산업기술연구(강원대학교 산업기술연구소 논문집), 제29권 B호, 2009.
Journal of Industrial Technology, Kangwon Natl. Univ., Korea, No. 29 B, 2009.

내부유체를 가진 Pin Fin의 최적화 (고정된 핀 체적 기준)

Optimization of a Pin Fin with inside Fluid (based on Fixed Fin Volume)

강 형 석*
Kang, Hyung-Suk

Abstract

A cylindrical pin fin with inside fluid is optimized based on fixed fin volume by using the one dimensional analytic method. Heat loss from the fin and the pin fin radius for fixed fin volume is presented as a function of the fin length. Temperature variation of the fin with the variation of ambient and inside fluid convection characteristic numbers and fin base thickness is listed. The maximum heat loss at the practical fin length and corresponding optimum fin length and radius are presented as a function of fin base thickness, inside convection characteristic number, fin volume and ambient convection characteristic number. One of the results shows that the optimum pin fin shape becomes relatively fatter as the fin volume increases.

키워드 : *최적, 핀 반경, 핀 체적, 대류특성계수, 열손실*
Keywords : *optimization, fin radius, fin volume, convection characteristic number, heat loss*

기호설명

h : 핀 주위 열전달계수, [W/m^2℃]
h_f : 내부유체 열전달계수, [W/m^2℃]
k : 열전도율, [W/m℃]
l_b : 핀 바닥두께, [m]
L_b : 무차원 핀 바닥두께, l_b/l_c
l_c : 특성 길이, [m]
l_e : 핀 끝 길이, [m]
L_e : 무차원 핀 끝 길이, l_e/l_c
M : 핀 주위 대류특성계수, $(hl_c)/k$
M_f : 내부유체 대류특성계수, $(h_f l_c)/k$
q : 핀으로부터의 열손실, [W]
Q : 핀으로부터의 무차원 열손실, $q/(kl_c\phi_f)$
r : 핀 반경 좌표 [m]
R : 무차원 핀 반경 좌표, r/l_c
r_o : 핀 반경 [m]
R_o : 무차원 핀 반경, r_o/l_c
T : 온도, [℃]
T_f : 내부유체 온도, [℃]
T_∞ : 핀 주위 온도, [℃]
v : 핀 체적, [m^3]
V : 무차원 핀 체적, v/l_c^3
x : 핀 길이 방향 좌표 [m]
X : 무차원 핀 길이 좌표, x/l_c

* 강원대학교 기계의용공학과 교수, 공학박사

그리스 문자

θ : 무차원 온도, $(T-T_\infty)/(T_f-T_\infty)$

ϕ_f : 변형된 내부유체 온도, T_f-T_∞ [℃]

하첨자

b : 핀 바닥
c : 특성
e : 핀 끝
f : 내부유체
o : 반경
∞ : 핀 주위

1. 서론

핀 또는 확장표면은 주 표면으로부터 주위 유체로 열전달을 증가시키기 위하여 많이 사용되고 또 연구되어져왔다. 예를 들면 전자제품의 방열 부품, 냉동 시스템내의 열교환기 그리고 최첨단 항공기까지 매우 다양하게 사용되고 있으며, 많은 연구가 이루어진 보편적인 핀의 형상으로는 사각, 삼각, 사다리꼴 핀 그리고 환형 핀 등이 있다. 예를 들면 Casarosa와 Franco는[1] 정확한 수치해석 방법을 이용하여 핀 표면과 핀 끝의 다른 균일한 열전달 계수를 고려하면서 하나의 사각 형상 직각 핀의 최적화 설계에 접근하였다. Abrate와 Newnham은[2] 유한요소법을 사용하여 벽에 붙어 있는 삼각 핀의 정열에서 일어나는 열전도를 발표하였다. Razelos와 Satyaprakash는[3] 열적 성능을 묘사하는 사다리꼴 형상의 핀 해석을 발표 하였으며 또한 최적 문제에 대한 개선된 풀이를 제시하였다. 최근에는 Kang과 Look은[4] 새로운 해석적 방법을 사용하여 사다리꼴 형상 환형 핀의 최적화를 다루었다.

