한국학교수학회논문집 제 12 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 12, Number 1, 131-149, March 2009

중학교 영재학생의 수학기초지식의 이해 정도에 대한 조사 연구

서보억[1)]

수학영재교육에 대한 관심은 높다. 하지만 2003년 교육청 영재교육원을 통한 수학영재교육이 실시된 이래 학생의 성취결과에 대한 분석은 부족한 실정이다. 본 연구에서는 수학기초지식을 정의, 성질, 절차로 세분화하고 그에 따른 검사문항을 국가수준의 성취기준을 준거로 개발하였다. 개발된 검사도구로 한 광역시 영재원을 선택하여 전수검사를 실시하고, 그 결과를 분석하였다. 먼저, 기초 정의에서는 연산과 관련된 기본적인 개념을 제외하면 비교적 낮은 성취결과를 보였다. 둘째, 기초 성질에서는 기초 정의가 결여된 기초 성질에 대한 문항에서 매우 낮은 성취결과를 보였고, 전체적으로 기초 정의와 유사한 성취결과를 보였다. 셋째, 기초 절차에서는 매우 높은 성취결과를 보였다. 이러한 검사결과를 통해 볼 때 수학기초지식에 대한 이해력을 높일 필요성이 있고, 이를 위해 영재선발 문항과 영재교육 내용에 대한 체계적인 대안의 개발이 요구되어진다. 본 조사연구는 수학기초지식과 결부되어진 선발문항 개발 및 영재교육내용의 개선에 의미 있는 시사점을 제기할 수 있고, 수학영재교육의 긍정적 변화에 도움을 제공하리라 기대한다.

주요용어 : 수학영재교육, 수학기초지식, 영재교육과정

Ⅰ. 들어가는 말

21세기는 지식기반사회라고 한다. 지식이 산업의 핵심이고 중추적인 역할을 한다고 간주하고 있다. 현대 사회에서 요구하는 학습자는 지식을 어떻게 잘 관리하고 사용하느냐를 중요하게 생각한다. 수학의 학습은 지식을 습득하는 것이고 이 지식을 바탕으로 학습역량을 확장하고 새로운 지식의 형성의 기초로 사용하여야 한다. 20세기가 지식 그 자체를 강조하였던 시기였다면 21세기는 지식을 새로운 지식의 원동력으로 사용한다는 측면에서 큰 페르다임의 차이가 있다고 볼 수 있다. 이러한 지식기반사회의 대두는 우리의 교육환경에도 큰 변화를 일으켰다. 과거 10여 년 전에는 심화학습교실이라는 이름으로 행하여지던 수월성 교육이 2000년 영재교육진흥법, 2002년 4월 영재교육진흥법시행령, 2002년 11월 영재교육진흥종합계획안 수립을 위한 공청회를 차례로 거치면서 2003년 본격적인 수학영재교육이 시작되었고, 현재까지 영재교육이 활발하게 진행되고 있다.

또한 최근 정부에서는 우수한 인력을 양성하기 위해 국정지표로서 5가지 대전략과 그에

1) 한국교육과정평가원 (eukeuk@kice.re.kr)

따른 하위 전략 20가지를 제시하였다(청와대, 2008). 그중 15번째 전략이 세계적 수준의 우수인재를 육성이고 이를 위해 체계적인 영재육성시스템이란 구체적인 과제도 제시하고 있다. 이러한 정부의 정책은 우수한 인재 육성을 위한 영재교육의 효과를 극대화하기 위한 효율적인 교육체계를 구축하겠다는 의지를 표현한 것으로 보인다.

이러한 시대적인 흐름과 함께 수학영재교육과 관련된 연구는 폭넓게 다루어지고 있고, 연구 주제도 영재의 사고 특성 연구, 영재선발 연구, 교수 학습자료 개발, 교수학습 방법 등 다양하다. 이러한 다양한 연구 중에서 본 연구와 관련이 있는 수학영재학생들의 기초지식의 이해 및 학업능력과 관련된 선행연구를 분석하면 다음과 같다. 첫째, 수학영재학생과 일반학생들의 능력의 차이를 다양한 관점에서 비교하는 연구가 진행되었다(이창림, 2008 ; 황동주, 2006 ; 김선희 · 김기연 · 이종희, 2005). 둘째, 영재교육원에서의 수학과 평가 결과와 영재아들의 성취수준을 비교하는 연구가 진행되었다(강윤수 · 조병찬, 2007). 셋째, 수학영재학생들의 특성과 실태 분석, 기초개념에 대한 인식과 오류에 대한 연구가 진행되었다(김순심, 2007 ; 이상헌, 2005 ; 박지현, 2007). 첫 번째 선행연구의 경우 복합적인 사고를 요구하거나 복잡도가 높은 수학적 지식을 중심으로 연구가 진행되었고, 두 번째의 경우 영재원에서의 평가와 학업성취도와의 관련성을 비교하는 수준에서 연구가 진행되었고, 세 번째의 경우는 기초개념에 대한 인식과 오류에 대한 연구가 초등학생을 위한 영재교육원을 중심으로 연구가 진행되거나 특성과 실태 분석이 수학 외적인 변인들을 중심으로 연구가 이루어졌다.

선행연구의 분석으로부터 중학교 수학영재학생들을 대상으로 수학기초지식의 이해 정도에 대한 실태 조사가 거의 이루어지지 않고 있음을 확인할 수 있다. 따라서 시도교육청을 중심으로 영재교육원이 개원하지 6년이 지난 이 시점에서 체계적인 선발 체제에 의해 엄격한 절차를 거쳐 선발된 수학영재학생들이 가진 기초지식의 이해에 대한 가장 기초적인 정보수집이 절실히 필요하다. 왜냐하면, 이러한 정보 수집을 통해 지금 활발하게 진행되고 있는 수학영재교육과정의 개발, 교수학습 방법의 개선, 교수학습 자료의 개발에 기초적인 정보를 제공할 수 있기 때문이다.

이러한 연구의 필요성에 의해 중학교 교육청 수학영재학생들에 대한 수학기초지식의 이해 정도를 파악하는 것을 본 연구의 목적으로 한다. 이러한 본 연구의 목적에 따라 수학기초지식을 내용 영역과 기초지식 영역으로 세분화하여 그에 대한 학생들의 이해 정도를 구체적으로 살펴보는 것을 연구문제로 설정하였다. 이러한 이해 정도에 대한 실태 파악을 통해 수학영재교육과정의 개발과 운영에 의미 있는 시사점을 주리라 기대한다.

Ⅱ. 수학기초지식의 추출

1. 수학기초지식(Mathematical Basic Knowledge, MBK)

지식(知識)은 교육, 학습, 숙련 등을 통해 사람이 재활용할 수 있는 정보와 기술 등을 포괄하는 의미이다. 넓은 뜻으로는 어떤 사물에 관하여 명료한 의식을 지니는 것으로서 알고 있는 내용, 알려진 사물의 뜻이 되기도 하며, 좁은 의미로는 주관적으로나 객관적으로나 확실한 의식을 지식이라고 한다. 이 경우에 사물의 성질, 다른 것과의 관계 등에 관하여 참된 판단을 지닌다는 것을 말한다(편집부, 2004). 국립국어원의 표준대사전(2008)에는 '어떤 대상에 대하여 배우거나 실천을 통하여 알게 된 명확한 인식이나 이해, 알고 있는 내용이나 사물'이라고 정의하고 있다.

또한 지식은 학습과 관련시켜 보다 세분화할 수 있다. 수업에서 강조해야 할 지식의 구조라는 측면에서 지식을 개념적 지식과 절차적 지식으로 나눌 수 있다. Resnick과 Ford(1981)는 '절차적 지식'을 수학적으로 정형화된 경로를 수행하기 위한 인간의 내적인 프로그램이라고 하고, 개념적 지식은 절차 단계마다 내재된 수학적인 개념이나 성질로 설명한다. 지식에는 사물의 뜻이 내포되어져 있고 이를 통해 '정의'를 추출할 수 있다. 또한 지식에는 사물의 성질이나 다른 것과의 관계를 내포하므로 이를 통해 포괄적인 의미로 '성질'을 추출할 수 있다. 마지막으로 지식에는 정형화된 경로를 수행하기 위한 '절차'를 내포하고 있다. 따라서 본 연구에서는 지식의 구성요소로 정의, 성질, 절차를 추출하였고, 이에 따라 기초지식은 기초 정의, 기초 성질, 기초 절차로 세분화하였다.

