

등각원형배열을 고려한 코히어런트 다중신호 방향탐지 기법 연구

The Study of Direction Finding Algorithms for Coherent Multiple Signals in Uniform Circular Array

박철순* 이호주* 장원*
Cheol-Sun Park Ho-Joo Lee Won Jang

Abstract

In this paper, the performance of AP(Alternating Projection) and EM(Expectation Maximization) algorithms is investigated in terms of detection of multiple signals, resolvability of coherent signals and the efficiency of sensor array processing. The basic idea of these algorithms is utilization of relaxation technique of successive 1D maximization to solve a direction finding problem by maximizing the multidimensional likelihood function. It means that the function is maximized over only for a single parameter while the other parameters are fixed at each step of the iteration. According to simulation results, the algorithms showed good performance for both incoherent and coherent multiple signals. Moreover, some advantages are identified for direction finding with very small samples and fast convergence. The performance of AP algorithm is compared with that of EM using multiple criteria such as the number of sensor, SNR, the number of samples, and convergence speed over uniform circular array. It is resulted AP algorithm is superior to EM overallly except for one criterion, convergence speed. Especially, for EM algorithm there is no performance difference between incoherent and coherent case. In conclusion, AP and EM are viable and practical alternatives, which can be applied to a direction finder due to the resolvability of multi-path signals, reliable performance and no troublesome eigen-decomposition of the sample-covariance matrix.

Keywords : Direction Finding(방향탐지), Uniform Circular Array(등각원형배열), Alternating Projection(AP), Expectation Maximization(EM)

1. 서론

센서 배열 신호처리에서 파라미터 추정 문제는 소나, 레이더, 스마트 안테나, 의료 진단 장비 등 다양한 응용 분야에서 중요한 연구 주제로 다루어지고 있다^[1,2]. 이러한 연구의 관심사는 전통적인 푸리에 한계(fourier limit)를 초월하는 분해능을 가진 초분해능 기

† 2008년 12월 17일 접수~2009년 1월 22일 게재승인

* 국방과학연구소(ADD)

책임저자 : 박철순(csun@add.re.kr)

법에 관한 것이다.

기존 방향탐지 기법의 경우 분해능이 빔폭에 제한되어 다중신호 탐지가 곤란하고^[3], 임의 배열 구조에 적용가능하고 계산 부하가 낮음으로 널리 알려진 MUSIC(Multiple Signal Classification) 알고리즘의 경우 코히어런트 신호 분해가 불가능하며 이들 신호를 분해하기 위해 Spatial Soothing과 같은 전처리를 이용하는 경우에도 등간격 선형배열(ULA : Uniform Linear Array)에만 적용할 수 있다는 제한이 따른다^[4,5]. 스마트 제밍 또는 다중경로 반사파가 존재하는 상황에서 높은 상관도를 갖는 입사 신호들을 처리하기 위해서는 코히어런트 분해 능력이 요구된다. 일반적으로 파라미터 추정 기법들은 센서 배열구조에 따라 적용가능여부 및 그 성능이 달라진다^[6]. 특히, 원형 배열구조인 경우 전방향 탐지가 가능하고, 입사방향에 따른 탐지 정확도가 균일하다는 장점을 갖는다.

본 논문에서는 임의 배열구조에 적용성 및 코히어런트 분해에 있어서 최적 추정기법으로 알려져 있으나 매우 높은 계산 부하를 요구함으로써 실용성에 제한을 받는 ML(Maximum Likelihood) 기법에 대하여 그 장점을 유지시키면서 계산 부하를 낮출 수 있는 방법에 대해 고찰하였다. 즉, ML 기법이 갖는 다차원 탐색문제를 1차원 탐색문제로 완화시켜 파라미터를 추정하는 AP(Alternating Projection)^[2,7]와 EM(Expectation Maximization)^[8,9] 알고리즘을 방향 파라미터 추정에 적용하여 등각 원형 배열을 고려한 특징과 성능을 분석하였다.

본 논문의 구성은 먼저 2장에서 알고리즘에 대한 구체적인 설명에 앞서 신호 모델링과 AP 알고리즘의 특징 및 이를 이용한 방향탐지 추정 적용방안을 기술하고, 3장에서 EM 알고리즘의 개념을 살펴본 후 이를 이용한 방향탐지 추정 적용방안을 설명한다. 4장에서는 등각 원형 배열에서 AP 알고리즘과 EM 알고리즘을 이용하여 인코히어런트 및 코히어런트 신호에 대해 센서수, SNR, 샘플수, 파장대비 이격거리별 성능과 수렴속도를 비교분석하고, 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

2. AP 알고리즘

가. 신호 모델

센서 배열에 입사되는 D 개의 협대역 평면파 신호

는 식 (1)과 같이 모델링할 수 있다.

$$X_k = V(\psi)F_k + N_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

여기서, K 는 스냅샷 개수이고, ψ 는 추정하고자하는 DoA(Direction of Arrival)로서 식 (2)와 같이 정의된다.

$$\psi = [\psi_1 \ \psi_2 \ \dots \ \psi_D]^T \quad (2)$$

$V(\psi)$ 는 배열 매너폴드(manifold) 행렬이고, N_k 는 잡음 벡터이다. 이 때, 베이스밴드 신호 파형 벡터인 F_k 는 식 (3)과 같이 정의된다.

