한국농공학회논문집
제51권 제3호

JOURNAL OF THE KOREAN SOCIETY OF AGRICULTURAL ENGINEERS, MAY. 2009, pp. 45-52

연속체의 이산화에 의한 등가트러스모델 개발

An Equivalent Truss Model by Discretizing Continuum Structure

이성용* · 김태곤* · 이정재**,†
Lee, SungYong* · Kim, Taegon* · Lee, Jeong-Jae**,†

ABSTRACT

Generally, structures are analyzed as continuum. However, sometimes it is more efficient to analyze structure as a discrete model rather than as a continuum model in case of the structure has complex shape or loading condition. This study, therefore, suggests an improved analysis discrete model, named Equivalent Truss Model (further as "ETM"), which can obtain similar results with analyzing continuums analysis. ETM adopts a lattice truss to compose the members of the model, and analyses the structures. As a consequence, the ETM produced the identical outcome with the continuums analysis in section force of different structures and loading conditions. Similar results have been shown in internal stress analysis as well. Make use of that ETM is discrete, fractural path of beam was analyzed by ETM and the result was reasonable.

Keywords: Discretization; truss model; strut-and-tie model

I. 서 론

농업용 구조물은 대부분 철근 콘크리트를 이용하여 만들어지고 있으며, 실세계에 존재하는 구조물은 부피를 갖는 연속체로서 해석한다. 구조물을 해석하는 데 있어서 계산의 편의성이나 해석 결과의 이해도를 높이기 위해 구조물을 연속체 그대로 해석하기보다는 단순화하여 문제를 풀이하는 데, 철근콘크리트 설계 및 해석 방법으로 트러스모델 (Ritter, 1899; Morsch, 1912)과 스트럿-타이모델 (Schlaich & Schafer, 1991)이 대표적이다. 트러스모델은 RC보의 전단력에 대한 배근방법을 결정하는 데 처음 이용되었으며, 이후 연구를 통해 RC부재의 균열 후 거동에 대해 해석할 수 있는 다양한 트러스 모델들이 제안되었다. 그러나 응력의 분포가 급격한 곳은 해석할 수 없는 단점이 있다. 이러한 단점을 보완하기 위해 구조물의 전 영역을 동일한 방법으로 적용할 수 있는 스트럿-타이 모델이 제안되었다. 스트럿-타이 모델은 2차원 이상의 부재를 1차원 선부재로 치환하여 구조체를 구성하는 부재 중 상대적으로 큰 응력을 받는 부분에 관심을 두고, 구조해석을 수행하여 구조체의 중요 응력 경로를 해석한다 (Lee & Yoon, 1998). 하지만 스트럿-타이 모델 역시 스트럿-타이 구조를 구성하는 데 있어서 설계자의 주관에 따라 결정되고, 임의의 절점에 대해 응력을 알기 어렵다는 한계가 있다 (Kang, 1998).

본 논문에서는 트러스 모델과 스트럿-타이 모델이 구조를 이산체로 치환하여 해석하는 것에 착안하여, 연속체를 트러스로 구성된 이산 구조체로 치환하여 계산함으로써, 응력흐름이 복잡한 구조물도 객관적으로 해석하고, 그 흐름을 도시화 할 수 있는 모델을 만들고자 하였다. 이로써 기존의 트러스 모델과 스트럿-타이 모델의 단점으로 지적되었던 객관성 결여와 내부 응력 해석 불가 등의 단점을 보완한 등가트러스모델 (Equivalent Truss Model: ETM)을 제안하였다.

유사한 연구로 Brian과 Gürdal (2000)이 연속체를 격자트러스구조인 이산체로 치환한 후 cellular automata를 이용하여 2차원 구조물을 해석하는 방법을 제안한 바 있다. 연속체를 동

* 서울대학교 생태조경·지역시스템공학부 대학원
** 서울대학교 조경·지역시스템공학부 교수, 서울대학교 농업생명과학연구원
† Corresponding author. Tel.: +82-2-880-4581
Fax: +82-2-873-2087
E-mail address: ljj@snu.ac.kr
2009년 4월 20일 투고
2009년 5월 15일 심사완료
2009년 5월 22일 게재확정

일한 거동을 갖는 트러스 모델로 치환하였다는 뜻으로 등가 트러스 (equivalent truss)라는 표현을 사용하였으며, 등가트러스 구조물을 해석한 결과로써 얻는 절점의 변형을 이용하여 연속체의 거동을 해석하였다. 본 논문에서 제안하고 있는 등가트러스모델은 기존 연구에서 임의의 절점에서 변위를 고려하여 응력을 계산하던 것에 비해, 간편하게 트러스의 부재력을 격자단위로 조합하여 임의의 절점에 대한 응력을 구하였다. 또한 Brian과 Gürdal의 연구에서는 연속체를 해석할 때와 cellular automata를 이용하기 위해 이산체로 치환했을 때와의 cell의 변형에너지를 동일하게 하기 위해서 대각선부재와 수평/수직부재의 단면적을 달리 계산하는 데에 비해, 본 연구에서 제안하는 등가트러스모델에서는 변위는 고려하지 않고 부재력만을 조합하여 응력을 해석하기 때문에 모든 부재의 단면적을 동일하게 가정하였다.

개발된 등가트러스모델의 적용성을 확인하기 위해, 거동의 이론적 해석 방법이 널리 알려진 구조인 단순보와 프레임 구조에 대해 단면력을 구해 기존 해석해와 비교하였다. 또한 구조 내부의 응력 해석을 위해 단순보에 집중하중이 가해지는 상태를 등가트러스모델로 해석하고 이론치와 그 결과를 비교・고찰하였다. 마지막으로 개발된 모델의 향후 활용 방안으로서 구조의 균열경로 탐색방법을 제시하였다.

