IE Interfaces
Vol. 22, No. 3, pp. 263-277, September 2009.

작업조 구성과 작업량 평준화를 고려한 작업할당문제에 관한 연구

심동현 · 이영훈[†]

연세대학교 정보산업공학과

The Workload Assignment Problem in consideration of the Worker Pairing and the Workload Balancing

Dong-Hyun Shim · Young Hoon Lee

Dept. of Information and Industrial Engineering, YONSEI University, Seoul 120-749, Korea

This research deals with a task assignment problem to worker group which consists of one master and one assistant. Each task must be assigned to only one worker group and it is possible to make a pair of each master and each assistant to organize a worker group. A worker group may have more than one task assigned to it, but the workloads of each worker group must be balanced within the allowable range. This problem can be formulated mathematically using the Mixed Integer Programming(MIP), where the objective function is to minimize the total assignment cost. A two phase heuristic algorithm is suggested in order to find approximate solutions. The first phase is to obtain an initial solution, where the initial assignment is performed to follow the workload adjustment. In the second phase, the solution is improved through the repeated process of the exchange and the assignment adjustment. Numerical experiments have been performed to evaluate the performance of the heuristic algorithm.

Keyword: pairing exchange, heuristic algorithm, generalized assignment problem(GAP)

1. 서 론

1.1 연구의 배경 및 목적

제조업과 서비스업을 비롯한 다양한 분야에서 자동화가 급속도로 이루어졌지만, 아직도 많은 부분에서는 작업자를 필요로 하고, 또한 두 명 이상의 작업자가 작업조를 이루어 작업을 해야 하는 경우가 많다. 예를 들면, 항공사의 기장과 부기장, 주작업자와 보조작업자가 함께 작업을 하는 생산라인, 항공작전을 수행하는 주조종사와 보조조종사 또는 전방석/후방석 조종사, 수술을 담당하는 집도의사와 보조의사와 같은 경우가 대표적인 예이다. 작업을 수행하는 기계와 기계를 작동하는 작업자를 짝짓는 경우도 더 일반적인 경우의 작업조를 구성하는 경우이다.

작업조를 구성하는 작업자들은 해당 작업에 대한 경력과 숙련도, 작업에 대한 선호도, 동반 작업자에 대한 선호도 등을 가지며, 이런 이유로 어떻게 작업조를 구성하고 구성한 작업조에 어떤 작업을 할당하느냐의 결과에 따른 불량이 발생하게 된다. 불량은 일종의 비용으로서, 작업경력이 많은 조장과 조수로 구성된 작업조는 그렇지 않은 작업조보다 불량품을 발생시킬 확률이 낮을 것이다. 또한 작업자는 자신이 주로 경험하지 않았던 작업에 대해서는 더 높은 불량을 발생시킬 것이다.

†연락저자 : 이영훈 교수, 120-749 서울특별시 서대문구 신촌동 134번지 연세대학교 정보산업공학과, Fax : 02-364-7807, E-mail : youngh@yonsei.ac.kr
투고일(2008년 12월 01일), 심사일(1차 : 2009년 04월 11일, 2차 : 2009년 08월 17일), 게재확정일(2009년 08월 17일).

일반적으로 작업조를 구성하는 문제는 전형적인 할당문제(Assignment Problem : 이하 AP)이다. 가장 작은 비용을 발생시키도록 조장과 조원을 일대일로 짝짓는 할당문제를 이용하여 작업조를 구성할 수 있다. 그리고 구성한 작업조에 가장 작은 비용을 발생시키도록 하는 일반화된 할당문제(Generalized Assignment Problem : 이하 GAP)를 이용하여 작업을 할당할 수 있다. 하지만, 작업조를 구성하고 구성한 작업조에 작업을 할당하는 문제를 동시에 해결하는 것은 수많은 경우의 수를 모두 확인해야 하는 어려움이 따르게 된다.

작업자가 수행하는 총 작업량(Workload)을 균형있게 배분하는 이유는 시장상황에 따라 기업의 생산량이 탄력적으로 변하는 경우에서 찾아볼 수 있다. 기업의 생산량이 늘어날 경우 추가적인 인원의 고용이 필요하며 기업의 생산량이 줄어들 경우 인원의 감축이 고려될 것이다. 그러나 인원의 추가고용/감축은 비용과 작업자들의 반발을 고려할 때 현실적인 방법이 되지 못하므로 인원의 추가/감축보다 현실적인 대안으로 작업량 평준화가 필요할 것이다. 즉, 모든 작업자가 조금씩 더 일하거나 또는 덜 일하는 방법이 현실적인 방법이다. 다른 작업자와 비교하여 타당한 이유없이 많은 작업을 수행해야 하는 경우 작업자의 불만을 초래하게 되어 직무불만족의 원인이 되고 작업자 관리면에서 바람직하지 못하다.

본 연구에서는 작업조를 구성하고 작업을 할당하면서 불량비용을 최소화하고 작업조의 작업량을 평준화하는 수리모형과 그 해법 알고리즘을 제안하고자 한다.

1.2 관련 연구 고찰

할당 문제(Assignment problem)는 Votaw and Orden(1952)에 의해 처음 사용되어 Kuhn(1955)에 의해 Hungarian method라고 알려진 해법이 소개되면서 할당문제의 수많은 변형과 확장문제들이 소개되었고 실질적인 해법이 소개되었다. 일대일 할당문제가 확장되어 일대다의 할당이 가능한 경우를 GAP이라고 하며 Cattrysse and Van Wassenhove(1992)의 서베이 논문에 수많은 변형 및 확장문제와 다양한 해법이 소개되었다. 할당문제와 GAP 문제는 통상적으로 2차원적인 할당인 것에 비해 이를 확장하여 다차원(Multi-dimensional) 할당문제가 소개되었고 이에 대한 다양한 문제유형과 해법이 소개되었다. 할당문제와 GAP 및 다차원 할당문제에 대한 종합적인 서베이는 Pentico(2007)를 참조할 수 있다. 본 연구에서는 문제의 유형보다는 균형적인 분배를 얻고자 하는 할당문제에 대한 효율적인 해법 제시에 중점을 두어 고찰하고자 한다.

작업자의 능력(Capacity)을 초과하지 않도록 하면서 비용을 최소화하거나 효율을 최대화하는 GAP에 대한 연구는 NP-Complete의 대표적인 문제로서 Osman(1995)과 Chu and Beasley(1997)는 Tabu Search와 유전 알고리즘 등의 메타 휴리스틱을 적용하여 해법을 제시한 대표적인 논문이다. Lorena and Narciso(1996)는 라그랑지안을 비롯한 완화기법의 휴리스틱을 제안하였고, Lourenco and Serra(1998)는 Greedy Randomized Adaptive Search Heuristic(GRASP)을 이용하여 Local Search 및 Tabu Search를 수행하는 발견적 기법을 제안하였으며, Haddadi and Ouzia(2004)는 의사결정나무를 이용한 상한 및 하한을 구하여 해를 구하는 효율적인 휴리스틱 알고리즘을 제안하였다.

작업조를 구성하고 작업을 할당하는 문제는 유사한 연구로서 MGAP가 있다. MGAP는 Glover, Hultz and Klingman(1979)이 제시한 제조 환경에서의 할당문제로서, m명의 작업자에게 n개의 작업을 할당하되, l개 등급의 효율등급 중 하나를 선택하여 할당하는 문제이다. 문제의 목적식은 비용의 최소화 또는 이익의 최대화가 모두 가능하고, 각 작업은 단 한명의 작업자에게, 단 하나의 효율등급으로 할당되어야 한다. 작업에 소요되는 자원의 양은 각 작업자가 보유한 능력(Capacity)을 넘어설 수 없다는 제약을 지니며, 작업을 수행할 때 소모되는 자원의 양은 작업자와 정해진 효율등급에 따라 달라진다. MGAP에 대하여 Laguna, Kelly, Velarde and Glover(1995)는 Tabu Search를 이용한 해법을 제시하였고, French and Wilson(2002)은 보다 큰 사이즈의 문제에 적용할 수 있는 두 가지 휴리스틱 알고리즘을 제안하였는데, 첫째는 작업자의 작업능력 제약이 없는 문제의 해를 구하고 제약을 위배하는 작업자에 대하여 제약을 맞추는 방법으로 진행하여 최종해를 구하는 방법이고, 다른 하나는 각 작업에 대하여 수정비용이 큰 작업을 우선적으로 작업자에게 할당하는 방법을 이용한 알고리즘을 제안하였다.

작업량 평준화를 고려한 할당문제에 대한 연구는 Lee *et al.*(1997)의 연구가 대표적인데, m개의 기계를 n명의 작업자에게 할당하는 문제로서 총 효율을 최대화하고, 각 작업자의 작업량 편차의 합을 최소화하는 두 개의 목적식으로 이루어진 수리모델을 제시하였고, 첫 번째 단계에서 용량제약이 있는 순환 네트워크를 이용하여 초기해를 구하고 두 번째 단계에서 작업량 편차를 줄이는 2단계의 휴리스틱 알고리즘을 제안하였다.

여러 연구를 보면, 효율을 최대화 하거나 비용을 최소화 하도록 작업자에게 작업을 할당하는 문제에 대한 연구는 많이 이루어졌으나, 작업조를 구성하여 작업을 할당하는 문제와 작업량 평준화를 고려한 연구는 거의 없다. 본 연구에서는 조장과 조원, 작업의 조합에 따라 불량비용이 다르게 발생하고 한 작업조가 여러 개의 작업을 수행할 수 있는 상황하에서 각 작업조의 작업량 편차 허용치를 주고 비용의 발생을 최소화하는 수리모형을 제시하고 근사해를 구하는 알고리즘을 제시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 본 논문의 연구대상인 작업조를 구성하는 작업할당문제에 대한 문제정의와 수리모형을 제시한다. 제 3장에서는 제시한 수리모형에 대한 해를 구하기 위한 발견적 해법의 기본 개념과 그 절차를 설명한다. 제 4장에서는 문제의 크기에 따른 수치실험 결과를 최적해의 값과 비교하고, 그 결과를 분석한다. 제 5장에서는 본 연구의 결론 및 추후 연구를 제시한다.