$$F_k = [F_{1k} \ F_{2k} \ \dots \ F_{Dk}]^T \quad (3)$$

다차원 탐색문제인 DML(Deterministic ML, 이하 ML)의 경우 식 (4)를 최대화하는 파라미터를 추정하게 된다^[2,5,7].

$$\hat{\psi}_{DML} = \underset{\psi}{\operatorname{argmax}} \{ \operatorname{tr}[P_v C_x] \} \quad (4)$$

여기서, $\operatorname{tr}[\cdot]$ 은 trace 연산자이며 P_v 는 신호 부공간으로의 투영행렬이고 C_x 는 수신신호의 공분산 행렬로서 다음과 같이 정의된다.

$$P_v = V(V^H V)^{-1} V^H \quad (5)$$

$$C_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K X_k X_k^H \quad (6)$$

나. AP 알고리즘을 이용한 방향탐지

AP 알고리즘은 다차원 최대화 문제를 연속적인 1차원 최대화문제로 대체하는 것으로서 배열 신호처리 문제에 대하여 Ziskind와 Wax가 최초로 적용하였다^[7].

AP 알고리즘은 식 (4)를 효과적으로 해결하기 위하여 매번 반복되는 단계마다, $(D-1)$ 개의 상수 파라미터와 오로지 1개의 파라미터에 대하여 최대화 문제를 반복 순차 투영한다.

따라서, $(k+1)$ 번째 반복에서 i 번째 DoA인 ψ_i 의 값은 식 (7)과 같이 1차원 최대화 문제로 완화된다.

$$\hat{\psi}_i^{(k+1)} = \underset{\psi}{\operatorname{argmax}} \left\{ \operatorname{tr} \left[P_{[v(\hat{\psi}_i^{(k)}), v(\psi)]} C_x \right] \right\} \quad (7)$$

$\hat{\psi}_1^{(k)}$ 는 식 (3)과 같이 첫 번째 성분이 제거된 k 번째 반복에서 추정된 벡터 파라미터 $(D-1) \times 1$ 의 값이다.

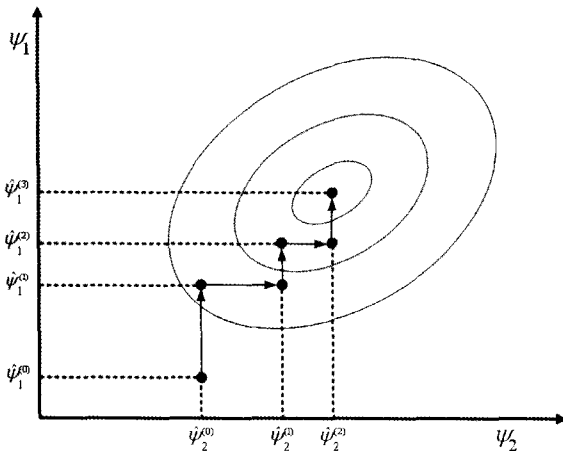
$$\hat{\psi}_1^{(k)} = [\hat{\psi}_2^{(k)} : \hat{\psi}_3^{(k)} : \dots : \hat{\psi}_D^{(k)}] \quad (8)$$

알고리즘은 $i=1$ 에서 시작하여 순차적으로 ψ_i 를 최대화한다. $i > 1$ 인 경우, $\hat{\psi}_i^{(k)}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{\psi}_i^{(k)} = [\hat{\psi}_1^{(k)} : \dots : \hat{\psi}_{i-1}^{(k)} : \hat{\psi}_{i+1}^{(k)} : \dots : \hat{\psi}_D^{(k)}] \quad (9)$$

$r < i$ 인 경우 ψ_r 의 추정 값은 이전에 추정된 $(k+1)$ 번째 반복에서의 추정된 결과이다. 즉, 투영행렬 공간을 고정 성분인 $N \times (D-1)$ 과 가변성분인 $(N \times 1)$ 로 분할하는 것이다.

2개 신호원에 대한 AP 알고리즘의 수렴과정은 그림 1과 같이 도식할 수 있는데, 알고리즘은 축과 평행하게 단계적으로 최대치로 수렴한다. 그 결과, 로그 우도함수 $L(\psi)$ 는 최소한 국소적 최대치 수렴이 보장된다고 할 수 있다.



[그림 1] AP 알고리즘의 순차투영 수렴 원리

초기치 설정을 위해 식 (10)과 같은 절차를 사용한다. 먼저, 단일 신호원 ψ_1 문제라고 가정하고 식 (10)을 적용한다.

$$\hat{\psi}_1^{(0)} = \underset{\psi_1}{\operatorname{argmax}} \left\{ \operatorname{tr} [P_{v(\psi_1)} C_x] \right\} \quad (10)$$

그 다음, 첫 번째 신호원이 $\hat{\psi}_1^{(0)}$ 에 있다는 가정하에 두 번째 신호원에 대해 식 (11)과 같이 해결된다.

$$\hat{\psi}_2^{(0)} = \underset{\psi_2}{\operatorname{argmax}} \left\{ \operatorname{tr} [P_{[v(\hat{\psi}_1^{(0)}), v(\psi_2)]} C_x] \right\} \quad (11)$$

D 개의 초기 추정값인 $\hat{\psi}_1^{(0)}, \dots, \hat{\psi}_D^{(0)}$ 를 획득할 때까지 이 과정을 계속하며, 이 때 매 단계마다, 이전 초기 값 모두를 알고 있다고 가정한다.

