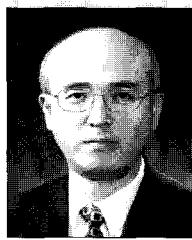


XFINAS 3.0을 이용한 교량의 해석 및 설계

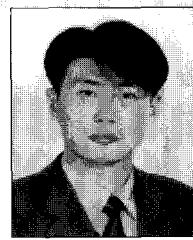
Analysis and Design of Bridges Using XFINAS 3.0 System



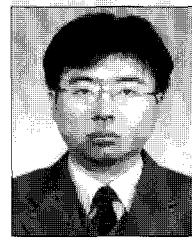
변윤주*



김기두**



김현기***



김도***

* (주) 동호 토목사업본부장 부사장
 ** 건국대학교 사회환경시스템공학과 교수
 *** (주) 동호 전산개발실 차장

1. XFINAS 소개

XFINAS는 구조물의 선형 및 비선형 동적 해석을 수행하기 위하여 개발된 범용 유한요소해석 시스템이다. XFINAS의 초기 버전인 FINAS는 영국 런던의 임페리얼공대(Imperial College, London)에서 대형컴퓨터 전용의 강구조물의 비선형 해석을 위하여 개발되었으며, AIT 및 건국대학교와 설계자들에 의하여 개인용 컴퓨터 전용으로 선형 및 비선형 동적 해석 버전인 XFINAS(eXtended FINAS)로 확장되어 토목, 건축, 기계 및 항공기 등의 구조 해석 및 설계의 범용 목적으로 재개발되었다.

XFINAS는 선형, 비선형 해석, 고유진동수, 좌굴, 선형 동적, 비선형 동적, 지진해석, 차량 이동하중에 의한 교량해석, 철도교/차량 등의 동적 해석, 장대교의 공탄성 해석, 압밀 해석 등을 수행할 수 있으며, 기존의 상용 프로그램이 보유하고 있지 않은 많은 기능을 보유하고 있으며, XFINAS의 대표적인 해석기능은 표 1과 같다. XFINAS의 전후 그래픽 처리 기법(Pre&Post Processor)은 스페인 CIMNE의 Eugenio Onate교수의 연구 그룹에서 개발된 GID의 그래픽을 이용하였다. GID의 트리 메뉴를 이용하여 유한요소의 기본 개념에 따라 1) 문제선택 2) 요소선택 3) 재료특성 선택 4) 기학적특

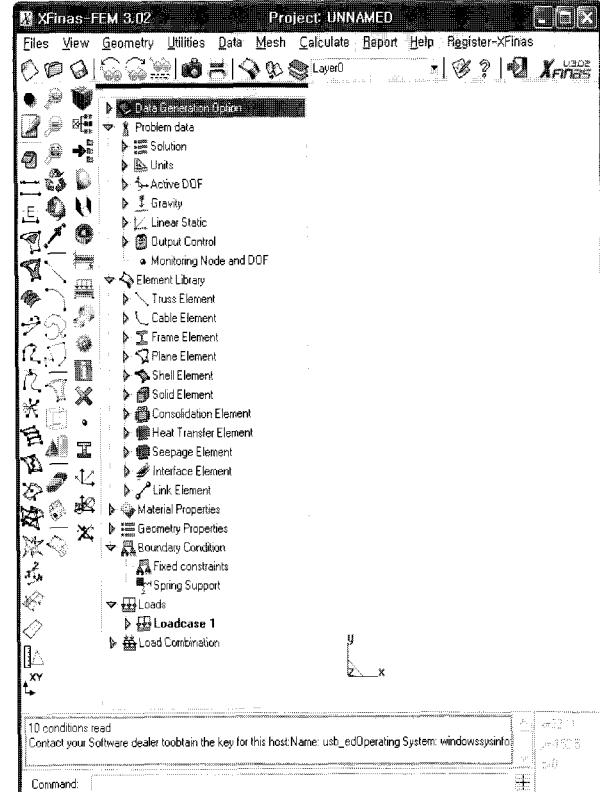


그림 1 XFINAS의 트리메뉴

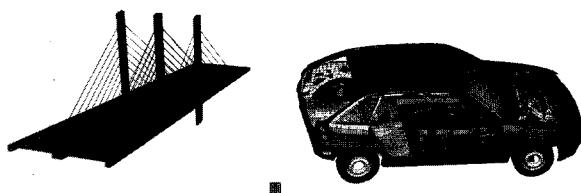


그림 2 GID의 Automatic Mesh Generation

성 선택 5) 경계조건 6) 하중재하의 순서를 따르면 초보자도 쉽게 해석할 수 있게 되었다.

현재 건국대학교 사회환경시스템공학과 전산구조연구실에서 기술개발을 하고 있으며, XFINAS의 대표적인 요소 및 솔루션 특성은 SCI저널에 지속적으로 발표하였으며, computational mechanics분야의 세계적인 연구소 CIMNE의 석학 Eugenio Onate교수와 한국전산구조공학회에서 XFINAS의 검증을 완료하였다.

2. 교량의 해석 및 설계 적용

XFINAS는 일반교량과 PSC교량, 현수교 및 사장교 등의 특수교량의 모델링이 가능한 요소를 보유하고 있으며, 이동하중을 포함한 다양하고 편리한 차량하중이 개발되어 교량의 해석 및 설계가 가능하며 대표적인 XFINAS 교량해석 기능은 다음과 같다.