산업 현장이나 우리들 주위에서 많이 사용되고 있는 보편적인 핀의 또 다른 형상의 핀이 pin 핀이며 이에 관한 연구도 많이 발표되었다. Yeh는[5] 온도에 따라 변하는 열전달 계수를 고려하면서 사각 핀과 원통형의 pin 핀의 최적 차원을 해석적으로 분석하였다. Chung과 Iyer는[6] 주위의 열전달 계수가 변하는 사각 핀과 pin 핀의 최적화에 적분법을 적용하였다. 또한 Su와 Hwang은[7] 세 경우의 핀 끝 대류 상태에 대하여 pin 핀으로부터의 1차원과 2차원의 열전달의 상대오차를 해석한 반면 Almogbel과 Bejan은[8] 실린더에 붙어있는 pin 핀들에 대한 최적화 방법을 발표하였다. 또한 Kang은[9] 열손실의 상대적 증가 비에 기준해서 pin 핀의 최적화를 연구하였다.

본 논문에서는 내부유체를 가진 pin 핀의 체적이 고정되었을 때 최적열손실, 최적 핀 길이 그리고 반경을 핀 바닥두께, 내부유체 대류특성계수,

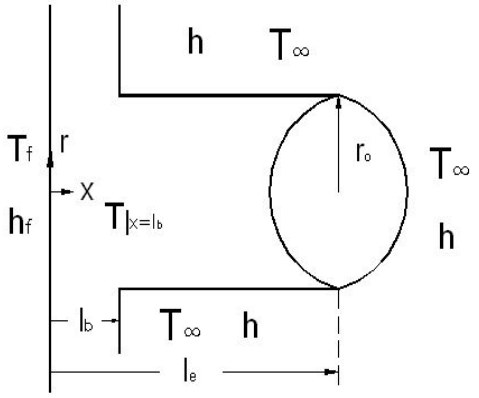

Fig. 1 Schematic diagram of a pin fin

핀 체적 그리고 핀 주위 대류특성계수의 함수로 분석하였다. 실제적인 핀 길이에서 발생하는 최대 열손실을 최적의 열손실로 정의하였으며 최적의 열손실이 발생할 때의 핀 길이와 반경을 최적의 핀 길이와 반경으로 정의하였다.

2. 1차원 해석적 방법

2.1 온도

Figure 1에서 보이는 pin 핀에 대한 1차원 지배방정식이 무차원 형태로 식 (1)로 주어진다.

$$\frac{d^2\theta}{dX^2}-\frac{2M}{R_o}\theta=0 \tag{1}$$

무차원 지배방정식 (1)를 풀기 위한 두 개의 무차원 경계조건이 식 (2)와 (3)으로 주어진다.

$$-\left.\frac{d\theta}{dX}\right|_{X=L_b}=\frac{M_f(1-\theta|_{X=L_b})}{1+M_f L_b} \tag{2}$$

$$\left.\frac{d\theta}{dX}\right|_{X=L_e}+M\theta\Big|_{X=L_e}=0 \tag{3}$$

여기서 경계 조건식 (2)는 내부유체로부터 내벽으로 대류에 의한 열전달, 내벽으로부터 핀 바닥까지 전도에 의한 열전달 그리고 핀 바닥을 통하여 핀으로 전도에 의하여 들어가는 열전달이 모두 같다는 의미이며 식 (3)은 핀 끝 면으로 전도에 의해 들어가는 열전달은 핀 끝 면에서 대류에 의하여 주위로 나가는 열전달이 같음을 나타낸다. 지배방정식 (1)을 푼 후 경계 조건식 (2)와 (3)을 적용하면 pin 핀 내의 온도분포 식 (4)를 얻게 된다.

Table 1 Temperature variation for R_o=0.15, L_e=L_b+1.5

		Θ (X=L_b+0.02)	
M	M_f	L_b=0.01	L_b=0.15
0.01	1	0.8362	0.8179
	5	0.9581	0.9343
	10	0.9759	0.9512
0.05	1	0.5775	0.5461
	5	0.8596	0.7919
	10	0.9156	0.8391