이들 초기치들을 이용하여 다시, 식 (10)~(11) 단계를 D 개의 신호에 대해 반복적으로 수행한다. 이러한 반복은 식 (12)와 같이 목표로 하는 수렴정확도 ϵ 가 만족될 때까지 i 와 k 에 대해 지속된다.

$$|\hat{\psi}_i^{(k+1)} - \hat{\psi}_i^{(k)}| < \epsilon, \quad i = 1, \dots, D \quad (12)$$

초기치 추정 후, 수렴속도를 개선하기 위해 투영행렬 속성을 이용한 투영행렬 갱신 과정^[7]은 본 논문에서는 적용하지 않는다. 선형 배열인 경우 상당한 수렴 속도개선이 확인되었으나^[10], 센서 배열의 개구면이 작은 원형 배열인 경우 근접된 코히어런트 다중 입사 신호에 대한 분해능이 나빠져서 실용성에 제한을 주게 된다.

3. EM 알고리즘

EM 알고리즘은 데이터의 일부가 손실 또는 관측되지 않는 경우에 파라미터를 추정하는 반복 기법으로서 E(Expectation)-스텝과 M(Maximization)-스텝으로 구성된다. EM 알고리즘의 기본적인 아이디어는 다음과 같다. 먼저 k 번째 샘플은 식 (1)과 같이 관측하고 $\hat{\psi}_{mi}$ 을 찾도록 하는 경우, X_k 대신에 식 (13)과 같이 Y_{ki} 를 관측할 수 있다고 가정한다.

$$Y_{ki} = v(\theta_i) F_{ki} + N_{ki}, \quad i = 1, 2, \dots, D \quad (13)$$

식 (13)은 D 개의 독립적인 1차원 최대화 문제의 집

합이 된다. 이때, Y_{ki} 와 X_k 간 변환은 H로 언급한다.

$$X_k = H(Y_{k1}, Y_{k2}, \dots, Y_{kD}) \quad (14)$$

Y_{ki} (여기서, $i = 1, \dots, D$)를 완전(complete) 데이터이고 X_k 를 불완전(incomplete) 데이터라고 일컬어진다. 따라서, EM 알고리즘이란 불완전 데이터에서 완전 데이터를 유도하고, 이 유도된 데이터를 DoA 추정시 사용하는 기법이라고 요약할 수 있다.

가. EM 알고리즘 개념

확률밀도 $p_X(X; \theta)$ 는 벡터 파라미터 θ 에 따라 변화하는 벡터 X 에 의해 관측되는 불완전 데이터이다. 비가역인 다대일 변환 $H(\cdot)$ 에 의해 X 에 관련되는 벡터 Y 에 의해 완전 데이터를 다음과 같이 표현한다.

$$X = H(Y) \quad (15)$$

Y 의 선택과 $H(\cdot)$ 는 유일하지 않기 때문에, EM 알고리즘의 성공적인 적용을 위해서는 Y 와 $H(\cdot)$ 의 적절한 선택이 중요하다.

Y 의 우도함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$L_Y(\theta) \cong \ln p_{Y|\theta}(Y) = \ln p_Y(Y; \theta) \quad (16)$$

Y 가 가용하다면, 함수 $L_Y(\theta)$ 를 최대화할 수 있다. 그러나 X 만이 가용하므로 X 와 현재 추정인 $\hat{\theta}^{(n)}$ 을 이용하여 $L_Y(\theta)$ 의 기대치를 찾을 수밖에 없다.

$Q(\theta, \hat{\theta}^{(n)})$ 을 E-스텝으로 다음과 같이 표현하면;

$$Q(\theta, \hat{\theta}^{(n)}) \cong E\{\ln p_Y(Y; \theta | X; \hat{\theta}^{(n)})\} \quad (17)$$

식 (17)은 X 와 $\hat{\theta}^{(n)}$ 에 대한 조건부 기대치가 된다.

다음으로 $\hat{\theta}^{(n+1)}$ 을 추정하는 $Q(\theta, \hat{\theta}^{(n)})$ 을 M-스텝으로 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\theta}^{(n+1)} = \arg \max_{\theta} Q(\theta, \hat{\theta}^{(n)}) \quad (18)$$

나. EM 알고리즘을 이용한 방향탐지

배열 신호처리에 EM 알고리즘을 적용하여 $\hat{\theta}_{DML}$ 을

추정하는 절차를 설명한다. 미지의 파라미터 θ 는 방위각에 해당하는 ψ 벡터와 신호 파형인 F 로서 $\theta = [\psi, F]$ 로 표기할 수 있다. 따라서, 그에 대한 우도함수는 식 (19)와 같다¹⁸⁾.

$$L(\theta) = - \sum_{k=1}^K |X_k - V(\psi)F_{kl}|^2 \quad (19)$$

여기서, $X_k(k=1, 2, \dots, K)$ 는 불완전 데이터이다. 완전 데이터에 대한 논리적인 선택은 잡음이 존재하는 상황에서 그 자체에 의해 관측되는 각 평면파 신호이다. 그러므로

$$Y_{kl} = v(\psi_l)F_{kl} + N_{kl}, \quad l = 1, 2, \dots, D \quad (20)$$

여기서, $E[N_{kl} N_{kl}^H] = \beta_l \sigma_w^2 I$ 이고, $\sum_{l=1}^D \beta_l = 1$ 이다.