- 3차원의 비선형 정적 및 비선형 동적 해석 및 지진해석
- PSC교, 사장교, 현수교, Steel Box, 아치교 등 다양한 조건의 교량 해석 및 설계
- 강합성교 및 PSC교의 시공단계에서의 해석
- 초기 설계를 위한 제작 Camber 및 시공단계별 Camber 계산
- 케이블 탄성계수 및 Sag를 고려한 사장교 해석기능
- 시공단계중 사장교에서의 각 Cable에 대한 초기 장력 계산
- 뒤틀림(warping)을 포함한 7 자유도 프레임 요소를 탑재하여 시공단계 및 완성계 교량의 해석
- 신기술인 쉘 요소를 이용한 3차원 PSC 교량의 시공단계 해석을 탑재하여 부반력 계산, 횡방향 텐던 계산 및 배치
- 장대교의 동적 내풍 해석(플러터, 버페팅)

표 1 XFINAS 대표적인 해석기능

Linear and Nonlinear Static Analysis
Dynamic Time-history analysis (Central difference Method, Newmark-beta, Wilson-theta and HHT Methods)

Mode superposition method for linear dynamic analysis with damped and undamped system (Eigenvector, Load dependent Ritz vector)

Seismic analysis (Time integration method, Mode superposition method, Response spectrum methods, Multiple supports analyses)

Co-rotational method for nonlinear shell & Frame element

Nonlinear solution control algorithm (Load control, Displacement control, Constant arc-length, Automatic arc-length control method)

Geometrical nonlinearity (Updated Lagrangian Method)

P-Delta analysis (Fast nonlinear analysis)

Elasto-plastic material (Von-Mises with strain hardening, Ilyushin-Ivanov with strain hardening, Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, Tresca)

Fiber-reinforced composite materials with the progressive failure analysis (Maximum stress, Tsai-Wu, Tsai Modified Puck Criterion Theory)

Postbuckling analysis of frame, plate and shell

Warping analysis of frame element

Frame element with Fiber Section

Eigenvalue analysis

Buckling and natural frequency analysis

Vibration control using viscous damper Base-isolation with friction

Concrete Creep and shrinkage (CEB-FIP Model Code 90, ACI, 2007 대한민국 콘크리트 시방서)

Offset, Pin & Hinge (end release) connection

Nonlinear link element (Gap, Hook & Gap-Hook)

Interface Element (nonlinear 1-D Bond-link element, 2D & 3D Steel-concrete, Soil-structure)

Automatic Bridge moving load (AASHTO, Korean Influence line analysis (frame element and shell element))

Standard steel section property (Korean-code, Euro-code, AISC)

3D dynamic analysis of bridge-vehicle interaction

- Moving axle loading
- Articulated high-speed train (TGV / KTX)
- Independent car-train (Shinkansen / Taiwan HST)

Aerodynamic analysis of long span bridges (Flutter, Buffetting) Optimization of cable tension

Loss of prestressing in pre-tensioned and post-tensioned structures (Instantaneous loss : elastic shortening, friction and anchor slip, Time dependent loss : creep, shrinkage and relaxation)

Construction analysis of long span bridge, PSC bridge and & steel bridge

Ultimate load analysis of PSC bridge under tendon force

2-D & 3-D seepage analysis

Heat Transfer analysis

Nonlinear Coupled analysis of Pressure-Soil interaction

- 2-D Biot Consolidation (4-node EAS)
- 3-D Biot Consolidation (8-node EAS)

2.1 도로교

XFINAS의 도로교 해석기능의 특징은 다음과 같다.

- 프레임 및 쉘 요소를 이용한 이동하중 해석
- 한국, ASSHTO, BS, Italy, Japan, India 시방서 및 사용자에 의한 차량하중 재하 가능
- 쉘요소에 작용하는 차량하중의 자동 분배
- 교량의 임의의 위치에 작용하는 DB 및 DL하중을 절점에 자동분배
- DB 및 DL하중에 의한 하중 경우(LOAD CASE)를 자동생성하여 최대 모멘트 및 전단력을 소팅하는 기능 제공
- 이동하중에 의한 3차원 시뮬레이션 제공
- 모든 하중에 대한 단면의 임의의 위치에서 응력분배 제공 및 하중 조합
- 긴장력을 받는 프리 & 포스트 텐션 거더의 극한하중 해석

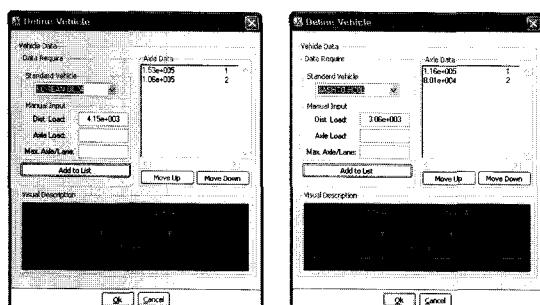


그림 3 도로교 하중

2.2 철도교

KTX 및 새마을 열차 등의 주행에 따른 차량의 구조적 안전성, 주행 안전성 및 승차감 측면에서 평가할 수 있는 차량/궤도/교량 상호작용을 고려한 교량의 3차원 동적 해석을 할 수 있으며 차량/궤도/교량의 실질적인 모델링을 위하