II. 배경이론

1. 트러스 모델과 스트럿-타이모델

트러스 모델은 20세기 후반 Ritter (1899)와 Morsch (1912)에 의해 개발된 모델로서 RC보의 전단력에 대한 배근방법을 찾기 위해 이용되었다. 이후 많은 연구를 통해 굽힘, 전단, 비틀림 하중을 받는 RC보의 균열 후 거동에 대해 해석할 수 있는 다양한 모델로 발전되었다. 그러나 기존의 트러스모델은 단면이 급변하거나 집중하중이 작용하는 영역에 대해서는 적절한 해석을 할 수 없는 것이 단점이었다. 이러한 단점을 개선하기 위해 스트럿-타이 모델이 고안되었다 (Schlaich et al., 1987).

스트럿-타이 모델 (Schlaich et al., 1987; Schlaich & Schafer, 1991)은 철근 콘크리트 구조물 설계를 위해 고안된 모델로서, 구조물에 가해지는 외력이 지지점이나 지반에 전달되는 과정을 압축력은 스트럿, 인장력은 타이, 그리고 스트럿과 타이가 만나는 절점으로 표현하는 방법이다. 구조물에서 집중하중이 작용하는 영역이나 단면의 급격한 변화가 있는 영역에는 기존의 선형 변형률, 보이론 등을 적용할 수 없기 때문에, 이러한 영역을 D영역이라 부르고 기존의 이론으로 해석 가능한 영역을 B영역이라 부른다. 스트럿-타이모델은 이 두 영역을 통일된 방법으로 해석하기 위해 만들어진 모델이다. 이 모델은 이러한 장점 이외에도, 구조물 내부의 응력흐름을 도식화하여 표현하기 때문에 설계자가 응력의 흐름을 쉽게 파악할 수 있으며, 구조를 단순화하기 때문에 쉽게 계산할 수 있다는 강점을 갖고 있다 (Yun & Kim, 2006). 그러나 모델을 구성하는 초기 단계에서 객관적인 모델 구성 기준이 없어 사용자의 경험과 주관에 의존하기 때문에 그 결과가 달라져 불확실성이 존재하게 된다 (Liang et al., 2000; Ali & White, 2001; Yun & Kim, 2006; Kang, 1998). 그리고 구조물을 지나치게 단순화하여 구조부재의 거동을 정확히 묘사할 수 없으며 (Yun & Kim, 2006), 구조 내부 임의의 점의 응력을 알고자 할 경우에는 이용할 수 없는 단점이 있다.

본 논문에서 제안하고 있는 등가트러스모델에서는 스트럿-타이 모델이 연속체를 이산체로 치환하여 해석하는데서 얻는 장점들을 취하면서도, 규칙적으로 배치된 트러스구조로 치환함으로써 객관성을 유지하고 트러스 부재들이 갖는 힘을 조합하여 구조물 내부 임의의 점의 응력 또한 구할 수 있는데 목표를 두었다.

2. 트러스 구조 해석의 병렬처리

컴퓨터 계산 방법에 있어 병렬처리는 풀고자 하는 문제의 계산량이 방대하여 지나치게 긴 계산시간과 과대한 메모리를 필요로 하는 경우에 이용된다. 병렬처리는 계산량이 방대한 문제를 작은 여러 개의 문제로 분할하여 각각의 문제를 복수의 컴퓨터 혹은 프로세서에서 동시에 병렬적으로 계산을 함으로써 짧은 시간 안에 문제를 해결할 수 있다 (Albert Y. Zomaya, 1996).

이러한 장점을 이용하기 위해 Gürdal과 Brian (2000)은 cellular automata를 이용하여 격자 트러스를 병렬처리로 계산하는 방법을 제안하였다. cellular automata는 이산체 모델로서 각각의 cell이 주어진 규칙을 바탕으로 이웃한 cell들의 값을 이용하여 자신의 값을 계산하는 방법이다 (Wikipedia, 2009). 이러한 cellular automata를 트러스 해석에 적용하면, 구조 전체의 강성매트릭스를 만드는 것이 아니라, 부재들이 만나는 절점들을 하나의 cell로 보고 인접한 cell끼리 상호작용을 하면서 각각의 부재를 단계적으로 계산해나가므로 병렬처리를 할 수 있다. 이는 트러스에서는 부재에 축력만이 존재하고, 절점에서 모멘트가 발생하지 않기 때문에, 각 절점에서 힘의 평형만을 이용하여 문제를 풀 수 있기 때문이다. 따라서 각 절점에서 힘의 평형에 대해 방정식을 설립한 후 반복법을 이용하여 해석하면 되고, 이 때 각 절점들은 절점에 연결된 부재의 값만 평행을 이루면 되므로 전체 구조와는 독립적으로 문제를 풀 수

있어 병렬처리가 용이한 구조를 갖게 된다.

