

# 테두리가 보강된 회전 원판의 반-유한요소해석

## Semi-finite Element Analysis of Rotating Disks Reinforced at Rim

구 교 남\*

Kyo-Nam Koo

(2009년 4월 2일 접수 ; 2009년 4월 29일 심사완료)

**Key Words :** Critical Speed(임계속도), Vibration(진동), Composite Materials(복합재료), Rotating Disk(회전원판), Finite Element(유한요소), Rim Reinforcement(테두리 보강)

### ABSTRACT

In order to increase the critical speed of rotating disks of which functional material could not be changed such as in optical and magnetic data storage disks, a new disk with a rim reinforced by composite material is proposed and its concept is verified by numerical analysis. Stress distributions are found for the rotating disk composed of two annular disks of which materials are isotropic inside and orthotropic outside. Dynamic equation is formulated in order to calculate the natural frequency and critical speed. For the solution of lateral vibration, a rotational symmetry condition is applied along circumferential direction and a finite element interpolation with Hermite polynomial is performed along the radial direction to obtain a proper solution. According to the results, reinforcing a disk at rim makes critical speeds drastically increased, and induces a buckling phenomenon in mode (0,0) which occurs over the lowest critical speed.

### 1. 서 론

자기(magnetic) 또는 광학(optical) 정보저장장치는 원판의 회전을 통해 데이터를 읽고 쓰게 된다. 따라서 회전 속도는 데이터 전송속도를 결정하는 주요 변수가 된다. 1956년 시장에 처음 등장한 하드 디스크 드라이브(HDD)인 RAMAC은 24인치 디스크 50장에 고작 5 MB 용량이었지만, 2007년 기준으로 2.5인치 디스크에 200 GB 용량의 PMR(perpendicular magnetic recording) HDD가 시장에 판매되고 있다. 관련 전문가들에 의하면 PMR의 한계는 거의 없는 것으로 전해지고 있다. 또한 광학저장장치도 원판의 평면만을 이용하는 2차원 기록에서 홀로그래프를 이용한 3차원 저장장치인 HDDS

(holographic digital data storage)의 실용화에 대한 연구가 활발하다. 일반적인 예측에 의하면 일반 CD의 제원과 같은 지름이 12 cm인 디스크 1장에 1 TB 용량까지 저장이 가능하므로 HDDS는 전통적인 광학 기록매체의 벽을 뛰어넘는 획기적인 기술이다<sup>(1)</sup>.

정보의 취급량이 많아질수록 데이터 전송속도의 증가로 인해 디스크 저장장치는 빠른 회전속도를 요구하게 되는데 이는 동적 불안정성을 야기하여 데이터의 오류를 가져오게 된다. 또한 데이터의 고집적도는 열변형에 대한 치수안정성을 요구한다. 최근 들어 Koo는 일련의 연구들<sup>(2-5)</sup> 통하여 섬유강화 복합재료를 회전하는 CD에 적용하여 중량의 증가 없이 회전원판의 임계속도를 증가시킬 수 있음을 보였다. 섬유강화 복합재료는 비강성, 비강도가 높으며 섬유방향으로 열팽창계수가 매우 작으므로 회전 정보저장 장치에 적합한 재료로 판단된다. 그러나 모든 회전 정보저장 장치의 영역은 자성이나 광

\* 교신저자; 정회원, 울산대학교 항공우주공학과  
E-mail : knkoo@mail.ulsan.ac.kr  
Tel : (052) 259-1261, Fax : (052) 259-1682

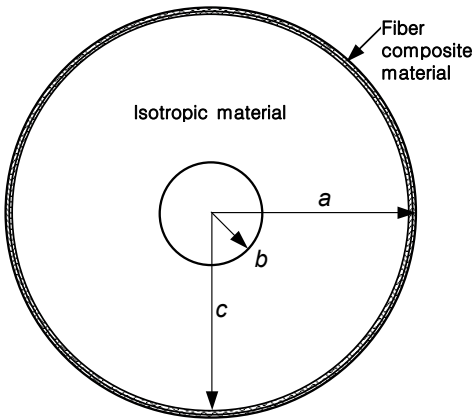


Fig. 1 Isotropic disk reinforced by fiber composite material at rim

학적 특성을 만족시키는 물질로 구성되어야 한다. 예를 들어  $\phi = 120$  mm인 CD나 DVD 같은 광학저장장치는 다음과 같이 구성된다.

- Lead in area :  $\phi = 46\sim 50$  mm(table of contents)
- Program area :  $\phi = 50\sim 116$  mm
- Lead out area :  $\phi = 16\sim 117$  mm(2 Hz pulse)

즉, 정보가 저장되는 프로그램 영역은 물론이고 그 내외 영역도 일부 데이터가 기록되어 CD의 하 면에는 투명한 재료가 사용되는 기관, 그 다음에는 기록층(dye), 반사층(Al), 보호층이 차례로 있어야 하므로 섬유강화복합재료의 적용은 제한적이며 제작비용도 많이 들 수 있다.