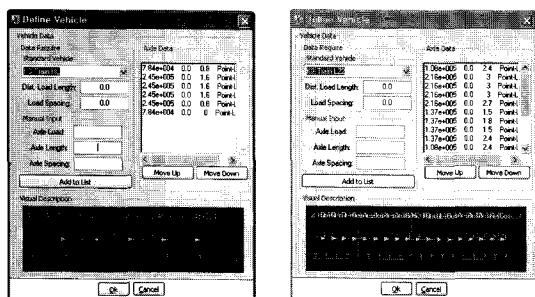


그림 4 철도교 하중

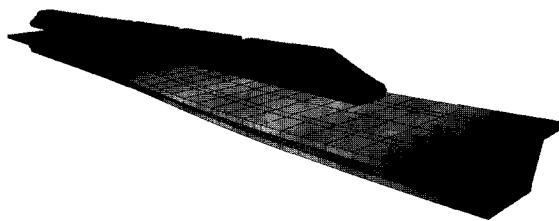


그림 5 KTX 고속철도교량의 3차원 동적 해석 결과

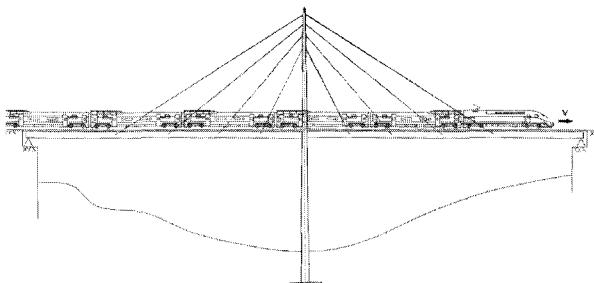


그림 6 철도교/궤도/열차의 상호 작용을 고려한 3차원 동적해석

여 차륜/레일 접촉 모델링을 위한 헤르찌안 스프링 및 도상에 대한 윈클러 요소가 적용되어 있다. 또한 이동하중으로 LS하중, KTX하중등 열차하중을 선택할 수 있다.

2.3 프리스트레스트 콘크리트(PSC) 교량

XFINAS는 PSC교량 해석에 있어 다음과 같은 항목을 고려하면서 시공단계 해석 및 설계를 할 수 있으며, PSC Frame 요소와 PSC Shell요소를 사용하여 해석을 할 수 있다.

- PC 교량의 시공중 텐던의 긴장력 손실량 계산 및 손실량 계산 및 절점으로 자동 분배
- 포물선 및 2 차 방정식을 이용한 텐던 형상의 자동 생성 및 그래픽 인터페이스를 이용한 텐던형상의 직접입력기능
- 부재, 하중, 텐던 및 이동 기계장치의 제거 및 추가기능
- 긴장력 손실 계산
 - 즉각 손실: 탄성 수축, 마찰, 앵커슬립
 - 시간의존 손실: 크리아프, 견조수축 및 릴렉세이션
- 시공단계 해석(Traveler 하중, 하중의 추가 및 제거기능)
- 교량의 하중경우(load case)를 자동 재하 하고 결과를 애니메이션 할 수 있는 기능

현재 PSC 박스 교량은 프레임 요소를 이용한 시공단계 해석 및 설계를 수행하고 있다. 이 요소에 의한 해석 및 설계는 교량 전체 구조를 단순한 뼈대 요소로 가정하여 해석하는 계산으로 직선교나 곡선반경이 큰 곡선교와 같이 내

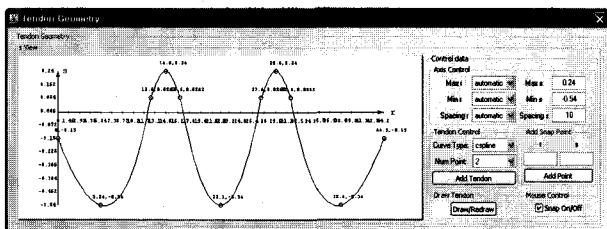


그림 7 GUI를 이용한 텐던형상 입력
(곡선의 포인트를 움직여 텐던형상을 입력할 수 있음)

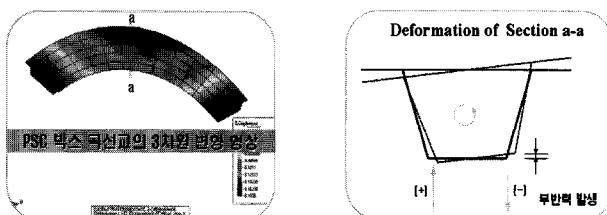


그림 8 PSC 박스 곡선교의 변형 형상

측, 외측 거동이 다르지 않은 경우에는 간편하게 적용할 수 있다. 그러나 PSC 교량 중 곡선 램프교 등 곡률반경이 작은 교량의 경우는 그림 8에서 알 수 있는 것과 같이 교량의 외측 및 내측의 변위 및 응력 값이 현저히 다르다.

프레임 요소를 이용한 설계는 교량 전체 구조를 단순한 프레임 요소로 가정하기 때문에 시공중 PSC 교량의 정밀 거동을 해석할 수 없고 특히 곡선교의 내측 및 외측 해석에 있어 부적절한 결과를 가져올 수 있다. 이러한 단점을 해결하기 위하여 건설교통부 건설기술혁신사업의 연구과제로 PSC 교량의 시공중 해석을 위한 PSC 3차원 쉘요소를 개발하였으며 XFINAS 프로그램에 탑재할 예정이다. PSC 쉘요소를 이용하면 프레임요소 사용시 고려할 수 없었던 횡방향 텐던을 모델링할 수 있어 종방향 텐던과 횡방향 텐던을 동시에 고려한 해석을 수행할 수 있어 프레임요소 보다 정확한 거동을 예측할 수 있다.