$$\theta(X)=\frac{C_3\cosh(mX)-C_4\sinh(mX)}{C_1C_3+C_2C_4} \quad (4)$$

여기서,

$$C_1=\cosh(mL_b)-m\left(\frac{1}{M_f}+L_b\right)\sinh(mL_b) \quad (5)$$

$$C_2=m\left(\frac{1}{M_f}+L_b\right)\cosh(mL_b)-\sinh(mL_b) \quad (6)$$

$$C_3=m\cosh(mL_e)-M\sinh(mL_e) \quad (7)$$

$$C_4=m\sinh(mL_e)-M\cosh(mL_e) \quad (8)$$

$$m=\sqrt{\frac{2M}{R_o}} \quad (9)$$

2.2 열손실

원통형 pin 핀으로부터의 열손실은 식 (10)으로부터 계산할 수 있으며, 이 식을 풀어 정리한 무차원 형태의 열손실은 식 (11)로 씌어 진다.

$$q=-k\pi r_o^2\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=l_b} \quad (10)$$

$$Q=\frac{q}{k\phi_f l_c}$$

$$=\frac{\pi r_o^2 m\{C_4\cosh(mL_b)-C_3\sinh(mL_b)\}}{C_1C_3+C_2C_4} \quad (11)$$

2.3 핀 체적

핀 체적과 무차원 핀 체적은 각각 식 (12)와 (13)으로 주어진다.

$$v=\pi r_o^2(l_e-l_b) \quad (12)$$

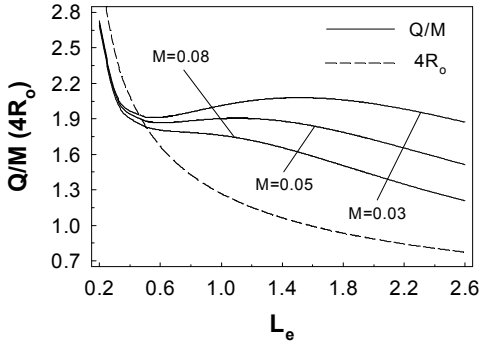

Fig. 2 Modified heat loss (radius) vs. the fin length (L_b=0.05, V=0.3, M_f=20)

$$V=\frac{v}{l_c^3}=\pi R_o^2(L_e-L_b) \quad (13)$$

3. 결과 및 고찰

Table 1은 핀 반경과 길이가 일정할 때 핀 바닥에 가까운 임의의 위치에서 주위 대류특성계수, 내부유체 대류특성계수 그리고 핀 바닥두께의 변화에 따른 온도변화를 나열한다. 예상대로 주위 대류특성계수가 커질수록, 내부유체 대류특성계수가 작아질수록 그리고 핀 바닥두께가 두꺼워질수록 온도 값이 작아짐을 보여준다. 내부유체 대류특성계수가 작을수록 주위 대류특성계수의 변화가 온도에 미치는 영향이 현저해짐을 알 수 있다.

Figure 2는 핀 체적이 일정할 때 세 경우의 주위 대류특성계수에 대하여 핀 길이의 변화에 따른 변형된 열손실과 4배의 반지름 변화를 보여주는데 핀 길이가 매우 짧아짐에 따라 열손실과 반지름이 급격히 증가하는 것을 보여준다. 이는 핀 체적이 일정하므로 핀 길이가 짧아짐에 따라 반지름이 급격히 증가하고 핀 바닥 면적이 커지기 때문에 열손실은 급격히 증가하나 핀 유용성의 측면에서 보면 핀의 효과는 아주 작아지게 된다. 열손실에 주위 대류특성계수 값을 나누어 준 변형된 열손실과 4배의 반지름을 세로좌표로 나타낸 이유는 변화 범위를 비슷하게 하여 변화 현상을 좀 더 잘 보이기 위한 것이다. 핀 길이가 변함에 따라 M=0.03일 때는 실용적인 핀 길이인 약 L_e=1.5에서, 그리고 M=0.05일 때는 약 L_e=1.1에서 최대 열손실이 일어남을 보여주며 M이 특정 값 보다 커지면 (i.e. M=0.08인 경우) 실용적인 핀 길이에서 최대 열손실이 발생하지 않음을 보여준다. 본 연구에서는 실용적인 핀 길이에서 발생하는 최대열손실을 최적의 열손실로 정의한다.

