

웨이브렛 변환을 이용한 비정상 신호의 순간 주파수 결정

조익현*, 이인수**, 윤동한***

Non-stationary signal analysis by Continuous Wavelets Transform

Ig-hyun Cho*, In-Soo Lee**, Dong-han Yoon***

요 약

비선형적인 위상 변화를 지닌 비정상(non-stationary)신호는 레이더(Radar), 통신(telecommunication), 생체공학, 지질탐사, 음향 등 여러 분야에서 쉽게 접하는 신호이다. 비정상신호는 일반적으로 시간에 따라 신호의 물리적 특성이 변화하는 신호를 의미하며, 순간 주파수는 신호의 특정시간에 해당하는 신호의 주파수를 의미한다. 이 논문에서는 순간 주파수를 결정하기 위한 연속 웨이브렛 변환의 적용에 대하여 논하였다.

ABSTRACT

The analysis of Radar signal, telecommunication, bioengineering, seismic, and acoustic signal is consist of the Non-stationary signal which has non-linear phase variation. Non-stationary signal means that the physical properties of signal depend on time variation and the instantaneous frequency represents physical property of these type of signal. Thus estimation of the instantaneous frequency of non-stationary signal is important subject in signal processing. In this work, the instantaneous frequency analysis method utilizing continuous wavelets transform is represented and compared with Hilbert Transform method.

Key Word

Wavelet, Instantaneous Frequency, Analytic Signal, Scalogram, Phasogram

I. 서 론

웨이브렛 변환은 스케일에 따라 크기가 변화하는 웨이브렛의 특성을 이용하여 임의의 신호 $f(t)$ 의 "시간-스케일" 종속관계를 "시간-스케일" 공간에 표현하는 도구이며, 신호가 비정상 상태(non-stationary)인 경우, 즉 시간에 따라 신호의 물리적 특성이 변화하는 경우 웨이브렛 변환은 신호의 부분적인 또는 전체적인 스케일 특성을 "시간-스케일" 공간에 정확하게 표현한다. 이와 같은

웨이브렛 변환의 "시간-스케일" 성분 분리 특성으로부터 순간 주파수를 결정할 수 있으며, 이를 이용하여 주파수변조신호에 대한 구체적인 분석이 가능하다. 그림 1은 코사인 함수로 구성된 LFM(Low frequency Modulation)신호의 순간주파수를 그림으로 표현한 것이다.

* 금오공과대학교 전자공학과 (freecho@kumoh.ac.kr)

** 경북대학교 상주캠퍼스 산업전자전기공학부 교수

*** 금오공과대학교 전자공학부 교수

#논문번호 : KIIECT2009-02-10

#접수일자 : 2009.05.14

#최종논문접수일자 : 2009.06.12

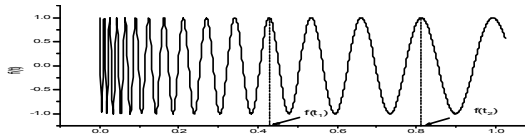


그림 1. LFM(Low frequency Modulation) 신호
Fig 1. LFM Signal

순간주파수는 주파수변조신호의 시간에 따른 주파수를 의미하며, 주파수변조신호와 관련된 부분에서 신호의 특성을 파악하기 위한 중요한 파라미터이다. 본 논문에서는 웨이브렛 변환을 이용하여 한 순간주파수 결정 방법에 대하여 논하며, 기존의 힐버트(Hilbert) 변환을 이용한 방법과 비교하여 그 특성을 논하였다.