2. 기초지식의 중요성

수학영재학생들에게 왜 기초지식의 중요성이 강조되어야 하는지에 대해 고찰해 보자. 수학영재를 위한 수업에서 학생들에게 요구하는 최종의 목표는 무엇일까? Renzulli의 삼부 심화학습모형 3단계는 개인 또는 소집단 단위의 문제 해결 및 연구 활동의 단계로, 개인의 창의적인 산출물을 요구한다. 또한, 최근 영재교육기관에서 강조하는 연구와 교육(R & E, Research and Education)활동에서도 창의적인 연구 보고서를 요구한다. 이처럼 지금의 수학영재교육에서는 이미 밝혀진 수학적인 사실을 수동적으로 습득하기 보다는 자신에게 이미 내재된 최소한의 경험과 기본지식을 바탕으로 하여, 보다 일반화된 새로운 수학적 사실을 발견하기를 요구하고 있다.

이러한 영재교육의 요구에 부합된 다양한 수업방법이 있지만, 그 중 유추를 활용한 수업은 매우 중요한 의미를 지니고 있다. 왜냐하면, 유추는 삼부학습모형에서 말하는 창의적 산출물과 R & E에서 요구하는 개인 연구보고서를 가능하게 하는 바탕을 제공할 수 있기 때문이다. 실제로, 유추에 대해 Polya(1973)는 케플러의 말을 인용하여 '나는 유추를 가장 신뢰할 수 있는 스승으로서 다른 어떤 것 보다 더 소중히 여긴다'고 하면서 유추는 자연의 모든 비밀을 알고 있다'라고 하였고, 한인기(2005)는 유추에 대해 '유추의 사용은 학습 자료를 깊이 이해할 수 있도록 도우며 지식들을 질적으로 새롭게 한다'고 하였고, 또한 '개별적으로 획득된 지식들을 하나로 결합시키는 사고의 새로운 연쇄의 생성을 촉진시킬 수 있다'고 보았다. 또한 유추는 '지식을 구체화시키고 유추에 의해 지식이 일반화 된다'고 보고 있다. Polya와 한인기의 생각으로 볼 때, 유추는 매우 중요한 가치를 지니고 있음을 알 수 있다. 그런데, 유추에 대한 이들의 주장에서 '지식들을 질적으로 새롭게', '지식들을 하나로 결합시키는', '지식을 일반화'라는 말에 주목하게 된다. 여기서 공통적으로 언급된 것은 지식인데, 그것은 출발점이라는 측면에서 기초지식이라고 볼 수 있다.

수학은 서로 일정하게 관련된 개념(지식)들의 집합체이다(한인기, 2005). 수학에서 개념들 사이의 종속관계를 밝히는 것은 매우 중요하다. 정삼각형의 개념은 이등변삼각형의 개념에 대해 하위개념이고, 상위개념인 이등변삼각형은 하위개념인 정삼각형을 포함한다. 수학에서 매우 중요하게 생각하는 것이 일반화인데 Polya(1954)는 일반화는 작은 집합의 고찰에서 더 큰 집합의 고찰로 옮겨 가는 것이라고 하였다. 또한 한인기(2005)는 일반화는 하위개념(기초지식)에서 상위개념(새로운 지식)으로 이동하는 것이라고 보았다. 따라서 여기서 말하는 하위개념은 기초지식으로 간주할 수 있고, 수학영재교육에서 기초지식은 새로운 창의적인 산출물이나 연구보고서의 중요한 바탕이 된다.

구체적으로 생각해 보면, 수학영재교육에서 자연수만 접한 학생이 순차적으로 정수를 탐

구하고, 유리수로 수 개념을 확장 및 심화시킬 수 있다. 이 때 이러한 활동의 가장 기초가 되는 것은 하위개념 혹은 기초개념이라고 볼 수 있는 자연수에 대한 기초지식이다.

또한 유추는 새로운 수학적 개념, 명제, 문제해결의 방법을 발견하는데 중요한 역할을 하는 추리방법이다. 이 때 하위개념의 속성이 상위개념으로 일반화되는데, 하위개념이 새로운 개념형성을 위한 기초지식으로 중요한 의미를 지니게 된다.

따라서 학교의 정규 수학교육과정에 제시되어 있거나 교과서를 통해 학생들에게 전달되는 지식은 나중에 학생 스스로 지식을 축적할 때 바탕이 되고 골격이 된다. 그러므로 한인기(2005)가 말한 것처럼 영재학생들이 미지의 세계에서 길을 찾고 스스로 지식의 영역을 확장하는 방법을 터득하도록 하는데 교육의 초점을 맞추어야 한다면 기초지식에 대한 명확한 이해는 필수적이다.

3. 성취기준과 수학기초지식의 추출

제7차 교육과정이후 국가 차원의 일정한 성취목표를 설정하여 국가 수준에서 교육과정과 교육의 수행정도를 명확할 필요성이 제기되었다. 이를 통해 학교현장의 교사들은 핵심적이고 최소한의 성취목표에 도달하기 위한 집중적인 노력을 기울여 교육의 책임을 다할 수 있도록 안내가 가능하여졌고, 학생들은 그에 따른 자신의 성취수준을 가름할 수 있게 되었다. 성취기준은 이러한 목적을 달성하기 위해 설정되어진 교육목표로서 최소한의 표준(standards)이자 국가수준에서의 교육의 기준(criterion)이다. 성취기준에 대해 최승현 등(2000)은 '국가교육과정의 취지를 구현하기 위하여 교육과정 전 범위에 걸쳐 학교급, 학년별로 성취해야 할 방향과 수준을 명료하게 제시한 것'이라고 하였다. 또한 성취기준의 성격에 대해 다음 네 가지로 정리하고 있다. 첫째, 성취기준은 국가차원의 표준적 의미를 갖는 것이다. 둘째, 교육의 결과 도달해야 할 목표점을 제시한 것이다. 셋째, 현행 교육과정의 내용과 목표를 바탕으로 한 것이다. 넷째, 학교에서 교수학습 활동에 직간접적으로 도움을 주는 것이다.

성취기준이란 국가수준에서 학교 수학교육을 통해 배워야할 최소목표를 추출한 것임과 동시에 정규교육과정을 통해 학생들이 성취해야할 능력 및 특성을 보다 구체적으로 진술한 것으로 보인다. 그렇다면, 본 연구에서 관심을 기울이는 수학기초지식은 학교교육을 통해 알아야하는 수학적인 내용이자 수학영재교육을 받을 학생들이 기본적으로 이해하고 있을 것이라고 생각하는 것이므로 성취기준이 지향하는 방향과 일치하는 것이다. 따라서 본 연구에서는 수학기초지식으로 설정된 세 가지 요소, 즉 정의, 성질, 절차를 추출하는 준거로서 국가수준에서 설정한 성취기준을 바탕으로 하였다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

이번 절에서는 본 연구의 목적인 중학교 교육청 영재학생들의 수학기초지식의 이해 정도에 대한 정확한 실태를 파악하기 위한 연구 방법 및 절차, 연구의 제한점에 대해 살펴본다.

1. 연구 대상의 설정

영재교육진흥법의 제정과 더불어 전국 시도교육청 산하 영재교육원 및 영재학급에서 수학영재학생들을 대상으로 영재교육을 시작하였고, 본 연구는 교육청 산하 영재교육원 학생들

을 대상으로 연구를 진행하였다. 전국 시도교육청 전체를 연구대상으로 삼는 것은 현실적으로 불가능하기에, 한 지역 광역시교육청을 연구 대상으로 선택하였다. 선택한 광역시교육청의 경우 산하 영재교육원에 중학교 1학년 180명, 중학교 2학년 180명, 산하 영재학교에 중학교 3학년 80명이 교육을 받고 있다. 이 중에서 영재교육원에서 2년간의 교육을 받은 중학교 2학년 학생을 연구 대상으로 설정하였다.