2. 수리모형

2.1 문제정의

본 모형에서는 미리 수립된 생산계획에 의해 수행되어야 할 작업이 총 K개로 정해져 있고, 각 작업에는 작업에 소요되는 작업소요 시간이 정해져 있다고 가정하는데 작업 k의 작업소요시간은 작업하는 작업조에 상관없이 P_k이다. 각 작업은 작업조에 의해 수행되는데 작업조는 1명의 조장과 1명의 조원으로 구성되고, 활용가능한 조장과 조원의 수는 각각 I명으로 같다고 가정한다. 불량비용은 조장과 조원, 작업의 조합에 따라 정해지는데 조장 i와 조원 j가 작업 k를 수행할 경우의 비용은 C_{ijk}라고 정의한다. 하나의 작업은 오직 하나의 작업조에 의해 수행되어야 하고, 조장과 조원으로 구성된 작업조는 모든 작업을 수행할 때까지 바꾸지 않는다. 조장과 조원을 짝지어 작업조를 구성하고 모든 작업을 구성한 작업조에게 할당하되 작업수행의 결과로 발생하는 비용을 최소화하는 것을 목표로 한다. 또한, 각 작업조가 할당받은 총 작업량은 평균작업량 대비 편차허용치(α) 범위 이내에 있어야 하는데, 평균작업량(AW: Average Workload)이란 각 작업조가 평균적으로 수행하는 작업량을 의미하는 것으로써 총 작업시간($\sum_{k=1}^{K} P_k$)을 작업조의 수(I)로 나눈 것이다.

간단한 예제로서 조장과 조원이 각각 3명씩 이고, 수행해야 할 작업이 5개가 있으며, 각 작업의 작업소요시간(P_k)은 10, 6, 7, 8, 9시간으로 총 40시간이다. <Table 1>은 조장, 조원, 작업의 조합에 따른 불량비용을 표시한 것으로, 예를 들면 1번 조장 1번 조원이 작업조를 이루어 1번 작업을 수행하면 27의 비용이 발생한다. 주어진 문제에 대하여 작업량 편차 허용치를 4시간으로 설정하여 최적해를 구하면, 조장 1과 조원 2가 1번 작업을 수행하고, 조장 2와 조원 3이 2, 3번 작업을 수행하며, 조장 3과 조원 1이 4, 5번 작업을 수행한다. 각 작업조의 작업량은 10, 13, 17시간으로 평균작업량 13.33시간 대비 편차허용치 범위이내에 있으며, 총 비용은 94가 된다.

제시한 문제는 조장과 조원을 짝지어 작업조를 구성하는 하나의 할당문제와 구성한 작업조에 작업을 할당하는 또 하나의 할당문제를 동시에 해결한다. 작업조를 구성하는 문제는 조장과 조원을 각각 한명씩 일대일로 할당하며, 작업조에 작업을 할당하는 문제는 각 작업조의 작업량을 고려하여 일대다로 할당하는 GAP의 특징을 갖는다.

2.2 혼합 정수계획 모형

제시한 문제에 대한 수리모형은 다음과 같다.

<결정변수>

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{조장 } i\text{와 조원 } j\text{가 작업조를 이루면} \\ 0, & Otherwise \end{cases}$$

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{조장 } i\text{와 조원 } j\text{가 작업 } k\text{를 수행하면} \\ 0, & Otherwise \end{cases}$$

Q_i = 조장 i가 속한 작업조에 할당된 총 작업시간

$$Minimize \quad \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{I}\sum_{k=1}^{K} C_{ijk}X_{ijk} \tag{1}$$

Subject to

$$Y_{ij} \ge X_{ijk} \quad \forall i, j, k \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{I} Y_{ij} = 1, \quad \forall i \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{I} Y_{ij} = 1, \quad \forall j \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{I} X_{ijk} = 1, \quad \forall k \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{I}\sum_{k=1}^{K} P_k X_{ijk} = Q_i, \quad \forall i \tag{6}$$

$$AW - \alpha \le Q_i \le AW + \alpha, \quad \forall i \tag{7}$$

$$X_{ijk} \in \{0, 1\}, \ Y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k \tag{8}$$

위의 식에서 식 (1)은 본 수리모형의 목적식으로서 작업수행의 결과로 발생하는 비용을 최소화하는 것을 나타낸다. 식 (2)는 구성된 작업조에게만 작업을 할당할 수 있다는 것을 의미하고, 식 (3)과 식 (4)는 1명의 조장과 1명의 조원으로 작업조를 구성할 수 있다는 것과 조장, 조원은 1개의 작업조에만 투입될 수 있다는 것을 나타낸다. 식 (5)는 각각의 작업은 하나의 작업조에만 할당될 수 있으며, 모든 작업은 수행되어야 한다는 것을 의미한다. 식 (6)은 조장 i가 속한 작업조의 총 작업량을 Q_i를 계산하는 식이며, 식 (7)은 각 작업조에게 할당된 작업량은

Table 1. Data(C_{ijk}) and Optimal Solutions of Example

작업(k)	1			2			3			4			5		
조원(j) / 조장(i)	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	27	12	32	20	44	43	34	21	43	15	45	25	37	29	14
2	41	20	43	42	35	37	43	41	12	33	36	30	15	27	46
3	39	16	36	42	38	36	45	43	35	19	48	49	14	27	43

주) : 최적해의 조장, 조원, 작업할당.

편차허용치 범위내에 있어야 한다는 제약식이고, 식 (8)은 결정변수의 정수조건을 나타낸다.

3. 발견적 기법

3.1 기본개념

본 연구의 문제는 작업조를 구성하고 구성한 작업조에 일정 범위 이내의 작업을 할당하는 3차원의 할당문제이다. 본 논문에서 제시한 혼합정수계획 모형은 NP-Complete의 문제로서, 해를 구하는데 많은 계산시간이 필요하기 때문에 제시한 문제에 대하여 빠른 시간내에 근사해를 구하는 발견적 기법의 알고리즘을 제시하고자 한다.

발견적 기법은 크게 2단계로 구성되는데, 1단계는 초기해 구성단계로써 실행가능한 초기해를 구하고, 2단계 해의 개선에서는 실행가능성을 유지하면서 더 이상 개선이 이루어지지 않을 때까지 해의 개선을 수행한다.

1단계 초기해 구성은 좋은 해를 발생시킬 수 있는 작업조를 구성하고, 구성한 작업조에 허용작업량 이내로 작업을 할당한다. 작업조를 구성하는 것은 조장과 조원을 일대일로 짝짓는 문제로써 좋은 해를 발생시킬 수 있는 작업조를 구성하기 위해서는 비용만을 고려하면 된다. 하지만, 작업을 할당하는 것은 하나의 작업조에 하나 이상의 작업을 할당하는 문제로써 비용과 작업소요시간을 모두 고려해야 한다. 먼저, 낮은 비용을 발생시킬 수 있는 작업조를 구성해 놓으면 작업할당 시에도 낮은 비용으로의 할당을 예상할 수 있다. <Figure 1>에는 1단계 초기해 구성의 기본절차가 순서도로 표시되어 있다.

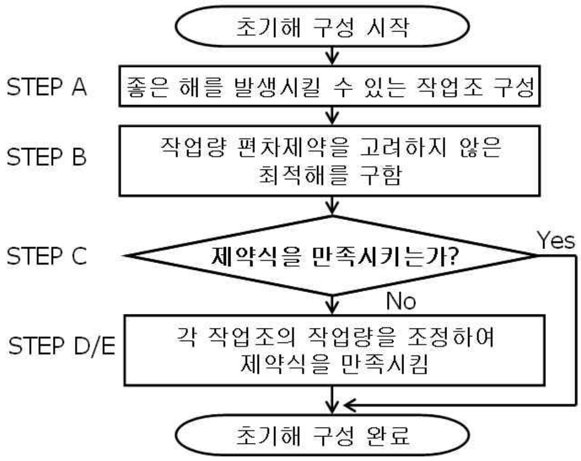


Figure 1. Basic Procedure of PHASE I(Initial Solution)

1단계 초기해 구성의 첫 번째 절차는 좋은 해를 낼 수 있는 작업조를 구성한다. STEP A를 통해 작업조를 결정함으로써 앞서 제시한 문제를 2차원의 할당문제로 바꿀 수 있게 된다. STEP B에서는 각 작업에 대하여 STEP A에서 구성한 작업조 중에서 가장 낮은 비용을 갖는 작업조를 할당한다. STEP B를 거치게 되면, 제시한 수리모형의 식 (7)의 제약을 고려하지 않은 해를 구하게 된다. STEP B에서 작업을 할당한 결과가 식 (7)의 제약을 만족하면 초기해 구성을 종료하고, 그렇지 않을 경우 STEP C로 진행한다. STEP C에서는 STEP B의 결과로 나온 해를 식 (7)의 제약을 만족시키도록 모든 작업조의 작업량을 평균작업량 $\pm\,\alpha$의 범위에 있도록 만든다. STEP C는 실행 불가능해를 실행가능해로 바꾸는 작업으로서, 비용의 증가가 가장 작게 발생하면서 실행가능해로 바꾸는 절차를 진행하게 된다.