구조물을 해석할 때 형상이 복잡하거나 높은 정확도를 갖는 응력해석이 요구되어 격자 숫자가 많아지면, 매트릭스를 이용한 유한요소법과 같은 기존의 풀이 방식으로는 (비록 매트릭스 해석에 있어 최적화를 하더라도) 풀이해야 하는 매트릭스가 매우 커지게 되어 메모리 부족으로 인해 계산이 거의 불가능하거나 계산 시간이 오래 걸리는 단점이 있다. 또한 파괴확률을 계산할 경우, 기존의 구조해석에 필요한 계산에 확률론에 대한 계산이 추가되므로 그 계산량은 더욱 급증하여 현실적으로 계산을 할 수 없는 경우까지 생긴다. 병렬처리를 이용할 경우, 각 절점이나 요소별로 계산하여 한 번의 계산에 필요한 메모리가 적어지므로 메모리 부족의 문제에서 상대적으로 자유로워지며 (Yi, 1998), 여러 대의 컴퓨터를 이용하여 분산처리를 구현할 경우 계산속도 향상을 기대할 수 있으므로 구조 해석을 빠르게 수행할 수 있으리라 기대할 수 있다.

III. 등가트러스모델의 구성 및 방법

1. 격자트러스의 구성

등가트러스모델은 연속체인 구조물을 Fig. 1과 같이 격자 모양의 트러스 구조로 치환을 한 뒤, 만들어진 트러스 구조의 해석을 통해 얻은 각각의 부재력으로 원래의 구조물을 해석한다. 이와 같이 수직 · 수평요소와 경사요소로 이루어진 격자 모양을 이용해 트러스 구조를 만들면 모든 절점이 부재력들을 다른 부재로 전달하는 데에 있어 방향의 제약을 최소화 하고 동일한 조건을 가질 수 있다 (Yun & Kim, 2006). 다만, Yun과 Kim의 연구와 달리 각 격자의 수직, 수평 길이를 동일하게 하여 정사각형이 되도록 하였으며, 정사각형의 모서리에 해당하는 부분만 절점으로 두고, 정사각형 중앙에서 대각선 부재끼리 만나는 점은 부재가 교차만 할뿐 절점은 아닌 것으로 설정하였다. 이로써 구조의 가장자리에 위치하게 되는 절점을 제외한 모든 절점이 동일하게 8방향으로 힘을 전달 할 수 있도록 하였다.

본 모델에서는 트러스 모델을 구성하는 각각의 부재들이 동일한 물성치 -탄성계수 (E), 단면적 (A), 단면2차모멘트 (I)-를 갖도록 설정한다. 트러스 구조는 부재가 갖는 물성치에 따라 처짐 등의 변형이 영향을 받게 되지만, 본 모델에서는 각각의 부재가 갖는 힘 (인장력 및 압축력)만을 이용할 뿐 변위를 고려하지는 않는다. 따라서 각 절점에서 모멘트가 0이 되도록 하여 부재들의 축력만을 받도록 한 본 모델에서는 부재의 물성

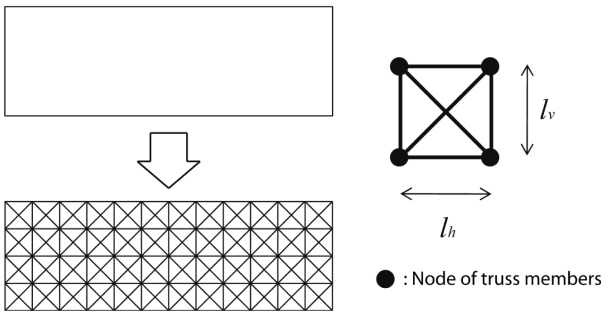

Fig. 1 Composition of ETM from a continuum

치가 모두 동일할 경우 각각의 부재력에 미치는 영향은 없다 (Kwak & Noh, 2003).

2. 단면력 해석

등가트러스모델에서는 매트릭스 구조해석 (McGuire et al., 2000)을 이용하여 풀이하는 데, 강도행렬을 이용한 각 트러스의 힘과 변위의 관계식을 연립하여, 전체 구조물에 대한 연립방정식을 세워 경계조건을 적용하여 해석한다. 등가트러스모델을 매트릭스 구조해석법을 이용하여 트러스 해석을 한 뒤, 원하는 위치의 단면을 잘라 그 단면을 지나는 트러스의 부재력을 이용하여 단면력, 내부 응력, 모멘트 등을 구할 수 있으며, 연속체의 단면력을 해석한 이론치와 동일한 해석 결과를 손쉽게 얻을 수 있다. 단면을 자를 때는 절점을 지나지 않도록 수평 혹은 수직 부재에 직교하도록 잘라야 한다는 제약이 있다. Fig. 2(a)와 같이 단순보의 중앙에 집중하중이 가해질 때 A-A의 단면력을 구하면, 연속체로 해석할 경우에는 Fig. 2(b)에서처럼 해당 단면에 발생하는 응력을 보의 단면을 따라 적분해서 구한다. 등가트러스모델은 연속체를 이산체로 이상화하였기 때문에 Fig. 2(c)와 같이 A-A단면을 교차하는 부재력을 삼각함수를 이용하여 원하는 방향의 분력으로 변환한 후, 분력의 총합으로써 구할 수 있다. 이를 수식화하면, 식 (1)~(3)으로 정리된다.