검사는 광역시교육청 산하 A지역교육청 영재교육원 3학급 60명, B지역교육청 영재교육원 3학급 60명, C지역교육청 영재교육원 3학급 60명, 총 9학급 180명 중학교 2학년생 전원을 대상으로 전수조사를 실시하였다. 면담 및 관찰조사는 이중 한 지역교육청 영재교육원 3개 학급을 대상으로 하였다.

2. 검사도구의 평가 틀 개발

검사 도구를 개발하기 위한 평가 틀은 다음 두 가지로 설정하였다.

첫째, 수학기초지식으로서의 기초 정의, 기초 성질, 기초 절차를 평가의 틀로 선정하였다.

둘째, 제7차 수학교육과정(교육부, 1997)에서는 수학의 내용 영역을 수와 연산, 문자와 식, 도형, 확률과 통계, 규칙성과 함수, 측정 6개로 세분화하였고, 2007년 개정 수학교육과정(교육인적자원부, 2007)에서는 수와 연산, 문자와 식, 도형, 확률과 통계, 함수 5개로 세분화하였다. 이로부터 본 연구에서는 수와 연산, 도형, 문자와 식, 규칙성과 함수 4개의 영역만을 평가의 틀로 선정하였다.

3. 지필 검사도구의 개발

앞에서 결정한 평가의 틀을 바탕으로 검사 도구를 개발하였다. 검사 도구는 한국교육과정평가원에서 개발한 국가수준의 학업성취도평가 문항과 고입선발고사 문항, 시내 모 중학교(지역수준 성취도평가에서 수학성적의 평균이 연구지역 평균과 가장 근접한 학교)의 7년간의 정기고사 문항에 기초하여 개발하였다. 이들 문항에 대한 정답률과 난이도에 대한 정보를 통해 문항의 신뢰성을 높였고, 일반학생을 기준으로 문항의 예상 평균 정답률이 70%~72% 정도가 되도록 하였다.

가. 검사도구의 문항 유형

<표1>에서는 평가 틀에 따른 문항의 구성에 대한 이원분류표를 제시하였다. 전체 검사문항의 수는 20문항이며, 기초 정의와 관련된 문항 5문항, 기초 성질 9문항, 기초 절차 6문항으로 구성되었고, 선다형 문항 12문항(1번~12번)과 수행형 문항 8문항(13번~20번)으로 이루어졌다. 또한, 각각의 영역별로 선다형 3문항과 수행형 2문항으로 총 5문항씩 골고루 검사 문항을 개발하였다.

<표 1> 검사 도구 개발을 위한 이원분류표

구 분	수와 연산	도형	문자와 식	규칙성과 함수	소계(문항수)
기초 정의	1문항(13번)	1문항(7번)	1문항(4번)	2문항(11,19번)	5
기초 성질	2문항(1,3번)	4문항(6,8,15,16번)	1문항(5번)	2문항(9,20번)	9
기초 절차	2문항(2,14번)	·	3문항(10,17,18번)	1문항(12번)	6
소계(문항수)	5	5	5	5	20

나. 영역별 성취기준에 따른 수학기초지식과 문항

구체적으로 검사 문항에 대해 살펴보면 <표2>~<표5>와 같이 정리할 수 있다. 검사 문항을 개발하기 위해서는 먼저 각 영역별로 성취기준을 제시하였다. 이 성취기준에 따른 수학기초지식을 정의, 성질, 절차로 분류하여 추출하였다. 추출된 기초지식에 따라 검사 문항을 구체적으로 개발하였다.

첫째, 수와 연산 영역에서의 기초지식을 <표2>와 같이 추출하였다.

<표 2> 수와 연산 영역에서의 기초지식의 추출과 검사 문항

성취기준	단계	수학기초지식의 추출			검사 문항
		정의	성질	절차	
집합의 뜻을 이해하고 표현할 수 있다	7-가	집합			13
두 집합 사이의 포함관계를 이해하고 집합의 연산을 할 수 있다	7-가		포함관계와 집합의 연산		1
자연수를 소인수분해하고 이를 이용하여 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있다	7-가	약수, 배수	소인수분해와 최대공약수, 최소공배수	소인수분해 하기, 최대공약수와 최소공배수 구하기	·
십진법과 이진법의 뜻을 알고 자연수를 십진법과 이진법의 전개식으로 나타낼 수 있다	7-가	십진법, 이진법		십진법과 이진법의 전개식	·
이진법으로 표현된 수의 덧셈, 뺄셈을 할 수 있다	7-가			덧셈, 뺄셈	2
정수와 유리수의 성질을 이해하고 정수와 유리수의 사칙계산을 할 수 있다	7-가	절댓값	연산법칙	정수와 유리수의 사칙계산	3
분수를 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다	8-가		순환소수	분수를 소수로 고치기	14
유리수와 순환소수의 관계를 이해하고 순환소수를 분수로 나타낼 수 있다	8-가		유리수와 순환소수	순환소수를 분수로 고치기	·

둘째, 도형 영역에서의 기초지식을 <표3>과 같이 추출하였다.

표 3. 도형 영역에서의 기초지식의 추출과 검사 문항

성취기준	단계	수학기초지식의 추출			검사 문항
		정의	성질	절차	
점, 선, 면, 각에 대한 성질과 도형의 위치관계를 이해한다	7-나	직각, 평각, 예각, 둔각	위치관계	두 점 사이의 거리와 중점	·
각의 성질을 바탕으로 평행선의 성질을 이해한다	7-나	동위각, 엇각	평행선의 성질		15
작도의 뜻을 알고 간단한 도형을 작도할 수 있다	7-나	작도	간단한 도형의 작도		16
합동인 도형의 성질을 이해하고 합동조건을 말할 수 있다	7-나		합동조건		·
다각형과 원의 성질을 설명할 수 있다	7-나	정다각형, 할선, 접선, 중심각	부채꼴의 중심각과 호	대각선의 개수	6
다면체와 회전체의 성질을 이해한다	7-나		다면체와 회전체		·
명제의 뜻을 알고 주어진 명제를 가정과 결론으로 나눌 수 있다	8-나	명제, 가정, 결론			·

삼각형의 성질을 이해하고 그 성질을 설명할 수 있다	8-나	내심, 외심, 내접원, 외접원	이등변삼각형의 성질, 내심, 외심의 성질		7
여러 가지 사각형의 성질을 설명할 수 있다	8-나		여러 가지 사각형이 성질		8

셋째, 문자와 식 영역에서의 기초지식을 <표4>와 같이 추출하였다.

<표 4> 문자와 식 영역에서의 기초지식의 추출과 검사 문항

성취기준	단계	수학기초지식의 추출			검사 문항
		정의	성질	절차	
문자사용의 필요성을 알고 일차식의 계산을 할 수 있다	7-가	항, 계수, 상수항, 다항식, 단항식	일차식의 연산법칙	일차식의 계산	4
일차방정식과 그 해의 뜻을 알고 일차방정식을 풀 수 있다	7-가	일차방정식, 이항, 해	등식의 성질	일차방정식 풀기	·
일차방정식을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다	7-가		활용 문제의 식 세우기		5
다항식의 덧셈과 뺄셈, 다항식과 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다	8-가		지수법칙	다항식의 계산	10
등식을 변형할 수 있다	8-가			등식의 변형	·
미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 뜻을 알고 풀 수 있다	8-가	연립일차방정식	가감법, 대입법	연립일차방정식 풀기	17
미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다	8-가		활용 문제의 식 세우기		·
일차부등식과 그 해의 뜻을 알고 일차부등식을 풀 수 있다	8-가	일차부등식	부등식의 성질	일차부등식 풀기	18
연립일차부등식과 그 해의 뜻을 알고 연립일차부등식을 풀 수 있다	8-가	연립일차부등식		연립일차부등식 풀기	·
일차부등식과 연립일차부등식의 활용	8-가		활용 문제의 식 세우기		·

넷째, 규칙성과 함수 영역에서의 기초지식을 <표5>와 같이 추출하였다.