2단계 해의 개선은 1단계에서 구한 초기해를 이용하여 작업조 변경, 작업할당 변경을 통해 해를 개선한다. 1단계 초기해 구성을 통해 K개의 작업은 I개의 그룹으로 묶이게 되는데, I개 그룹으로 묶인 작업에 대하여 작업조 변경을 통해 해의 개선을 시도한다. 끝으로, 실행가능성을 유지하는 범위 내에서 작업할당의 변경을 통한 해의 개선을 시도한다. 작업조 변경과 작업할당의 변경을 통해 더 이상 해의 개선이 발생하지 않을 경우 두 번째 발견적 기법의 절차가 종료된다. <Figure 2>에는 2단계 해의 개선 기본절차가 순서도로 표시되어 있다.

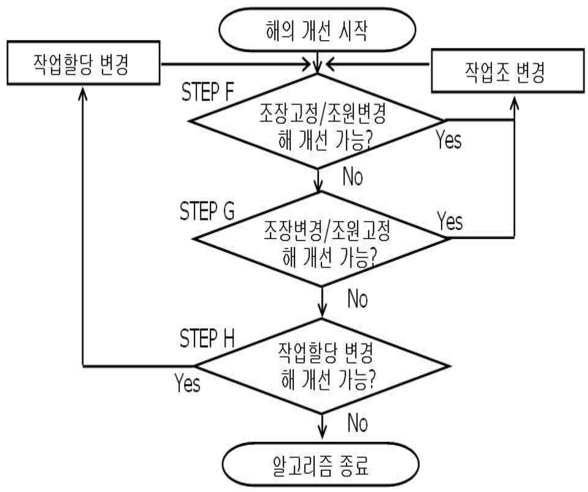


Figure 2. Basic Procedure of PHASE II(Improvement)

2단계 해의 개선의 첫 번째 절차(STEP F)는 작업할당을 고정해 놓은 상태에서 조원과 조장을 바꿈으로써 해의 개선을 시도하고 해의 개선이 가능할 경우 작업조를 변경한다. 해의 개선의 두 번째 절차(STEP G)는 작업조를 고정해 놓은 상태에서 실행가능성을 유지하는 범위내에서 작업을 일대일로 교환하여 해의 개선을 시도하고 해의 개선이 가능할 경우 작업할당을 변경한다. 해의 개선 절차는 반복하여 수행하며, 더 이상 해의 개선이 이루어지지 않을 경우 종료하게 된다.

3.2 단계별 세부절차

(1) 초기해 구성(PHASE I)

초기해 구성의 STEP A는 좋은 해를 발생시킬 수 있는 작업

조를 구성하는 절차이다. 작업조를 구성하는 것은 조장과 조원을 일대일로 할당하는 문제로써, 일정한 순서로 조장과 조원을 짝지어 작업조를 구성하면 작업조를 구성한 조장과 조원은 다른 조장, 조원과 작업조를 구성할 수 없게 된다. 조장을 기준으로 최상과 최악의 경우 비용의 차이가 큰 순서대로 최상의 작업조로 구성한다. 조장과 조원을 짝지어 작업조를 구성하는 세부 절차는 <Table 2>와 같다.

Table 2. Procedure of STEP A

STEP A. Pairing
Let M1 be the index set of master {1, 2, ⋯, I}
Let M2 be the index set of assistant {1, 2, ⋯, I}
Let PAIR = ∅
A-1. For each i∈M1 and j∈M2, Calculate C'_{ij}
$C'_{ij} = \sum_k C_{ijk}$
A-2. For each i∈M1, Calculate GAP_i
$GAP_i = Max_i(C'_{ij}) - Min_i(C'_{ij})$
A-3. PAIR ← PAIR ∪ $\{(i', j')\}$, M1 ← M1-$\{i'\}$,
M2 ← M2-$\{j'\}$
$i' = \arg\{i \in M1, Max_i(GAP_i)\}$
$j' = \arg\{j \in M2, Min_{i'}(C'_{i'j})\}$
A-4. If M1 = ∅ or M2 = ∅, then STOP
else Go to Step A-2

A-1의 절차는 구성가능한 모든 조장, 조원의 조합에 대하여 C'_{ij}를 계산한다. C'_{ij}는 조장 i와 조원 j가 모든 작업을 수행할 경우의 총 비용의 합으로서 C'_{ij}가 작을수록 좋은 작업조를 구성할 가능성이 높을 것으로 생각된다. A-2의 절차는 각 조장을 기준으로 GAP_i를 계산한다. GAP_i는 조장 i가 가장 좋은 작업조를 구성할 경우와 가장 나쁜 작업조를 구성할 경우의 비용의 차이를 계산한 것이다. 일정한 순서로 조장에 대하여 최상의 조원과 짝짓는 경우 일대일로 할당이 이루어지기 때문에 순서가 나중일수록 최악의 작업조로 구성될 가능성이 높아진다. 최악의 작업조로 구성될 경우의 비용의 증가를 낮추기 위하여 GAP_i를 계산하고 GAP_i가 가장 큰 조장에 대하여 가장 좋은 작업조를 구성할 수 있는 조원으로 작업조를 구성한다. 또한, 작업조를 구성한 조장과 조원은 작업조 구성대상에서 제외하고 A-2, A-3의 절차를 거치면서 모든 조장과 조원이 작업조를 구성하게 된다.

초기해 구성의 STEP B는 각 작업에 대하여 STEP A를 통해 구성한 작업조 중 가장 작은 불량률을 갖는 작업조에게 작업을 할당하는 절차로서 <Table 3>과 같다.

Table 3. Procedure of STEP B

STEP B. Initial Assignment
Let N be the index set of task {1, 2, ⋯, K}
$X_{ijk} = 0, \quad \forall i, j, k$
B-1. For each k∈N, $X_{(i,j)',k} = 1$, Go to STEP C.
$(i,j)' = \arg\{(i,j) \in PAIR, Min_{(i,j)}(C_{(i,j),k})\}$

초기해 구성의 세 번째 절차는 다시 세 개의 세부절차로 구분할 수 있는데, 그 중 첫 번째(STEP C)는 각 작업조의 작업량이 수리모형의 식 (7)의 제약을 만족시키는지를 확인하는 절차로서 세부내용은 <Table 4>와 같다. 두 번째(STEP D)는 편차 허용 상한치를 넘는 작업조의 작업량을 줄이는 절차이며, 세 번째(STEP E)는 편차 허용 하한치에 부족한 작업조의 작업량을 늘이는 절차이다.

Table 4. Procedure of STEP C

STEP C. Feasibility Check
C-1. For each(i, j)∈PAIR, Calculate $Q_{(i,j)} = \sum_{k=1}^{K} P_k X_{(i,j),k}$
C-2. For each (i, j)∈PAIR,
If $AW - \alpha \le Q_{(i,j)} \le AW + \alpha$ then go to STEP F.
else if there exists (i, j) holds for $Q_{(i,j)} > AW + \alpha$
then go to STEP D.
else Go to STEP E.

STEP B의 결과로 작업을 작업조에게 할당한 결과가 식 (7)의 제약을 만족한다면, 초기해 구성은 종료된다. 작업량을 줄여야 하는 작업조가 있을 경우 STEP D로 진행하고, 모든 작업조의 작업량이 편차허용 상한치 이하이지만 편차허용 하한치보다 작은 작업조가 있을 경우 STEP E로 진행하여 작업량이 부족한 작업조의 작업을 늘리는 절차를 수행한다.

초기해 구성의 세 번째 절차 중 STEP D는 편차 허용 상한치를 넘는 작업조의 작업량을 줄이는 절차이다. 작업량을 줄이는 방법은 작업을 그대로 옮기거나 작업끼리 상호교환을 수행하는 방법이 있는데 비용의 증가가 최소가 되도록 수행한다. STEP D의 세부절차는 <Table 5>와 같다.

D-1(Giving)의 절차는 작업량 상한치를 초과하는 작업조의 작업을 초과하지 않는 작업조에게 옮길 경우, 옮겨 받은 작업조의 작업량이 작업량 상한치를 초과하지 않는 경우를 확인하여 비용의 증가가 가장 작은 경우를 찾아 작업을 옮긴다. D-2(interchange)의 절차는 D-1(Giving)의 절차로 작업량 상한치를 넘는 작업조의 작업량을 줄일 수 없을 경우 수행하게 되는데, 작업량 상한치를 넘는 작업조의 작업량이 큰 작업을 넘지 않는 작업조에게 주고 작업량이 넘지 않는 작업조의 작업량이 작은 작업을 가져오는 방법을 통해 작업량을 줄이게 된다. 이와 같이, 작업조끼리 작업을 상호교환 하게 되면 비용의 증가가 발생하게 되는데 비용의 증가가 가장 작은 경우를 찾아 상호교환을 수행한다.

초기해 구성의 세 번째 절차 중 STEP E는 모든 작업조의 작업량이 허용작업량의 상한치보다 작지만, 허용작업량의 하한치보다도 작은 작업조가 발생할 경우 작업조의 작업량을 늘리는 절차이다. STEP E는 STEP D의 D-2(interchange) 절차를 반대로 수행하며 세부절차는 <Table 6>과 같다. STEP E에서 STEP D의 D-1(Giving) 절차를 수행하지 않는 이유는 STEP D의 절차

Table 5. Procedure of STEP D

STEP D. Decreasing Workload to below Upper limit
Let OV_Pair be the index set of (i, j) such that $\{(i, j) \in PAIR, Q_{(i,j)} > AW + \alpha\}$
Let ST_Pair be the index set of (i, j) such that $\{(i, j) \in PAIR, Q_{(i,j)} \leq AW + \alpha\}$
(Clearly OV_Pair ∪ ST_Pair = PAIR)
Let OV_Task be the index set of task allocated to $(i, j) \in$ OV_Pair
Let EXPR be the index set of (k, k'), where Task k is interchanged with k'

D-1. (Giving)
For each k∈OV_Task, for each $(i, j) \in$ ST_Pair
if there exists (i, j) holds for $Q_{(i,j)} + P_k \leq AW + \alpha$ then Go to Step D-1-1.
else Go to Step D-2.