블라인드 추정인 경우 일반적으로 $\beta_l = 1/D$ 을 사용한다. 그러면, X_k 는 식 (14)와 같이 표현된다.

$$X_k = \sum_{l=1}^D Y_{kl} \cong H \begin{pmatrix} Y_{k1} \\ Y_{k2} \\ \vdots \\ Y_{kD} \end{pmatrix} \quad (21)$$

여기서, X_k 와 Y_{kl} 은 결합 가우시안이므로 H 는 선형변환이다.

θ 를 식 (17)에 적용하면

$$Q(\theta, \hat{\theta}^{(n)}) = Q(\psi, F; \hat{\psi}^{(n)}, F^{(n)}) = E\{\ln p_Y(Y; \psi, F | X; \hat{\psi}^{(n)}, \hat{F}^{(n)})\} \quad (22)$$

로그 우도함수는 식 (23)과 같이 표현할 수 있다(상수항 무시).

$$L(Y; \psi, F) = - \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^D |Y_{kl} - v(\psi_l)F_{kl}|^2 \quad (23)$$

Y_{kl} 은 $v(\psi_{kl})F_{kl}$ 을 추정하기 위한 충분 통계량(sufficient statistic)^[11]이므로, 단지 조건부 평균만을 찾으면 된다.

$$\hat{Y}_{kl}^{(n)} \cong E\{Y_{kl} | X, \hat{\psi}^{(n)}, \hat{F}_k^{(n)}\} \quad (24)$$

Y_{kl} 과 X 는 결합 가우시안이므로, $\hat{Y}_{kl}^{(n)}$ 은 베이즈 정리(Bayes Rule)를 이용하여 추정함으로써 E-스텝은 완료된다.

M-스텝을 정의하기 위해서는, 먼저 완전데이터의 공분산을 다음과 같이 정리한다.

$$\hat{S}_{Y_l}^{(n)} \cong \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{Y}_{kl}^{(n)} \hat{Y}_{kl}^{(n)H} \quad (25)$$

개별 DoA별로 파라미터 $\theta = [\psi, R]$ 에 대하여 1차원 추정이 가능하도록 식 (26)~(27)과 같이 정리할 수 있다.

$$\hat{\psi}_l^{(n+1)} = \arg \max_{\psi_l} \left\{ \frac{v^H(\psi_l) \hat{S}_{Y_l}^{(n)} v(\psi_l)}{|v(\psi_l)|^2} \right\} \quad (26)$$

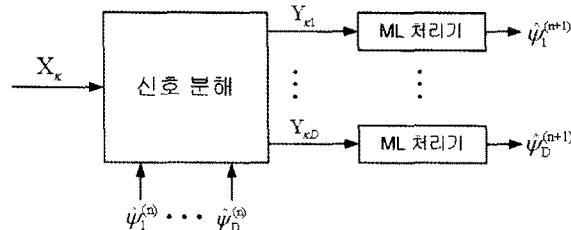
이 때, $l = 1, 2, \dots, D$ 이다.

$$\hat{R}_{kl}^{(n+1)} = \frac{v^H(\hat{\psi}_l^{(n+1)}) \hat{Y}_{kl}^{(n)}}{|v(\hat{\psi}_l^{(n+1)})|^2} \quad (27)$$

여기서, $l = 1, 2, \dots, D$, $k = 1, 2, \dots, K$ 이다.

$\hat{\psi}_l^{(n+1)}$ 은 그림 2와 같이 Y_{kl} 에 근거한 ML 추정이 된다.

알고리즘은 초기 추정치 $\hat{\theta}^{(0)}$ 으로부터 시작하며 이들 초기치를 이용한 EM 알고리즘의 반복은 식 (12)와 같이 수렴 정확도가 만족할 때까지 지속된다.



[그림 2] EM 알고리즘

4. 시뮬레이션 및 성능비교

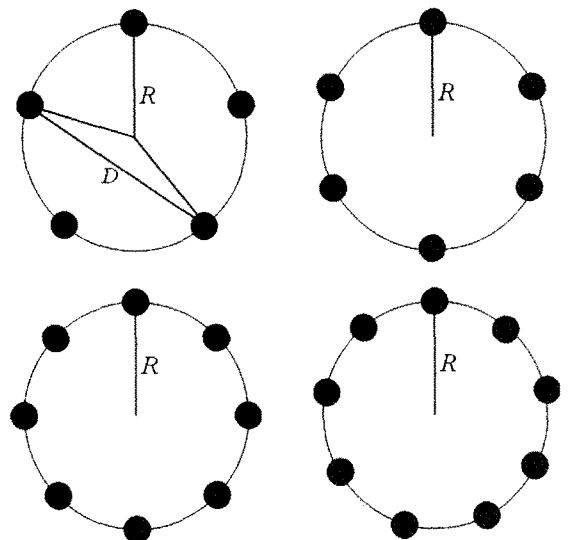
AP와 EM 알고리즘에 대한 시뮬레이션은 센서간

최대 이격거리인 개구면 배이스라인이 수 미터(m) 이내이고 입사신호의 파장이 수 미터 정도인 신호를 대상으로 이격거리가 0.5λ 이하를 중심으로 시뮬레이션을 수행되었다. 입사 신호 개수는 주어지거나 MDL (Minimum Description Length)^[4] 등에 의해 추정한 결과를 이용한다고 전제하였다. 이들 알고리즘의 성능을 확인하기 위해 등각원형배열(UCA) 구조에서 센서수, SNR, 샘플수, 이격거리별 성능과 실행시간을 비교분석하였다.