식 (1)은 축력을 표현하는 식으로서, Fig. 2(b)에서처럼 연속체일 경우는 두 번째 항과 같이 x방향으로의 수직응력을 A-A 단면 방향으로 적분하여 구한다. 구조물을 등가트러스모델로 치환한 Fig. 2(c)는 식 (1)의 세 번째 항처럼 A-A단면을 지나는 부재들의 부재력을 x축 방향의 분력으로 변환하여 총합을 구함으로써 부재력을 계산한다. 이와 같은 방법으로 식 (2)와 같이 y축 방향의 분력을 이용하여 단면의 전단력도 구한다. 굽힘모멘트는 식 (3)을 이용해 구할 수 있는데, 식 (3)에서 d_i는 중심축 y=0을 기준으로 F_i의 작용점까지의 수직 거리를 나타내므로, y좌표로 간단히 계산하였다. 식 (1)~(3)의 t는 두께로서

z방향의 길이를 나타내며, 본 연구에서는 2차원의 구조만을 고려하므로 단위길이로 보아 그 값을 1로 하였다.

$$N = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \cdot t \cdot dy = \sum_{i=1}^{n} F_i \cdot \cos\theta_i \tag{1}$$

$$V = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} \cdot t \cdot dy = \sum_{i=1}^{n} F_i \cdot \sin\theta_i \tag{2}$$

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x \cdot y \cdot t \cdot dy = \sum_{i=1}^{n} F_i \cdot \cos\theta_i \cdot d_i \tag{3}$$

Fig. 2(a)의 조건에서 보의 길이가 16이고, 가해지는 하중이

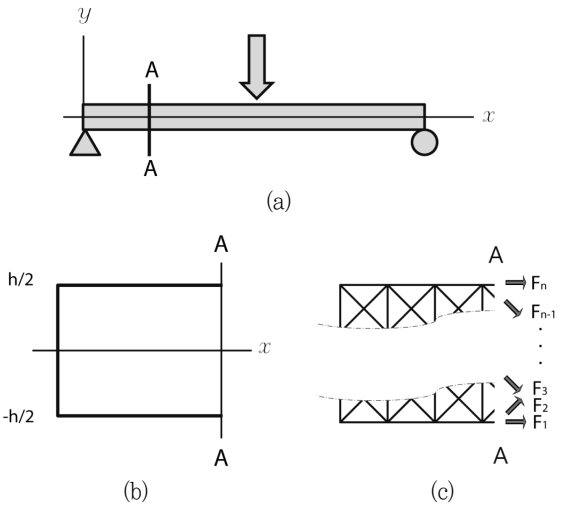

Fig. 2 Analysis of section force by ETM

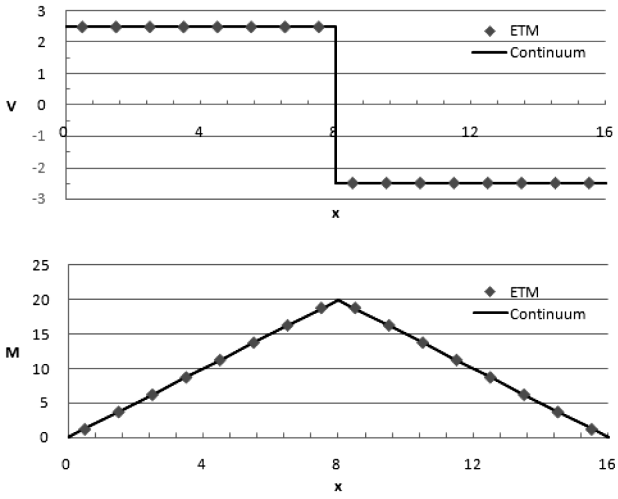

Fig. 3 SFD and BMD of ETM and continuum (simple beam)

5라고 할 때, 연속체와 등가트러스로 해석할 때의 SFD와 BMD를 도시하였다. 등가트러스모델으로 치환할 때, 각 수평·수직 부재의 길이를 1로 설정하여 16개의 단면력을 계산하였다. Fig. 3에서 살펴볼 수 있듯이 연속체로 해석한 이론치와 등가트러스모델을 이용하여 구한 계산 값의 차이가 없음을 확인할 수 있다.

3. 구조물 내의 응력 해석

등가트러스모델을 이용하여 구조 내부의 응력을 구할 수 있다. 외력이 가해질 때, 등가트러스모델 부재 하나에 가해지는 힘은 부재의 위치 외에도 그 부재의 방향에 큰 영향을 받는다. 예를 들어, 원래 구조에서의 주응력 방향과 수직인 방향으로 등가트러스모델의 부재가 배치되었을 경우, 그 부재는 원래 구조에서의 주응력 방향으로 힘을 온전히 받을 수 없으므로 주변 부재로 힘을 전달하게 되고, 힘의 분배에 의해 부재 하나로는 원 구조체인 연속체의 응력을 제대로 표현할 수 없다. 이러한 문제를 해결하기 위해 Fig. 4에서 □ABCD로 표시된 바와 같이 하나의 정사각형 격자 내에 포함되는 6개의 부재력을 이용하여 응력을 구하였다. 이때 하나의 격자에서 구하고자 하는 응력값은 연속체에서 격자의 정중앙에 해당하는 위치의 응력이다.