<표 5> 규칙성과 함수 영역에서의 기초지식의 추출과 검사 문항

성취기준	단계	수학기초지식이 추출			검사 문항
		정의	성질	절차	
두 양 사이의 규칙성을 알고 이를 좌표평면 위에 그래프로 나타낼 수 있다	7-가	정비례, 반비례, 정의역, 공역, 함숫값, 치역	두 양사이의 규칙성	그래프 그리기	19
함수의 개념을 활용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있다.	7-가		실생활에서 함수 관계 찾기		9
일차함수의 뜻을 알고 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다	8-가	일차함수		일차함수의 그래프 그리기	11
일차함수의 그래프의 성질을 이해한다	8-가	기울기, 절편	기울기와 절편과 일차함수 그래프	기울기 구하기, 절편 구하기	12
일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다	8-가		일차함수를 활용하는 상황 이해		20

4. 검사의 실시

개발된 검사 도구에 따라 2008년 11월 10일 ~ 11월 21일에 광역시교육청 산하 3개 지역 교육청 영재교육원에서 전수 검사가 실시되었다. 이 교육청의 경우 중학교 1학년에서 선발된 학생이 2년간의 교육을 통해 수료하도록 되어져 있다. 검사대상 학생들은 2007년 4월에 교육을 실시하여 2008년 11월 30일 수료하는 시점이었다. 검사에 참여한 실제 인원은 A영재교육원 3개 학급 55명, B영재교육원 3개 학급 55명, C영재교육원 3개 학급 58명이었다.

5. 수업관찰 및 개별 면담

한 개 지역교육청 영재교육원 1학년 3개 학급, 2학년 3개 학급을 대상으로 2007년 4월부터 2008년 2월까지 영재교육원 수업, 영재캠프, 개별 상담을 통해 이루어졌다.

6. 결과 분석 및 결론 도출

검사 결과를 평가 틀에 따라 분석을 실시하였다. 분석 결과를 바탕으로 중학교 교육청 영재학생들의 수학기초지식의 이해 정도에 대한 결론을 도출하였다.

7. 연구의 제한점

본 연구는 한 광역지방자치단체에서 이루어진 전수 조사를 바탕으로 이루어진 연구이므로 전국적으로 일반화하는데 어려움이 있을 수 있다.

Ⅳ. 검사 결과의 분석

본 연구의 목적인 중학교 교육청 수학영재학생들에 대한 수학기초지식의 이해 정도를 파악하기 위해 실시한 영재학생들의 수학기초지식 검사 결과 및 분석 내용은 다음과 같다.

<표6>은 검사 결과에 대한 전체 평균과 지역교육청 영재교육원별 평균, 남녀 성별 평균과 그에 대한 표준편차를 제시하였다. 전체 평균은 79.64점으로 일반학생들을 기준으로 한 예상 평균 70점~72점보다는 다소 높았지만, 연구자의 기대에는 크게 미치지 못한 것으로 나타났다.

<표 6> 검사 결과

구분	전체	지역교육청 영재교육원			성별	
		A	B	C	남학생	여학생
평균	79.64	80.42	81.96	76.69	78.74	81.76
표준편차	18.09	18.92	16.75	20.34	18.76	16.86

지역교육청별로 분석하면 B 지역교육청이 81.96점으로 가장 높았고, C지역교육청이 76.69점으로 가장 낮았다. 이러한 결과는 기대에 크게 벗어난 의외의 검사결과였다. 본 연구자는 A지역교육청에서 1999년~2003년까지 5년간 영재학생들을 지도하였고, B지역교육청에서 2004년부터 2007년까지 4년간 영재학생들을 지도하였다. A지역교육청의 경우 이 도시에서 가장 높은 교육열로 전국 최고의 학군으로 언급되는 지역이고, C지역교육청은 A지역교육청을 모방하는 교육열이 비교적 높은 지역에 해당된다. 반면 B지역교육청은 상대적으로 그렇

지 못한 지역이다. 실제로, 한국교육개발원에서 개발한 동일한 교재로 두 지역에서 영재수업을 진행한 본 연구자의 경험으로 그 차이를 확연하게 느낄 수 있었다. 또한, 이 도시의 경우 각 지역영재교육원이 설립되기 이전인 2003년까지는 시교육청 차원에서 성적순으로 180명을 선발하여 지역교육청별로 교육을 실시하였다. 이 때 선발된 인원을 보면 A지역교육청은 110명, B지역교육청은 20명, C지역교육청은 50명 정도가 선발되는 교육적 상황이었고, 지금도 그 상황은 그대로 유지되는데 수학기초지식 검사에서는 다소 상이한 검사결과가 나타났다.

본 연구자는 이 결과에 대해 보다 구체적으로 이해하기 위해 영재 선발 문항을 분석하였다. <표7>은 2003년도 영재 선발문항, <표8>은 2007년도 영재 선발문항의 대표적인 한 예이다.

<표 7> 2003년도 영재학생 선발문항 예시

다음 그림은 뾰족한 탑 모양의 꼭짓점이 안, 밖으로 각각 n개씩 있는 다각형(변이 모두 $2n$ 개)의 일부를 그려 놓은 것이다. 단, A_k는 내각을, B_k는 외각을 뜻합니다.

오른쪽 도형이 다음과 같이 네 개의 조건식

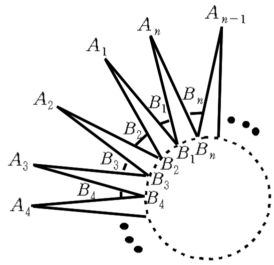
㉮ $0^\circ < \angle A_1 = \angle A_2 = \cdots = \angle A_n < 90^\circ$

㉯ $0^\circ < \angle B_1 = \angle B_2 = \cdots = \angle B_n < 90^\circ$

㉰ $\overline{A_1B_1} = \overline{A_1B_2} = \overline{A_2B_2} = \overline{A_2B_3} = \cdots = \overline{A_nB_1}$

㉱ $\angle B_1 - \angle A_1 = 5^\circ$

을 만족할 때, n의 값을 구하시오.



<표 8> 2008년도 영재학생 선발문항 예시

아래 표는 각 주사위의 윗면과 밑면에 있는 수의 합이 일정한 6개의 정육면체 주사위의 각 면에 있는 수를 나타낸 것이다. 영호는 이 주사위를 모두 던져 주사위의 윗면에 나온 수를 보고 밑면에 있는 수의 합을 구하였다. 그 방법은 윗면에 나온 수의 일의 자리 숫자의 합을 N이라 할 때, 밑면에 있는 수의 합을 문자 N을 사용한 식으로 구한 것이었다. 영호가 사용한 식을 구하시오.

주사위 1	681	582	483	186	285	384
주사위 2	564	267	366	465	762	663
주사위 3	506	704	902	605	407	209
주사위 4	741	642	543	147	246	345
주사위 5	875	677	974	578	776	479
주사위 6	953	854	755	359	458	557

위의 두 문항에서 첫 번째 문항의 특징은 높은 사고 능력과 함께 복잡한 계산 능력을 요구하고, 두 번째 문항은 순수하게 지능을 측정하는 유형의 문항이다. 또한 공통적인 점은 학교정규교육과정과는 거리가 먼 문항이라는 것이다. 학교에서 학습한 수학기초지식으로부터 출발해서 제한된 시간(2분정도)에 풀이하기에는 너무나도 어려운 문항이다. 결국 이러한 문

항을 해결하기 위해서는 특별한 교육을 받아야 하고, 학생들은 문제풀이를 위한 집중적인 학습을 과도하게 받게 된다. 그러한 결과로 인해 학교에서 학습하는 수학기초지식에는 소홀하게 된다.