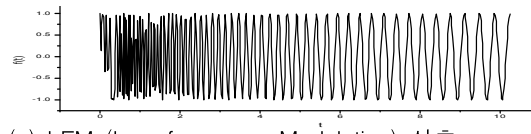
II. 해석신호 및 순간위상

해석신호(Analytic Signal) $z(t)$ 는 실수부와 허수부로 구성된 합성신호이며, $z(t)=r(t)+jx(t)$ 로 표시한다. 이는 다시 극좌표 형태로 $z(t)=A(t)e^{j\phi(t)}$ 로 나타낼 수 있고, 여기서 $\phi(t)$ 를 시간의 함수로서 $\phi(t)=\tan^{-1}[r(t)/x(t)]$ 로 주어지는 순간위상(Instantaneous Phase)라 정의한다. 순간위상의 미분을 통해 순간주파수(Instantaneous Frequency)가 정의된다. 일반적으로 LFM 신호 등 관찰되는 실수신호로부터 순간주파수를 구하기 위해서 힐버트변환(Hilbert Transform)을 이용하여 신호 $f(t)$ 의 해석신호 $z(t)$ 를 구한 후 이로부터 순간주파수를 결정한다. 이 방법은 신호의 순간주파수를 구하는 쉬운 방법이지만 주파수 변조가 중첩되거나 노이즈 등의 영향을 받을 경우에는 정확한 순간주파수의 결정이 어렵게 된다. 이 장에서는 힐버트 변환을 이용한 순간주파수 결정 방법과 웨이브렛을 이용한 순간주파수 결정 방법에 대하여 논한다. 다음은 진폭과 위상이 시간의 함수로 표현되는 신호를 나타낸 것이다.

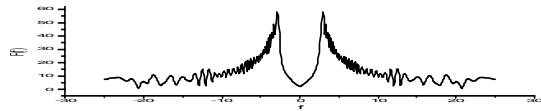
$$\begin{aligned} f(t) &= A(t)\cos\phi(t) \\ A(t) &\geq 0, \phi(t) \in [0, 2\pi], \forall t \in R \end{aligned} \quad (1)$$

만일 신호가 진폭 $A(t)$ 에 의한 시간 변화보다 위상 변화 $\phi(t)$ 에 의한 영향을 더 많이 받고, 위 신호에 대응하는 복소수 신호가 $z(t)=A(t)e^{j\phi(t)}$ 와 같이 주어질 때 위 신호를 Asymptotic 신호라 한다. 예를 들어 다음의 함수를 보자.

$$f(t) = \cos(2\pi t f_s + \alpha \ln(1 + \beta t)) \quad (2)$$



(a) LFM (Low frequency Modulation) 신호



(b) 푸리에 변환

그림 2. asymptotic 신호 및 푸리에 변환

Fig 2. asymptotic Signal and Fourier transform

그림 2는 식 (2)를 이용한 신호와 푸리에 변환을 나타낸 것이다. 그림에서 LFM 신호는 $A(t)=1$ 이며, $\phi(t)$ 변화에 의해 신호의 주파수가 변화한다. 이와 같은 신호는 시간에 따라 주파수가 변화하고, 진폭의 변화보다는 코사인함수의 시간에 의한 변화에 의존하며 따라서 전형적인 asymptotic 신호이다. Asymptotic 신호에 대해 실수부분 $\mathcal{R}f(t)$ 에 대응하는 허수부분 $\mathcal{I}f(t)$ 로 구성된 analytic 함수 $Z_f(t)$ 를 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} Z_f(t) &= A(t)e^{j\phi(t)} = \mathcal{R}f(t) + j\mathcal{I}f(t) \\ f(t) &= \mathcal{R}f(t) \end{aligned} \quad (3)$$

위식에서 허수 부분은 해석함수의 정의에 의해 힐버트(Hilbert) 변환을 통해 실수부분과 같아진다. 힐버트 변환은 다음과 같이 정의 된다.

$$h(t) = H\{f(t)\} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\tau)}{t-\tau} d\tau \quad (4)$$

푸리에 영역에서 위식은 다음과 같이 된다.

$$h(t) \Leftrightarrow H\{f(\omega)\} = j \operatorname{sgn}(\omega) F(\omega) \quad (5)$$

여기서 $\operatorname{sgn}(\omega)$ 는 다음 식으로 정의된다.

$$\operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega > 0 \\ 0, & \omega = 0 \\ -1, & \omega < 0 \end{cases} \quad (6)$$