$$\sigma_x = \frac{\frac{F_{AD} + F_{BC}}{2} + F_{BD}\cos 45° + F_{AC}\cos 45°}{l \cdot t} \tag{4}$$

$$\sigma_y = \frac{\frac{F_{AB} + F_{CD}}{2} + F_{BD}\sin 45° + F_{AC}\sin 45°}{l \cdot t} \tag{5}$$

$$\tau_{xy} = \frac{F_{AC}\sin 45° - F_{BD}\sin 45°}{l \cdot t} \tag{6}$$

식 (4)~(6)은 등가트러스모델을 이용하여 각각의 격자 중앙에서의 응력값을 구하는 방법을 나타낸다. σ_x의 경우, 중앙점

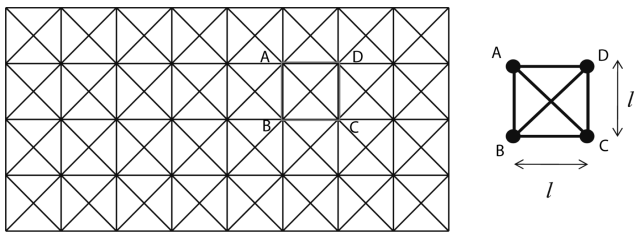

Fig. 4 Elements of lattice for stress analysis

을 지나는 F_{BD}, F_{AC}의 부재력은 코싸인을 이용하여 x축 방향으로의 분력을 구하고, F_{AD}와 F_{BC}는 응력을 구하고자 하는 중앙점을 지나지 않으므로 두 부재력의 평균값을 취한다. 이 값들의 총합을 격자의 크기 l과 구조물의 두께 t로 나눔으로써 x축 방향의 수직응력 σ_x를 얻을 수 있으며, 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다. 본 연구에서는 2차원 문제만 다루므로 t를 단위거리로 보아 그 값을 1로 하였다. σ_y 역시, 식 (5)에서처럼 중앙점을 지나는 대각선 부재의 부재력은 y축 방향으로의 분력을 구하고, 수직으로 배치된 F_{AB}, F_{CD}의 부재는 그 평균값을 취해 총합을 구한 뒤 격자의 크기와 두께 t로 나누어 줌으로써 구한다. τ_{xy}는 수직부재 F_{CD}와 F_{AB}의 차이를 격자의 크기와 두께 t로 나누어 주는 방법으로 구할 수 있다.

4. 구조물의 균열경로 모의

대부분의 구조물은 응력상태가 복합적인 혼합모드 하중상태에 놓여있으며, 이러한 구조물에서 균열경로를 예측하는 것은 2차원에서도 매우 까다로운 문제이다 (Galvez. et al., 1998). 균열은 구조물의 형상을 변화시키므로 경계조건이 계속 변하게 되어 균열이 진행됨에 따라 지배방정식을 다시 세워야 하는 등의 문제가 발생한다. 따라서 구조물의 균열경로를 예측하기 위한 여러 가지 이론적, 수치적 방법들이 제안되었으나, 그 방법이 매우 복잡하거나 계산량이 방대한 단점이 있다. 등가트러스모델을 이용하면 간단하게 균열경로를 예측할 수 있다.

구조물에 균열 등이 발생하면 부분적으로 구조물이 약화되는 결과를 초래하고 균열이 발생한 지점 주변으로 응력을 부담시키게 된다. 이에 따라 철근콘크리트 해석 및 설계 시에는 균열모멘트보다 더 큰 휨모멘트가 발생할 경우 균열이 발생하는 부분은 더 이상 힘을 받을 수 없다고 보고 유효단면적을 구한 뒤 해석을 한다 (Arthur H. Nilson et. al. 2003) 이와 비슷한 방법으로 등가트러스모델에서도 균열경로를 묘사할 수 있다.

구조물에 발생하는 균열은 그 구조물에서 가장 큰 응력을 갖는 곳부터 점차적으로 진행될 것이다. 따라서 앞서 제시한 바와 같이, 등가트러스모델을 이용하여 각 격자의 응력 σ_x, σ_y, τ_{xy}를 구하고, 식 (7)과 같이 주응력을 구한 뒤, 가장 큰 주응력을 갖는 격자는 그 격자가 파괴되어 사라졌다고 판단한다. 파괴된 것으로 판단된 격자는 그 격자를 구성하고 있는 부재가 지지력을 가질 수 없도록 단면적을 '0'에 매우 가까운 미소한 값으로 변경하였다.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2} \tag{7}$$

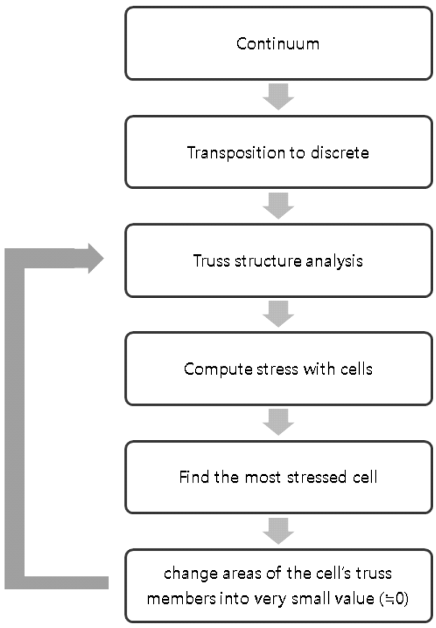

Fig. 5 Process of fracture path search

파괴되었다고 판단되는 격자에 속해있는 트러스 부재의 물성치를 바꾼 후 구조물을 재해석하면, 변화된 구조의 응력 형태를 나타내게 되고, 파괴된 격자 주변으로 하중을 부담시키므로 단계적으로 균열이 진행하는 과정을 묘사할 수 있다. 이에 대한 각 과정은 Fig. 5로 나타내었다.