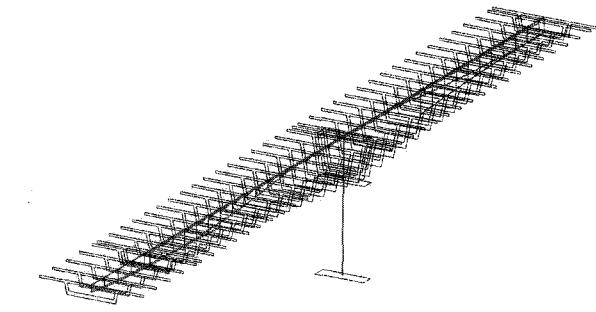


그림 9 PSC 교량 모델링(프레임요소)

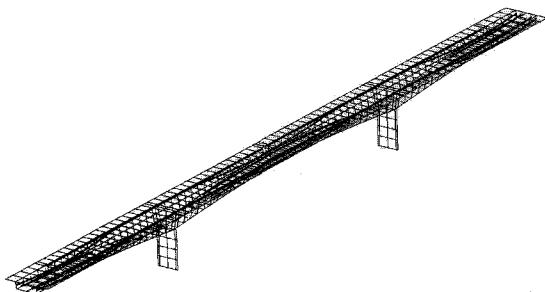
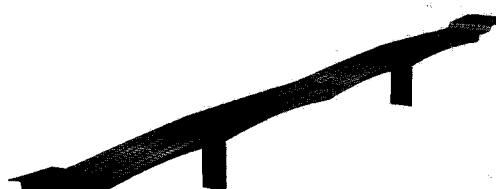


그림 10 PSC 교량 모델링(PSC 쉘요소)



그림 11 PSC Frame 요소를 이용한 PSC교량의 해석결과 – 모멘트도



At complete
Convergence Factor: 1.0e-06
Deformation (1,20): Displacement Iter At complete, step 1.

그림 12 PSC Shell 요소를 이용한 PSC교량의 해석결과 – 처짐

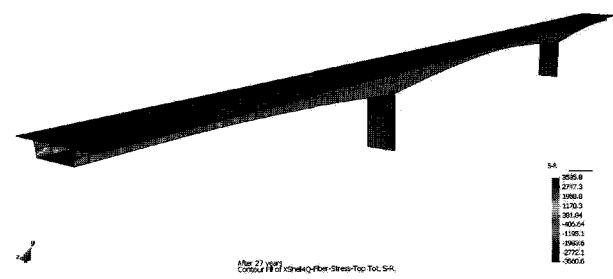


그림 13 PSC Shell 요소를 이용한 PSC교량의 해석결과 – 응력

2.3 사장교의 해석 및 초기 긴장력 산정

사장교의 설계에서는 완성상태(고정하중을 재하한 상태)의 케이블 장력을 결정하는 방법을 설계자가 판단으로 결

정할 수 있다는 것이 큰 특징이다. 케이블의 장력 결정은 보강형과 주탑의 설계시 밀접한 관련이 있으며, 실제 사장교 설계에 이용되는 필요조건은 다음과 같다.

- ① 보강형의 휨모멘트 및 변위는 최대한 0에 가깝게 한다.
- ② 완성시 주탑에 휨모멘트를 발생시키지 않는다.
- ③ 캔틸레버 가설의 경우 보강형의 폐합시에 폐합을 위한 힘(강제력)을 이용하지 않게 한다.

XFINAS에서는 최적화기법이 적용된 케이블의 초기긴장력 계산 모듈이 내장되어 있어 설계자가 편리하게 초기 긴장력을 구할 수 있다.

PSC 사장교의 비선형 콘크리트 재료 모델을 고려한 대변형 비탄성해석에 의한 변형된 형상을 다음에 나타내었다.

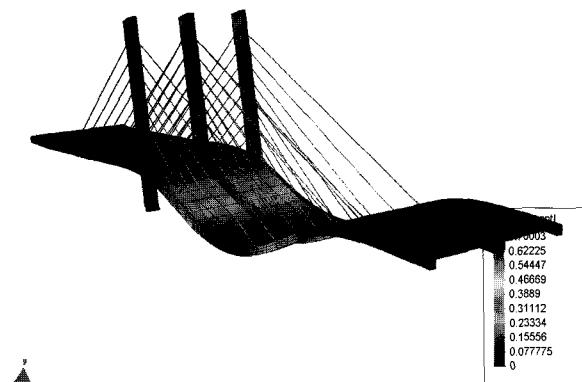


그림 14 PSC 사장교의 대변형 비탄성해석

2.4 교량의 동적해석/내진해석

XFINAS의 동적해석기능으로 시간 적분법과 모드 중첩법을 사용 할 수 있다. 시간적분법으로 중앙 차분법, 뉴마크베타법, 월슨 쉐타법, HHT (Hilber, Hughes, Taylor)을 선택할 수 있으며 모드 중첩법은 고유벡터와 리초벡터를 선택하여 사용할 수 있다. 지진해석 혹은 구조물의 비선형 동적해석을 위하여 HHT법에 의한 시간적분법이 적용되어 있다.

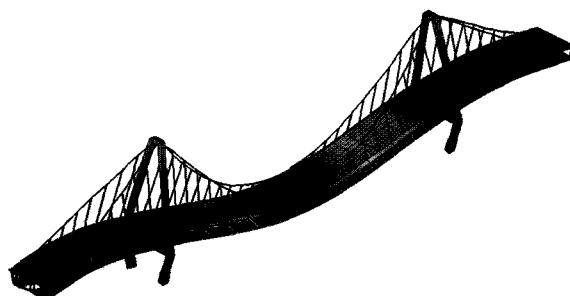


그림 15 현수교 고유진동 해석

2.5 장대교의 내풍해석 및 설계

동적 내풍 해석및 설계를 위하여 본 연구실에서 플러터 및 베페팅 해석을 위한 공탄성 해석 연구를 완료하여 모듈을 XFINAS에 탑재하였다. 그리고 입자유한요소법 (Particle Finite Element Method) 혹은 개별 요소법(Discrete Element Method)으로 불리는 방법에 의하여 CFD 해석 묘듈을 개발하고 있으며, 전산유동장 해석(CFD)과 공탄성 해석을 결합하여 연성 유체-구조 상호작용 해석 묘듈을 다음 버전에 탑재할 예정이다. 따라서 XFINAS를 이용하여 장대 케이블 교량의 2-D 및 3-D 내풍 해석및 설계를 수행할 수 있다.