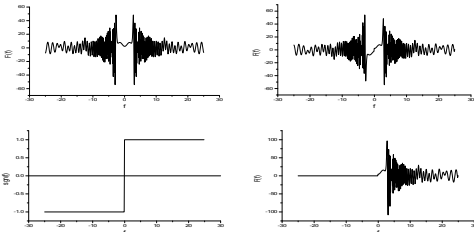
따라서 analytic 함수 $Z_f(t)$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$Z_f(t) = \mathcal{R}f(t) + jH\{\mathcal{I}f(t)\} \quad (7)$$

위식의 푸리에 변환은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} Z_f(\omega) &= F(\omega) + \operatorname{sgn}(\omega)F(\omega) \\ &= \begin{cases} 2F(\omega) & \omega \geq 0 \\ 0 & \omega < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

따라서 Asymptotic 신호에 대한 해석 신호는 음의 주파수 대역의 스펙트럼은 0이 되고 양의 주파수 대역의 스펙트럼은 2배가 된다. 다음 그림은 식 (2)의 신호에 대한 analytic 함수의 스펙트럼 변화를 나타낸 것이다.



(a) Asymptotic 신호의 스펙트럼
 b) Asymptotic 신호의 허수부분의 힐버트 변환
 (c) $\operatorname{sgn}(f)$ 의 그래프 (d) $Z_f(t)$ 의 스펙트럼
 그림 3. Asymptotic 신호에서 스펙트럼 변화과정

Fig 3. Asymptotic signal spectrum in the process of change

해석 신호가 실수부분과 허수부분으로 구성되

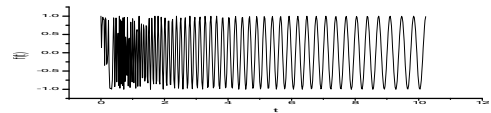
어있으며, 식 (9)와 같이 실수부와 허수부의 극좌표형태로 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} Z_f(t) &= |Z_f(t)| e^{j \arg Z_f(t)} \\ |Z_f(t)| &= \sqrt{\mathcal{R}f(t)^2 + \mathcal{I}f(t)^2} \\ \arg Z_f(t) &= \phi_Z(t) = \tan^{-1} \frac{\mathcal{I}Z_f(t)}{\mathcal{R}Z_f(t)} \end{aligned} \quad (9)$$

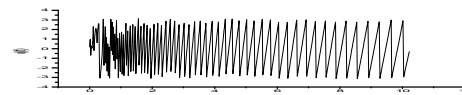
순간 주파수 (instantaneous frequency)는 다음과 같이 위상의 시간에 대한 미분으로 정의된다.

$$\phi_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_Z(t)}{dt} \geq 0 \quad (10)$$

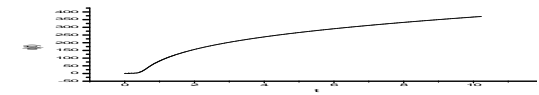
다음 그림은 식 (2)의 asymptotic 신호에 대하여 힐버트 변환을 이용한 순간 주파수 결정과정을 표현한 것이다.



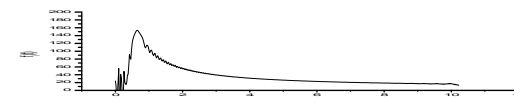
(a) Asymptotic signal



(b) 힐버트 변환에서 구해진 순간 위상



(c) 순차적으로 2π 를 더해 변곡점을 제한 순간 위상



(d) 순간 주파수 위상의 시간변화에 따른 기울기

그림 4. Asymptotic 신호의 순간주파수 결정
 Fig 4. Instantaneous frequency determination of asymptotic signal

힐버트 변환을 이용한 순간 주파수 결정방법은 직접적이면서도 간단하지만, 신호의 주파수가 급격히 변하거나, 또는 노이즈에 의해 영향

을 받을 경우 직접적인 연산으로는 순간주파수의 정확한 추출이 거의 불가능하다. 다음 그림은 이 같은 신호에 대한 힐버트 변환을 이용한 순간주파수 추출을 나타낸 것이다.