새로운 측면에서 이러한 현상에 대해 분석하기 위해 현재 중학교 2학년 영재교육원에서 학습하는 학습내용의 목록을 살펴보면 <표9>와 같다.

<표 9> 2008년 A, B, C 지역교육청 영재교육원 학습내용

구분	수업시수	학 습 주 제		
		1주제	2주제	3주제
1 학기	24	퍼지이론(8시간)	생활속의 진법(8시간)	종이접기와 수학(8시간)
2 학기	24	게임과 전략 이론(8시간)	마방진의 신비(8시간)	최적화 방법 찾기(8시간)

*주제별 1일 2시간(90분) 4회 수업

학습 주제와 그에 따른 교재 내용은 매우 체계적으로 3부 심화 학습모형에 따라 구성되어져 학습하기에 매우 용이하다. 반면 각각의 주제들과 중학교 2학년에서 학습하는 학습내용과의 관련성은 매우 희박하다는 지적이 있다. 또한 학습 내용의 출발점이 학교수학과 큰 관련성을 맺고 있지 못하다는 측면도 있다. 따라서 영재선발 문항과 더불어 영재원의 학습내용도 수학기초지식과는 관련성이 낮고, 이로 인해 학생들의 학습 방향과 학습 방법에 영향을 주어 수학기초지식 검사 결과에도 영향을 미친 것으로 보인다.

<표10>에서는 수학기초지식의 요소별 검사결과를 제시하고 있다. 기초 정의에 대한 검사결과는 평균 75.07점, 기초 성질은 75.75점, 기초 절차는 89.27점으로 나타났다. 이것은 영재학생들이 수학기초지식 중에서 정의나 성질에 대한 이해가 부족한 것으로 나타났고, 반면 기초 절차는 매우 높은 결과를 보여 준다. 이것은 기초 절차는 문제풀이 학습에서 반복적으로 언급될 수밖에 없는 수학과목의 특성상 수학기초지식에 해당되지만 학생들에게는 자주 다루어지기 때문으로 분석된다. 이러한 검사 결과는 영재학생들이 기초적인 수학지식에 대해서는 가치를 두지 않는 것을 시사해 준다.

<표 10> 수학기초지식의 요소별 검사 결과

구분	전체	수학기초지식의 요소								
		기초 정의			기초 성질			기초 절차		
		전체	남학생	여학생	전체	남학생	여학생	전체	남학생	여학생
평균	79.64	75.07	74.14	77.28	75.75	74.27	79.27	89.27	89.27	89.27
표준편차	18.09	24.93	25.76	23.08	15.96	16.24	15.92	13.38	13.96	12.23

이제 구체적으로 수학기초지식의 각 요소별로 나누어 의미 있는 결과를 보인 문항을 중심으로 검사 결과를 살펴보자.

1. 기초 정의

<표11>은 수학기초지식의 첫 번째 요소인 기초 정의 문항에 대한 평균 정답률을 나타낸 것이다.

<표 11> 기초 정의 문항의 평균 정답률

문항번호	4번	7번	11번	13번	19번	전체 평균
평균 정답률	96.43%	81.55%	98.81%	56.19%	42.38%	75.07%

단항식의 유무를 확인하는 4번 문항, 일차식임을 확인하는 11번 문항은 각각 96.43%, 98.81%의 매우 높은 정답률을 보였다. 반면 평면도형의 여러 정의와 관련된 7번 문항, 정비례와 반비례의 정의를 확인하는 19번 문항은 각각 81.55%, 42.38%로 상대적으로 낮은 정답률을 보였다. 여기서는 <표12>과 <표13>에 제시된 두 문항을 중심으로 분석을 실시한다.

문항 7번은 삼각형의 내심과 외심에 대한 가장 기본적인 정의를 확인하는 문항으로 정답률이 81.55%로 나타났다. 학생들의 오답지를 심층 분석한 결과 오답의 원인이 (가) 또는 (나)를 옳게 생각하였기 때문이다. 실제로 (가)를 옳게 생각한 학생이 16명(9.52%), (나)를 옳게 생각한 학생이 18명(10.71%)이었다. 이는 삼각형의 내심과 외심에 관한 기본적인 정의를 정확하게 이해하지 못하고 있거나, 문장으로 기술된 정의를 도형으로 형상화하지 못하는 등의 기초개념의 결여에 기인한 것으로 보인다. 실제 평가시기가 11월 중순으로 이 내용을 배운 직후라는 점과 이들이 가장 우수한 영재학생이라는 점을 고려할 때 영재학생들이 기초 정의에 대한 개념 확립이 매우 시급함을 알 수 있다.

<표 12> 검사 문항 7번의 답지반응분포

7. 평면 도형에 대한 다음 설명 중 틀린 것의 개수는?

(가) 세 변의 수직이등분선의 교점은 내심이다.
(나) 외심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
(다) 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.
(라) 이등변삼각형은 내심과 외심이 항상 일치한다.
(마) 삼각형의 외접원의 중심을 삼각형의 외심이라고 한다.
(바) 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

	답지	①	②	③	④	⑤
답지반응분포	반응빈도	1	22	137	7	0
	반응비율	0.60%	13.10%	81.55%	4.17%	0.00%

<표 13> 검사 문항 19번의 배점분포

19. 정비례의 정의와 반비례의 정의를 적고, 그 예를 한 가지씩 제시하시오.
(1) 정비례의 정의 (2) 정비례의 예
(3) 반비례의 정의 (4) 반비례의 예

	배점	1점	2점	3점	4점	5점
배점 분포	배점빈도	17	97	0	5	26
	배점비율	10.12%	57.74%	0.00%	2.98%	15.48%

문항 12번은 정비례와 반비례의 정의와 예를 기술하는 문항으로 평균 정답률이 42.38%로

나타났다. 실제로 정비례와 반비례의 정의와 예를 정확하게 기술한 학생은 26명(15.48%)뿐이었고, 비교적 정확하게 기술한 학생은 5명(2.98%), 약간 알고 있었던 학생이 97명(57.74%), 아주 미약하게 알고 있는 학생이 17명(10.12%), 전혀 모르는 학생이 23명(13.69%)으로 나타났다. 제7차 교육과정에서 함수의 도입을 대응관계에서 정비례로 수정할 만큼 매우 중요한 수학기초지식임에도 불구하고 일부의 영재학생만 기초개념을 정확하게 알고 있는 것으로 나타났다.

2. 기초 성질

<표14>는 수학기초지식의 두 번째 요소인 기초 성질 문항에 대한 평균 정답률을 나타낸다.

<표 14> 기초 성질 문항의 평균 정답률

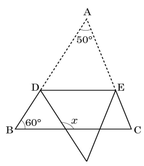
문항번호	1번	3번	5번	6번	8번	9번	15번	16번	20번	전체 평균
평균 정답률	98.81%	91.07%	66.07%	76.79%	90.48%	48.81%	74.17%	75.00%	60.60%	75.75%

집합에 대한 1번 문항, 수의 대소비교인 3번 문항, 사각형의 성질에 대한 8번 문항은 90% 이상의 높은 정답률을 보인 반면, 정비례의 개념을 활용하는 9번 문항은 48.81%로 매우 낮은 정답률을 보였다. 여기서는 15번(표15), 9번(표16)을 중심으로 분석을 실시한다.

문항 15번은 평면도형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구하는 문항으로 정답률이 74.17%이다. 이 문항의 경우 국가수준 학업성취도평가의 선다형을 수행형으로만 수정한 것이었데, 전국 평균이 69.27%이었다. 비록 풀이를 요구하는 수행형이라고 하지만, 이 정도의 정답률의 차이만 발생한 것으로 볼 때, 풀이를 수학적으로 기술하고 논리적으로 전개하는 능력이 부족함을 알 수 있다.