따라서 이 연구에서는 Fig. 1과 같이 회전 정보저장 장치의 기록영역에는 기존의 특성재료를 사용하고 외경의 테두리(rim) 일정 영역에 섬유강화 복합 재료로 보강하는 새로운 개념의 회전원판을 제안한다. 테두리가 보강된 회전원판의 동적 특성을 평가하기 위해 회전에 의한 면내하중에 대한 분포식을 유도한다. 회전원판의 동적 지배방정식은 에너지법을 적용하여 구한다. 서로 다른 재료로 구성된 원판의 반경을 따른 횡 방향 변위에 대한 근사해를 가정하는 것은 용이하지 않으므로 허마이트(Hermite) 다항식을 이용한 유한요소 정식화를 수행한다. 보강 반경에 따른 원판의 기계적 거동을 살펴보기 위해 탄소섬유강화 복합재료(carbon fiber reinforced plastic : CFRP)로 보강된 CD 제원을 갖는 회전 원판에 대한 수치해석을 수행한다.

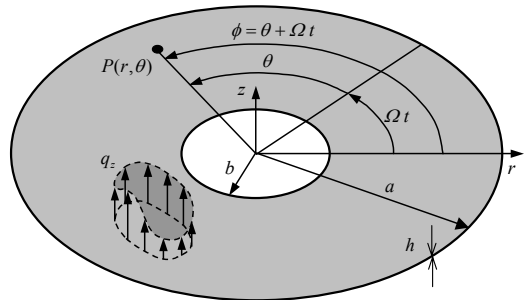


Fig. 2 Rotating coordinate  $(r, \theta)$  and non-rotating coordinate  $(r, \phi)$

## 2. 지배방정식과 일반해

### 2.1 변형률 에너지 및 운동 에너지

이 연구에서 다루고자 하는 원판은 Fig. 1과 같이 원판의 내부는 등방성 재료로 되어 있으나 테두리는 섬유가 원주방향으로 배열된 형태를 갖는다. 등방성 재료는 이방성 재료의 일종이므로 유한요소식은 극직교 이방성(polar orthotropic) 재료에 대해 구해진다. 극직교 이방성 재료의 응력-변형률 관계식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_r & \nu_{r\theta} E_\theta & 0 \\ 1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r} & 1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r} & 0 \\ \nu_{\theta r} E_r & E_\theta & 0 \\ 1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r} & 1 - \nu_{r\theta} \nu_{\theta r} & 0 \\ 0 & 0 & G_{r\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{or } \{\sigma\} = [C]\{\epsilon\}$$

여기서  $r$ 과  $\theta$ 는 각각 반경방향과 원주방향을 의미하며,  $E$ 와  $G$ 는 각각 탄성계수와 전단계수를,  $\nu$ 는 푸아송 비를 나타낸다.

고전 판이론에 따라 거동하는 원판의 변위는 Fig. 2와 같이 원판에 고정되어 원판과 함께 회전하는  $(r, \theta, z)$  좌표계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u_r &= u_r^0 - z \frac{\partial w}{\partial r} \\ u_\theta &= u_\theta^0 - z \frac{\partial w}{r \partial \theta} \\ w &= w \end{aligned} \quad (2)$$

식 (1)과 (2)를 이용하면 두께  $h$ 를 갖는 원판의

힘 변형률 에너지는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$U^b = \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \{\kappa\}^T [D] \{\kappa\} r d\theta dr \quad (3)$$

where

$$\{\kappa\} = - \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \\ \frac{\partial w}{r \partial r} + \frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \theta^2} \\ 2 \left( \frac{\partial^2 w}{r \partial r \partial \theta} - \frac{\partial w}{r^2 \partial \theta} \right) \end{array} \right\} [D] = \frac{h^3}{12} [C]$$

한편 원판의 회전에 의해 발생한 평면응력에 의한 변형률 에너지는 다음과 같다.

$$U^\Omega = \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \left[ \bar{N}_r \left( \frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 + \bar{N}_\theta \left( \frac{\partial w}{r \partial \theta} \right)^2 \right] r d\theta dr \quad (4)$$

여기서  $\bar{N}_r$ 과  $\bar{N}_\theta$ 는 단위 길이당 평면력이며 적절한 경계조건을 적용하여 구해야할 미지수이다.