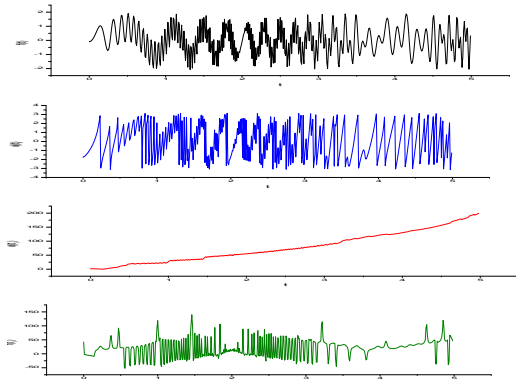
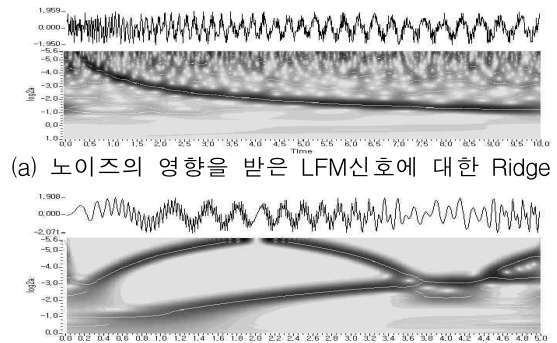


그림 5. 비정상 신호에 대한 순간 주파수
Fig 5. Instantaneous frequency for non-stationary

위 신호는 주어진 시간에서 여러 개의 주파수가 중첩되어 형성된 비정상 신호에 대하여 힐버트 변환을 이용한 순간 주파수 결정을 나타낸 것이다. 이와 같은 경우 순간 주파수는 신호의 주파수 중첩으로 인하여 아무런 물리적 의미를 나타내지 못한다. 신호가 노이즈에 영향을 받은 경우 또한 페이즈의 미분인 순간주파수에 민감한 영향을 미치며 노이즈가 증가하게 되면 순간 주파수에 대한 정보를 제대로 추출하기 어려워진다.

힐버트 변환을 이용한 순간주파수 결정방법은 신호의 주파수가 중첩되거나 노이즈에 영향을 받은 경우에는 위 그림과 같이 정확하게 시간에 따른 주파수의 변화를 읽을 수 없다. 반면에 웨이블릿 변환을 이용한 순간주파수 결정 방법은 위에서 논한 문제점에 영향을 받지 않고 정확하게 순간 주파수를 결정할 수 있다. 웨이블릿을 이용한 순간주파수 결정은 Ridge라고 정의되는 "시간-스케일" 공간에서의 stationary point에서부터 결정된다. Ridge는 직역하면 능선 또는 용기 등으로 표현되며 웨이블릿 변환의

경우 "시간 - 스케일" 공간에서의 주어진 시간에서의 최대 에너지를 나타내는 지점을 의미한다. Ridge를 이용하면 위에서 논한 힐버트 변환을 이용한 직접적인 방법에서 구할 수 어려운 순간 주파수를 정확하게 추출할 수 있으며, 적용 가능신호가 Asymptotic에 국한된 것이 아니라 모든 신호의 순간 주파수 결정에 유효한 방법이다. 그림 6은 웨이블릿 변환을 이용한 Ridge를 나타낸 것이다.



(a) 노이즈의 영향을 받은 LFM신호에 대한 Ridge
(b) 비정상 신호에 대한 Ridge 결정
그림 6. 웨이블릿 변환을 이용한 Ridge결정
Fig 6. Wavelets transform using ridge decision

Ridge는 "시간-스케일"공간에서 에너지가 집중되는 지점이며, Ridge가 발생하는 지점에서의 스케일의 역수가 순간주파수가 된다. 즉 다음과 같이 순간 주파수가 결정 된다.

$$f_i(t) = \frac{1}{a_r(b)} \quad (11)$$

III. 연속 웨이블릿 변환을 이용한 Ridge결정

연속 웨이블릿 변환을 이용한 asymptotic 신호의 순간 주파수 (Instantaneous Frequency)를 결정하는 방법은 두 가지 방법이 있다. 하나는 마르세이 방법(Marseille method)라 불리우는 연속 웨이블릿 변환의 위상을 이용한 방법이며, 1992년 Deplart[2,7]에 의해 발표되었다. 다른

하나는 "Carmona metod"[1]라 불리우는 웨이브렛 모듈을 이용한 순간 주파수 결정방법이다. 이 방법은 Carmona에 의해 1997년에 발표되었다. 먼저 위상을 이용한 Ridge결정에 대해서 논한다.