<표 15> 검사 문항 15번의 배점분포

15. 그림과 같이 삼각형 ABC는 $\angle A = 50°$, $\angle B = 60°$이다. $\overline{AB}$ 위의 한 점 D와 $\overline{AC}$ 위의 한 점 E를 잡아 연결하였더니 $\overline{BC} // \overline{DE}$이 되었다고 할 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



	배점	1점	2점	3점	4점	5점
배점 분포	배점빈도	17	5	7	5	114
	배점비율	10.12%	2.98%	4.17%	2.98%	67.86%

문항 9번은 정비례와 반비례의 정의와 예를 기술하는 문항으로 평균 정답률이 48.81로 매우 낮게 나타났다. 근본적인 원인은 기초 정의의 19번 문항에서 알 수 있듯이 정비례에 대한 정확한 개념 인식의 부족에서 출발한 것으로 볼 수 있다. 또한 학생들의 답지반응분포를 보면 학생들의 오개념을 확인할 수 있다. 기본적으로 대부분의 학생들이 답지 ④($y = 2x$)와 ⑤($y = 300x$)를 옳게 선택하였다. 이것은 곧 이 문항을 일반적인 선다형처럼 한 개만 옳게

제시하였다면 대다수의 학생이 옳은 답을 하였다는 것을 의미한다. 그런데 학생들이 ①($y=2x+8$)과 ②($y=x+300$)을 옳게 선택한 학생이 각각 36.90%, 35.12%나 있었다. 영재학생들도 정비례의 정확한 의미에 대한 개념이해가 결여되어 있음을 알 수 있다.

<표 16> 검사 문항 9번의 답지반응분포

9. 다음 문장의 수학적인 상황을 x와 y사이의 관계를 식으로 나타내었을 때, y가 x에 정비례하는 것을 모두 고르시오.
① 가로의 길이가 $x$cm, 세로의 길이가 4cm인 직사각형의 둘레의 길이는 $y$cm이다.
② 무게가 300g인 그릇에 물 xg를 넣었을 때, 전체의 무게는 yg이다.
③ 두 대각선의 길이가 각각 $x$cm, $y$cm인 마름모의 넓이는 30cm^{2}이다.
④ 자동차가 매시 $x$km로 2시간 동안 달린 거리는 $y$km이다.
⑤ 농도가 x%인 소금물 300g 속에 들어 있는 소금의 양은 yg이다.

	답지	①을 옳게	②를 옳게	③을 옳게	④를 옳게	⑤를 옳게
답지반응분포	반응빈도	62	59	4	161	150
	반응비율	36.90%	35.12%	2.38%	95.83%	89.29%

3. 기초 절차

<표17>은 수학기초지식의 세 번째 요소인 기초 절차 문항에 대한 평균 정답률을 나타낸다. 선다형과 수행형 구분 없이 모든 문항에서 매우 높은 정답률을 나타낸 것으로 보아 기초적인 연산에 대한 이해는 매우 잘 되어져 있는 것으로 보인다. 비록, 14번 문항의 정답률이 62.38%로 상대적으로 낮지만, 이 문항에 대한 어느 학교 정규시험의 선다형 문항으로써의 정답률이 30% 미만이었다는 것을 감안하면 높은 정답률임을 확인할 수 있다. 영재학생들은 문제해결을 위한 강도 높은 훈련으로 인해 연산의 절차에 의해 해결되어지는 문항에 대해서는 매우 높은 정답률을 보였음을 확인할 수 있다.

<표 17> 기초 성질 문항의 평균 정답률

문항번호	2번	10번	12번	14번	17번	18번	전체 평균
평균 정답률	97.62%	94.05%	97.02%	62.38%	93.10%	91.43%	89.27%

4. 수업관찰 및 개별 면담 사례

연구자는 수업활동, 타 교사의 수업관찰, 영재캠프, 상담 등을 통해 학생을 관찰하였다. 첫째, 수업과 관련해서는 수업태도, 참여도, 과제의 수행을 중심으로, 둘째, 영재원과 관련해서는 자부심, 참여 동기, 수학수업에 대한 기대를 중심으로, 셋째, 개인과 관련해서는 가정에서의 관심, 수학에 대한 흥미, 장래의 포부 등을 중심으로 관찰 및 면담을 실시하였다. 그 결과를 긍정적인 면과 부정적인 면으로 나누어 학생들의 응답 사례 중심으로 살펴보자.

가. 수업과 관련된 결과

(1) 긍정적인 측면

· 영재원 친구들과 함께 공부하니 학교에서보다 더 열심히 수업에 임할 수 있는 계기가 되었다.
· 활동중심의 수업내용과 내가 직접할 수 있는 기회가 많아서 수업에 주인이 된 느낌이

었다.
- 모르는 문제는 학교에 가서 선생님께 열심히 물어보고 해서 꼭 해결하려고 하였다.

(2) 부정적인 측면
- 학교 수업내용과 거의 관련이 없고 처음 접하는 내용이 많아서 수업에 별로 관심이 없다.
- 수학수업이 새로운 공식 같은 것을 배우고 나서, 조금 생각할 시간을 준 다음 무엇인가를 하라고 요구를 하는데 좀처럼 이해가 잘 되지 않아 수업이 지루하다.
- 주로 전문학원에 가서 물어봐서 과제를 해내지만 학교수업 내용과 달라 관심이 없다.

나. 영재원과 관련된 결과

(1) 긍정적인 측면
- 엄마가 영재원에 다니는 것을 매우 좋아 한다. 학교에서도 영재원 다닌다고 좋아하신다.
- 수학을 잘 하니까 선생님이 영재원에 가면 좋겠다고 하셨다.
- 영재원에서는 다른 학생들이 배울 수 없는 매우 유익한 수학지식을 배울 수 있다.

(2) 부정적인 측면
- 엄마 때문에 영재원에 다니기는 하지만 내가 왜 다니는지 모르겠다.
- 과학고등학교 가는데 가산점이 있다고 한다. 학교와 학원의 명예를 위해 시험을 쳐서 합격했다.
- 별로 기대하고 싶지 않다. 학교 시험이나 고등학교 입시에 도움이 되는 줄 알았는데 아니다.

다. 개인과 관련된 결과

(1) 긍정적인 측면
- 영재원에 다니니까 부모님이 인정해 주시고 나를 더 믿는 것 같다.
- 다양한 선생님과 여러 가지 주제로 공부하니 수학이 더 좋아지고 있다.
- 과학고에 가거나 대학교에서 수학이나 과학을 전공하여 훌륭한 과학자가 되고 싶다.

(2) 부정적인 측면
- 영재원에는 출석만하고 공부는 집에서 하고, 학교시험기간에는 영재원에 가지 말라고 한다.
- 학교시험과 관련이 없어서 재미없다. 영재원에 들어가려고 학원에서 열심히 문제를 풀었다. 그런 데 문제를 푸는 수학은 재미없다.
- 좋은 고등학교 가서 좋은 대학에 가고 싶다. 그래서 경제적으로 성공하고 싶다.

5. 결과 분석

이상의 결과로부터 지역교육청 영재교육원의 영재학생들의 수학기초지식에 대한 검사결과를 보면, 첫째, 기초 정의와 기초 성질에 대해서는 비교적 낮은 성취도를 보였고, 둘째, 기초 절차에 대해서는 매우 높은 성취도를 보인다는 것이다. 이러한 결과는 전체적으로 아주 탁월한 성취결과를 보일 것이라는 기대에 크게 못 미치는 결과이다. 여러 가지 원인이 있겠지만 검사결과와 면담・관찰 결과를 통해 볼 때 다음 세 가지로 요약할 수 있다. 첫째, 영재원을 준비하기 위한 학습 형태가 고도의 수학지식을 사용하는 문제풀이 중심으로 진행된다는 것, 둘째, 선발 문항의 유형이 전체적으로 수학기초지식의 확인을 통한 수학 잠재 능력보다는 현재의 문제해결 능력에 치우쳐 있다는 것, 셋째, 영재교육원 학습 내용이 학교 수업내용

과 동떨어져 있다는 것 등의 복합적인 원인으로 인해 발생한 것으로 보인다. 이에 대한 구체적인 인과관계는 연구되어질 필요가 있다. 또한 학생들의 수업관찰과 면담을 통해 한 가지 중요한 시사점을 도출할 수 있다. 그것은 교육청영재원 수학영재선발 전형 요소로 심층면담이 포함되어야 한다는 점이다. 그 이유는 첫째, 학생들은 영재원에서 진학이나 학교시험에 필요한 문제풀이 중심의 수업을 기대하고 있고, 둘째, 자신의 의지가 아니라 학부모나 이해 당사자들의 의지에 의해서 진학하고 있고, 셋째, 선발 문항 풀이에는 약하지만 정말 수학을 좋아하는 학생들이 영재교육원에서 좋은 결실을 맺고 있기 때문이다.