IV. 등가트러스모델의 적용

1. 단면력 해석

앞서 등가트러스모델을 이용하여 단순보의 단면력을 해석하는 것을 Fig. 3에서 예시하였다. 보가 아닌 구조에서도 단면력을 해석할 수 있는지 확인하기 위해 Fig. 6(a)와 같은 프레임 구조를 Fig. 6(b)와 같이 등가트러스로 치환하여 해석하였다. $\overline{AB}$에서는 3 kN/m의 분포하중이 작용하게 하였으며, $\overline{BC}$와

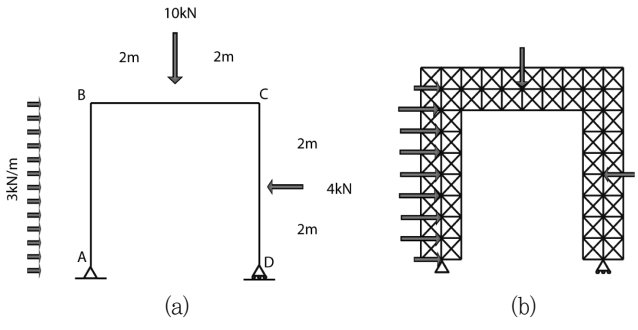

Fig. 6 Frame structure

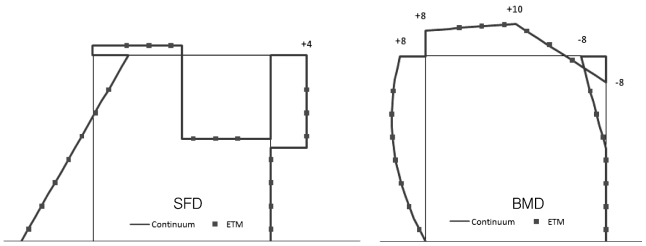

Fig. 7 SFD and BMD of ETM and continuum (Fig.6)

$\overline{CD}$에는 10 *kN*과 4 *kN*의 집중하중이 각각 작용하게 하였다. 주어진 조건에서의 SFD와 BMD를 기존의 방법과 등가트러스모델의 방법으로 구하여 Fig. 7에 도시해보았다. 그 결과 일반적인 구조해석을 할 때와 동일한 결과를 얻을 수 있음을 확인할 수 있다.

2. 구조물의 응력해석

가. 보의 내부응력 해석

식 (4)~(6)에서 제안된 방법대로 각각의 격자 단위에서 부재력의 총합으로 내부응력을 계산 할 수 있다. 예시로서 Fig. 2 (a)와 같이 단순보에서 중앙에 집중하중이 가해지는 상태에서 연속체로 해석할 때와 등가트러스로 해석할 때의 내부 응력값을 비교해보았다. 보의 길이는 128, 깊이는 8, 집중하중의 크기는 500으로 설정하였다. Fig. 8은 격자 하나의 크기를 0.8로 설정하여 보의 깊이 방향으로 10개의 격자가 들어가도록 등가트러스모델을 구성한 뒤, 좌측으로부터 28.5떨어진 단면에서 등가트러스모델의 결과와 정해를 비교한 그림이다. 실선으로 그려진 부분이 정해이며 점으로 표시된 것이 등가트러스를 이용하여 얻은 결과로서 유사한 값을 보여줌을 확인할 수 있다.

나. 제한요건

등가트러스모델을 이용하여 응력을 구함에 있어 격자의 개수를 몇 개로 할 것인가는 해석 결과의 정확도에 있어서 중요한 문제가 된다. 지나치게 적은 개수의 격자로는 원래 구조의 응력을 제대로 표현할 수 없어 왜곡된 결과를 나타낼 위험이 있으며, 격자의 개수가 곧 응력을 구할 수 있는 점의 개수이기 때문에 원하는 지점의 응력을 정확하게 파악할 수 없게 된다. 반면, 격자 개수를 늘리면 그만큼 계산량이 많아지기 때문에 문제가 생긴다. 이러한 문제를 고려하기 위해 Fig. 2(a)의 조건에서 길이는 40, 깊이는 8를 설정하여 깊은보를 구성하고, 보의 깊이방향 격자 개수와 정확도의 상관관계를 살펴보았다. 격자의 개수를 4개부터 200개까지 늘려가며 오차를 확인하였다. 오차는 식 (8)과 같이 상대오차를 이용하여 계산하였으며 그