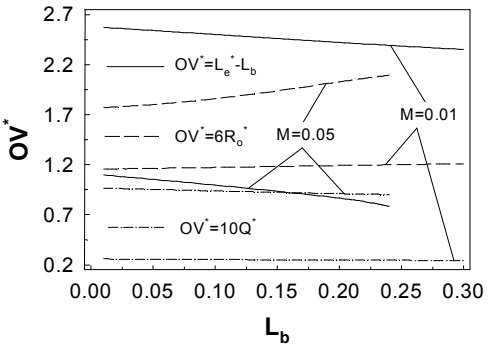

Fig. 3 Optimum values versus fin base thickness (V=0.3, M_f=20)

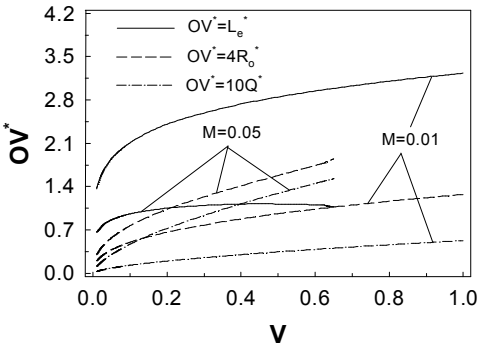

Fig. 5 Optimum values versus fin volume (L_b=0.1, M_f=20)

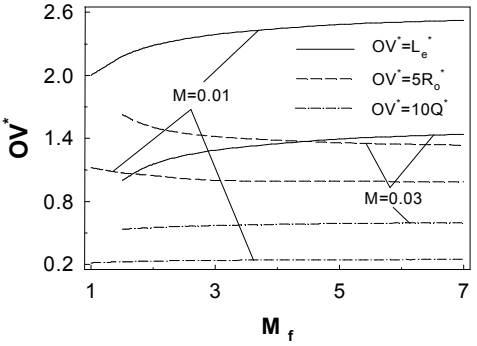

Fig. 4 Optimum values vs. inside fluid convection characteristic number (V=0.3, L_b=0.1)

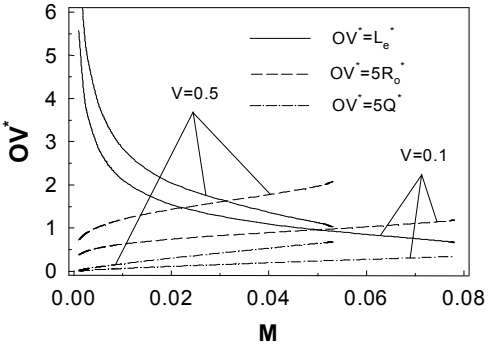

Fig. 6 Optimum values vs. ambient convection characteristic number (L_b=0.1, M_f=20)

Figure 3은 무차원 핀 체적이 0.3으로 고정되었을 때 핀 바닥두께의 변화가 최적의 열손실, 핀 길이 그리고 반경에 미치는 영향을 나타낸다. 각 최적 값에 적절한 값을 곱한 이유는 최적 값들의 변화범위를 비슷하게 하여 변화경향을 같이 잘 볼 수 있도록 한 것이다. 핀 바닥두께가 두꺼워짐에 따라 최적의 열손실과 핀 길이는 거의 선형적으로 감소하는 반면 최적의 핀 반경은 고정된 핀 체적으로 인하여 커짐을 보여준다. 핀 바닥두께가 두꺼워짐에 따라 내벽과 핀 바닥 사이의 열 저항이 증가하여 최적 열손실은 작아지게 된다.

내부유체 대류특성계수의 변화에 따른 최적 열손실, 핀 길이 그리고 반경의 변화가 Fig. 4에서 보여 진다. 내부유체 대류특성계수가 증가함에 따라 최적의 열손실과 핀 길이는 증가하나 상대적으로 최적 열손실의 증가는 미미함을 보여준다. 체적이 일정하기 때문에 최적 핀 길이의 증가에 따라 최적 핀 높이는 감소함을 보여준다. 내부유체 대류특성계수의 변화에 따라 최적 핀 길이와 반경의 변화는 작은 M_f값에서 변화가 현저하며 M_f가 커짐에 따라 최적 값들의 변화율이 현저히 떨어짐을 보여준다. 또한 M이 0.03일 때는 작은 M_f값에서는 최적 값이 존재하지 않음을 주지할 수 있다.