D-1-1. Calculate $t_{(i,j)',k} = C_{(i,j)',k} - C_{(i,j)'',k}$
$(i, j)', k = \arg\{(i, j) \in ST\_Pair,\ Q_{(i,j)} + P_k \leq AW + \alpha\}$
$(i, j)'', k = \arg\{(i, j) \in PAIR,\ X_{(i,j),k} = 1\}$
D-1-2. $X_{(i,j)',k} = 1$, $X_{(i,j)'',k} = 0$ for the smallest $t_{(i,j)',k}$ and Go to STEP C.

D-2. (Interchange)
D-2-1. For each k∈OV_Task, and for each k’ ∉OV_Task, such that $P_{k'} < P_k$ and
$(k, k') \notin$ EXPR, Calculate $t_{(k,k')} = (C_{(i,j),k'} + C_{(i,j)',k}) - (C_{(i,j),k} + C_{(i,j)',k'})$,
$X_{(i,j)',k} = 1$, $X_{(i,j),k'} = 1$ for the smallest $t_{(k,k')}$, EXPR = EXPR ∪ (k, k') and
Go to STEP C.
$(i, j),\ k = \arg\{(i, j) \in PAIR, X_{(i,j),k} = 1\}$, $(i, j)', k' = \arg\{(i, j)' \in PAIR, X_{(i,j)',k'} = 1\}$

Table 6. Procedure of STEP E

STEP E. Increasing Workload to above Lower limit
Let DF_Pair be the index set of $\{i, j\}$ such that $\{(i, j) \in PAIR, Q_{(i,j)} < AW - \alpha\}$
Let DFT_Pair be the index set of $\{i, j\}$ such that $\{(i, j) \in PAIR, Q_{(i,j)} \geq AW - \alpha\}$
(Clearly DF_Pair ∪ DFT_Pair = PAIR)
Let DF_Task be the index set of task allocated to $(i, j) \in$ DF_Pair
E-1. (Interchange)
For each k∈DF_Task, and for each k’ ∉ DF_Task, such that $P_{k'} > P_k$ and $(k, k') \notin$ EXPR,
Calculate $t_{(k,k')} = (C_{(i,j),k'} + C_{(i,j)',k}) - (C_{(i,j),k} + C_{(i,j)',k'})$,
$X_{(i,j)',k} = 1$, $X_{(i,j),k'} = 1$ for the smallest $t_{(k,k')}$, EXPR = EXPR ∪ (k, k') and Go to STEP C.
$(i,j), k = \arg\{(i, j) \in PAIR, X_{(i,j),k} = 1\}$, $(i, j)', k' = \arg\{(i, j)' \in PAIR, X_{(i,j)',k'} = 1\}$

를 통해 모든 작업조의 작업량을 허용작업량의 상한치보다 작도록 만들면서 모든 작업조의 작업량이 고르게 할당되기 때문이다.

STEP D와 STEP E에서 수행하는 작업량 조정절차는 작업량이 많은 작업조의 작업을 줄이거나 작업량이 적은 작업조의 작업을 늘릴 경우에 비용의 증가가 최소가 되도록 하는 원칙을 갖고 있다. 초기해 구성절차의 전체적인 흐름은 좋은 해를 발생시킬 수 있는 작업조를 구성하고, 작업량 편차제약을 고려하지 않은 최적해를 구한 후 작업량 편차 제약을 위배하는 작업조의 작업량을 가장 작은 비용의 증가로 제약을 만족시키도록 만들어간다.

(1) 해의 개선(PHASE II)

해의 개선의 첫 번째 절차(STEP F)는 조장과 해당 조장에게 할당된 작업을 고정해 놓고 조원을 변경함으로써 해를 개선한다. 이에 대한 세부절차는 <Table 7>에 나타나 있다.

STEP F를 수행하기 위해 조장 i에게 할당된 작업을 $Task_Group_i$으로 정의한다. F-1에서 계산하는 C''_{ij}는 조장 i가 할당받은 작업을 조원 j와 수행할 경우의 비용을 계산한 것이다. F-2는 현재의 작업조에서 조원을 변경할 경우의 비용의 증가를 계산한다. F-3에서는 F-2의 계산값이 음수인 경우가 존재할 경우, 비용의 감소가 가장 큰 경우로 작업조를 변경하고, 이 절차를 반복하게 된다. F-2의 계산값이 모두 양수일 경우에는 다음 절차로 넘어간다.

STEP F를 통해 해의 개선이 불가능할 경우 조원과 해당 조원에게 할당된 작업을 고정해 놓고 조장을 변경함으로써 해를 개선한다. 이에 대한 세부절차는 <Table 8>에 나타나 있다.

Table 7. Procedure of STEP F

STEP F. Change Pairing (Master Setting/Assistant change)
Input Data : Decision Variables Y_{ij} and X_{ijk}
Let $Task\_Group_i$ be the index set of task allocated to master i
Let J be the index set of assistant.

F-1. For each i and j, Calculate C''_{ij}

$$C''_{ij} = \sum_{k \in Task\_Group_i} C_{ijk}$$

F-2. For each j' and j'' ($j' < j''$ and $j', j'' \in J$), Calculate $I\_Cost_{j'j''}$

$$I\_Cost_{j'j''} = (C''_{i'j''} + C''_{i''j'}) - (C''_{i'j'} + C''_{i''j''})$$

$$i'j' = \arg\{(i, j), Y_{ij} = 1\},$$
$$i''j'' = \arg\{(i,j), Y_{ij} = 1\}$$

F-3. If there exists (j', j'') such that $I\_Cost_{j'j''} < 0$ then
$Y_{i'j''} = 1, Y_{i''j'} = 1, Y_{i'j'} = 0, Y_{i''j''} = 0$ holds for the smallest $I\_Cost_{j'j''}$,
change X_{ijk} accordingly and Go To Step F-1.
else Go to STEP G.

Table 8. Procedure of STEP G

STEP G. Change Pairing (Master change/Assistant setting)
Input Data : Decision Variables Y_{ij} and X_{ijk}
Let $Task\_Group_j$ be the index set of task allocated to assistant j
Let I be the index set of master.

G-1. For each i and j, Calculate C''_{ij}

$$C''_{ij} = \sum_{k \in Task\_Group_j} C_{ijk}$$

G-2. For each i' and i'' ($i' < i''$ and $i', i'' \in I$), Calculate $I\_Cost_{i'i''}$

$$I\_Cost_{i'i''} = (C''_{i'j''} + C''_{i''j'}) - (C''_{i'j'} + C''_{i''j''})$$

$$i'j' = \arg\{(i, j), Y_{ij} = 1\}, \; i''j'' = \arg\{(i, j), Y_{ij} = 1\}$$

G-3. If there exists (i', i'') such that $I\_Cost_{i'i''} < 0$ then
$Y_{i'j''} = 1, Y_{i''j'} = 1, Y_{i'j'} = 0, Y_{i''j''} = 0$ holds for the smallest $I\_Cost_{i'i''}$,
change X_{ijk} accordingly and Go To STEP F.
else Go to STEP H.

STEP G의 절차는 조원을 고정하고 조장을 변경하여 해의 개선을 시행하는 절차로서 STEP F의 모든 절차에 조장과 조원을 바꿔놓으면 동일한 절차가 된다. G-3에서 조장 변경을 통해 해의 개선을 수행하면 STEP F와 STEP G의 절차를 반복수행하고, 해의 개선이 이루어지지 않을 경우 STEP H의 작업변경을 통한 해의 개선절차로 넘어간다.

STEP G를 통해 해의 개선이 불가능할 경우 작업그룹끼리 작업을 교환함으로써 해를 개선한다. 이에 대한 세부절차는 <Table 9>에 나타나 있다.

Table 9. Procedure of STEP H

STEP H. Change Task Group (Master and Assistant setting)
Let $Pair_k$ be the index of (i, j) allocated to task k.
Let K be the index set of task.

H-1. For each k and k'
($k, k' \in K$ and $k < k'$ and $Pair_k \neq Pair_{k'}$ and
$AW - \alpha \leq Q_{Pair_k} - P_k + P_{k'} \leq AW + \alpha$ and
$AW - \alpha \leq Q_{Pair_{k'}} - P_{k'} + P_k \leq AW + \alpha$)
Calculate $I\_Cost_{kk'} = (C_{(i,j)k'} + C_{(i,j)'k'}) - (C_{(i,j)k} + C_{(i,j)'k'})$

$$(i,j), k = \arg\{((i,j), k), \; X_{(i,j),k} = 1\},$$
$$(i,j)', k' = \arg\{((i,j)', k'), \; X_{(i,j)',k'} = 1\}$$

H-2. If there exists (k, k') such that $I\_Cost_{kk'} < 0$ then
$X_{(i,j)',k} = 1, X_{(i,j),k'} = 1, X_{(i,j),k} = 0, X_{(i,j)',k'} = 0$
for the smallest $I\_Cost_{kk'}$,
and Go to STEP F.
Else STOP

H-1에서는 실행가능성을 유지하기 위해 작업을 교환할 경우 해당작업조의 작업량이 허용치 이내에 있는 작업만을 대상으로 작업교환시 발생하는 비용의 증가를 계산한다. H-2에서는 비용의 증가가 음수인 경우에 비용의 감소가 가장 큰 경우를 찾아 작업을 교환 후 해의 개선절차를 반복하고, 비용이 모두 증가할 경우에는 발견적 기법이 종료된다.