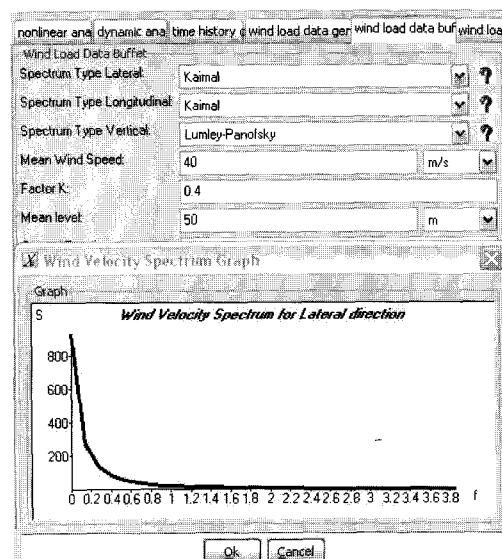


그림 16 풍속 스펙트럼

2.5 교량구조물 상세 해석

2.5.1 PSC부재의 극한하중 해석

긴장력을 받는 포스트텐션 모노레일보의 극한하중해석을 PSC 프레임요소를 이용하여 모델링하였으며, 기하학적 비선형 및 재료 비선형 해석을 수행하였다. 모노레일보의 재료비선형 특성과 모델링은 다음과 같다.

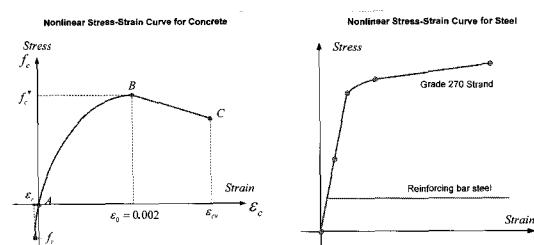


그림 17 재료(콘크리트, 강재) 비선형 모델

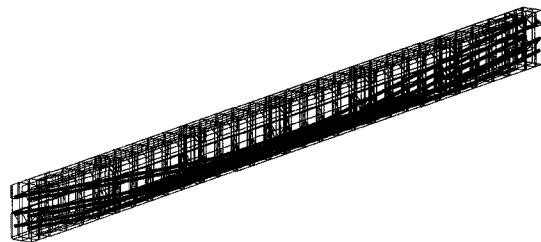


그림 18 포스트텐션 모노레일보 모델링

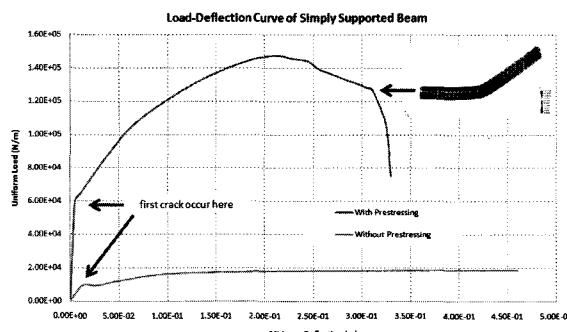


그림 19 해석 결과 (하중-변위 곡선)

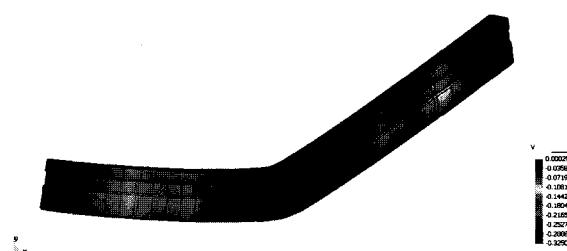


그림 20 해석 결과 (극한하중에서 변위형상)

2.5.2 콘크리트 충전강관(CFT)의 극한강도해석 (부착 및 슬립거동을 고려한 사장교 강합성 탑기부의 극한강도 해석)