앞의 논의에서는 무차원 핀 체적이 0.3으로 고정되었었다. 이제 고정된 핀 체적이 0.01부터 1까지 변화하는 동안 그에 따른 최적 값들의 변화가 Fig. 5에서 주어진다. 예상했던 대로 핀 체적이 증가함에 따라 확장 표면이 증가하고 이에 따라 최적의 열손실은 증가한다. 핀 체적이 증가함에 따라 최적의 핀 반경은 지속적으로 현저하게 증가하는 반면 최적의 핀 길이는 처음에 다소 현저하게 증가하다 그 이후 서서히 증가율이 작아짐을 보여준다. 또한 이와 같은 최적 핀 길이와 반경의 변화 경향은 물리적으로 핀 체적이 커질수록 최적의 pin핀 형상은 상대적으로 얇은 형상에서 두꺼운 형상으로 변함을 의미한다.

Figure 6은 주위 대류특성계수의 변화에 따른 최적 값들의 변화를 보여준다. 핀 체적의 경우와 같이 주어진 범위에서 주위 대류특성계수가 최적의 변수들에 미치는 영향이 상당히 큼을 보여준다.

주위 대류특성계수가 0.001부터 증가함에 따라 최적의 열손실과 핀 반경은 지속적으로 증가하는 반면 핀 길이는 처음에 급격히 감소하다 서서히 감소율이 작아짐을 보여준다. 무차원 핀 체적이 0.1일 때는 주위 대류특성계수가 약 0.078까지, 체적이 0.5일 때는 주위 대류특성계수가 약 0.053까지 최적 값이 존재한다는 것을 주지할 수 있다.

4. 결론

내부유체를 가지고 있는 pin 핀에 대하여 1차원 해석적 방법을 사용하여 고정된 핀 체적에 기준한 최적화를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

1. 주위 대류특성계수가 커질수록, 내부유체 대류특성계수가 작아질수록 또는 핀 바닥두께가 두꺼워질수록 핀 내의 온도 값이 작아짐을 보여준다.

2. 최적 열손실, 그 값에 관련되는 최적 핀 길이와 반경이 핀 바닥두께, 내부유체 대류특성계수, 핀 체적 그리고 핀 주위 대류특성계수의 함수로 제시되었으며 이러한 최적 값들은 실제 핀 설계에 도움이 되리라 생각된다.

3. 핀 체적이 커질수록 최적의 pin 핀은 반경의 상대증가율이 핀 길이의 상대증가율보다 커지는 형상을 나타낸다.

참 고 문 헌

[1] Casarosa, C. and Franco, A., "On the optimum Thermal Design of Individual Longitudinal Fins with Rectangular Profile," *Heat Transfer Engineering*, Vol. 22, No. 1, pp. 51-71, 2001.

[2] Abrate S. and Newnham P., "Finite Element Analysis of Triangu lar Fins Attached to a Thick Wall," *Computer & Structures*, Vol. 57, No. 6, pp. 45-57, 1995.

[3] Razelos, P. and Satyaprakash, B. P., "Analysis and Optimization of Convective Trapezoidal Profile Longitudinal Fin," *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 115, pp. 461-463, 1993.

[4] Kang, H. S. and Look, D. C. Jr., "Optimization of a Trapezoidal Profile Annular Fin," *Heat Transfer Engineering*, Vol. 30, No. 5, pp. 359-367, 2009.

[5] Yeh, R. H., "An Analytical Study of the Optimum Dimensions of Rectangular Fins and Cylindrical Pin Fins," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 15, pp.3607-3615, 1997.

[6] Chung, B. T. F. and Iyer, J. R., "Optimum Design of Longitudinal Rectangular Fins and Cylindrical Spines with Variable Heat Transfer Coefficient," *Heat Transfer Engineering*, Vol. 14, pp. 31-42, 1993.

[7] Su, R. J. and Hwang, J. J., "Analysis of Transient Heat Transfer in a Cylindrical Pin Fin," *J. Thermophysics*, Vol. 12, No. 2, pp. 281-283, 1998.

[8] Almogbel, M. and Bejan, A., "Cylindrical Trees of Pin Fins," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 43, pp. 4285-4297, 2000.

[9] Kang, H. S., "Optimization of a Pin Fin Based on the Increasing Rate of Heat Loss," *J. of Korea Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 12, No. 1, pp. 25-32, 2008.