조장과 조원이 각각 3명씩이고 수행해야 할 5개의 작업에 대한 작업소요시간이 10, 6, 7, 8, 9시간으로 총 40시간이며, 조장, 조원, 작업의 조합에 따른 불량률이 <Table 1>에 표시된 수치예제에 대하여 편차허용치를 4로 하여 발견적 기법을 적용하면 <부록>과 같은 근사해를 얻을 수 있다.

4. 수치실험

4.1 실험 조건

본 연구에서는 ILOG사의 OPL Studio를 활용하여 최적해를 구한 결과와 근사해를 구하는 알고리즘의 결과를 비교하여 해법의 수행도를 평가하기로 한다. 문제에 대한 최적해와 발견적 기법의 근사해, 발견적 기법으로 산출된 작업조 구성결과를 이용한 최적해를 각각 비교하여 발견적 기법의 성과도를 평가한다. 실험을 위한 데이터의 조건으로 작업에 소요되는 작업소요시간(P_k)은 [5, 10] 범위의 정수를 무작위로 생성하여 사용하였고, 조장과 조원, 작업의 조합으로 발생하는 불량비용은 [10, 50] 범위의 정수를 무작위로 생성하여 사용하였다. 문제의 크기(Size)는 조장, 조원, 작업의 수로서 4-4-10, 6-6-20, 8-8-30, 10-10-40, 12-12-50으로 증가시켜 각 크기별 10회씩 실험을 수행하였다. 실험의 입력변수로 사용한 조장, 조원, 작업의 조합에 따른 불량률과 작업소요시간은 각 실험에 있어 Random

Data를 생성하여 사용하였다. 각 실험에서의 편차허용치(α)는 평균작업량의 5%, 10%로 변화시켜 실험을 수행하였다.

4.2 실험 결과 및 분석

<Table 10>에는 편차허용치를 평균작업량의 5%로 설정하여 각 크기별 10회씩 총 50회 실험의 실험치들과 성과도를 표시하였다. 총 50회의 실험 중 3회에 걸쳐 발견적 기법으로 근사해를 구할 수 없었고, 발견적 기법으로 최적해 대비 평균 12.42%의 차이를 나타냈다. 발견적 기법으로 얻은 작업조를 이용하여 최적해를 구한 결과 전체 최적해 대비 평균 7.43%의 차이를 나타냈고, 발견적 기법의 작업할당 단계에서 추가적으로 4.63%의 차이를 발생시킨 것으로 나타났다. 총 50회의 실험 중 해의 개선을 수행하지 않은 횟수는 10회였고, 해의 개선을 수

Table 10. Results of Numerical Experiments I(α = 5%)

크기	순번	허용치 (α)	최적해		발견적 기법			발견적 기법의 작업조를 이용한 최적해	
			Value1	계산시간	Value2	GAP	GAP-II	Value3	GAP-I
A1 (4/4/10)	1	1.513	251	0.38	280	11.55	0.00	280	11.55
	2	1.425	281	0.47	342	21.71	10.68	309	9.96
	3	1.313	257	0.72	267	3.89	0.00	267	3.89
	4	1.400	274	0.52	274	0.00	0.00	274	0.00
	5	1.388	270	0.30	277	2.59	2.59	270	0.00
	6	1.438	228	0.38	259	13.60	0.00	259	13.60
	7	1.450	250	0.36	257	2.80	0.00	257	2.80
	8	1.438	238	0.34	289	21.43	21.43	238	0.00
	9	1.525	272	0.36	299	9.93	1.36	295	8.46
	10	1.375	233	0.47	245	5.15	0.00	245	5.15
					평균	9.26	3.61	평균	5.54
A2 (6/6/20)	1	1.150	283	2.53	344	21.55	0.88	341	20.49
	2	1.225	278	5.64	283	1.80	0.00	283	1.80
	3	1.267	254	1.53	319	25.59	14.34	279	9.84
	4	1.192	284	3.00	356	25.35	11.95	318	11.97
	5	1.250	293	6.81	X				
	6	1.183	260	3.72	286	10.00	10.00	260	0.00
	7	1.292	283	5.67	330	16.61	4.76	315	11.31
	8	1.358	290	3.97	351	21.03	9.35	321	10.69
	9	1.208	287	14.38	330	14.98	7.49	307	6.97
	10	1.167	309	9.83	365	18.12	5.19	347	12.30
					평균	17.23	7.11	평균	9.49
A3 (8/8/30)	1	1.431	399	456.36	491	23.06	8.39	453	13.53
	2	1.338	383	321.81	443	15.67	3.26	429	12.01
	3	1.306	381	109.31	463	21.52	5.71	438	14.96
	4	1.288	368	114.97	410	11.41	2.76	399	8.42
	5	1.413	367	182.72	407	10.90	1.50	401	9.26
	6	1.519	374	118.05	413	10.43	6.17	389	4.01
	7	1.513	385	253.83	410	6.49	2.50	400	3.90
	8	1.381	377	128.61	473	25.46	4.42	453	20.16
	9	1.400	368	37.52	424	15.22	3.92	408	10.87
	10	1.469	385	1050.92	440	14.29	3.04	427	10.91
					평균	15.44	4.17	평균	10.80

크기	순번	허용치 (α)	최적해		발견적 기법			발견적 기법의 작업조를 이용한 최적해	
			Value1	계산시간	Value2	GAP	GAP-II	Value3	GAP-I
A4 (10/10/40)	1	1.450	478	2461.50	541	13.18	4.44	518	8.37
	2	1.450	465	455.70	526	13.12	3.95	506	8.82
	3	1.395	465	882.11	X				
	4	1.520	510*	(3600)	606	18.82	11.40	544	6.67
	5	1.525	459	350.14	566	23.31	5.40	537	16.99
	6	1.590	482	2748.64	X				
	7	1.465	478*	(3600)	568	18.83	3.27	550	15.06
	8	1.510	462	1964.13	510	10.39	3.66	492	6.49
	9	1.520	479*	(3600)	545	13.78	3.22	528	10.23
	10	1.470	470*	(3600)	504	7.23	2.23	493	4.89
					평균	14.83	4.70	평균	9.69
A5 (12/12/50)	1	1.500	582*	(3600)	641	10.14	1.10	634	8.93
	2	1.438	611*	(3600)	630	3.11	1.12	623	1.96
	3	1.542	621*	(3600)	659	6.12	5.27	626	0.81
	4	1.550	622*	(3600)	639	2.73	2.40	624	0.32
	5	1.517	590*	(3600)	642	8.81	5.25	610	3.39
	6	1.508	656*	(3600)	626	-4.57	2.45	611	-6.86
	7	1.479	579*	(3600)	709	22.45	12.18	632	9.15
	8	1.571	624*	(3600)	662	6.09	3.76	638	2.24
	9	1.529	628*	(3600)	632	0.64	1.77	621	-1.11
	10	1.546	593*	(3600)	636	7.25	2.91	618	4.22
					평균	6.28	3.82	평균	2.31
					Total	12.42	4.63		7.43

주) * : time limit(3600초)을 설정하여 얻은 Best Solution.
GAP : (Value2-Value1)/Value1×100(%).
GAP-I : (Value3-Value1)/Value1×100(%).
GAP-II : (Value2-Value3)/Value3×100(%).

행한 40회의 실험을 통해 작업조 변경 2회, 작업할당 변경 95회로 총 97회의 개선을 수행한 것으로 나타났다. 이에 대한 결과가 <Table 11>에 표시되어 있다.

Table 11. Number of Improvement in Numerical Experiments I (α = 5%)

크기	해의 개선			해의 개선 미시행
	작업조 변경	작업할당 변경	계	
A1	1	9	10	3
A2	1	21	22	2
A3	0	18	18	1
A4	0	21	21	2
A5	0	26	26	2
계	2	95	97	10

<Table 12>에는 편차허용치를 평균작업량의 10%로 설정하여 각 크기별 10회씩 총 50회 실험의 실험치들과 성과도를 표시하였다. 총 50회의 실험 중 1회에 걸쳐 발견적 기법으로 근사해를 구할 수 없었고, 발견적 기법으로 최적해 대비 평균 11.72%의 차이를 나타냈다.

발견적 기법으로 얻은 작업조를 이용하여 최적해를 구한 결과 전체 최적해 대비 평균 8.41%의 차이를 나타냈고, 발견적 기법의 작업할당 단계에서 추가적으로 3.04%의 차이를 발생시킨 것으로 나타났다. 총 50회의 실험 중 해의 개선을 수행하지 않은 횟수는 20회였고, 해의 개선을 수행한 30회의 실험을 통해 작업조 변경 2회, 작업할당 변경 53회로 총 55회의 개선을 수행한 것으로 나타났다. 이에 대한 결과가 <Table 13>에 표시되어 있다.