Ⅴ. 요약 및 나오는 말

시도교육청을 중심으로 영재교육원이 개원하지 6년이 지난 이 시점에서 체계적인 선발 체제에 의해 엄격한 절차를 거쳐 선발된 수학영재학생들이 소정의 교육기간을 완료한 다음 그들이 가진 수학기초지식의 이해에 대한 기초적인 정보수집을 본 연구의 목적으로 하였다. 이러한 본 연구의 목적에 따라 수학기초지식을 내용 영역과 기초지식 영역으로 세분화하여 그에 대한 학생들의 이해 정도를 구체적으로 살펴보는 것을 연구문제로 설정하였고, 이를 위해 수학기초지식(MBK) 검사와 관찰 및 면담을 실시하였다. 본 연구의 결과를 요약하면 다음과 같다.

연구대상을 전국 16개 시도교육청 중 한 개의 광역시교육청을 연구 대상으로 설정하여 전수조사 연구를 실시하였다. 첫째, 지필 검사도구의 개발을 위해 먼저 평가 틀을 수학기초지식 영역과 수학내용 영역으로 나누었다. 이를 바탕으로 국가수준의 평가문항과 지난 7년간의 정기고사 문항을 기초로 하여 평가도구를 개발하였다. 둘째, 지필검사 결과는 전체 평균은 79.64점으로 일반학생들을 기준으로 한 예상 평균 70점~72점보다는 다소 높게 나타났다. 구체적으로 수학기초지식의 요소별 검사결과를 보면, 기초 정의에 대한 검사 결과는 평균 75.07점, 기초 성질은 75.75점, 기초 절차는 89.27점으로 나타났다. 이것은 영재학생들이 수학기초지식 중에서 정의나 성질에 대한 이해가 매우 부족한 것으로 나타났고, 반면 기초 절차는 매우 높은 결과를 보여 준다. 이러한 검사 결과는 영재학생들이 기초적인 수학지식에 대해서는 큰 성취결과를 보여주지 않았다는 것을 보여준다. 셋째, 수업관찰 및 개별 면담을 세 가지 측면에서 살펴보았다. 수업과 관련한 내용, 영재원 자체에 관련된 내용, 학습자 개인과 관련된 내용이었는데 긍정적인 측면과 부정적인 측면이 상존한 것으로 나타났지만 긍정적인 면(30%정도)보다는 부정적인 면(70%)이 다수를 차지하고 있었다.

수학기초지식의 이해 정도에 대한 조사 결과에서 보듯이 아주 탁월한 학업성취결과를 보일 것이라는 기대와는 달리 기초적인 정의나 성질에서는 기대에 크게 못 미치는 결과를 보였고, 학생들의 수업관찰과 면담 결과도 부정적인 부분이 다수를 차지하고 있다. 이러한 결과의 원인은 다양하겠지만, 본 연구의 결과만으로 볼 때, 영재원을 준비하기 위한 학습 형태가 복잡한 문제풀이 중심으로 이루고 있다는 것, 선발 문항 유형이 수학기초지식을 통한 수학능력의 확인이라기보다는 현재 학생이 할 수 있는 고도의 문제해결능력을 확인하고 싶어 한다는 것, 영재교육원 학습 내용이 수학기초지식을 기반으로 구성된 것이 아니라는 것 등의 복합적인 원인으로 기인한다고 볼 수 있다. 본 연구에서는 수학기초지식을 바탕으로 학생들의 수학의 이해정도에 대한 조사 연구에 머물러 있지만 구체적인 인과관계에 대한 지속적인 연구를 통해 수학영재교육에 대한 개선이 필요하리라 기대한다. 본 연구의 결과를 통

해 수학영재교육원의 학생선발과정, 선발절차 및 선발문항, 영재원의 교육과정의 운영에 긍정적인 시사점을 주리라 기대한다.

참고문헌

강윤수・조병찬 (2007). 영재교육원 수학과 평가결과와 영재아들의 성취수준 비교 연구. 수학교육논문집, 한국수학교육학회지시리즈 E. 제21집 제2호 통권30호, pp.347-360

교육부 (1997). 제7차 수학과 교육과정. 서울 : 대한교과서 주식회사.

교육인적자원부 (2007). 개정 수학과 교육과정. 서울 : 대한교과서 주식회사.

국립국어원 (2008). 표준국어대사전. http://124.137.201.223/main.jsp.

김선희・김기연・이종희 (2005). 중학교 수학영재와 과학영재 및 일반학생의 인지적·정의적·정서적 특성 비교. 수학교육, 한국수학교육학회지시리즈 A. 제44권 제1호 통권 제108호. pp.113-124 한국수학교육학회.

김순심 (2007). 초등수학 영재아동의 수학적 기본개념에 관한 실태조사 연구. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.

박지현 (2007). 중학교 영재학생과 예비교사의 영(0)에 관한 인식과 오류. 수학교육, 한국수학교육학회지시리즈 A. 제46권 제4호 통권 제119호, pp.357-369 한국수학교육학회

배종수・박종률・윤행원・유종광・김문환・민기열・박동익・우현철 (2000). 중학교 수학 7-가, 7-나, 8-가, 8-나. 서울 : 한성교육연구소.

이상헌 (2005). 수학 영재아들의 특성과 실태 분석 : 제주대학교 과학영재교육원 수학반 학생을 중심으로. 제주대학교 교육대학원 석사학위논문.

이창림 (2008). 수학 영재와 일반 학생의 학업관련 특성과 수학적 능력에 관한 연구. 고려대학교 교육대학원 석사학위논문.

청와대 (2008). 이명박 정부의 20대 국정전략과 100대 국정과제. 청와대 뉴스레터 제15호.

최승현・김효숙・권혁천 (2000). 제7차 교육과정에 따른 성취기준 및 평가기준 개발 연구. 한국교육과정평가원. 연구보고 CRE 2000-3-4.

편집부 지음 (2004). 글로벌 세계대백과사전. 서울 : 중앙교연

한인기 (2005). 유추를 통한 수학탐구. 서울 : 승산.

황동주 (2006). 중학교 1학년 수학 영재학생과 일반 학생의 수학 문제해결과 문제설정 능력의 차이 비교. 한국학교수학회논문집. 제9권 제3호.pp.287-308. 한국학교수학회.

Polya, G. (1954). Induction and analogy in mathematics. New Jersey : Princeton University Press.

Polya, G. (1973). Mathematics and Plausible Reasoning, Vol I, Princeton : Princeton University Press.

Resnick, L. B. and Ford, W. W. (1981). The Psychology of Mathematics for Instruction. New Jersey : Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

중학교 영재학생의 수학기초지식의 이해 정도에 대한 조사 연구

A Study on Comprehension level of Mathematical Basic Knowledge by 2nd Middle School Students

Suh, Bo Euk[2]

Abstract

A study on comprehension level of mathematical basic knowledge(MBK) of gifted students in middle school. The interest in mathematics gifted education is very high. However, in reality, there has been a shortage of the analysis of students' achievement result since mathematics gifted education began through the institute of gifted education in the education office in 2003. On this study, MBK is subdivided into definition, property and procedure and then examination questions are developed on the basis of national level achievement standard. With these examination tools, total inspection was conducted in on metropolitan city and the result was analyzed.

First, in a basic definition, relatively low achievement result was seen except the basic concept related operation. Second, in a basic property, very low achievement result was seen in the questions of basic property without basic definition and as a whole, the result was similar with the basic definition. Third, in a basic procedure, the achievement result was very remarkable.