원판의 밀도를  $\rho$ 라 할 때, 횡방향 진동에 의한 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_r \int_\theta \rho h \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 r d\theta dr \quad (5)$$

### 2.2 유한요소 정식화

진동하는 원판의 횡 변위  $w(r, \theta)$ 는 회전대칭 (rotational symmetry)이므로 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$w = R(r)_{mm} \cos n\theta \quad (6)$$

즉 원주방향으로의 변화는 삼각함수로 표현될 수 있으므로 Kirkhope과 Wilson이<sup>(6)</sup> 사용한 방법과 같이 반경방향에 대해서만 유한요소 정식화를 수행한다.

허마이트 다항식  $N_i(r)$ 을 이용하면 식 (6)의  $R_{mm}(r)$ 은 다음의 유한요소 보간식으로 표현된다.

$$R_{mm}(r) = \sum_{i=1}^4 N_i(r) w_i = \{N\}^T \{w\}_e \quad (7)$$

여기서  $\{N\}$ 는 허마이트 다항식으로 이루어진 벡터이며  $\{w\}_e$ 는 절점 변위로 다음과 같다.

$$\{N\}^T = \{N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4\} \quad (8.1)$$

$$\{w\}_e^T = \left\{ w_1 \quad \frac{r_e \phi_1}{2} \quad w_2 \quad r_c \frac{\phi_2}{2} \right\} \quad (8.2)$$

식 (6)과 (7)을 식 (3)과 (4)에 대입하면 유한요소 의 변형률 에너지와 운동 에너지를 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U_e^b = \frac{1}{2} \{w\}_e^T \left( c\pi \int_{r_c} [B]^T [D] [B] r dr \right) \{w\}_e \quad (9)$$

$$U_e^\Omega = \frac{1}{2} \{w\}_e^T \left( c\pi \int_{r_c} \left[ r \bar{N}_r \frac{d\{N\}}{dr} \frac{d\{N\}^T}{dr} + \frac{n^2}{r} \bar{N}_\theta \{N\} \{N\}^T \right] dr \right) \{w\}_e \quad (10)$$

$$T_e = \frac{1}{2} \{\dot{w}\}_e^T \left( c\pi \int_{r_c} \rho h \{N\} \{N\}^T r dr \right) \{\dot{w}\}_e \quad (11)$$

where

$$c = \begin{cases} 2 & \text{for } n = 0 \\ 1 & \text{for } n \geq 1 \end{cases}$$

$$[B] = \{b\} \{N\}^T$$

$$\{b\}^T = \left\{ \left( \frac{d^2}{dr^2} \right) \quad \left( \frac{d}{r dr} - \frac{n^2}{r^2} \right) \quad 2n \left( \frac{d}{r dr} + \frac{1}{r^2} \right) \right\}$$

따라서 요소의 강성행렬과 질량행렬은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$[K]_e^b = c\pi \int_{r_c} [B]^T [D] [B] r dr \quad (12)$$

$$[K]_e^\Omega = c\pi \int_{r_c} \left[ r \bar{N}_r \frac{d\{N\}}{dr} \frac{d\{N\}^T}{dr} + \frac{n^2}{r} \bar{N}_\theta \{N\} \{N\}^T \right] dr \quad (13)$$

$$[M]_e = c\pi \int_{r_c} \rho h \{N\} \{N\}^T r dr \quad (14)$$

식 (13)에서  $\bar{N}_r$ 과  $\bar{N}_\theta$ 의 분포를 알고 있다면  $k$ 번째 요소 내의 가우스 점들에서의 값은 다음과 같이 요소 내에서 선형 보간으로 근사화될 수 있다.

$$\bar{N}_r(r) = \frac{\Delta \bar{N}_r}{r_e} (r - r_k) + \bar{N}_{rk} \quad (15.1)$$

$$\bar{N}_\theta(r) = \frac{\Delta \bar{N}_\theta}{r_e}(r-r_k) + \bar{N}_{\theta k} \quad (15.2)$$

여기서  $k$ 번째 요소의 시작 절점은  $k$ 라고 가정되었다. 다음 절에서는 Fig. 1과 같이 구성된 원판에 작용하는  $\bar{N}_r(r)$ 과  $\bar{N}_\theta(r)$ 에 대한 정해를 구한다.