Asymptotic 신호 및 이에 대응하는 해석 신호(analytic signal)는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} f(t) &= A_f(t) \cos \phi_f(t) \\ Z_f(t) &= A_f e^{j\phi_f(t)} \end{aligned} \quad (12)$$

복소수 웨이브렛의 경우도 Asymptotic 신호이며 따라서 다음과 같이 표현된다.

$$\psi(t) = A_\psi(t) e^{j\phi_\psi(t)} \quad (13)$$

따라서 연속 웨이브렛 변환은 다음과 같다.

$$W^f(b, a) = \frac{1}{2a} \int_{-\infty}^{+\infty} A_f(t) A_\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) e^{j\phi_{(b,a)}^f(t)} dt \quad (14)$$

여기서 위상은 다음과 같다

$$\phi_{(b,a)}^f(t) = \phi_f(t) - \phi_\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (15)$$

식 (15)에서 $\phi_{(b,a)}^f(t)$ 는 신호 $f(t)$ 의 웨이브렛 변환 $W^f(b, a)$ 의 위상이다. 만일 시간 $t = t_0$ 에서 신호가 stationary phase 상태라면 다음의 식이 성립한다.

$$\phi'_{(b,a)}(t_0) = \phi'_f(t_0) - \frac{1}{a} \phi'_\psi\left(\frac{t_0-b}{a}\right) = 0 \quad (16)$$

위식은 위상 변화가 일정한 부분 즉 stationary phase 지점에서는 신호 $f(t)$ 의 위상 시간변화율과 웨이브렛 위상의 시간변화율이 같다는 것을 의미한다. 즉 웨이브렛 변환을 이용한 stationary phase point 검색은 웨이브렛 위상은 주어진 스케일에서 고정되어 있고 따라서 이를 이용하여 웨이브렛의 스케일과 일치하는 신호의 위상을 검색하는 것과 동일하다.

Ridge는 웨이브렛 위상 공간 $\phi_{(b,a)}^f(t)$ 에서의 모든 stationary point를 의미하며, 위의 조건을 만족하는 모든 점의 집합을 의미한다. 즉 다음과 같이 표현된다.

$$t_0(b, a) = b \quad (17)$$

Ridge를 $a_r(b)$ 로 정의하고, stationary point를 $t_0 = b$, $a = a_r(b)$ 그리고 $\phi'_f(t_0) = \omega_f(t_0) = \omega_f(b)$ 로 놓으면 식 (16)은 식 (18)과 같이 주어진다.

$$\omega_f(b) - \frac{\phi'_\psi(0)}{a_r(b)} = 0 \quad (18)$$

Morlet Wavelet의 경우 $\phi'_\psi(0) = \omega_0$ 이며 따라서 식 (19)는 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_f(b) - \frac{\omega_0}{a_r(b)} \quad (19)$$

Ridge $a_r(b)$ 가 결정이 되면 함수 $f(t)$ 의 순간 주파수 $\omega_r(b)$ 는 위식에 의해 결정된다. 웨이브렛 변환에서 Ridge는 웨이브렛 모듈 $|W^f(b, a)|$ 과 위상 $\phi_{(b,a)}^f(t)$ 를 통해 구해진다. 먼저 웨이브렛 위상 $\phi_{(b,a)}^f(t)$ 를 $t = t_0$ 인 지점 즉 stationary point에서 스케일 a 관하여 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \phi_{(b,a)}^f}{\partial a} = -\frac{t_0-b}{a^2} \phi'_\psi\left(\frac{t_0-b}{a}\right) \quad (20)$$

시간상에서의 stationary point인 t_0 가 b 와 일치하기 때문에 위식은 다음과 같이 축약된다.