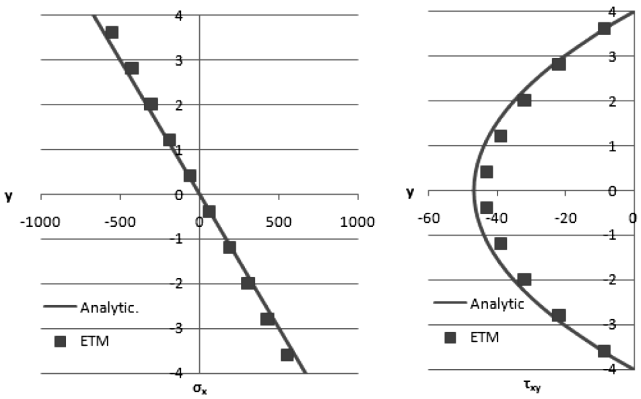

Fig. 8 Normal stress and shear stress of a beam's section

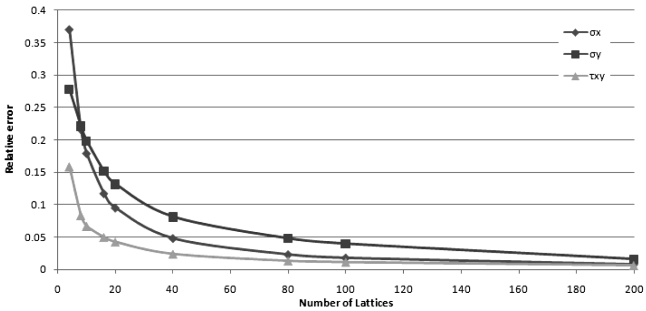

Fig. 9 Relative error of ETM

결과를 Fig. 9에 나타내었다. 식 (8)에서 x는 정해, $x_{approx.}$는 추정치를 의미하며, 본 연구에서는 탄성론을 이용하여 구한 응력들을 정해로 보고 등가트러스모델을 이용하여 구한 응력들을 추정치로 놓아 그 차이를 비교하였다. 그 결과, 격자의 개수가 많아질수록 오차가 줄어드는 것을 확인할 수 있었다. σ_y의 오차가 상대적으로 커 보이는 것은 σ_y가 보의 하단부에서는 0에 매우 가까운 값을 갖기 때문에 등가트러스모델을 이용하여 구한 값과의 차이가 아주 미소하더라도 상대적으로 높은 비율의 오차를 갖는 것으로 계산되기 때문이다.

Fig. 9에서 보여주고 있는 깊이/길이 1/5비율의 보 이외에도 1/20에 이르기까지 다양한 보를 등가트러스모델로 해석하고, 그 오차를 확인해본 결과, 오차는 깊이 방향의 격자개수에 영향을 받을 뿐 그 길이 방향에는 영향이 없이 동일한 오차를 나타내었다. 등가트러스모델은 사용목적에 따라 요구하는 정확도의 수준이 다르기 때문에 사용자가 적정한 격자개수를 결정해야 할 것이며, 본 연구에서는 보의 깊이방향에 8개 혹은 10개 정도의 격자가 들어갈 경우 충분하다고 판단하여 이용하였다.

$$\eta = \frac{\left| x - x_{approx.} \right|}{\left| x \right|} \tag{8}$$

3. 구조물의 균열경로 모의

콘크리트 보에 혼합모드 하중상태를 만든 뒤 균열경로를 관찰했던 Galvez et al. (1998)의 실험을 등가트러스모델로 구현하고, Fig. 5에서 제안한 방법에 따라 균열경로를 모의하여 Galvez가 제시한 실험결과와 비교하였다. 실험 조건은 Fig. 10과 같으며, type 1과 type 2의 두 가지 조건에 대해 수행하였다. Fig. 10에서 보의 깊이에 해당하는 D는 75, α와 β는 모두 1로 설정하였다. 콘크리트는 인장에 약한 재료적 특징을 갖고 있으므로, 모델링을 할 때 가장 큰 인장 응력을 갖는 격자를 찾아 하나씩 단계적으로 파괴하도록 설정하였다.

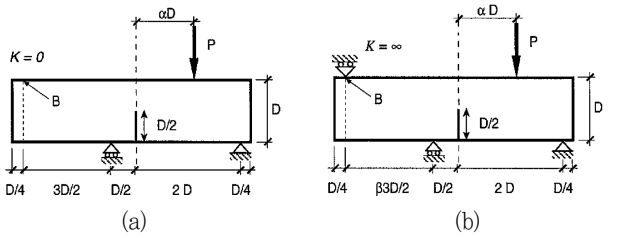

Fig. 10 Geometry, forces and boundary conditions in mixed mode tests. (a) Type 1 (b) Type 2 (ref. 5)

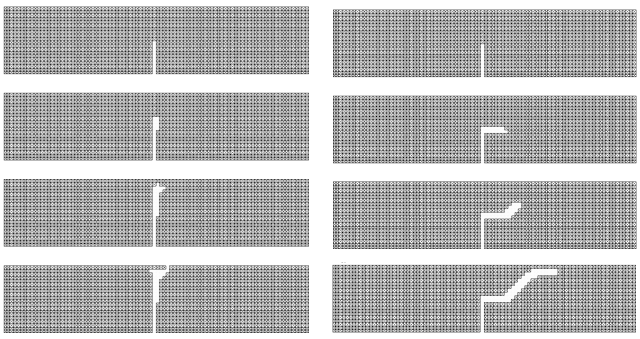

Fig. 11 Fracture path prediction by ETM

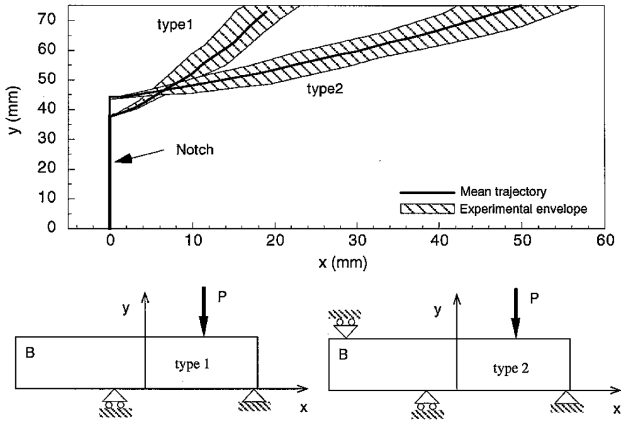

Fig. 12 Experimental envelop of crack trajectories and mean crack trajectory. (ref. 5)

등가트러스모델을 이용하여 균열경로를 모의한 결과를 Fig. 11에 나타내었다. 위에서 아래로 갈수록 파괴가 진행되는 과정이다. Fig. 12는 Galvez et al. (1998)이 수행한 실험결과로서 실험결과와 등가트러스모델을 이용하여 균열경로를 예측한 결과가 유사하였으며, 등가트러스모델로 구조물의 균열경로를 파악할 수 있음을 확인하였다.