### 2.3 면내하중

일정한 회전수  $\Omega$ 로 회전하는 원판의  $r$ -방향으로의 평형방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$-\frac{\partial(r\bar{N}_r)}{\partial r} - \frac{\partial \bar{N}_{r\theta}}{\partial \theta} + \bar{N}_\theta = r(\rho h \Omega^2 r) \quad (16)$$

회전수가 일정한 경우에  $\bar{N}_{r\theta} = 0$  고 축대칭 문제가 되므로 참고문헌 (2)의  $\bar{N}_r$ 과  $\bar{N}_\theta$ 를 식 (16)에 대입하여 정리하면 식 (16)은 다음과 같이 코시-오일러(Cauchy-Euler) 방정식 형태로 정리된다.

$$r^2 \frac{d^2 \bar{u}_r}{dr^2} + r \frac{d \bar{u}_r}{dr} - \mu^2 \bar{u}_r = -\frac{\rho h \Omega^2 r^3}{K_r} \quad (17)$$

where  $\mu^2 = E_\theta/E_r \neq 9$

식 (17)에서 등방성인 내부재료에 대해서는  $K_r$ 은  $K$ 로 대치되며 각각은 다음과 같이 정의된다.

$$K = \frac{Eh}{1-\nu^2}, \quad K_r = \frac{E_r h}{1-\nu_r \nu_{\theta r}} \quad (18)$$

따라서 내부와 외부 원판의 변위는 각각 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\bar{u}_r^i(r) = C_1^i r + C_2^i r^{-1} - \frac{\rho_i h \Omega^2 r^3}{8K} \quad (19)$$

$$\bar{u}_r^o(r) = C_1^o r^\mu + C_2^o r^{-\mu} - \frac{\rho_o h \Omega^2 r^3}{K_r(9-\mu^2)} \quad (20)$$

$r=b$ 에서 고정되고  $r=a$ 에서 자유이며  $r=c$ 에서 두 재료가 접합된다면 다음의 경계조건을 적용할 수 있다.

$$\bar{u}_r^i(b) = 0, \quad \bar{N}_r^o(a) = 0 \quad (21.1)$$

$$\bar{u}_r^i(c) = \bar{u}_r^o(c), \quad \bar{N}_r^i(c) = \bar{N}_r^o(c) \quad (21.2)$$

식 (21)의 경계조건을 적용하면 다음의 식들로 계수를 결정한다.

$$b C_1^i + b^{-1} C_2^i = \rho_i h b^3 \Omega^2 / 8K \quad (22.1)$$

$$\begin{aligned} &\mu(1+\mu\nu_{r\theta})a^{\mu-1}C_1^o - \mu(1-\mu\nu_{r\theta})a^{-\mu-1}C_2^o \\ &= (3+\mu^2\nu_{r\theta})\rho_o h a^3 \Omega^2 / K_r(9-\mu^2) \end{aligned} \quad (22.2)$$

$$\begin{aligned} &c C_1^i + c^{-1} C_2^i - c^\mu C_1^o - c^{-\mu} C_2^o \\ &= \rho_i h c^3 \Omega^2 / 8K - \rho_o h c^3 \Omega^2 / K_r(9-\mu^2) \end{aligned} \quad (22.3)$$

$$\begin{aligned} &(1+\nu)K C_1^i - (1-\nu)K c^{-2} C_2^i \\ &- \mu(1+\mu\nu_{r\theta})K_r c^{\mu-1} C_1^o + \mu(1-\mu\nu_{r\theta})K_r c^{-\mu-1} C_2^o \\ &= (3+\nu)\rho_i h c^2 \Omega^2 / 8 - (3+\mu^2\nu_{r\theta})\rho_o h c^2 \Omega^2 / (9-\mu^2) \end{aligned} \quad (22.4)$$

식 (22)의 연립방정식의 해를 구하면 다음식으로부터 내부 및 외부 원판에 작용하는 평면하중을 구할 수 있다.

$$\bar{N}_r^i = K \frac{d\bar{u}_r^i}{dr} + \nu K \frac{\bar{u}_r^i}{r} \quad (23.1)$$

$$\bar{N}_\theta^i = \nu K \frac{d\bar{u}_r^i}{dr} + K \frac{\bar{u}_r^i}{r} \quad (23.2)$$

$$\bar{N}_r^o = K_r \frac{d\bar{u}_r^o}{dr} + \nu_{r\theta} K_\theta \frac{\bar{u}_r^o}{r} \quad (23.3)$$

$$\bar{N}_\theta^o = \nu_{\theta r} K_r \frac{d\bar{u}_r^o}{dr} + K_\theta \frac{\bar{u}_r^o}{r} \quad (23.4)$$

### 2.4 유한요소 진동방정식

원판이  $\Omega$ 의 속도로 회전할 때, 회전좌표계  $(r, \theta)$ 에 대해  $z$ -방향으로의 동적 방정식은 식 (12)~(13)의 요소 행렬을 조합하여 라그랑지 방정식을 이용하면 다음과 같이 된다.

$$[M]\{\ddot{w}\} + ([K^b] + [K^{\Omega}])\{w\} = \{f\} \quad (24)$$

여기서  $[K^b]$ 는 휨에 의한 강성행렬,  $[K^{\Omega}]$ 는 회전에 의한 강성행렬,  $[M]$ 은 질량행렬,  $\{f\}$ 는 절점력 벡터이다.