실험결과를 요약하면, 혼합정수계획모형의 특징으로 문제의 크기가 증가함에 따라 최적해를 구하는 계산시간이 급격히

Table 12. Results of Numerical Experiments II(α = 10% of Average Workload)

크기	순번	허용치 (α)	최적해		발견적 기법			발견적 기법의 작업조를 이용한 최적해	
			Value1	계산시간	Value2	GAP	GAP-II	Value3	GAP-I
A1 (4/4/10)	1	3.025	248	0.27	263	6.05	0.00	263	6.05
	2	2.850	253	0.19	278	9.88	0.00	278	9.88
	3	2.625	241	0.25	278	15.35	7.34	259	7.47
	4	2.800	268	0.74	274	2.24	0.00	274	2.24
	5	2.775	256	0.16	283	10.55	6.39	266	3.91
	6	2.875	228	0.23	241	5.70	0.00	241	5.70
	7	2.900	221	0.50	243	9.95	0.00	243	9.95
	8	2.875	217	0.05	235	8.29	8.29	217	0.00
	9	3.050	261	0.33	299	14.56	3.10	290	11.11
	10	2.750	220	0.20	243	10.45	2.97	236	7.27
					평균	9.30	2.81	평균	6.36
A2 (6/6/20)	1	2.300	275	2.52	311	13.09	0.00	311	13.09
	2	2.450	264	1.53	283	7.20	0.00	283	7.20
	3	2.533	249	0.88	328	31.73	17.56	279	12.05
	4	2.383	273	1.86	337	23.44	11.96	301	10.26
	5	2.500	279	1.38	288	3.23	1.05	285	2.15
	6	2.367	258	1.55	258	0.00	0.00	258	0.00
	7	2.583	271	4.05	331	22.14	8.17	306	12.92
	8	2.717	273	1.91	323	18.32	4.19	310	13.55
	9	2.417	276	2.47	292	5.80	0.69	290	5.07
	10	2.333	289	2.67	321	11.07	0.00	321	11.07
					평균	13.60	4.36	평균	8.74
A3 (8/8/30)	1	2.863	383	25.86	441	15.14	0.68	438	14.36
	2	2.675	377	26.06	422	11.94	1.20	417	10.61
	3	2.613	372	98.72	448	20.43	4.43	429	15.32
	4	2.575	359	30.47	420	16.99	7.69	390	8.64
	5	2.825	359	24.13	400	11.42	2.04	392	9.19
	6	3.038	362	47.42	387	6.91	1.57	381	5.25
	7	3.025	364	71.84	416	14.29	9.76	379	4.12
	8	2.763	361	20.33	457	26.59	3.39	442	22.44
	9	2.800	365	27.66	402	10.14	2.03	394	7.95
	10	2.938	370	12.25	419	13.24	3.20	406	9.73
					평균	14.71	3.60	평균	10.76
A4 (10/10/40)	1	2.900	469	877.00	530	13.01	3.11	514	9.59
	2	2.900	461	558.75	493	6.94	0.41	491	6.51
	3	2.790	460	299.58	528	14.78	1.54	520	13.04
	4	3.040	467	490.44	563	20.56	6.43	529	13.28
	5	3.050	453	678.19	542	19.65	2.07	531	17.22
	6	3.180	474	710.22	537	13.29	1.13	531	12.03
	7	2.930	466	377.64	X				
	8	3.020	460	360.28	501	8.91	3.51	484	5.22
	9	3.040	457	74.53	543	18.82	3.63	524	14.66
	10	2.940	457	229.48	491	7.44	2.94	477	4.38
					평균	13.71	2.75	평균	10.66

크기	순번	허용치 (α)	최적해		발견적 기법			발견적 기법의 작업조를 이용한 최적해	
			Value1	계산시간	Value2	GAP	GAP-II	Value3	GAP-I
A5 (12/12/50)	1	3.000	557	2519.61	628	13.64	0.80	628	12.75
	2	2.875	577	(3600)	613	7.63	1.31	613	6.24
	3	3.083	596	(3600)	622	5.87	1.45	622	4.36
	4	3.100	573	(3600)	616	10.30	2.60	616	7.50
	5	3.033	578	(3600)	595	4.50	1.51	595	2.94
	6	3.017	613	(3600)	606	2.77	3.96	606	-1.14
	7	2.958	577	(3600)	618	8.84	1.62	618	7.11
	8	3.142	579	(3600)	624	8.81	0.96	624	7.77
	9	3.058	578	(3600)	613	6.92	0.82	613	6.06
	10	3.092	584	(3600)	609	5.65	1.31	609	4.28
					평균	7.49	1.63	평균	5.79
					Total	11.72	3.04		8.41

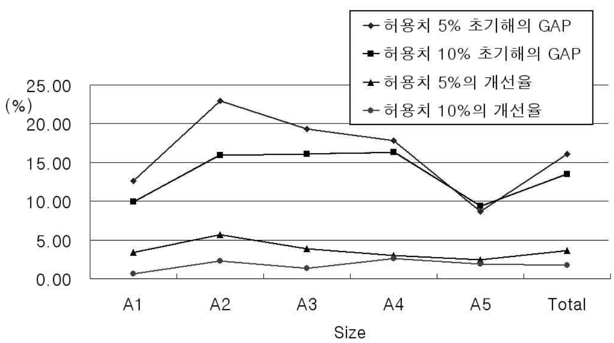
주) * : time limit(3600초)을 설정하여 얻은 Best Solution.
GAP : (Value2-Value1)/Value1×100(%).
GAP-I : (Value3-Value1)/Value1×100(%).
GAP-II : (Value2-Value3)/Value3×100(%).

Table 13. Number of Improvement in Numerical Experiments II (α = 10%)

크기	해의 개선			해의 개선 미시행
	작업조 변경	작업할당 변경	계	
A1	1	3	4	6
A2	1	9	10	7
A3	0	12	12	3
A4	0	9	9	2
A5	0	20	20	2
계	2	53	55	20

늘어나는 것을 확인할 수 있고, 크기 A5이상의 문제부터 일정 시간내에 최적해를 산출할 수 없어 제한시간내의 가장 좋은 해를 산출하여 발견적 기법의 근사해와 비교하였다. 발견적 기법으로 문제의 크기에 상관없이 1초 미만의 짧은 시간내에 근사해를 구할 수 있었으며, 편차허용치 5%와 10%에서 각각 최적해 대비 평균 12.42%, 11.72%의 차이를 나타냈다. 제시한 발견적 기법은 초기해 구성과 해의 개선 2단계로 구성되기 때문에, 초기해의 성과도와 개선율을 확인할 필요가 있다. <Figure 3>에는 편차 허용치와 문제의 크기에 따른 최적해 대비 초기해의 성과도와 개선율을 표시하였다.

초기해의 성과도는 편차 허용치 5%일 경우에 10%일 경우보다 나쁘지만 해의 개선율이 높은 것을 확인할 수 있다. 해의 개선횟수와 초기해의 성과도, 해의 개선율의 결과로 볼 때, 편차 허용치가 작으면 실행가능한 초기해를 구하는데 비용이 높은 초기해를 구성하고 해의 개선단계에서 높은 개선 성과를 보인다고 판단할 수 있다. 또한, 전체적으로 최적해 대비 초기해의 성과도가 매우 높고 개선율이 비교적 낮은 것으로 미루어 볼 때, 초기해 구성이 발견적 기법의 성과도에 큰 영향을 미치는 것으로 판단할 수 있다.



주) 초기해의 GAP : (초기해-최적해)/최적해×100(%)
개선율 : (초기해-개선해)/최적해×100(%)

Figure 3. Performance of Initial Solutions and Improvement

5. 결론 및 추후연구

본 연구에서는 작업조를 구성할 수 있는 조장과 조원이 있고, 조장-조원-작업의 조합에 따른 불량비용이 다른 상황에서 비용을 최소화하고, 각 작업조의 작업량을 허용편차 이내로 하

는 것을 목표로 하는 혼합정수계획 수리모형을 수립하고, 수립한 문제를 해결하기 위한 발견적인 해법 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 크게 2단계로 구성되는데 1단계에서 실행 가능한 초기해를 구성하고, 2단계에서는 1단계에서 구한 초기해를 이용하여 해의 개선을 수행한다. 제안한 알고리즘은 실험결과에서 보여주듯이 문제의 크기에 상관없이 최적해 대비 높은 성과도의 해를 빠른 시간 내에 구할 수 있었다. 1단계에서 구한 초기해의 결과가 발견적 기법의 성과에 큰 영향을 주었고, 해의 개선단계를 통한 개선은 비교적 작았던 것으로 미루어 볼 때, 해를 개선하는 발견적 기법의 2단계를 보완한다면 전체 알고리즘의 성능이 향상될 것으로 생각된다.

본 연구에서 제안한 알고리즘은 공평한 작업배분과 작업량 편차를 고려해야 하는 모든 작업환경에 활용할 수 있고, 주작업자와 보조작업자로 작업조를 구성하여 작업을 수행해야 하는 경우에 그 활용가능성이 높다. 그리고, 작업자가 생각하는 적정수준의 작업량 편차 허용치와 의사결정자를 포함한 경영진이 생각하는 적정수준의 작업량 편차 허용치가 다를 수 있는데, 본 연구에서 수립한 수리모델은 각각의 경우에 대한 비용의 변화를 확인할 수 있는 장점이 있다. 특히 작업량편차 허용의 범위를 정하는 문제는 실제문제에서 적용할 때 적절한 값을 설정하기에 많은 어려움이 있다. 본 연구에서 제안하는 알고리즘이 짧은 시간내에 해를 구하는데 중점을 두는 이유 중의 하나는 적절한 편차허용범위를 설정하기 위해 여러 차례의 시행착오를 거치는 과정이 필요하기 때문이다. 통상적으로 경험에 의한 편차허용범위를 임의로 설정한 후 이를 증가 또는 감소시키면서 적절한 값을 정할 수 있다. 어떠한 경우라도 종료조건으로 인하여 일정한 시간 안에 종료되므로 짧은 기간 내에 원하는 수준의 해를 구할 수 있다.