$$\left. \frac{\partial \phi_{(b,a)}^f}{\partial a} \right|_{a=a_r(b)} = 0 \quad (21)$$

따라서 Ridge $a_r(b)$ 는 위상 공간에서 주어진 시간 b 에서 위의 조건을 만족하는 점을 의미한다. 동일한 방법으로 웨이브렛 위상 $\phi_{(b,a)}^f(t)$ 를 b 에 대하여 미분하면 Ridge에서는 다음의 식이 성립한다.

$$\left. \frac{\partial \phi^f(b, a)}{\partial b} \right|_{t_0(b, a)=b} = \frac{\phi'_\psi(0)}{a} \quad (22)$$

Morlet 웨이브렛의 경우에는 위식은 다음과 같이 주어진다.

$$\left. \frac{\partial \phi^f(b, a)}{\partial b} \right|_{t_0(b, a)=b} = \frac{\omega_0}{a_r(b)} \quad (23)$$

따라서 asymptotic 신호 $f(t)$ 에 대한 Ridge는 신호 $f(t)$ 의 웨이블릿 위상 $\phi_{(b,a)}^f(t)$ 를 스케일에 대하여 미분해서 0를 만족하는 점을 찾는 방법과 시간 bb 에 대하여 미분해서 기울기가 주어진 스케일에 최대한 근접한 점을 찾는 방법이 있다. 이 두 방법은 다 미분을 이용한다. 그림 7은 asymptotic 신호 $f(t)$ 에 대한 웨이블릿 위상 $\phi_{(b,a)}^f(t)$ 를 나타낸 것이다.

웨이블릿 위상은 미세한 노이즈에도 민감하게 반응하며 따라서 실제 정보와 관련 없는 부분은 0으로 대치한다.

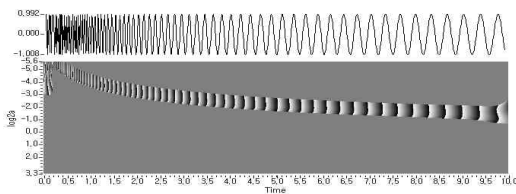


그림 7. asymptotic 신호에 대한 웨이블릿 변환결과 - 페이조그래프

Fig 7. Wavelets transform results for asymptotic signal

그림 7에서 0을 지나거나 가장 근접한 지점인 시간 $b=5$ 에서의 Ridge이다. 그림 8은 전체 시간에 걸쳐 연산한 Ridge를 나타낸 것이다.

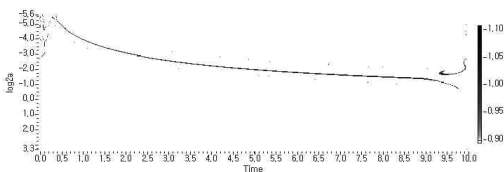


그림 8. asymptotic 신호의 Ridge 연산 (가버 웨이블릿, $\sigma=1, f_0=1$)

Fig 8. asymptotic signal operation of the Ridge

위상의 미분을 이용한 순간주파수 결정방법은 미분 항에 의해 때로는 불안정한 연산이 되

는 불편함이 따른다. 즉 위상이 존재하는 영역과 존재하지 않는 영역에서의 불연속선에 따른 문제 외에도 실제 신호가 지나는 노이즈나 기타 특이점에 의해 미분의 불안정이 발생한다. 따라서 실제연산에서는 위상을 이용하는 방법 이외에 웨이블릿 모듈러스를 이용하는 방법을 사용하는 것이 더 편리하다. 이 방법은 LFM, Non-stationary, Periodic, Random 신호 등 모든 신호에 대해서 웨이블릿 페이즈를 이용한 방법보다 실용적이다[5]. Asymptotic 신호의 웨이블릿 변환은 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} W^f(b, a) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{(b,a)}^*(t) dt \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Z_f(\omega) \psi^*(a\omega) e^{j\omega b} d\omega \end{aligned} \quad (24)$$