고정좌표계에 대한 자유진동 해는 식 (24)에서 절점력  $\{f\} = \{0\}$ 으로 하고 조화운동으로 가정하여 얻을 수 있다.

$$([K^b] + [K^{\Omega}] - \omega^2[M])\{w\} = \{0\} \quad (25)$$

식 (25)의 고유치는 회전좌표계  $(r, \theta)$ 에 대한 고유진동수이며 고정좌표계  $(r, \phi)$ 에 대한 고유치는 다음과 같이 주어진다.

$$\lambda_{mn} = \omega_{mn} \pm n\Omega \quad (26)$$

여기서  $\omega_{mn} + n\Omega$ 와  $\omega_{mn} - n\Omega$ 는 각각 전진파와 후

진파의 진동수이며  $m$ 과  $n$ 은 각각 절원과 절선의 개수를 나타낸다. 후진파의 진동수가 원판의 회전수와 같아질 때, 즉  $\omega_{mn} = n\Omega$ 일 때 회전속도는 임계속도  $\Omega_c$ 로 정의된다.

### 3. 계산결과 및 검토

앞서 얻어진 결과를 광학 저장장치와 같은 제원

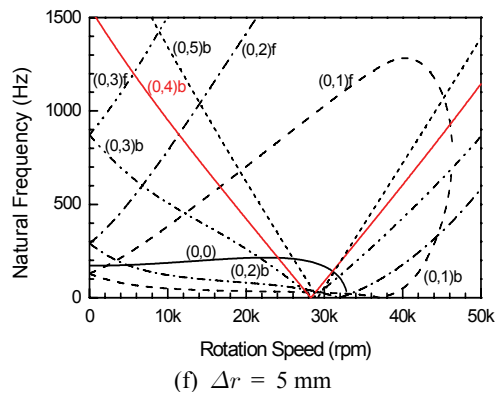
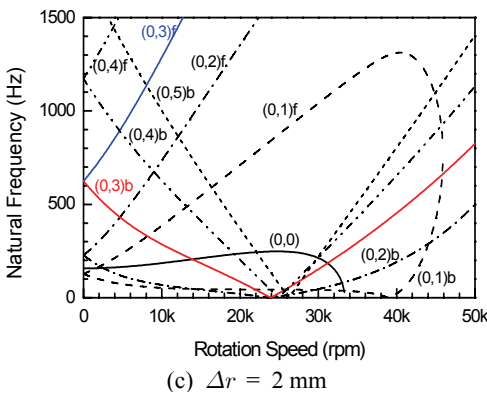
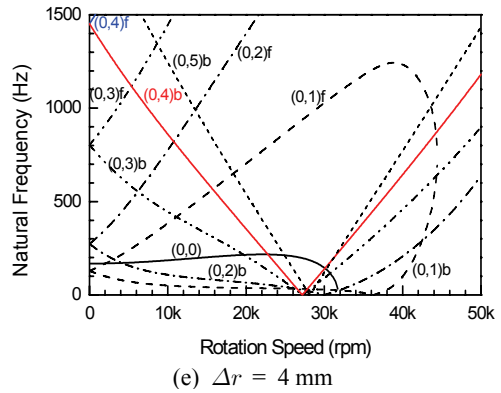
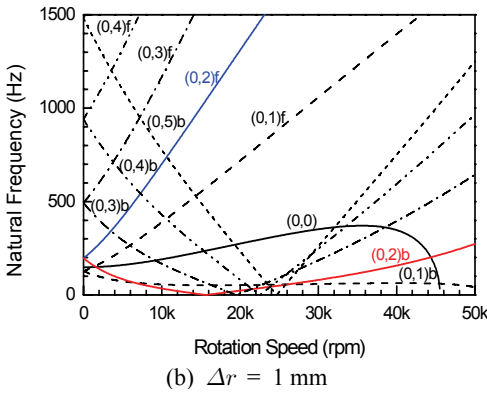
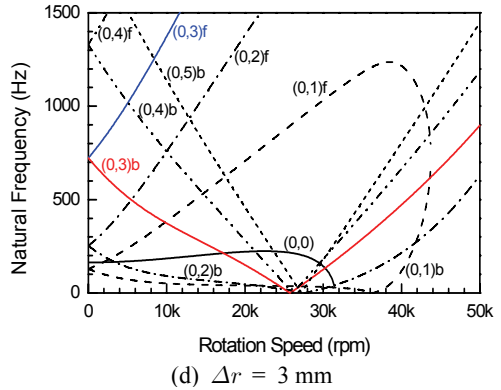
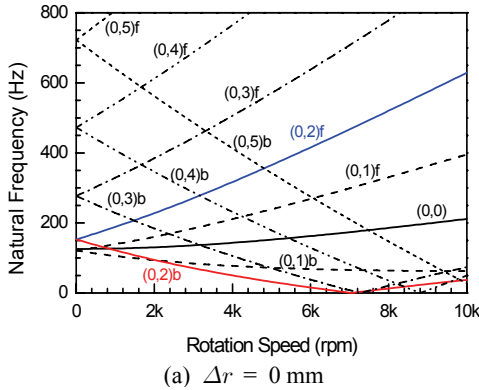