충전강관 CFT구조의 모델링은 전체가 동일한 재료 특성

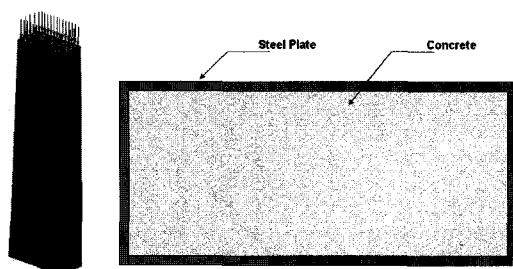


그림 21 콘크리트와 강재 판형의 모델

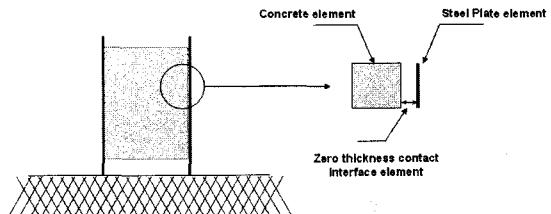


그림 22 영의 두께를 가진 접촉요소

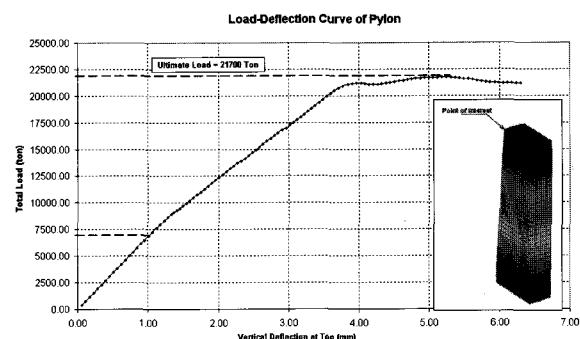


그림 23 강재와 콘크리트 사이의 하중-슬립 곡선

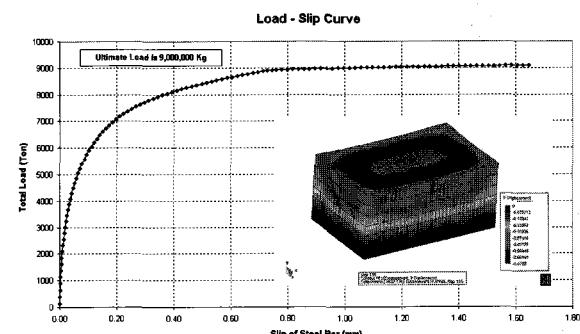


그림 24 탑기부 하중-슬립 곡선

을 가지는 구조와는 달리 서로 다른 특성 즉 강재와 콘크리트의 구조로 결합되어 있다. 따라서 실제 모델링시 이러한 재료특성을 반영하지 않으면 실제 거동을 예측할 수 없으므로 콘크리트와 강재 사이에 인터페이스 요소를 연결하여 강재와 콘크리트의 슬립을 예측할 수 있는 경계비선형 구조해석을 수행하였다.

2.5.3 부재, 강교 및 PSC 교의 뒤틀림(warping)해석

뒤틀림을 포함한 7자유도 프레임 요소를 사용하여 교량의 시공단계 및 완성단계의 뒤틀림해석을 할 수 있다. 기존의 Vlasov 이론에 의한 뒤틀림해석은 단면의 두께가 얇은 강교의 박판 구조 전용이어서 1차 뒤틀림만 유효하나 PSC 교량과 같이 단면의 두께가 두꺼운 교량의 경우 두께가 변하는 2차 뒤틀림 (Secondary warping)이 일어나는 경우는 사용이 불가능하다. 본 해석에 사용된 뒤틀림 해석은 1차 뒤틀림 및

2차 뒤틀림까지 고려되므로 이 기능은 직선교에 편심하중이 재하되거나 곡선교의 해석에 유용하다. 그리고 시공단계의 비선형 거동을 포함하는 PSC 교량 및 탄소성 거동을 포함하는 강교의 비선형 뒤틀림 해석에 적용될 수 있다.



그림 25 빼대요소를 이용한 현수교 보강형의 뒤틀림(와핑) 해석

2.6 XFINAS요소의 검증해석

(예제1) 헤미스페리칼 쉘이 인장과 압축을 받을 때 선형해석을 수행하였다. 이 예제는 4절점 준적합 쉘요소(XSHELL41)의 성능을 검증하기 위한 예제로 타 프로그램결과와 비교해 볼 때 매우 우수한 결과를 보여준다.

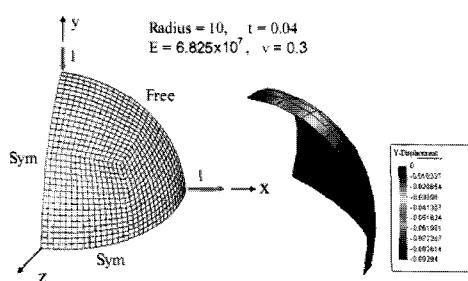


그림 26 헤미스페리칼 쉘의 모델링과 변위형상

표 2 헤미스페리칼 쉘의 무차원 해석결과

Mesh	MITC4 (ADINA)	QPH (DYNA3D)	S4R5 (ABAQUS)	XSHELL41 (XFINAS)
2x2	-	-	1.025	0.9920
4x4	0.39	0.28	1.031	1.0323
8x8	0.91	0.86	0.989	1.0000

(예제 2) 등분포하중을 받는 Scodelis-Lo Roof의 선형해석을 수행하였다. 이 예제는 4절점 준적합 쉘요소(XSHELL-QSI)와 8절점 쉘요소 (XSHELL8- ANS) 및 9절점 쉘요소 (XSHELL9-ANS)의 성능을 검증하기 위한 예제로 타 프로그램결과와 비교해 볼 때 매우 우수한 결과를 보여준다.

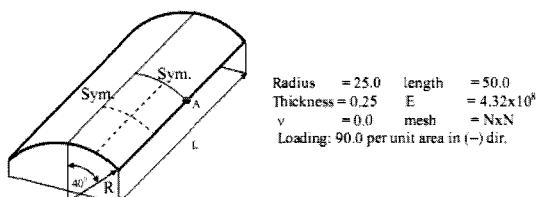


그림 27 Scodelis-Lo Roof

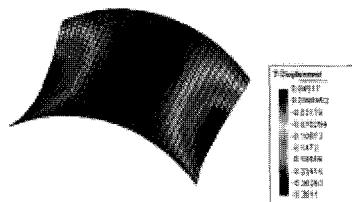


그림 28 Scodelis-Lo Roof의 변위 형상

표 3 Scodelis-Lo Roof의 무차원 해석결과

Mesh	MITC4 (ADINA)	XSHELL41 (XFINAS)	XSHELL81 (XFINAS)	XSHELL91 (XFINAS)
4x4	0.940	1.033	0.999	1.003
8x8	0.970	1.001	1.000	1.000

(예제 3) 집중하중을 받는 철근콘크리트 슬래브의 비선형해석을 준적합 쉘요소(XSHELL41)를 사용하여 수행하였으며 콘크리트와 철근의 재료 물성치는 표4에 나타내었다. 해석결과 실험치와 거의 유사한 결과를 얻었으며 준적합 쉘요소의 철근콘크리트 비선형 해석 및 극한강도 해석에 적용가능성을 알 수 있었다.