Asymptotic 신호의 경우 스펙트럼은 좁은 대역폭을 지니고 있으며, 스펙트럼의 중심은 $\omega = \omega_f(b) = \phi'(b)$ 근방에 위치한다. 따라서 웨이블릿 변환은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W^f(b, a) &= \frac{1}{2} \psi^*(a\phi'(b)) \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Z_f(\omega) e^{j\omega b} d\omega \\ &= \frac{1}{2} A(b) e^{j\phi(b)} \psi^*(a\phi'(b)) \end{aligned} \quad (25)$$

웨이블릿의 중심 스펙트럼이 $\omega = \omega_0$ 에 위치하며 따라서 에너지 밀도 $A(b) e^{j\phi(b)} \psi^*(a\phi'(b))$ 또한 스케일축을 따라 $a\phi'(b) = \omega_0$ 에 위치하며, 이는 웨이블릿 변환의 Ridge와 일치하게 된다. 즉

$$a_r(b) = \frac{\omega_0}{\phi'(b)} = \frac{\omega_0}{\omega_f(b)} \quad (26)$$

결국 웨이블릿 모듈을 이용한 Ridge는 시간 b 를 따라서 스케일 축을 따라 웨이블릿 변환값의 최대값을 따라 결정된다. 이 방법은 위상을 이용한 방법에 비해 간단하며 전체 위상에 의해 결정된 Ridge에 비해 신호 전체에 대해 어떠한 현상이 발생하는지를 보다 쉽게 관찰할 수 있다. 다음 그림은 웨이블릿 모듈로부터 결정된 Ridge를 나타낸 것이다.

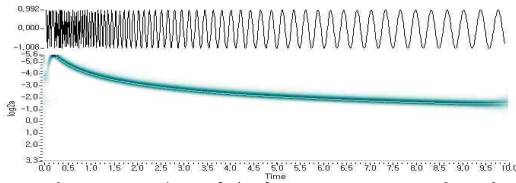
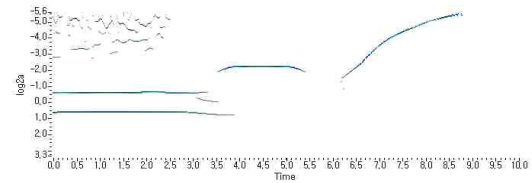


그림 9. 모듈을 이용한 asymptotic 신호의 Ridge 연산 (가버 웨이브렛, $\sigma=1, f_0=1$)
 Fig 9. Calculus ridge asymptotic signal using Modulus

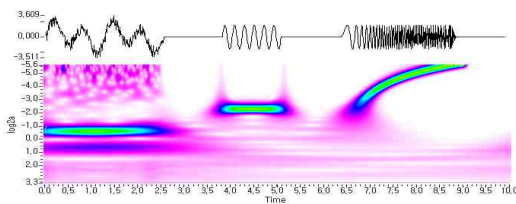


(b) Ridge - $a_r(b)$
 그림 10. 멀티 스케일 신호에 대한 Ridge 검출
 Fig 10. Detector ridge for multi-scale signal

Ridge가 결정되면 주어진 시간에서 주파수 (Instantaneous frequency)가 다음 식으로 결정 된다.

$$\omega_i(b) = \frac{\omega_0}{a_r(b)} \quad (27)$$

신호가 노이즈를 포함하고 있을 경우 웨이브렛 변환(모듈, 위상) 또한 노이즈에 의해 영향을 받지만 신호 대 잡음 비 (signal to noise ratio)는 웨이브렛 변환 공간에서 Ridge부근에서 최대가 된다. 따라서 노이즈에 영향을 받지 않고 정확하게 순간 주파수를 결정할 수 있으며, 이 때문에 웨이브렛 변환을 이용한 순간주파수 결정 방법을 이용하며 Hilbert변환을 이용한 순간주파수 방법에 비해 더욱 정확한 값을 추출할 수 있다. 다음 멀티 스케일 신호에 대한 웨이브렛 모듈러스 및 Ridge를 나타낸 것이다.