가. 센서수

센서수가 등각 원형 배열구조에서 가장 많이 이용되는 5, 6, 8, 9소자를 대상으로 시뮬레이션을 수행하였다. 5소자 배열구조의 대각길이(D)를 입사신호의 반파장($D/\lambda=0.5$)으로 설정하여 반경(R)을 계산한 후, 이 길이를 그림 3과 같이 다른 배열구조에도 동일하게 적용하였다. 따라서, 반경(R)은 동일하지만 배열구조에 따라 개구면의 최대 크기(D)는 다소 상이하게 설정된다(6과 8소자 등각원형 배열인 경우 개구가 최대가 됨).

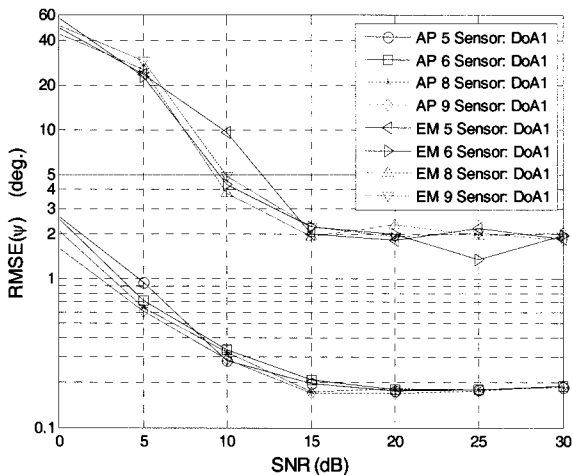
4종의 등각 원형 배열 구조에 대해 SNR별 RMSE (Root Mean Square Error)를 계산하기 위해 독립시행 100회, 샘플수는 1024개, 2개 입력신호(동일 파워) 이격각도는 23.58° 로 설정하였다(이격각도는 표준 5소자 선형배열의 3dB 빔폭으로 상호 비교를 위해 설정하였음).



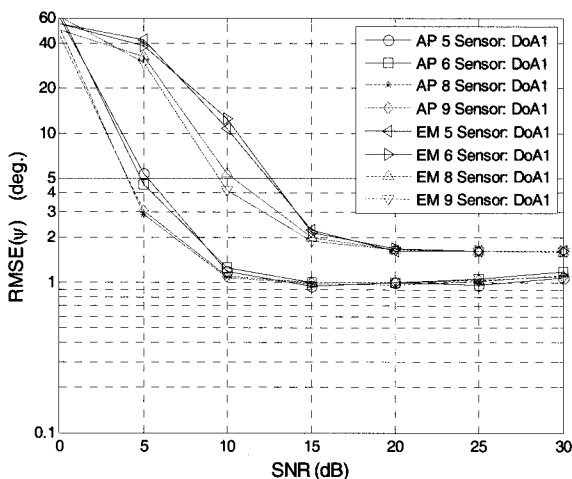
[그림 3] 등각 원형 배열 구조(5, 6, 8, 9소자 구성)

그림 4~5는 2개의 인코히어런트 및 코히어런트 신호에서 각각 1개의 신호에 대한 결과를 도식한 것이다. 그림 4의 인코히어런트 신호에 대한 AP 알고리즘의 경우, 0dB이상에서 3° RMSE이하의 우수한 성능을 보였으나, EM 알고리즘의 경우에는 15dB이상에서 동급 수준의 성능에 도달하였다.

그림 5는 코히어런트 신호에 대한 AP 알고리즘의 성능이 5dB이상에서 5° RMSE 정도임을 보여준다. 이를 통하여 인코히어런트에 비해서 성능이 5dB 정도 저하되는 것을 확인할 수 있다. EM 알고리즘의 경우 인코히어런트에 비해서 그 성능 차이가 거의 없는 것을 확인할 수 있다.



[그림 4] 배열구조에 따른 성능변화(인코히어런트)



[그림 5] 배열구조에 따른 성능변화(코히어런트)

4종의 배열 구조간의 성능차이는 2개 알고리즘에서 크게 나타나지 않는다. 이는 선형 배열 구조에서와는 달리 원형 배열 구조의 경우에는 센서수 변화에 따른 배열 개구의 크기 차이가 크지 않기 때문으로 판단된다. 동일 반경(R) 조건에서 최대 개구를 갖는 6과 8 소자 배열에서 낮은 SNR에서 그 성능이 다소 우수한 것을 볼 수 있다.