Fig. 3 Speed-frequency diagram for rim-reinforced disks

을 갖는 원판에 적용하였으며 기하학적인 제원은 다음과 같다.

$$b = 15 \text{ mm}, a = 60 \text{ mm}, h = 1.2 \text{ mm}$$

테두리에서의 강화폭은  $\Delta r = a - c$ 로 반경  $c$ 에 의해 결정된다. 이 논문에서는 내부원판 재료로 폴리 카보네이트(polycarbonate)를, 외부원판 재료로 탄소 섬유강화 복합재료를 선택하였다. Table 1에 두 재료의 기계적 물성치를 나타내었으며, 하첨자 1과 2는 각각 섬유방향과 섬유에 수직인 방향을 뜻한다. 해석에 사용된 반경방향으로의 유한요소는 모든 원판에 대해 등 간격으로 45개를 사용하였다.

Table 2에는 테두리 강화폭  $\Delta r$ 에 따른 고유진동수의 변화를 나타낸다. 강화반경의 폭이 증가할수록 고유진동수가 증가하고 있다. 그러나 (0,1) 모드는  $\Delta r = 5 \text{ mm}$ 인 경우에도 고유진동수의 증가량이 4% 남짓으로 테두리 강화효과가 매우 작게 나타나고 있는데 이는 (0,1) 모드의 주된 변형이 반경을 따라 휨의 형태로 발생하기 때문이다. 이와 같은 이유로 (0,0) 모드의 고유진동수의 증가량은 그 다음으로 작게 나타나고 있다. 일반적으로 임계모드인 (0,2) 모드와 (0,3) 모드의 고유진동수는 큰 폭으로 증가하는 것으로 나타나 테두리의 보강만으로 임계속도

를 대폭 증가시킬 수 있음을 암시하고 있다.

테두리 강화폭에 따른 임계속도의 변화를 살펴보기 위해 원판의 회전수에 따른 고유진동수를 Fig. 3에 도시하였다. Fig. 3(a)와 3(b)를 살펴보면 테두리 강화폭이 1 mm인 경우에 임계속도는 15,640 rpm으로 등방성 원판의 임계속도 6,974 rpm에 비해 2배 이상 증가됨을 확인할 수 있다. 또한 회전속도가 증가함에 따라 (0,0) 모드의 진동수가 증가하다 특정 회전속도(약 45,528 rpm)에 이르러 영이 된다. (0,0) 모드에는 전진파와 후진파가 없으므로 이는 좌굴에 해당하며 이때를 좌굴속도로 정의할 수 있다(7). 특정 회전속도에서 좌굴이 발생한다는 것은 후에 확인하겠지만 압축응력이 광범위하게 분포하고 있음을 암시한다. Fig. 3(c)는 테두리 강화폭을 2 mm로 증가시킨 원판의 고유진동수 변화를 살펴보면 임계속도는 더욱더 23,812 rpm 증가되었으며 임계 모드는 (0,3) 모드로 변화되었다. 즉 (0,2) 모드의 임계속도가 (0,3) 모드의 임계속도보다 증가하였다. 테두리 강화폭을 더욱더 강화시킴에 따라 (Fig. 3(d)~3(f)) 임계속도는 증가하는 양상을 보이며 임계 모드도 (0,4) 모드의 형태로 변화한다. Fig. 4에는 테두리 강화폭의 증가에 따른 임계속도와 좌굴속도의 변화를 정리하였다. 선택된 강화폭에(1 mm ~ 5 mm) 대해서는 임계속도가 좌굴속도보다 낮은 값을 갖는다. 앞서 언급한 바와 같이 강화폭이 증가함에 따라 임계속도는 증가하나 증가폭이 둔화되고 있다. 좌굴속도는  $\Delta r = 3$ 일 때 최저치를 보이다 다시 약간 증가한다. 이는 강화폭이 증가함에 따라 압축 응력의 크기와 작용 반경이 변화하기 때문이다.