(a) 웨이브렛 모듈 (Morlet 웨이브렛)

IV. 결 론

이 논문에서 웨이브렛 변환을 이용한 비정상 신호 및 멀티 스케일 신호의 순간 주파수 $f(t_i)$ 결정에 대하여 논하였다. 웨이브렛 변환은 신호 $f(t)$ 에 대한 "시간-스케일" 종속관계를 스칼라 그래프와 페이조그램에 가시화하며, 이 두개의 "시간-스케일" 공간은 비정상신호의 정적 위치 정보를 포함하고 있다. 웨이브렛 페이조그램은 페이즈의 기울기가 부분적으로 일정한 구간이 이에 해당하며, 페이즈가 0이 되거나 근접하는 부분이 웨이브렛 Ridge가 발생하는 부분이며, 따라서 순간주파수를 결정할 수 있다. 웨이브렛 페이조그램을 이용한 순간 주파수 결정은 페이즈의 미분으로 인해 신호의 물리적 특성이 복잡해지는 경우에는 연산의 에러가 발생하며 정확한 Ridge의 위치를 결정하기도 어렵다. 반면에 웨이브렛 모듈러스를 이용한 Ridge 결정 방법은 페이즈의 미분없이 직접 웨이브렛 에너지의 최대점을 추출하는 방법으로 비정상 신호, 정상 신호, 멀티스케일 신호의 시간에 따른 주파수 변화 특성을 표현하는 순간주파수를 결정할 수 있다.

웨이브렛 변환을 이용한 순간 주파수 결정 방법은 신호에 여러 개의 주파수 성분이 중첩되거나 또는 노이즈에 의해 신호가 간섭을 받는 경우에도 웨이브렛 Ridge를 통해 정확하게 신호의 중심 성분 및 노이즈의 주파수 변화를 표현할 수 있다.

참고문헌

[1] Rene Carmona, Wen-Liang Hwang, Bruno Torresani, "Practical Time-Frequency Analysis : Gabor & Wavelet Transform with An Implementation in S", (Book under review, 1996).

[2] N. Delprat, B. Escudie, P. Guilleman, R. Kroland-Martinet, Ph.Tchamithian, B.Torresani, "Asymptotic wavelets and Gabor analysis; extraction of Instantaneous Frequency", IEEE Trans. Inf. Th.38, pp.641-664, 1992

[3] B. Boashash, "Extrqction and Interpreting the Instantaneous Frequency of Signal", Proc.IEEE 80,Part I, pp.540-538, Part II, pp.540-568, 1992.

[4] John.Shadowsky, "Investigating Signal Characteristics Using the Continuous Wavelets Transform", JOHNS HOPKINS APL TECHNICAL DIGEST VOLUME 17, No.3 pp.258-269, 1996

[5] W.J.Staszewski, "Identification of Non-linear system using multi-scale ridges and skeletons of wavelet Trnaform", J.of Sound and Vibration, 214, No.4 pp.639-658, 1998

[6] David E. Newland, "Practical Signal analysis:Do wavelets makes and differences?", Proceeding of DETC 97-Vib 4135, 1997 ASME Design Engineering Technical Conferences, September, 14-17, Sacramento, California.

[7] B.Torresani, "Time-Frequency and Time-scale Analysis" Signal Processing for Multi-media, Ed. J.S Byrness, IOS Press, pp.55-70, 1999

“본 연구는 2008년도 PoP-iT 인력양성사업에 의하여 지원되었음”

저자약력

조익현(Cho Ig-hyun)



2002년 금오공과대학교
컴퓨터공학과 공학사
2004년 금오공과대학교
전자공학과 공학석사
2006년 금오공과대학교
전자공학과 박사수료

<관심분야> 웨이브렛, 영상처리, 전력전자

이인수(Lee In-soo)

현재 경북대학교 상주캠퍼스 산업전자전기공학부 교수

윤동한(Yoon Dong-han)



1968년 광운대학교
전자공학과 공학사
1980년 명지대학교
전자공학과 공학석사
1987년 명지대학교
전자공학과 공학박사
1979~현재 금오공과대학교
전자공학부 교수

<관심분야> 전자회로 웨이브렛, 영상처리, 영상처리, 마이크로프로세서