대한 우려에 의하여 최근 연구되어지는 Type-2 퍼지 제어기를 Type-1 퍼지 cascade 제어기와 동일하게 설계하여 성능을 비교하였다.

Type-2 퍼지 직렬형 제어기는 기존의 Type-1 퍼지 제어기에서 확장된 개념으로서 멤버쉽 함수에 FOU를 포함하여 알려지지 않은 시스템에 대하여 보다 안정적으로 제어를 할 수 있다. 특히 외란에 대하여 강인한 성능을 보여 보다 안정적인 제어를 할 수 있음을 보였다.

Type-2 퍼지 제어기는 많은 계산량을 요구하고 최적의 FOU를 찾아야 한다는 문제점을 가지고 있으나, 구간 Type-2 퍼지 집합과 최적화 알고리즘을 이용하여 어느 정도 그 문제를 완화시킬 수 있다.

감사의 글

이 논문은 2008년 및 2009년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2008-314-D00376, KRF-2009-0074928).

참 고 문 헌

[1] H. J. Lee, J. B. Park and G. Chen, "Robust Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Parametric Uncertainties," IEEE Trans. on Syst., Vol. 9, No. 2, pp. 369-379, 2001.  
 [2] H.-N. Wu and K.-Y. Cai, "Robust fuzzy control for uncertain discrete-time nonlinear Markovian jump systems without mode observations," Information Sciences Vol. 177, Issue 6, pp. 1509-1522, 2007.  
 [3] M. Johansson, A. Rantzer, K.-E. Arzen, " Piecewise

quadratic stability of fuzzy systems", IEEE Trans. on Fuzzy Syst., Vol 7, Issue 6, pp. 713-722, 1999.  
 [4] Faa-Jeng Lin, "Fuzzy Adaptive Model-Following Position Control for Ultrasonic Motor", IEEE Trans. on Power Elec., Vol 12, No. 2 pp. 261-268, 1997.  
 [5] J. C. Wu and T. S. Liu, "Fuzzy Control Stabilization with Applications to Motorcycle Control", IEEE Trans. on Syst., Man Cybern., Vol. 26, No. 6, pp. 836-847, 1996.  
 [6] Dongrui Wu and Woei Wan Tan, "Genetic learning and performance evaluation of interval type-2 fuzzy logic controllers", Engineering applications of Artificial Intelligence, Vol. 19, Issue 8, pp. 829-841, 2006  
 [7] J. Mendel, Uncertain Rule-based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New directions, Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2001.  
 [8] Zadeh, L. A., "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-1", Information Sciences 8, Issue 3, pp. 199-249, 1975  
 [9] D. Wu and W. Tan, "Type-2 fuzzy logic controller for the liquid-level process", Proceeding of the 2004 IEEE International Conference on Fuzzy Ststems, pp. 248-253, Budapest, Hungary, 2004.  
 [10] Hagrais H. A., "A hierarchical type-2 fuzzy logic control architecture for autonomous mobile robots", IEEE Trans. Fuzzy Syst. Vol. 12, pp. 524-539, 2004.  
 [11] Liang Q. and Mendel J. M., "Equalization of nonlinear time-varying channels using type-2 fuzzy adaptive filters", IEEE Trans. Fuzzy Syst. Vol 8, pp. 551-563, 2000.  
 [12] Liang Q. and Mendel J. M., "MPEG VBR video traffic modelling and classification using fuzzy technique. IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol. 9, pp. 183-193, 2001.  
 [13] Yager R. R., "Fuzzy subsets of type-2 in decisions", Cyberneics Vol. 10, pp.137-159, 1980.  
 [14] S.-K. Oh, W. Pedrycz, S.-B. Rho and T.-C. Ahn, "Parameter estimation of fuzzy controller and Its application to inverted pendulum" Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 17, Issue 1, February 2004, Pages 37-60.  
 [15] S.-K. Oh, H.-J Jang and W. Pedrycz, "The design of a fuzzy cascade controller for ball and beam system: A study in optimization with the use of parallel genetic algorithms", Engineering Applications of Artificial Intelligence, Article in Press.



## 저 자 소 개



### 장 한 종 (Han-Jong Jang)

2007년 : 수원대 전기전자공학과 졸업.  
2007년~현재 : 동 대학원 전기공학과 석사과정.  
관심분야 : 퍼지 제어, 퍼지 추론 시스템, 신경회로망, 지능형 시스템, 최적화 알고리즘.  
Tel : (031) 222-6544.  
E-mail : jjangjong@suwon.ac.kr



### 오 성 권 (Sung-Kwun Oh)

1981년 : 연세대학교 전기공학과 졸업.  
1983년 : 동 대학원 전기공학과 졸업(공학석사).  
1983~1989년 : 연구소(선임연구원).  
1993년 : 연세대 대학원 전기공학과 졸업(공학박사).  
1996~1997년 : 캐나다 Manitoba대학 전기 및 컴퓨터공학과 Post-Doc.  
1993~2005년 : 원광대 전기전자 및 정보공학부 교수  
2005년~현재 : 수원대 전기공학과 교수.  
2002년~현재 : 대한전기학회, 퍼지및지능시스템학회 및 제어자동화시스템 공학회 편집위원.  
관심분야 : 시스템자동화, 퍼지이론 및 제어, 컴퓨터 지능 등.  
Tel : (031) 229-8162  
E-mail : ohsk@suwon.ac.kr