V. 결 론

본 연구에서는, 사용자의 경험이나 직관에 의해 결과가 좌우될 수 있으며 구조물 임의의 점에서의 응력을 알 수 없는 기존의 트러스모델 및 스트럿-타이모델의 단점을 개선하기 위하여, 구조물을 다수의 격자 트러스 구조로 치환하고 구조해석을 통해 얻은 부재력으로 원래의 구조물을 해석하는 이산체 모델인 등가트러스모델을 제안하였다. 등가트러스모델 각각의 격자는 정사각형의 네 개 부재와 그 정사각형의 모서리를 잇는 두 개의 대각선 부재로 구성하였으며, 이를 이용해 구조물의 단면력과 내부의 응력을 해석한다.

1) 등가트러스모델을 이용한 단면력 해석의 예로 단순보와 프레임 구조를 해석해보았으며, 축력, 전단력, 굽힘모멘트에 대해 연속체로 해석하는 기존의 방법과 동일한 결과를 얻었다. 이로써 하중조건이나 구조물의 형상이 복잡하여 경계조건이 까다로운 경우에도 단면력을 쉽게 구할 수 있다.

2) 등가트러스모델은 각각의 격자 단위에서 응력을 구할 수 있으며, 구조물을 연속체로서 해석하는 기존의 이론적 방법과 비교한 결과 근사한 값을 구하였다. 이때의 오차는 짧은 단면의 격자 개수와 연관이 있으며, 격자수가 많아질수록 오차가 줄어드는 경향을 확인하였다. 단순보의 경우 깊이 방향 (짧은 단면)으로 격자를 10개로 구성하였을 때 오차가 5% 이내로 나타났다.

3) 이산체의 격자에 작용하는 응력을 이용하여 균열경로를 모의하고, 실험논문의 결과와 비교해 본 바 유사한 균열 형태를 확인하였다. 기존의 방법에서는 균열이 진행되어 형상이 변형됨에 따라 구조물 전체의 경계조건과 지배방정식을 새로 수립하는 복잡한 과정을 거치는 것과 달리 본 연구에서 제안한 등가트러스모델을 이용하여 손쉽게 균열경로를 찾을 수 있다.

향후 등가트러스모델을 하나 이상의 재료가 이용된 구조물에 대해 적용할 수 있다면, 철근콘크리트, 합성보 등 실제 구조물을 더 근사하게 모사할 수 있을 것이다. 또한 구조물의 신뢰성 해석이나 피로파괴 해석, 비선형 해석 등 연속체로 풀기 어려운 문제에 대한 대안적 접근으로 본 연구에서 제안한 등가트러스

모델을 활용할 수 있을 것으로 기대한다.

REFERENCES

Albert Y. Zomaya, 1996. Parallel & Distributed Computing Handbook, *McGraw-Hill,*

Ali, M. A. & R. N. White, 2001. Automatic generation of truss model for optimal design of reinforced concrete structures, *ACI Structural Journal*, 98(4): 431-442.

Arthur H., Nilson, D. Darwin, & C. Dolan, 2003. Design of Concrete Structures, *McGraw Hill Higher Education*

Brian. T & Z. Gürdal, 2000. Cellular Automata for Design of Two-Dimensional Continuum Structures, *AIAA, Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*

Galvez. J. C., M. Elices, G. V. Guinea & J. Planas. 1998. Mixed mode fracture of concrete under proportional and nonproportional loading, *International Journal of Fracture:* 267-284.

Gürdal. Z. & T. Brian, 2000. Cellular Automata for Design of Truss Structures with Linear and Nonlinear Response, *AIAA Structures, Structural Dynamics and MAterials Conference & Exhibit.*

Kang, Wonho, 1998. Truth and Fallacy of Truss Models, *Journal of the Korea concrete institute* 10(1): 32-39. (in Korean)

Kwak, H. G. & S. H. Noh, 2003. Determination of Strut-and Tie Models using Evolutionary Structural Optimization, *Korean Society of Civil engineers*, 23 (1A): 1-11. (in Korean)

Lee, M. S. and Y. S. Yoon, 1998. Application of Truss Model Concept in Current Structural Design Provisions. *Journal of the Korea concrete institute* 10(1): 10-19. (in Korean)

Liang, Q. Q., Y. M. Xie, & G.P. Steven, 2000. Topology Optimization of Strut-and-Tie Models in Reinforced Concrete Structures Using an Evolutionary Procedure, *ACI Structural Journal*, 97(2): 322-330.

McGuire, William, Richard H. Gallagher, & Ronald D. Ziemian, 2000. Matrix Structural Analysis 2/e. *Wiley.*

Morsch, E., 1912. Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung (Reinforced Concrete, Theory and Application), Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart.

Ritter, W. 1899. Die Bauweise Hennebique (The Hennebique System), Schweizerische Bauzeitung, Bd. XXXIII, No.7, January.

Schlaich, J., & Schafer, K.,& Jennewein M.. 1987. Toward a consistent design of structural concrete. *PCI journal:* 75-149.

Schlaich, J., & Schafer, K., 1991. Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-Tie Models, *The Structural Engineers*, 69(6): 13

Wikipedia. http://en.wikipedia.org/wiki/Cellular_automata, Accessed 6 May. 2009.

Yi, H. J., 1998. Development of An Object Oriented Finite Element Distributed Processing System using Dynamic Load Balancing Technique, Master thesis, Seoul National University. (in Korean)

Yun, Y. M. & B. H. Kim, 2006. Grid Strut-Tie Model Approach for Structural Concrete Design, *Korean Society of Civil Engineers*, 26(4): 621-637. (in Korean)