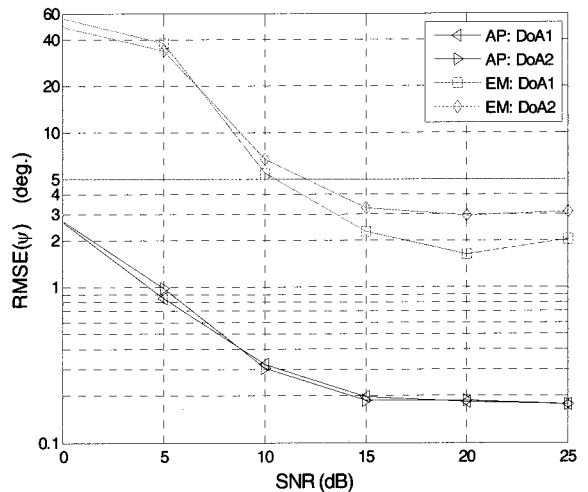
나. SNR

SNR 변화에 따른 성능 추이를 확인하기 위해서 5 소자 등각원형배열 구조를 이용하여 그림 6~7과 같이 인코히어런트 및 코히어런트 신호 각각에 대해 시뮬레이션을 수행하였다.

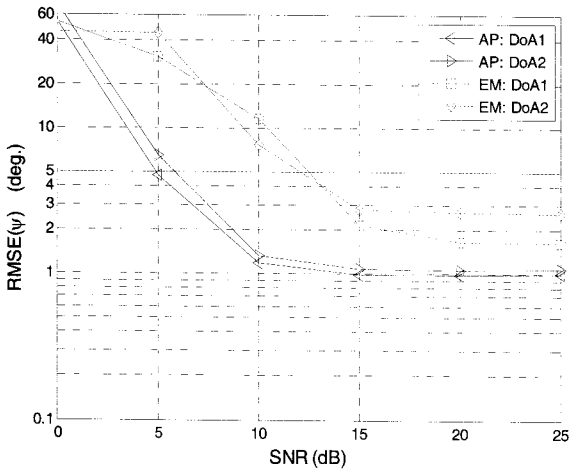
SNR별로 RMSE를 계산하기 위해서 독립시행은 100회, 샘플수는 1,024개이고 입력신호(동일 파워) 2개(동일 파워)의 이격각도는 23.58°로 설정하였다.

그림 6의 인코히어런트 신호에 대한 AP 알고리즘에서는 입사신호 모두가 0dB이상에서 모두 3° RMSE이하의 양호한 성능이 확인되었다. 그러나, EM 알고리즘의 경우 10dB 수준에서 5° RMSE의 오차가 발생하였다.

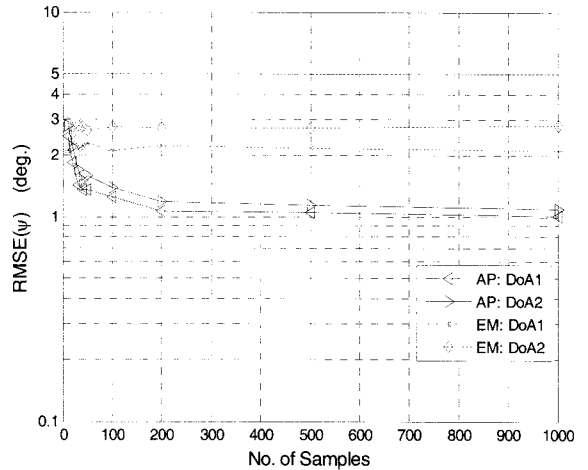
그림 7은 코히어런트 신호를 입사시켜 수행한 결과이다. EM 알고리즘은 인코히어런트 신호에 의한 결과와 유사한 성능을 보였다. AP 알고리즘의 성능 열화는 5dB이하에서 크게 나타났고, 수렴 성능 역시 0.2° RMSE에서 1.0° RMSE로 저하되는 것을 볼 수 있다.



[그림 6] SNR 대 RMSE(인코히어런트)



[그림 7] SNR 대 RMSE(코히어런트)

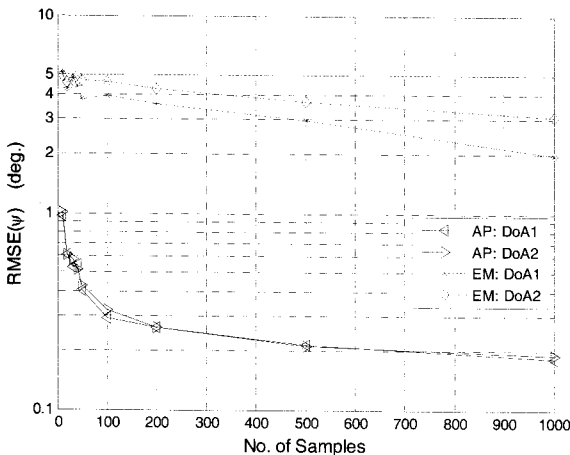


[그림 9] 샘플수 대 RMSE(코히어런트)

다. 샘플수

그림 8~9는 5소자 등각원형배열 구조를 이용하여 입사신호에 대해 샘플수 변화에 따른 성능 추이를 관측한 결과이다. 여기서 입력신호 2개의 공간이격 각도는 23.58° 이고 SNR은 15dB(동일 파워)를 적용하였다.