테두리 강화폭에 따른 반경방향 응력  $\sigma_r$ 과 원주

Table 1 Material properties

Properties	PC(polycarbonate)	CFRP(T300/N5208)
$E_1$	2.2 GPa	181.0 GPa
$E_2$	2.2 GPa	10.3 GPa
$G_{12}$	0.797 GPa	7.17 GPa
$\nu_{12}$	0.38	0.28
$\rho$	1220 kg/m <sup>3</sup>	1600 kg/m <sup>3</sup>

Table 2 Natural frequencies(Hz) of non-rotating disks for reinforced radii

$\Delta r$ (mm)	Natural frequency of modes					
	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)
0	131.7	125.0	152.3	273.5	468.1	718.0
1	148.5	127.1	196.6	492.7	941.4	1481.9
2	157.5	128.2	228.1	624.1	1173.5	1752.0
3	163.4	128.8	253.0	722.8	1330.1	1909.6
4	168.0	129.3	273.8	803.4	1451.4	2029.0
5	171.8	129.8	291.6	872.4	1554.8	2133.6

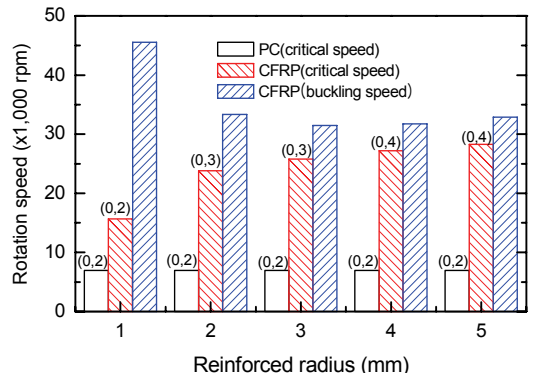


Fig. 4 Critical and buckling speeds

방향 응력  $\sigma_\theta$ 을 Fig. 5에 제시하였다. 여기서 회전 수  $\Omega$ 의 단위는 rad/s이다. Fig. 5(a)에 나타낸 것과 같이 등방성 원판이 회전할 때 작용하는 응력은 원판의 모든 영역에서 인장응력이 작용한다. 그러나 Fig. 5(b)~5(f)와 같이 테두리가 강화된 원판의  $\sigma_r$ 는 강화 테두리 안쪽 영역에서 압축응력이 작용하게 되는데 그 이유는 테두리에서 원주방향으로 강화된 CFRP가 변형을 구속하기 때문이다. 이 압축응력에 의해 일정속도에 도달하게 되면 좌굴이 발생하게 된다. 강화폭이 증가함에 따라 압축응력의 작용영역이 증가함을 확인할 수 있다. 이로부터  $\Delta r$ 이 증가할수록 좌굴속도가 증가될 것으로 예상되지

만,  $\Delta r = 3$ 에서 최저가 됨을 확인할 수 있다. 이는  $\Delta r$ 이 증가함에 따라 테두리 강화로 인해 외경의 구속조건은 강화되고 압축응력의 작용영역이 원판의 중심 쪽으로 이동해 내경 쪽의 유효강성도 증가되는 효과에 의한 것으로 판단된다.  $\sigma_\theta$ 는 내측의 등방성 재료와 외측의 CFRP의 탄성계수의 차이에 의해 두 재료의 경계면에서 심한 불연속성이 나타나고 있다.  $\Delta r = 4$  mm와 5 mm일 때 재료의 경계면 부근을 제외하고는  $\sigma_\theta$ 는 인장응력 상태이며, 강화폭이 증가함에 따라 그 크기가 감소하고 있다. 이는  $\sigma_r$ 과 마찬가지로 CFRP가 테두리에서 변형을 구속하기 때문이다.