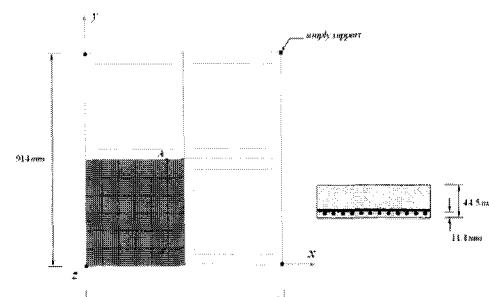


그림 29 집중하중을 받는 철근콘크리트 슬래브

표 4 재료 물성치

콘크리트	철근
$E_c = 28.6\text{GPa}$	$E_{s1} = 200\text{GPa}$
$f_c = 37.9\text{MPa}$	$E_{s2} = 0.0\text{GPa}$
$f_t = 3.10\text{MPa}$	$f_y = 413.45\text{MPa}$
$v = 0.15$	$\rho_x = \rho_y = 0.85$
$\epsilon_u = 0.0035$	

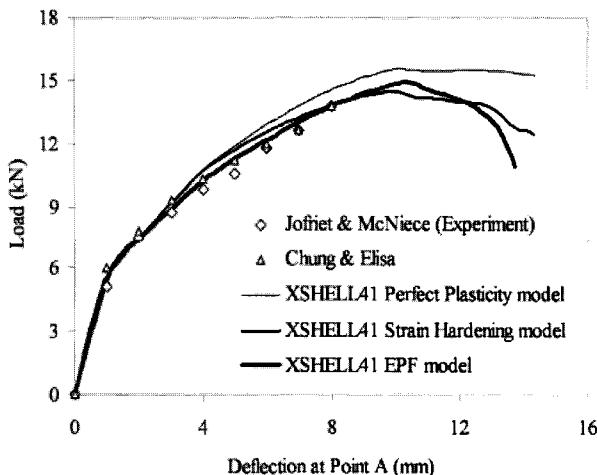


그림 30 하중-변위곡선 (실험치와 비교)

(예제 4) Frame요소를 이용하여 Williams toggle frame의 기하비선형 해석을 수행한 후 실험결과와 비교하였으며 해석결과와 실험치가 거의 일치하는 것을 확인하였다.

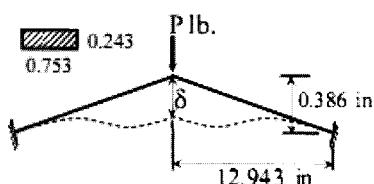


그림 31 Williams toggle frame

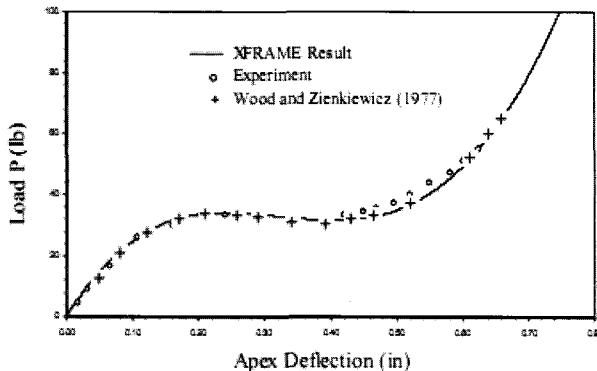


그림 32 하중-변위 곡선

(예제 5) Frame요소의 재료비선형해석을 검증하기 위하여 Steel Gable Frame("Plastic Design and Second-Order Analysis of Steel Frames", W.F.Chen, pp.252)의 비선형 해석을 수행하여 Reference Value와 비교하였다.

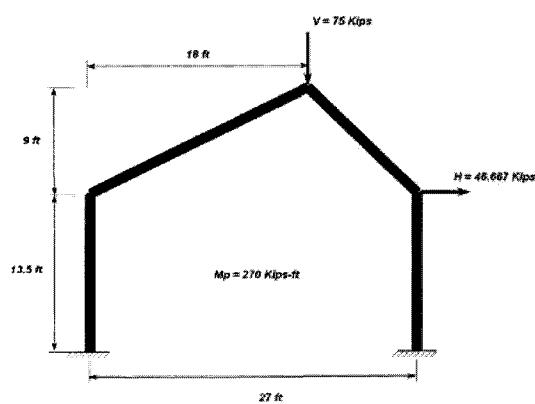


그림 33 Steel Gable Frame의 형상과 하중조건

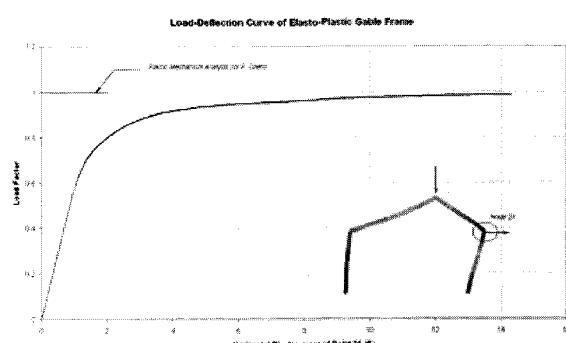


그림 34 하중-변위 곡선

3. 결언

XFINAS는 구조물의 선형 및 비선형 동적 해석을 수행하기 위하여 개발된 범용 유한요소해석 프로그램이다. XFINAS를 교량의 해석 및 설계에 적용하기 위하여 검증예제를 통해 요소의 정확성을 검증하였으며 교량구조물의 정적, 동적 해석 및 상세해석 분야에 적용성을 검토하였다.