그림 8의 인코히어런트에 대하여 AP 알고리즘은 샘플수 10개 이상에서 모두 1° RMSE이하의 성능을 보였고, 샘플수 500개 이상의 경우에는 0.2° RMSE로 수렴하는 것을 확인할 수 있다. EM 알고리즘은 샘플수 10개 이상인 경우에서 입사신호 모두가 5° RMSE이하의 성능을 보였고 샘플수 1000개 인 경우에는 2개 방위각 모두에 대하여 3° 및 2° RMSE로 낮아지는 것을 확인하였다.

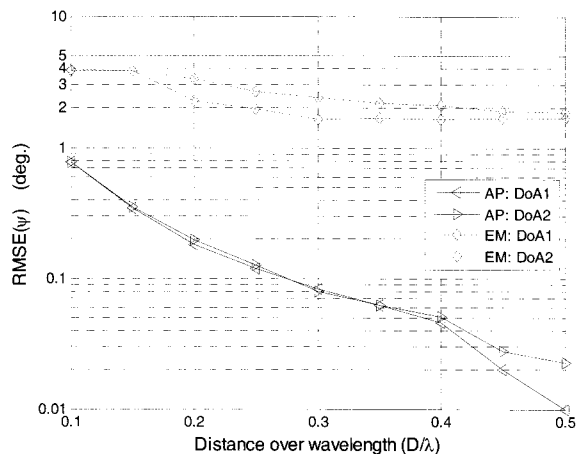


[그림 8] 샘플수 대 RMSE(인코히어런트)

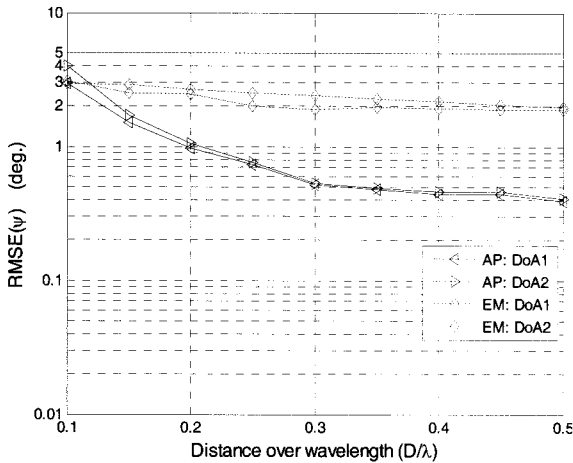
코히어런트 신호 입사의 경우(그림 9), AP 알고리즘은 샘플수 200개 이상의 경우에 대하여 모두 1° RMSE 수준으로 수렴하였다. 그러나, 인코히어런트 신호에 비해 성능이 0.2° RMSE에서 1° RMSE 수준으로 저하되는 것을 볼 수 있다. 그러나, EM 알고리즘은 AP 알고리즘과 달리 샘플 수 변화에 따른 성능차 거의 없다는 특징을 확인할 수 있었다.

라. 파장대비 이격거리

그림 10~11은 5소자 등각원형배열 구조를 이용하여 입사신호에 대해 이격거리변화에 따른 성능을 도시한 결과이다. 설정 조건은 공간이격 각도가 23.58° , SNR은 15dB(동일 파워), 샘플수는 1,024개인 조건이다.



[그림 10] 이격거리 대 RMSE(인코히어런트)



[그림 11] 이격거리 대 RMSE(코히어런트)

그림 10에서 인코히어런트 신호에 대한 AP 알고리즘은 낮은 주파수대를 나타내는 파장대비 이격거리가 0.1λ에서도 1°RMSE 이하의 우수한 성능을 보여주었고, 이격거리가 증가함에 따라서 비례적으로 그 성능이 향상되는 것을 볼 수 있다. EM 알고리즘은 이격거리가 0.1λ인 경우에서 4° RMSE 수준의 성능이 관찰되었고, 이격거리가 증가함에 따라서 점차 2° RMSE 이하로 성능 저하가 발생됨을 볼 수 있다.

코히어런트 신호 입사의 경우(그림 11)에 대하여 AP 알고리즘은 이격거리가 0.1λ에서도 4° RMSE 이하이고, 이격거리가 0.2λ이상에서부터 1° RMSE 이하로 낮아지는 것을 볼 수 있다. 이격거리가 향상됨에 따라 0.4° RMSE로 수렴되는 것을 확인할 수 있다.

EM은 이격거리가 0.1λ에서 3° RMSE 이하의 성능이 관찰되었고, 이격거리가 증가함에 따라 2° RMSE 수준으로 수렴되는 것을 볼 수 있다. EM 알고리즘은 전반적으로 인코어런트 신호의 경우와 유사한 성능을 보여 준다.

마. 실행시간(수렴속도)

인텔 CoreTM2 Duo 2.4GHz PC 환경에서 5소자 등각 원형배열에서 2개의 입사신호(샘플수 1024개)에 대한 추정 시간을 비교하였다. 표 1에서 보듯이 EM 알고리즘은 AP 알고리즘에 비해 그 수행속도가 약 4.36배 정도 빠르다.