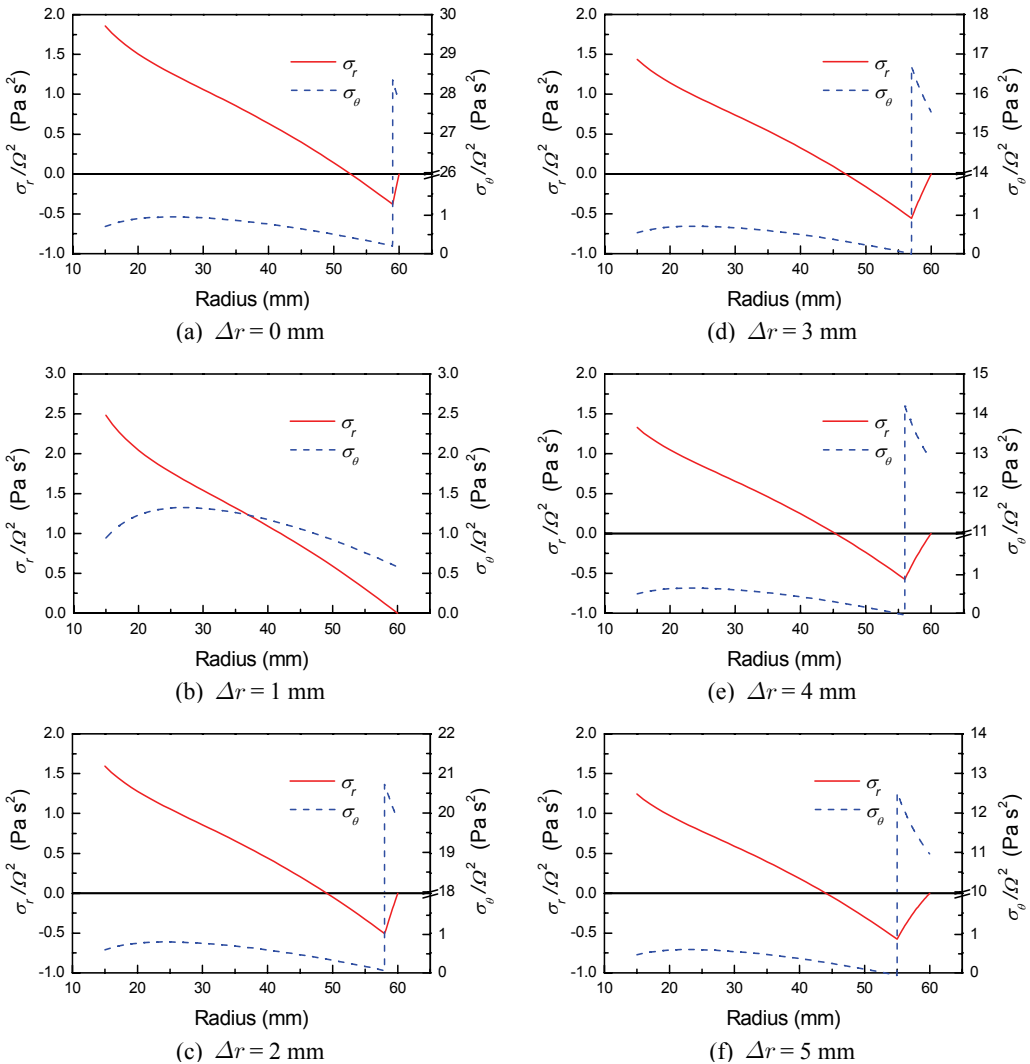


Fig. 5  $\sigma_r/\Omega^2$  and  $\sigma_\theta/\Omega^2$  for rim-reinforced disks

#### 4. 결 론

자기 또는 광학 등과 같이 고유의 특성이 요구되는 원판의 기능영역에는 기존의 재료를 사용하고 테두리의 일부 영역에 섬유강화 복합재료를 적용하는 새로운 개념의 회전원판을 제안하고 진동해석을 수행하였다. 내부와 외부의 재료가 서로 다른 원판의 회전에 의한 면내하중 분포식을 구하였으며 진동해석을 위해서 반경 변수만 유한요소 정식화를 수행하였다.

다양한 테두리 강화폭에 대한 진동해석을 수행한 결과, 작은 강화폭으로도 임계속도를 2배 이상 대폭 증가시킬 수 있음을 입증하였다. 회전원판의 테두리 강화는 등방성 원판에서는 일어나지 않는 좌굴을 발생시키지만 증가된 임계속도보다 높은 속도에서 좌굴이 발생하여 문제가 되지 않는다.

#### 후 기

이 논문은 2008년 울산대학교의 연구비에 의하여 연구되었음.

#### 참 고 문 헌

(1) [http://www.optware.co.jp/english/index\\_tech.htm](http://www.optware.co.jp/english/index_tech.htm).

(2) Koo, K. N., 2005, "In-plane Stress Analysis of Rotating Composite Disks," Journal of the Korean Society for Composite Materials, Vol. 18, No. 4, pp. 8~13.

(3) Koo, K. N., 2006, "Vibration Analysis and Critical Speeds of Rotating Polar Orthotropic Disks, Part I: Formulation and Solution Method," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 2, pp. 169~175.

(4) Koo, K. N., 2006, "Vibration Analysis and Critical Speeds of Rotating Polar Orthotropic Disks, Part II: Analysis Results," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 3, pp. 247~254.

(5) Koo, K. N., 2006, "Stress and Vibration Analysis of Rotating Laminated Composite Disks," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 9, pp. 982~989.

(6) Kirkhope, J. and Wilson, G. J., 1976, "Vibration and Stress Analysis of Thin Rotating Discs Using Annular Finite Elements," Journal of Sound and Vibration, Vol. 44, No. 4, pp. 461~474.

(7) Virgin, L. N., 2007, Vibration of Axially Loaded Structures, Cambridge University Press, New York.