This result shows we need to increase the comprehension ability of MBK. To do this, the systematic alternative development of the questions of selecting gifted students and the contents of gifted education is required. This study proposes the meaningful implication to the selection question development related to the MBK and the improvement of gifted education contents. And it is expected to provide the positive change for mathematics gifted education.

Key Words : Gifted Education, Mathematical Basic Knowledge, Gifted Education Program

2) Korea Institute for Curriculum and Evaluation (eukeuk@kice.re.kr)

<부록> 중학교 2학년 수학기초지식(MBK) 검사지

( )중학교 ( ) 반 ( ) 번 성명 ( )

1. 집합 A는 4의 약수를 원소로 가지는 집합이라 할 때, 다음 중 옳은 것을 있는 대로 모두 고른 것은?

(가) $1 \in A$ (나) $3 \notin A$ (다) $2 \subset A$ (라) $4 \notin A$

① (가), (나) ② (가), (다) ③ (가), (라)
④ (나), (다) ⑤ (나), (라)

2. 다음 이진법의 계산 결과에 대한 설명 중 옳은 것은?

• $1011_{(2)} - 11_{(2)}$
• $101_{(2)} + 10_{(2)}$

① 십진법으로 나타내면 모두 짝수이다.
② 십진법으로 나타내면 모두 한 자릿수이다.
③ 이진법으로 나타내면 모두 네 자릿수이다.
④ 이진법으로 나타내면 일의 자리의 수가 모두 0이다.
⑤ $101_{(2)} + 10_{(2)}$이 $1011_{(2)} - 11_{(2)}$보다 더 크다.

3. 서로 다른 네 정수 A, B, C, D가 다음 조건을 만족할 때 네 수 A, B, C, D를 작은 순서로 옳게 나열한 것은?

(가) C는 수직선위에서 가장 오른쪽에 있다.
(나) B와 D는 절댓값은 같고, 부호는 다르다.
(다) D는 A보다 크다.
(라) A > 0

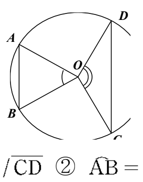
① B-A-C-D ② B-A-D-C ③ C-B-A-D
④ C-B-D-A ⑤ C-D-A-B

4. 다음 식 중에서 단항식은?

① $x + \frac{y}{3}$ ② $6xy$ ③ $2x + 2y + 1$
④ $3y + x$ ⑤ $5x^2 + 3$

5. 어느 학교 2학년 학생 전체가 긴 의자에 몇 명씩 앉으려고 한다. 한 의자에 4명씩 앉으면 학생 21명이 남고, 5명씩 앉으면 의자 6개가 남는다고 한다. 이 학교에 있는 긴 의자의 개수는?
① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

6. 그림과 같이 원 O에서 $\angle AOB = \frac{1}{2} \angle COD$일 때, 다음 설명 중 옳은 것은? (단, 옳은 것은 두 개가 있다.)



① $\overline{AB} // \overline{CD}$ ② $\widehat{AB} = \frac{1}{2} \widehat{CD}$ ③ $\overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{CD}$
④ (부채꼴 OCD의 넓이) = 2×(부채꼴 OAB의 넓이)
⑤ $\triangle COD = 2\triangle AOB$

7. 평면 도형에 대한 다음 설명 중 틀린 것의 개수는?

(가) 세 변의 수직이등분선의 교점은 내심이다.
(나) 외심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
(다) 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.
(다) 이등변삼각형은 내심과 외심이 항상 일치한다.
(라) 삼각형의 외접원의 중심을 삼각형의 외심이라고 한다.
(마) 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

8. 사각형에 대한 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?

(가) 한 쌍의 대변이 서로 평행하면 평행사변형이다.
(나) 네 각의 크기가 모두 같은 사각형은 마름모이다.
(다) 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같다.
(다) 마름모는 대각선의 길이가 같다.
(라) 정사각형은 마름모와 직사각형의 성질을 모두 가진다.
(마) 마름모는 직사각형의 성질을 모두 가지고 있다.

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

9. 다음 문장의 수학적인 상황을 x와 y사이의 관계를 식으로 나타내었을 때, y가 x에 정비례하는 것을 모두 고르시오.
① 가로의 길이가 $x$cm, 세로의 길이가 4cm인 직사각형의 둘레의 길이는 $y$cm이다.
② 무게가 300g인 그릇에 물 xg를 넣었을 때, 전체의 무게는 yg이다.
③ 두 대각선의 길이가 각각 $x$cm, $y$cm인 마름모의 넓이는 30cm^{2}이다.
④ 자동차가 매시 $x$km로 2시간 동안 달린 거리는 $y$km이다.
⑤ 농도가 x%인 소금물 300g 속에 들어 있는 소금의 양은 yg이다.

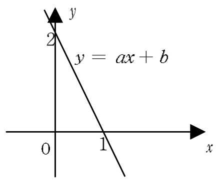
10. 다음 식을 간단히 한 것은?

$$(3a^2b^2 - 4ab) \div (-ab) - (3a^2b^2 + 7ab) \div ab$$

① $-6ab - 3$
② $-6ab - 11$
③ $6ab - 3$
④ $6ab - 11$
⑤ 11

11. 다음 중에서 x, y사이의 관계식이 일차함수가 <u>아닌</u> 것은?
① $5l$의 물이 들어 있는 물통에 매분 $2l$의 속도로 물을 넣을 때, x분 후의 물의 양은 yl이다.
② 한 변의 길이가 $x$cm인 마름모의 둘레의 길이 $y$cm이다.
③ 시속 60km로 달리는 자동차가 x시간 동안 달린 거리 $y$km이다.
④ 반지름의 길이가 $x$cm인 원의 넓이 $y\text{cm}^2$이다.
⑤ 한 변의 길이가 $x$cm인 정사각형의 둘레의 길이 $y$cm이다.

12. 그림은 일차함수 $y = ax + b$의 그래프를 나타낸 것이다. 이 그래프에 대한 설명 중 <u>틀린</u> 것은?



① 기울기는 2 ② x절편은 1 ③ y절편은 2
④ $a + b = 0$ ⑤ $\frac{b}{a} = -1$

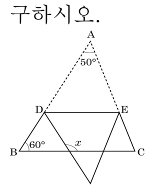
※ 이제부터 수행형문제입니다. 물음에 맞는 답을 적으시오.

13. 집합의 정의를 적고, 집합의 예를 한 가지 적으시오.
(1) 집합의 정의

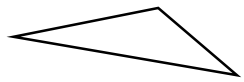
(2) 집합의 예

14. 분수 $\frac{x}{30}$을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이 때, 유한소수가 되게 하는 자연수 x의 값 중에서 두 번째로 작은 자연수를 구하시오.

15. 그림과 같이 삼각형 ABC는 $\angle A = 50°$, $\angle B = 60°$이다. $\overline{AB}$ 위의 한 점 D와 $\overline{AC}$ 위의 한 점 E를 잡아 연결하였더니 $\overline{BC} // \overline{DE}$이 되었다고 할 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



16. 다음 그림과 같은 둔각삼각형이 있다. 개략적인 작도를 통해서 이 삼각형의 외심 O의 위치를 찾으시오.



17. 연립방정식 $\begin{cases} 5(x+y)+3(x-y)=14 \\ 0.1x+0.7y=-0.5 \end{cases}$ 을 푸시오.

18. 부등식 $2x-5>6(x-\frac{1}{2})$을 만족하는 x의 값 중 최대의 정수값을 구하시오.

19. 정비례의 정의와 반비례의 정의를 적고, 그 예를 한 가지씩 제시하시오.
(1) 정비례의 정의

(2) 정비례의 예

(3) 반비례의 정의

(4) 반비례의 예

20. 동생이 정오에 오토바이를 타고 집으로 출발하였다. A지점에서 오토바이가 고장이 나서 그 후부터 B지점까지는 걸었다. 다음 그래프는 동생이 출발한 후의 시간과 거리 관계를 나타낸 것이다. 이 때, 동생이 걸어간 구간에서 걸음의 속도를 구하시오.