특히, EM 알고리즘 시뮬레이션에서, 식 (27)의 신호 파형 벡터 추정 속도를 가속시키기 위해서 최소자승 추정^[8] 방식으로 대처하여 수행하였다. AP 알고리즘의

시뮬레이션에서 투영 행렬 속성을 이용한 수렴 속도 개선이 가능하나^[7,10] 원형 배열 구조와 같이 개구면이 작은 경우에 대해서는 다중 신호 분해능이 저하되므로 적용하지 않았다. 또한 이들 알고리즘에 대해 탐색 방식을 개략탐색(coarse search)과 정밀탐색(fine search)으로 구분함^[12,13]으로써 수행시간 단축을 도모하는 것이 가능하다. 또한 EM 알고리즘의 수렴속도 개선을 위하여 SAGE(Space Alternating Generalized Expectation maximization)^[14]와 같은 기법의 적용을 생각할 수 있다.

[표 1] 기법별 수행시간 비교

기법	항 목	수행시간(ms)	성능지수
AP		8.50	4.36
EM		1.95	1

5. 결론

배열신호처리에서 AP와 EM 알고리즘을 방향 제인 추정문제에 적용하여 다중신호 탐지 능력, 코히어런트 분해 성능 및 알고리즘의 효율성을 고찰하였다. 이들 알고리즘의 기본적인 개념은 계산 부하가 매우 높은 다차원 유도함수의 최대화 문제를 순차적인 1차원 최대화 문제로 완화시킴으로써 복잡도를 낮춰서 해결하는 것이다. 즉, 반복되는 매 단계마다 추정하고자 하는 다수개의 파라미터에서 단지 1개의 파라미터에 대해서만 최대화를 적용하는 기법이다.

시뮬레이션을 통한 성능 분석 결과, 이들 알고리즘은 다중신호 입사 신호에 대하여 인코히어런트뿐만 아니라 코히어런트 신호도 탐지할 수 있으며 극히 적은 샘플수에 대해서도 방향추정이 가능하다. 또한 낮은 계산 부하에 따른 알고리즘의 수렴속도 역시 매우 빠르다는 장점을 보였다. 동일 조건의 센서수, SNR, 샘플수에서 AP 알고리즘이 EM 알고리즘 보다 우수한 성능을 보이는 반면, EM 알고리즘은 코히어런트와 인코히어런트 신호에 대한 성능차이가 매우 적고 AP 알고리즘에 비해서 수렴속도가 빠르다는 특징을 확인하였다.

이들 알고리즘은 공히 샘플 공분산 행렬의 고유치 분해를 요구하지 않는 기법으로써 다중경로 신호환경에서 코히어런트 신호를 보다 효과적으로 처리할

수 있는 대안으로 등각원형배열을 포함한 다양한 배열구조에 적용가능한 실용적인 알고리즘으로 판단된다.

Reference

- [1] Hamid Krim and Mats Viberg, "Two Decades of Array Signal Processing Research", IEEE SP Mag., pp. 67~94, July 1996.
- [2] Van Trees, Optimum Array Processing, Wiley, 2002.
- [3] Cheol-Sun Park and Dae Young Kim, "The Fast Correlative Interferometer Direction Finder using I/Q Demodulator", in Proc. 12th Asia-Pacific Conference on Communication(APCC), 1C1, Aug. 2006.
- [4] Joseph C. Liberti, Jr. and T. S. Rappaport, Smart Antennas for Wireless Communications, Prentice Hall, 1999.
- [5] 박철순, 장원, 임중수, "입의 배열구조에 적용 가능한 초분해능 방탐기법 성능비교", 제9차 통신전자학술대회, pp. 289~294, 2005.
- [6] Cheol-Sun Park, Won Jang and Dae-Young Kim, "The Array Geometry Design in Airborne Microwave 2-D Direction Finding", in Proc. IEEE Sensor Array and Multi-channel Processing(IEEE SAM), pp. 65~69, July 2006.
- [7] Ilan Ziskind and Mati Wax, "Maximum Likelihood Localization of Multiple Sources by Alternating Projection", IEEE Trans. ASSP, Vol. 36, No. 10, Oct 1988.
- [8] Michael I. Miller and Daniel R. Fuhrmann, "Maximum-Likelihood Narrow-band Direction Finding and the EM Algorithm", IEEE Trans. ASSP, Vol. 38, No. 9, pp. 1560~1577, Sep. 1990.
- [9] Meir Feder and Ehud Weinstein, "Parameter Estimation of Superimposed Signals Using the EM Algorithm", IEEE Trans. ASSP, Vol. 36, No. 4, pp. 477~489, Apr. 1988.
- [10] 박철순, 나선필, 장원, "순차 투영 메소드를 이용한 다중신호 방향탐지기법의 성능분석, 제12차 통신전자학술대회, pp. 500~505, 2008.
- [11] Steven. M. Kay, Fundamentals of Statistical Signal Processing, Vol. 1 Estimation Theory, Prentice Hall PTR, pp. 101~131, 1993.
- [12] 박철순, 양종원, 최준호, 초분해능 방탐장치 개략 설계, 국방과학연구소, TEDC-509-050480, 2005. 7.
- [13] J.-H. Lee and S.-H. Jo, "On Initialization of ML DOA Cost Function for UCA", Progress In Electromagnetics Research Mag., Vol. 3, pp. 91~102, 2008.
- [14] C. M. Tan, M. Landmann, A. Richter, L. Pesik, M. A. Beach, and Ch. Schneider, "On the Application of Circular Arrays in Direction Finding Part II : Experimental Evaluation on SAGE with Different Circular Arrays", in Proc. 1st Annual COST 273 Workshop, May 2002.