1. XFINAS에는 교량해석 및 설계에 이용이 가능하도록 도로교, 철도교 이동하중 모듈이 탑재되어 있으며 철도교의 경우 궤도/열차의 상호 작용을 해석할 수 있다.
2. PSC교량의 시공단계 해석을 위해 프레임요소와 셀요소를 사용할 수 있으며, 특히 곡선교와 같이 교량의 내측, 외측의 거동이 상이한 경우와 횡방향 텐던의 효과를 동시에 모델링할 경우 셀요소를 사용함으로써 교량의 정확한 거동을 예측할 수 있다.
3. 사장교, 현수교 등 Cable 해석을 위해 비선형 Cable요소와 시공단계 해석 모듈과 사장교의 초기긴장력 산정을 위해 최적화기법을 도입한 초기긴장력 결정 모듈이 탑재되어 있어 간편하게 초기 긴장력을 산정할 수 있다.

4. 기하비선형, 재료비선형, 경계비선형 등 다양한 비선형해석이 지원되어 교량의 상세해석 및 철근콘크리트, PSC콘크리트 부재의 극한강도해석을 수행할 수 있다.
5. XFINAS는 교량의 일반적인 해석에서 특수교량의 시공단계해석, 사장교 케이블의 초기긴장력 산정, 경계비선형을 포함한 구조물의 상세해석 등을 교량해석 전분야에 적용할 수 있다.
6. 7 자유도만 선택하면 자동적으로 뒤틀림해석(warping)을 할 수 있는 기능이 추가되어 곡선교 및 편심하중을 받는 직선교의 시공단계 및 완성단계의 해석을 편리하게 수행할 수 있다.
7. 플러터및 베패팅 해석 기능이 탑재되어 장대교량의 동적 내풍해석 및 설계가 가능하다.
실무 및 연구소의 적용을 위하여 지속적으로 해석 기능을 추가 연구 개발하고 있으며 사용성의 편리를 위하여 그레픽 기능도 지속적으로 개선시켜서 XFINAS에 탑재할 수 있도록 연구 개발이 진행중이다. 대학 및 연구소에서도 연구 개발 목적으로 사용하기 위하여 독자적인 재료 특성을 입력하여 컴파일하여 사용할 수 있도록 모듈을 개발하고 있다. 그리고 초대형 규모의 연산을 신속하게 하기 위하여 병렬처리의 다중 프론탈 법(Parallel Multifrontal Method)을 개발하여 탑재할 예정이다.

참 고 문 헌

1. XFINAS Theory Manual, Konkuk University, 2008
2. XFINAS Validation Manual, Konkuk University, 2008
3. XFINAS Example Manual, Konkuk University, 2008
4. XFINAS User Manual, Konkuk University, 2008
5. K.D. Kim, Large Displacement of Elasto-Plastic Analysis of Stiffened Plates and Shells using Co-rotational 8-Node Assumed Strain Element, Structural Engineering and Mechanics, An International Journal, Vol. 15, No.2, 2003 (199-223)
6. K.D. Kim, G.R. Lomboy and G.Z. Voyadjis, A 4-Node Assumed Strain Quasi-Conforming Shell Element with 6 D.O.F., International Journal for Numerical Methods in

- Engineering, Volume 58, Issue 14, 2177-2200, December 2003
7. K.D.Kim, G.R. Lomboy, A Co-rotational Quasi-Conforming 4-Node Assumed Strain Shell Element for Large Displacement of Elasto-plastic Analysis, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195(2006), 6502-6522, September
 8. G.R. Lomboy, K.D.Kim, Eugenio Onate "A co-rotational 8-node resultant shell element for progressive nonlinear dynamic failure analysis of laminated composite structures" MECHANICS of ADVANCED MATERIALS and STRUCTURES, Volume 14, Issue 2 February 2007, 89-105
 9. K.D.Kim,G.R. Lomboy, Y.J.Byun, J.H.Chi, Nonlinear Structural/Mechanical dynamic analysis using XFINAS with GiD, Gid Conference, Spain, Barcelona, 2004, February, 171-175
 10. Ketchum, M.A. (1986) Redistribution of Stresses in Segmentally Erected Prestressed Concrete Bridges, Report No. UCB/SESM-86-07. Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley, California.
 11. 김기두 외, PSC 교량의 시공중 해석 기법을 위한 준적합 쉘요소의 개발, 한국전산구조공학회 논문집, 2007년, 6월, 329-338, 20권 3호
 12. Gilson Rescober Lomboy, Ki-Du Kim, Songsak Suthasupradit, E. Onate, Nonlinear Formulations of a Four-Node Quasi-Conforming Shell Element, Archives of Computational methods in Engineering, 2009. 02, online, 1-62
 13. Dinh-Van Nguyen, Ki-Du Kim, Pennung Warnitchai, Simulation procedure for vehicle-substructure dynamic interactions and wheel movements using linearized wheel-rail interfaces, Finite Elements in Analysis and Design, 2009.01,Vol. 45, 341-356

• 교신저자 : 김기두(kimkd@Konkuk.ac.kr) 

[담당 : 노혁천, 편집위원]