본 연구에서는 조장, 조원, 작업의 조합에 따른 불량비용이 정해져 있다고 가정하였으나 작업자에 대한 선호도, 작업에 대한 선호도, 작업 경력 등 감성적인 요인들이 크게 작용하여 비용이 결정되기 때문에 이것을 수치로 환산하여 사용하는데 큰 어려움이 있다. 작업조를 구성하는 작업자의 수가 늘어나게 되면 그에 따른 불량비용을 정의하는데 어려움이 있고 작업조를 구성하는 문제가 작업을 할당하는 문제보다 더욱 복잡하고 어려워질 수 있다. 일반적으로 근무연수와 과거 작업시간 등의 함수로 불량비용을 정의할 수 있으며 함께 근무 또는 작업해 본 경험 등이 비용 산정에 포함될 수 있다.

본 연구에서는 작업자의 구성에 상관없이 작업시간에 동일하다고 가정하였으나 실제로는 작업시간 또한 달라질 수 있으며 기간에 따라 수행해야 하는 작업이 달라지고 활용할 수 있는 작업자가 변화하는 경우로 연구의 범위를 확장할 수 있다. 해를 구하는 알고리즘도 유전자알고리즘, 시뮬레이티드 어닐링, 타부서치 등과 같은 메타 휴리스틱을 이용하여 본 연구에서 수립한 문제를 해결하는 연구가 가능하다. 다만 문제의 정의시 실제적으로 필요한 데이터를 합리적으로 수집 가능하여 적용가능성이 있는가에 대한 분석과 해법이 적절한 계산 시간 내에 종료될 수 있는가를 고려하는 실용성에 대한 분석도 따라야 한다.

참고문헌

Cattrysse, D. G. and Van Wassenhove, L. N. (1992), A survey of algorithms for the generalized assignment problem, *European Journal of Operational Research*, **60**(3), 260-272.

Chu, P. C. and Beasley, J. E. (1997), A genetic algorithm for the generalised assignment problem, *Computers and Operations Research*, **24**(1), 17-23.

French, A. P. and Wilson, J. M. (2002), Heuristic Solution Methods for the Multilevel Generalized Assignment Problem, *Journal of Heuristics*, **8**(2), 143-153.

Glover, F., Hultz, J., and Klingman, D. (1979), Improved Computer-Based Planning Techniques-Part II, *Interfaces*, **9**(4), 12-20.

Haddadi, S. and Ouzia, H. (2004), Effective algorithm and heuristic for the generalized assignment problem, *European Journal of Operational Research*, **153**(1), 184-190.

Kuhn, H. W. (1955), The Hungarian method for the assignment problem, *Naval Research Logistics Quarterly*, **2**(1&2) 83-97.

Laguna, M., Kelly, J. P., Gonzalez-Velarde, J. L., and Glover, F. (1995), Tabu search for the multilevel generalized assignment problem, *European Journal of Operational Research*, **82**(1), 176-189.

Lee, H., An, J., and Kim, S. (1997), The Work Scheduling Scheme for Maximum Work Efficiency with Workloads Balancing Consideration, *Journal of the Korean Operations Research and Management Science Society*, **22**(4), 115-131

Lorena, L. A. N. and Narciso, M. G. (1996), Relaxation heuristics for a generalized assignment problem, *European Journal of Operational Research*, **91**(3), 600-610.

Lourenco, H. R. and Serra, D. (1998), Adaptive Approach Heuristics for the generalized assignment problem, Economics Working Papers in Universitat Pompeu Fabra, 288

Osman, I. H. (1995), Heuristics for the generalised assignment problem : simulated annealing and tabu search approaches, *OR Spektrum*, **17**(4), 211-225.

Pentico, D. W. (2007), Assignment problems : A golden anniversary survey, *European Journal of Operational Research*, **176**, 774-793.

Votaw D. F. and Orden, A. (1952), The personnel assignment problem, Symposium on Linear Inequalities and Programming, SCOOP 10, US Air Force, 155-163.

<부 록>

Table 1. Data(C_{ijk}) and Optimal Solutions of Example

작업(k) / 조원(j) / 조장(i)	1			2			3			4			5		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	27	12	32	20	44	43	34	21	43	15	45	25	37	29	14
2	41	20	43	42	35	37	43	41	12	33	36	30	15	27	46
3	39	16	36	42	38	36	45	43	35	19	48	49	14	27	43

STEP A : Pairing

M1 = {1, 2, 3}, M2 = {1, 2, 3}, PAIR = {}

A-1. C'_{11} = 133, C'_{12} = 151, C'_{13} = 157,
C'_{21} = 174, C'_{22} = 159, C'_{23} = 168,
C'_{31} = 159, C'_{32} = 172, C'_{33} = 199

A-2. GAP_1 = 24, GAP_2 = 15, GAP_3 = 40

A-3. i' = 3, j' = 1, PAIR = {(3, 1)}, M1 = {1, 2}, M2 = {2, 3}

A-2. GAP_1= 6, GAP_2 = 9

A-3. i' =2, j' =2, PAIR = {(3, 1), (2, 2)}, M1 = {1}, M2 = {3}

A-2. GAP_2 = 0

A-3. i' = 1, j' = 3, PAIR = {(3, 1), (2, 2), (1, 3)}, M1 = {}, M2 = {}, STOP.

STEP B : Initial Assignment

B-1. $X_{(1,3),5}=1$, $X_{(2,2),1}=1$, $X_{(2,2),2}=1$,
$X_{(2,2),2}=1$, $X_{(2,2),3}=1$, $X_{(3,1),4}=1$이고,
그 외의 모든 $X_{(i,j),k}=0$

STEP C : Feasibility Check

C-1. $Q_{(1,3)}=9$, $Q_{(2,2)}=23$, $Q_{(3,1)}=8$

C-2. $Q_{(2,2)} > AW+\alpha\ (=52/3)$이므로 Go to STEP D

STEP D : Decreasing Workload greater than Upper limit

OV_Pair = {(2, 2)}, ST_Pair = {(1, 3), (3, 1)},
OV_Task = {1, 2, 3}

D-1. (Giving)

$t_{(1,3),2}=8$, $t_{(1,3),3}=2$, $t_{(3,1),2}=7$, $t_{(3,1),3}=4$
이므로,
$X_{(1,3),3}=1$, $X_{(2,2),3}=0$, Go to STEP C.

STEP C : Feasibility Check

C-1. $Q_{(1,3)}=16$, $Q_{(2,2)}=16$, $Q_{(3,1)}=8$

C-2. $Q_{(1,3)}$, $Q_{(2,2)}$, $Q_{(3,1)}$, $\leq AW+\alpha\ (52/3)$이나,
$Q_{(3,1)} < AW-\alpha\ (28/3)$이므로 Go to STEP E

STEP E : Increasing Workload less than Lower limit

DF_Pair = {(3, 1)}, DFT_Pair = {(1, 3), (2, 2)},
DF_Task = {4}

E-1. (Interchange)

$t'_{(1,4)}=36$, $t'_{(5,4)}=3$이므로,
$X_{(1,3),4}=1$, $X_{(3,1),5}=1$, Go to Step C.

STEP C : Feasibility Check

C-1. $Q_{(1,3)}=15$, $Q_{(2,2)}=16$, $Q_{(3,1)}=9$
$Q_{(3,1)} < AW-\alpha\ (28/3)$이므로 Go to STEP E

STEP E : Increasing Workload less than Lower limit

DF_Pair = {(3, 1)}, DFT_Pair = {(1, 3), (2, 2)},
DF_Task = {5}

E-1. (Interchange)

$t'_{(1,5)}=32$ 이므로, $X_{(3,1),1}=1$, $X_{(2,2),5}=1$,
Go to STEP C.

STEP C : Feasibility Check

C-1. $Q_{(1,3)}=15$, $Q_{(2,2)}=15$, $Q_{(3,1)}=10$

C-2. 모든 $Q_{(i,j)}$가 $AW-\alpha \leq Q_{(i,j)} \leq AW+\alpha$을
만족하므로 Go to STEP F.

STEP F : Change Pairing(Master Setting/Assistant change)

$Y_{13}=1$, $Y_{22}=1$, $Y_{31}=1$ and
$X_{(3,1),1}=1$, $X_{(2,2),2}=1$, $X_{(1,3),3}=1$, $X_{(1,3),4}=1$, $X_{(2,2),5}=1$
$Task\_Group_1=\{3,4\}$, $Task\_Group_2=\{2,5\}$,
$Task\_Group_3=\{1\}$, $J=\{1,2,3\}$

F-1. $C''_{11}=49$, $C''_{12}=66$, $C''_{13}=68$,
$C''_{21}=57$, $C''_{22}=62$, $C''_{23}=83$,
$C''_{31}=39$, $C''_{32}=16$, $C''_{33}=36$

F-2. $I\_Cost_{1,2}=-28$, $I\_Cost_{1,3}=-22$,
$I\_Cost_{2,3}=19$

F-3. $Y_{21}=1,\ Y_{32}=1,\ Y_{22}=0,\ Y_{31}=0$ and
$X_{(3,2),1}=1, X_{(2,1),2}=1, X_{(1,3),3}=1,$
$X_{(1,3),4}=1, X_{(2,1),5}=1$ and Go to Step F-1.

STEP F : Change Pairing(Master Setting/Assistant change)
$Y_{13}=1,\ Y_{21}=1,\ Y_{32}=1$ and
$X_{(3,2),1}=1,\ X_{(2,1),2}=1,\ X_{(1,3),3}=1,$
$X_{(1,3),4}=1, X_{(2,1),5}=1$
$Task\_Group_1=\{3,\ 4\},\ Task\_Group_2=\{2,\ 5\},$
$Task\_Group_3=\{1\},\ \ J=\{1,\ 2,\ 3\}$
F-1. $C''_{11}=49,\ C''_{12}=66,\ C''_{13}=68,$
$C''_{21}=57, C''_{22}=62,\ C''_{23}=83,$
$C''_{31}=39,\ C''_{32}=16,\ C''_{33}=36$
F-2. $I\_Cost_{1,2}=28, I\_Cost_{1,3}=7, I\_Cost_{2,3}=18$
F-3. 모든 I_Cost가 0보다 크므로 Go to STEP G.

STEP G : Change Pairing(Master change/Assistant setting)
$Y_{13}=1,\ Y_{21}=1,\ Y_{32}=1$ and
$X_{(3,2),1}=1, X_{(2,1),2}=1, X_{(1,3),3}=1,$
$X_{(1,3),4}=1, X_{(2,1),5}=1$
$Task\_Group_1=\{2,5\},\ Task\_Group_2=\{1\},$
$Task\_Group_3=\{3,4\}\ I=\{1,\ 2,\ 3\}$
G-1. $C''_{11}=57,\ C''_{12}=12,\ C''_{13}=68,$
$C''_{21}=57,\ C''_{22}=20,\ C''_{23}=42,$
$C''_{31}=56,\ C''_{32}=16,\ C''_{33}=84$
G-2. $I\_Cost_{1,2}=-26, I\_Cost_{1,3}=12, I\_Cost_{2,3}=3$
G-3. $Y_{11}=1,\ Y_{23}=1,\ Y_{13}=0,\ Y_{21}=0$ and
$X_{(3,2),1}=1, X_{(1,1),2}=1, X_{(2,3),3}=1,$
$X_{(2,3),4}=1, X_{(1,1),5}=1$ and Go to STEP F.

STEP F : Change Pairing(Master Setting/Assistant change)
$Y_{11}=1,\ Y_{23}=1,\ Y_{32}=1$ and
$X_{(3,2),1}=1, X_{(1,1),2}=1, X_{(2,3),3}=1,$
$X_{(2,3),4}=1, X_{(1,1),5}=1$
$Task\_Group_1=\{2,5\},\ Task\_Group_2=\{3,4\},$
$Task\_Group_3=\{1\},\ \ J=\{1,\ 2,\ 3\}$
F-1. $C''_{11}=57,\ C''_{12}=73,\ C''_{13}=57,$
$C''_{21}=76,\ C''_{22}=77,\ C''_{23}=42,$
$C''_{31}=39,\ C''_{32}=16,\ C''_{33}=36$
F-2. $I\_Cost_{1,2}=39, I\_Cost_{1,3}=34, I\_Cost_{2,3}=45$
F-3. 모든 I_Cost가 0보다 크므로 Go to STEP G.

STEP G : Change Pairing(Master change/Assistant setting)
$Y_{11}=1,\ Y_{23}=1,\ Y_{32}=1$ and
$X_{(3,2),1}=1, X_{(1,1),2}=1, X_{(2,3),3}=1,$
$X_{(2,3),4}=1, X_{(1,1),5}=1$
$Task\_Group_1=\{2,\ 5\},\ Task\_Group_2=\{1\},$
$Task\_Group_3=\{3,\ 4\}\ I=\{1,\ 2,\ 3\}$
G-1. $C''_{11}=57,\ C''_{12}=12,\ C''_{13}=68,$
$C''_{21}=57,\ C''_{22}=20,\ C''_{23}=42,$
$C''_{31}=56,\ C''_{32}=16,\ C''_{33}=84$
G-2. $I\_Cost_{1,2}=26, I\_Cost_{1,3}=-5, I\_Cost_{2,3}=46$
G-3. $Y_{12}=1,\ Y_{31}=1,\ Y_{11}=0,\ Y_{32}=0$ and
$X_{(1,2),1}=1, X_{(3,1),2}=1, X_{(2,3),3}=1,$
$X_{(2,3),4}=1, X_{(3,1),5}=1$ and Go to STEP F.

STEP F : Change Pairing(Master Setting/Assistant change)
$Y_{12}=1,\ Y_{23}=1,\ Y_{31}=1$ and
$X_{(1,2),1}=1, X_{(3,1),2}=1, X_{(2,3),3}=1,$
$X_{(2,3),4}=1, X_{(3,1),5}=1$
$Task\_Group_1=\{1\},\ Task\_Group_2=\{3,\ 4\},$
$Task\_Group_3=\{2,\ 5\},\ \ J=\{1,\ 2,\ 3\}$
F-1. $C''_{11}=27,\ C''_{12}=12,\ C''_{13}=32,$
$C''_{21}=76,\ C''_{22}=77,\ C''_{23}=42,$
$C''_{31}=56,\ C''_{32}=65,\ C''_{33}=79$
F-2. $I\_Cost_{1,2}=24, I\_Cost_{1,3}=57, I\_Cost_{2,3}=55$
F-3. 모든 I_Cost가 0보다 크므로 Go to STEP G.

STEP G : Change Pairing(Master change/Assistant setting)
$Y_{12}=1,\ Y_{23}=1,\ Y_{31}=1$ and
$X_{(1,2),1}=1, X_{(3,1),2}=1, X_{(2,3),3}=1,$
$X_{(2,3),4}=1, X_{(3,1),5}=1$
$Task\_Group_1=\{2,\ 5\},\ Task\_Group_2=\{1\},$
$Task\_Group_3=\{3,\ 4\}\ I=\{1,\ 2,\ 3\}$
G-1. $C''_{11}=57,\ C''_{12}=12,\ C''_{13}=68,$
$C''_{21}=57,\ C''_{22}=20,\ C''_{23}=42,$
$C''_{31}=56,\ C''_{32}=16,\ C''_{33}=84$
G-2. $I\_Cost_{1,2}=34, I\_Cost_{1,3}=5, I\_Cost_{2,3}=43$
G-3. 모든 I_Cost가 0보다 크므로 Go to STEP H.

STEP H : Change Task Group(Master and Assistant setting)
$Pair_1=(1,\ 2), Pair_2=(3,\ 1), Pair_3=(2,\ 3),$
$Pair_4=(2,\ 3), Pair_5=(3,\ 1)\ , K=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$
H-1. $I\_Cost_{2,3}=28, I\_Cost_{2,4}=-16,$
$I\_Cost_{3,5}=65, I\_Cost_{4,5}=21$
H-2. $X_{(2,3),2}=1, X_{(3,1),4}=1, X_{(2,3),4}=0, X_{(3,1),2}=0$
and Go to STEP F.

STEP F : Change Pairing(Master Setting/Assistant change)
$Y_{12}=1,\ Y_{23}=1,\ Y_{31}=1$ and

$X_{(1,2),1}=1, X_{(2,3),2}=1, X_{(2,3),3}=1,$

$X_{(3,1),4}=1, X_{(3,1),5}=1$

$Task\_Group_1=\{1\}, Task\_Group_2=\{2, 3\},$

$Task\_Group_3=\{4, 5\},\ J=\{1, 2, 3\}$

F-1. $C''_{11}=27, C''_{12}=12, C''_{13}=32,$

$C''_{21}=85, C''_{22}=76, C''_{23}=49,$

$C''_{31}=33, C''_{32}=75, C''_{33}=92$

F-2. $I\_Cost_{1,2}=57, I\_Cost_{1,3}=95, I\_Cost_{2,3}=47$

F-3. 모든 I_Cost가 0보다 크므로 Go to STEP G.

STEP G : Change Pairing(Master change/Assistant setting)

$Y_{12}=1,\ Y_{23}=1,\ Y_{31}=1$ and

$X_{(1,2),1}=1, X_{(2,3),2}=1, X_{(2,3),3}=1,$

$X_{(3,1),4}=1, X_{(3,1),5}=1$

$Task\_Group_1=\{4, 5\}, Task\_Group_2=\{1\},$

$Task\_Group_3=\{2,3\}\ I=\{1, 2, 3\}$

G-1. $C''_{11}=52, C''_{12}=12, C''_{13}=86,$

$C''_{21}=48, C''_{22}=20, C''_{23}=49,$

$C''_{31}=33, C''_{32}=16, C''_{33}=71$

G-2. $I\_Cost_{1,2}=45, I\_Cost_{1,3}=23, I\_Cost_{2,3}=37$

G-3. 모든 I_Cost가 0보다 크므로 Go to STEP H.

STEP H : Change Task Group(Master and Assistant setting)

$Pair_1=(1, 2), Pair_2=(2, 3), Pair_3=(2, 3),$

$Pair_4=(3, 1), Pair_5=(3, 1)\ , K=\{1, 2, 3, 4, 5\}$

H-1. $I\_Cost_{2,4}=16, I\_Cost_{2,5}=37,$

$I\_Cost_{3,4}=44, I\_Cost_{3,5}=65$

H-2. 모든 I_Cost가 0보다 크므로 STOP(알고리즘 종료).

알고리즘의 결과로 얻은 최종 근사해는 최적해와 동일하며, <Table 14>에 표시되어 있다.

Table 14. Results of Heuristic Algorithm in Example

조장	조원	작업 할당	총 작업량	Cost	평균 작업량	편차
1	2	1	10	12	34/3	10/3
2	3	2, 3	13	37+12 = 49		1/3
3	1	4, 5	17	19+14 = 33		11/3

주) Total Cost = 94.

심 동 현
공군사관학교 산업공학과 학사
연세대학교 정보산업공학과 석사
현재 : 공군 현역 근무
관심분야 : 시스템최적화, SCM

이 영 훈
서울대학교 산업공학과 학사
미국 Columbia 대학교 산업공학 석사
미국 Columbia 대학교 산업공학 박사
현재 : 연세대학교 정보산업공학과 부교수
관심분야 : 생산스케줄링, 시스템최적화, SCM